F 1736

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

1

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 1—288, Bucureşti, 1973

COMITETUL DE REDACȚIE

Redactor responsabil:

Prof. dr. docent REMUS RĂDULEȚ, membru al Academiei Republicii Socialiste România

Redactor responsabil adjunct:

Prof. dr. docent G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România

Membri:

Prof. dr. docent A. AVRAMESCU, membru al Academiei Republicii Socialiste România
Prof. dr. docent C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Prof. dr. docent M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Dr. inginer V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Prof. dr. docent V. PIMSNER
Prof. dr. docent C. A. VASILESCU
Prof. dr. ing. C. APETREI
Prof. dr. ing. AL. TIMOTIN
Conf. dr. ing. A. MORARU
Dr. ing. D. GRECOV
Ing. CS. NAGY

Secretar științific de redacție:

Dr. ing. ECATERINA ARIE

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 160 de lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la Întreprinderea „Rompresfilatelia", Căsuța poștală 2001, București, România, sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență, se trimit la Comitetul de redacție, pe adresa: BUCUREȘTI, Șos. Vitan, nr 236.

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
BUCUREȘTI, STR. GUTENBERG NR. 3 BIS, SECTORUL 6

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 23, nr. 1 1973

SUMAR

Termoenergetică şi termotehnică

Pag.

I. CRĂCIUNEANU şi P. PITULICE, Propunerea unui criteriu pentru alegerea sistemului de măcinare adecvat unui combustibil solid. 3

T. GHEORGHIU, Calculul temperaturilor în cazanele de abur la funcţionare cu sarcini parţiale. 9

D. ANDREESCU, Contribuţii la studiul utilizării aburului extras din etanşările terminale ale turbinelor de mare putere. 23

Electroenergetică şi electrotehnică

C. FLUERAŞU, Cîmpul electromagnetic armonic al unei bobine circulare în prezenţa unui ecran plan. 35

ED. NICOLAU, Radiaţia electromagnetică în medii anizotrope. 47

H. GAVRILĂ, Studiul păturilor şi tolelor feromagnetice cu anizotropie magnetică uniaxială în cîmpuri magnetice alternative de mică intensitate. II. Cîmpul magnetic mediu şi calculul pierderilor 59

C. I. MOCANU, Circuite magnetice liniare cu pierderi prin curenţi turbionari în regim tranzitoriu. 77

B. UNGUREANU, S. IONESCU, E. D. CRAINIC, M. I. STAADECKER şi L. POP, Algoritm şi program pentru calculul regimului staţionar de funcţionare a unui sistem electroenergetic prin metoda Newton. 99

E. POTOLEA, MARIA TUDOSE şi M. EREMIA, Utilizarea gradientului proiectat la calculul regimurilor optime ale sistemelor electrice. 111

C. APETREI, Caracteristici ale turbogeneratoarelor sincrone tetrapolare. 127

M. VASILIU, Factorii de majorare a rezistenţei şi de micşorare a inductivităţii la bobinajele maşinii de curent continuu. Demonstrarea formulei Dreyfus pentru comutare infinit rapidă. 141

N. GALAN, Studiul cîmpului electromagnetic în maşinile electrice cu aplicaţie la motorul cu histerezis 157

DOINA PASCALE şi I. PUFLEA, Studiul unui motor asincron liniar. 177

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 1—288, 1973

Pag.

N. GOLOVANOV și CARMEN GOLOVANOV, Transpunerea pe modelul de regimuri tranzitorii a liniilor electrice aeriene trifazate. 201

M. STEIN, A. CRISTOVICI și D. MARK, Scheme de conexiuni și de manevre ce trebuie evitate în vederea reducerii probabilității apariției de supratensiuni interne. . . 219

G. DRĂGAN, D. S. NECȘULESCU și A. CRISTOVICI, Influența parametrilor trăsnetului asupra mărimii și formei tensiunilor care solicită izolația liniilor electrice aeriene de înaltă tensiune. 233

Sisteme automate în energetică

VL. IONESCU, Asupra conceptelor de stare și de realizare a sistemelor liniare. 245

L. LUPAȘ, O metodă pentru compararea performanțelor sistemelor suboptimale. . . . 265

C. NITU, Metodă de identificare pentru sisteme automate cu regulatoare numerice. . . 271

Recenzii 281

Material documentar 285

MŰSZAKI KÖNYVTÁR

PROPUNEREA UNUI CRITERIU PENTRU ALEGEREA SISTEMULUI DE MĂCINARE ADECVAT UNUI COMBUSTIBIL SOLID

C. CRĂCIUNEANU şi P. PITULICE

621.926.33—181.2:662.933.11

Alegerea tipului de moară potrivit unui combustibil solid depinde, printre altele, de caracteristicile combustibilului, de condiţiile specifice de lucru ale morii şi de parametrii focarului. Din diagrama 1, pe baza caracteristicilor combustibilului, se poate alege orientativ tipurile de mori ce pot fi utilizate. Cu ajutorul coeficientului de selectare calculat pentru tipurile alese, se determină moara adecvată.

Pentru măcinarea combustibililor solizi care se ard în centralele electrice, se utilizează unul dintre următoarele tipuri de mori:

— mori de gravitaţie: mori cu tambur şi bile;

— mori cu percuţie: mori cu ciocane, mori-ventilator, mori-ventilator cu ciocane pe aspiraţie;

— mori cu strivire: mori cu bile, mori cu role (valţuri), mori cu role pendulare.

Alegerea tipului de moară cel mai potrivit din punct de vedere tehnic-economic se face ţinînd seama de caracteristicile energetice ale combustibilului brut, de condiţiile în care moara respectivă produce praful de combustibil, precum şi de parametrii focarului în care se arde acest praf.

Caracteristicile combustibilului solid care interesează în alegerea tipului de moară sînt următoarele:

— conţinutul de materii minerale abrazive al combustibilului ce se macină (SiO_2 şi Fe_2O_3);

— conţinutul de apă superficială;

— conţinutul de xilită.

— conţinutul de materii volatile;

— coeficientul de măcinabilitate;

— caracterul sfărîmării la lovire sau la cădere (spargere explozivă sau cvasiplastică).

Condiţiile de măcinare se referă la:

n, gradul de uniformitate al prafului măcinat, adică coeficientul din relaţia Rossin-Rammler:

$$R = 100 \cdot e^{-\left(\frac{d}{d_m}\right)^n};$$

— d_m, diametrul mediu al prafului sau fineţea de măcinare;
— d, diametrul curent al particulei;
— energia specifică de măcinare;
— uzura elementelor active ale morii;
— costurile de investiţii şi întreţinere.

În ceea ce priveşte focarul, interesează:
— debitul cazanului;
— dimensiunile generale şi forma focarului;
— timpul de staţionare în focar a particulelor de combustibil care este în legătură cu fineţea de măcinare a prafului;
— tipul arzătorului;
— gradul de recirculaţie al gazelor de ardere în zona arzătoarelor;
— gradul de ecranare al focarului;
— modul de alimentare cu praf a cazanului (cu suflare directă sau cu buncăr intermediar).

Conţinutul de umiditate şi de materii volatile determină condiţiile de uscare ale combustibilului înainte de intrarea în moară (uscare cu aer încălzit sau gaze de ardere). Conţinutul de lignină produce neajunsuri în procesele de măcinare, mai ales atunci cînd trebuie să se obţină o fineţe de măcinare mai bună. Spargerea explozivă convine la toate tipurile de mori şi uşurează măcinarea. Referitor la coeficientul n, în mod obişnuit acesta trebuie să fie cît mai mare, pentru ca arderea să se efectueze în condiţii mai bune, întrucît granulaţia este mai uniformă.

Din parametrii focarului trebuie să rezulte fineţea de măcinare optimă ce trebuie să se obţină pentru ca aprinderea şi arderea combustibilului să se efectueze în bune condiţii.

Numai după stabilirea combustibilului şi a parametrilor menţionaţi, se va putea stabili tipul de moară cel mai adecvat. Pînă în prezent nu există o metodă ştiinţifică pe baza căreia să se poată face această alegere. Tipul de moară se stabileşte după anumite criterii empirice sau în conformitate cu recomandările firmelor constructoare, care de multe ori se bazează pe încercări de laborator sau pilot.

Recomandările cu caracter general pentru utilizarea tipului de moară sînt următoarele:

1. *Morile cu tambur şi bile* se utilizează de obicei pentru combustibili solizi cu conţinut de umiditate sub 15%, din cauza transmisiei de căldură reduse de la aerul cald la bile şi la combustibil, acest aer avînd o viteză redusă în tambur. Se recomandă pentru măcinarea huilelor rezistente la măcinare, precum şi a cocsului, a şisturilor etc. Ele au o posibilitate redusă de reglare şi o inerţie foarte mare, din care cauză sînt utilizate de preferinţă în schemele de alimentare cu buncăr intermediar.

Consumul specific de energie (kWh/t) este mare, deoarece trebuie să se ţină seama şi de consumul de energie al ventilatorului (18—38 kWh/t). De asemenea uzura este importantă (între 130 şi 180 g/t).

2. *Morile cu ciocane* pot fi utilizate pentru măcinarea cărbunilor bruni, precum şi a turbei, a huilelor şi a şisturilor. Ele sînt cele mai răspîndite în centralele mai vechi. Aceste mori sînt indicate pentru combustibilii cu umiditate redusă, la care uscarea este posibilă numai cu ajutorul aerului cald de transport, fără să fie nevoie de aspiraţia gazelor de ardere din cazan. În cazul cărbunilor umezi, moara se construieşte cu depresiune şi aspiraţie de gaze de ardere din focar.

Consumul specific de energie, ţinînd seama şi de puterea ventilatorului, este circa 7—25 kWh/t. De asemenea uzura specifică a ciocanelor este de 30—160 g/t.

3. *Morile-ventilator*, întrucît aspiră gaze din focar, sînt indicate pentru cărbunii foarte umezi. De asemenea, pentru că la refulare produc o suprapresiune, nu au nevoie de ventilator. Se utilizează în special pentru măcinarea cărbunilor bruni şi a ligniţilor cu umiditate pînă la 60% şi la care nu este necesară realizarea unei fineţe de măcinare prea mare. Ele se utilizează şi pentru huile cu coeficient de măcinare ridicat.

Consumul specific de energie se află între 4 şi 25 kWh/t. Uzura de măcinare pentru cărbunii cu conţinut ridicat de materii minerale abrazive este de 30—60 g/t. La moara-ventilator ICPET s-a găsit pentru şisturi bituminoase o uzură specifică de circa 30 g/t.

4. *Morile-ventilator cu ciocane pe aspiraţie* se utilizează cînd este necesară o fineţe de măcinare mai mare şi un efect de uscare mare cu ajutorul gazelor de ardere din focar. Cele trei-patru rînduri de ciocane efectuează o premăcinare, care micşorează uzura paletelor rotorului şi asigură o măcinare mai fină. Ele sînt indicate mai ales pentru ligniţii cu umiditate ridicată şi pentru combustibilii care conţin multă lignină.

Consumul specific de energie este de acelaşi ordin de mărime cu al morilor-ventilator. Uzura ciocanelor este mare, însă a paletelor rotorului este mai redusă faţă de morile-ventilator. Pe moara-pilot ICPET s-a găsit o uzură specifică de circa 80 g/t pentru şisturi bituminoase şi un consum specific de energie de circa 14 kWh/t.

5. *Morile de strivire cu bile* se utilizează pentru combustibilii care se macină greu şi pentru care este necesară o fineţe de măcinare mai mare. Ele sînt adecvate pentru toate huilele cu o umiditate sub 20%.

Atît consumul specific, cît şi uzura specifică sînt relativ mici, ţinînd seama de viteza de rotaţie redusă. Bilele uzîndu-se uniform, se adaugă în plus altele cu diametru mai mic pe calea de rulare corespunzător intervalelor create, ceea ce măreşte timpul de funcţionare. Pentru morile de putere mare, bilele sînt goale în interior. Aceste mori se construiesc etanşe pentru suprapresiuni. În cazul cînd presiunea aerului nu este suficientă, se amplasează înaintea morii o suflantă, care este acţionată fie de motorul morii, fie de un motor separat.

În literatură, consumul acestei mori se apreciază la 10—14 kWh/t, iar uzura la 30—130 g/t.

6. *Morile cu role (valţuri)* sînt mori care funcţionează ca şi moara cu bile. Acest tip de moară este indicat pentru cele mai dure huile şi pentru cărbunii cu mult balast. După ce s-au uzat, rolele sînt aduse la dimensiunile iniţiale prin depunerea de sudură.

Nr. crt.	PARAMETRUL / TIPUL MORII	Finețea de măcinare		Consum specific de energie		Uzura specifică		Model de alimentare cu praf		Conținut de cenușă		Conținut de apă superficială		Conținut de lignină		Conținut de materiale volatile		Coeficient de măcinabilit.		Felul sfărîmării		Observații
		%		kWh/t		g/t		—		%		%		—		%		—		—		
		<50	>	<15	>15	<50	>50	Sufl. direct.	Bunc. inter.	<30	>30	<15	>15	Are	Nu are	<10	>10	<1	>1	Explo-ziva	Cvasi-plast.	
1.	Moară cu tambur și bile																					—
2.	Moară cu ciocane																					Se poate folosi și la cărbuni cu un cont. de m.v. >10 dacă uscarea se face cu gaze
3.	Moară ventilator																					Se folosește la cărbunii cu un cont. de m.v. >10 dacă uscarea se face cu gaze
4.	Moară ventilator cu ciocane																					Idem
5.	Mori cu strivire (valțuri)																					—

Diagrama 1

Consumul specific este de circa 10—14 kWh/t, iar uzura de 30—130 g/t.

7. *Morile cu role pendulare* funcționează, în principiu, ca și morile cu role. Pe calea de rulare (taler) se rotesc 2—3 role pendulare. Acest tip de moară este fabricat de firmele „Losche" și „Kohlenscheidungs-Gesellschaft", Stuttgart.

Pentru cazul utilizării schemei de alimentare cu insuflare directă, suflanta trebuie instalată între moară și arzător, ceea ce produce suflantei o uzură importantă. Aceste mori sînt indicate pentru măcinarea unor huile relativ puțin rezistente la măcinare și cu conținut de apă nu prea mare.

Consumul specific de energie este 10—14 kWh/t la o uzură de 30—35 g/t.

Pe baza celor prezentate s-a întocmit diagrama 1, cu ajutorul căreia se pot selecta tipurile de mori care ar putea fi utilizate pentru un anumit combustibil solid. De exemplu, pentru un combustibil solid cu un conținut de cenușă de circa 35%, un conținut de apă superficială de circa 10%, un conținut de materii volatile de circa 9%, un coeficient de măcinabilitate de 1,03, care nu conține xilită și se sparge exploziv, și pentru o finețe de măcinare de $R_{90} = 40\%$, corespund două mori, și anume moara cu tambur și bile și moara-ventilator cu ciocane. Se menționează că finețea de măcinare este determinată în funcție de parametrii focarului.

Pentru ghidare în alegerea morii optime, se propune calculul unui coeficient de selectare (Kgl) care înglobează toate efectele parametrilor mai importanți ai morilor și care se calculează cu relația

$$Kgl = N[U \cdot E \cdot C_E + A + C_{uz} + SC_s] \text{ [lei/t]},$$

unde

N este numărul de mori,
E — consumul specific de energie al instalației de măcinare (moară și ventilator) (kWh/t),
C_E — costul energiei electrice consumate (lei/kWh),
A — costul de amortizare al instalației de măcinare (lei/t),
C_{uz} — costul de întreținere, care cuprinde și costul elementelor de uzură înlocuite (lei/t),
S — spațiul ocupat în centrală de instalația de măcinare (m^2/t),
C_s — costul spațiului, care cuprinde și costul amenajărilor necesare (lei/m^2).
U — procent total de nearse mecanice (%).

Parametrii enumerați se determină pentru aceleași condiții, adică pentru aceeași finețe de măcinare stabilită pentru cazanul respectiv.

În cazul în care nu se dispune de toate datele de mai sus, se propune calculul unui coeficient de selectare orientativ:

$$K_0 = NU_z \cdot U \cdot E \cdot [\text{kWh g/t}^2],$$

în care U_z reprezintă uzura specifică a elementelor active ale morii în (g/t).

Aplicînd această relație în cazul șisturilor bituminoase pentru o finețe de măcinare $R_{90} = 40\%$, s-au găsit valorile din tabela 1.

Tabela 1

Nr. crt.	Tipul morii	K_0(kWh g/t^2)
1	Moară cu ciocane	13 550
2	Moară-ventilator	8 000
3	Moară-ventilator cu ciocane	7 900
4	Moară cu strivire	2 250

Se observă că cea mai avantajoasă în cazul de faţă este moara cu strivire. Se precizează că valorile lui E, U_z şi U din prospecte sînt date pentru diferite finețe de măcinare (R_{90}).

Înainte de a fi introduse în relațiile propuse, aceste valori trebuie să fie convertite pentru aceeaşi finețe de măcinare ($R_{90} = 40\%$).

CALCULUL TEMPERATURILOR ÎN CAZANELE DE ABUR LA FUNCȚIONARE CU SARCINI PARȚIALE

ȘTEFAN GHEORGHIU

621.181

Se prezintă o metodă de calcul a temperaturilor în cazanele de abur cu circulație naturală în ipoteza unei scheme termice obișnuite simplificate. La aplicarea metodei de calcul propuse este necesar calculul termic al cazanului de abur la sarcina nominală.

1. INTRODUCERE

Dintre temperaturile fluidelor care circulă în cazanele de abur a funcționare cu sarcini parțiale, sînt de semnalat:

— temperatura de evacuare a gazelor de ardere, necesară atît la calculul randamentului, η, și deci a debitului de combustibil, B, cît și pentru aprecierea pericolului de coroziune la joasă temperatură în cazul folosirii combustibililor cu conținut ridicat de sulf;

— temperatura teoretică a focarului și temperatura gazelor de ardere la ieșire din focar între care se află cuprinsă temperatura focarului, care este unul dintre factorii care determină timpul de ardere al particulei de combustibil și, legat de acesta, pierderea de căldură prin particule solide nearse de combustibil, h_s;

— temperatura de ieșire din economizor a apei, t_e, necesară la calculul circulației în sistemul fierbător al cazanului.

Calculul termic al cazanelor necesită, atît în cazul sarcinei nominale, cît și al celei parțiale, cunoașterea prealabilă a unor date inițiale de calcul, ca pierderile de căldură, coeficienții de exces de aer și coeficienții de murdărire a suprafețelor de încălzire. În cazul de față, aceste date se presupun cunoscute, ca fiind determinate în prealabil în funcție de sarcina m a cazanului pe baze teoretice și statistice.

Este de observat cu privire la temperatura de evacuare a gazelor de ardere, t_{ev}, că, în cazul calculului la funcționare cu sarcini parțiale, o abatere $\Delta\eta$ a randamentului față de valoarea sa corectă, η, produce

erori, ε, de sens invers asupra debitului de combustibil şi asupra temperaturii de evacuare a gazelor de ardere, dar că aceste două erori, produse de aceeaşi cauză, diferă între ele foarte mult.

Se notează

$$\eta = 1 - h_s - h_q - h_u - h_a - h_{ev},$$

$$q_d = H_i + c_B(t_B - t_u) + (1 - h_s)\, L_0 n_L c_{L1.tu}(t_{L1} - t_u),$$

cu observaţia că influenţa pierderii de căldură, h_s (în expresia de mai sus a căldurii disponibile, q_d, singura mărime care depinde de sarcina m a cazanului) este atît de mică, încît în mod practic q_d se consideră independent de sarcină. În domeniul de sarcină a cazanului, în care temperatura de ieşire a aburului supraîncălzit, t, din cazan este constantă, debitul de combustibil variază invers proporţional cu randamentul. Unei abateri $\Delta\eta$ *a* randamentului faţă de valoarea sa corectă, η, îi corespunde o abatere ΔB a debitului de combustibil faţă de valoarea sa corectă, B, şi deci unei erori

$$\varepsilon_B = \frac{\Delta B}{B} = -\frac{\Delta\eta}{\eta + \Delta\eta} = \text{apr.} - \frac{\Delta\eta}{\eta}.$$

Dacă în expresia entalpiei gazelor de ardere i_{ev}, la evacuarea din cazan :

$$i_{ev} = i_{nev.t_u} + \frac{q_d}{1 - h_s} h_{ev},$$

în care $i_{nev.t_u}$, reprezintă entalpia gazelor de ardere avînd excesul de aer n_{ev} corespunzător evacuării gazelor de ardere din cazan şi temperatura mediului exterior t_u, se înlocuieşte h_{ev} prin valoarea sa dedusă din expresia de mai sus a randamentului η, se obţine o ecuaţie de forma

$$i_{ev} = C_1 - C_2\eta,$$

întrucît, pentru o sarcină m dată, $i_{nev.t_u}$, q_d şi pierderile de căldură în afară de h_{ev} sînt constante. Unei abateri $\Delta\eta$ a randamentului îi corespunde o abatere Δt_{ev} a temperaturii gazelor de ardere t_{ev} corespunzătoare entalpiei i_{ev} şi deci o eroare

$$\varepsilon_{iev} = \frac{\Delta i_{ev}}{i_{ev}} = -\frac{C_2\Delta\eta}{C_1 - C_2\eta}.$$

Ca exemplu, pentru aceeaşi abatere $\Delta\eta$ egală cu 0,0075, eroarea ε_B, calculată pentru $\eta = 0{,}91$, este egală cu $-0{,}825\%$, în timp ce eroarea ε_{iev}, calculată pentru combustibili diferiţi şi pentru $\eta = 0{,}89 \ldots 0{,}93$, este de ordinul -10%.

În cazul funcționării la sarcini parțiale, din întregul domeniu posibil de funcționare al cazanelor care alimentează turbine de abur, este important în mod deosebit domeniul cuprins între sarcina nominală și sarcina minimă pînă la care temperatura de supraîncălzire a aburului se menține constantă la valoarea nominală. Această din urmă sarcină, notată cu x, se va numi în continuare „sarcină minimă". În lucrarea de față se cercetează numai acest domeniu.

2. IPOTEZE DE CALCUL

Se prespune cazanul ca fiind de tipul celui cu circulație naturală în sistemul fierbător și fără supraîncălzirea intermediară a aburului. Se neglijează căderile de presiune în circuitele apă-abur și gaze de ardere, ca și purjarea apei din sistemul fierbător. În figura 1 se arată schema termică simplificată a cazanului de abur cercetat, al cărui supraîncălzitor de abur se consideră realizat în două trepte, între care este dispus regulatorul de temperatură funcționînd pe principiul răcirii aburului prin injecție de apă. Se face ipoteza simplificatoare că supraîncălzitorul de abur este amplasat în întregime după sistemul fierbător și că nu primește căldură prin radiație din focar. Această ipoteză introduce în calculul temperaturii t_F o eroare în cazurile în care supraîncălzitorul primește o parte din căldură prin radiație din focar. Se mai presupune că preîncălzitorul de aer este dispus în întregime după economizor și că supraîncălzitoarele de abur, economizorul și preîncălzitorul de aer sînt de tipul recuperativ, cu circulația fluidelor în contracurent și construite din țevi netede. Se admite că în preîncălzitorul de aer nu au loc pătrunderi de

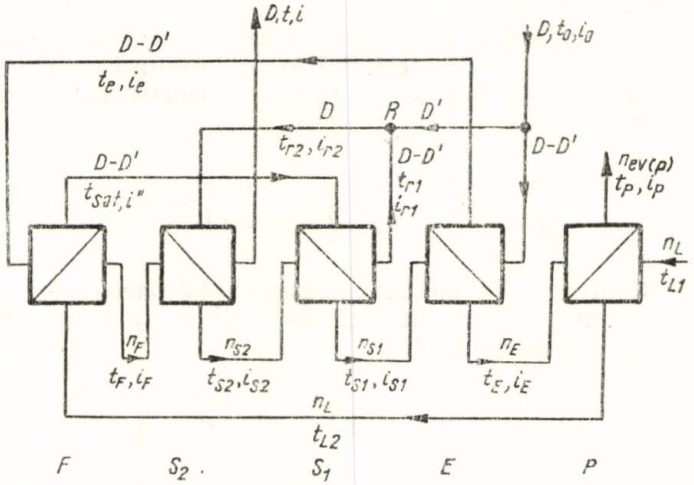


Fig. 1. — Schema termică simplificată a cazanului de abur.

aer în gazele de ardere și că la ieșirea din sistemul fierbător aburul este complet uscat. Se neglijează murdărirea suprafețelor de încălzire. În figura 1 temperaturile t_0, t_{L1}, t și presiunea din circuitul apă-abur se presupun cunoscute ca date inițiale de calcul.

3. METODA DE CALCUL

În principiu această metodă are la bază :

— raportarea unor mărimi de calcul la valoarea corespunzătoare funcţionării la sarcina nominală, în care scop este necesar să se dispună de calculul termic al cazanului la sarcina nominală ;

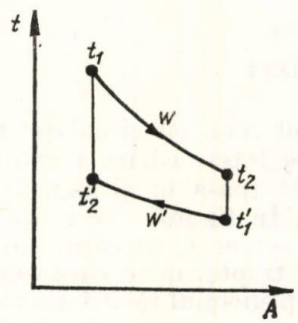


Fig. 2. — Diagrama temperaturilor fluidelor într-un schimbător de căldură recuperativ cu circulaţia în contracurent.

— modul de calcul al temperaturilor de intrare şi ieşire a celor două fluide care străbat schimbătoarele de căldură ale cazanului de la ieşirea gazelor de ardere din focar pînă la evacuarea acestora din cazan cu ajutorul ecuaţiilor generale ale schimbătoarelor de căldură [1]. În figura 2 se arată diagrama temperaturilor fluidelor unui asemenea schimbător de căldură ;

— unele aproximaţii care se consideră că nu micşorează precizia calculului în mod însemnat.

În ecuaţiile generale menţionate mai sus se neglijează pierderea de căldură, h_u, către mediul exterior. Eroarea produsă prin această aproximaţie este apreciată în anexă (1). În aceste ecuaţii intră mărimile W, W', k şi A, sub formele

$$\frac{W}{W'},\ e^{v},\ y = -\left(1 - \frac{W}{W'}\right)^{\frac{kA}{W}}.$$

Pentru fluidele care circulă prin schimbătoarele de căldură ale cazanelor aşa cum se arată în figurile 1 şi 2, mărimile $W = Mc$ şi $W' = M'c'$ sînt determinate de

$$M = (1 - h_s)\,BV, \quad \text{cu} \quad V = V_0 + \left(\frac{(n_1 + n_2}{2} - 1\right) L_0,$$

$$M' = M_L = (1 - h_s)\,Bn_L L_0 \quad \text{şi} \quad c' = c_L,$$

$$M' = M_E = D - D' \quad \text{şi} \quad c' = c_E,$$

$$M' = M_{S1} = D - D' \quad \text{şi} \quad c' = c_{S1},$$

$$M' = M_{S2} = D \quad \text{şi} \quad c' = c_{S2},$$

iar coeficientul k din exponentul y este determinat de coeficienții de convecție termică α și α', care se exprimă, conform [1], prin

$$\alpha = C_3 T^{0.25} w_0^{0.61},$$
$$\alpha' = \alpha_L = [C_4 + f_L(t_L)]\, w_{L_0}^{0.75},$$
$$\alpha' = \alpha_S = [C_5 + f_S(t_S)]\, w_{S_0}^{0.75},$$

ca și de coeficientul de radiație termică α_r a gazelor de ardere. Pentru o prezentare mai ușoară a metodei de calcul, deocamdată nu se va ține seama de α_r, modul în care acesta intervine în calculul coeficientului k urmînd a se prezenta mai departe. În cele trei relații de mai sus, w_0 și w_{L_0} depind de M, respectiv de M_L, deci sînt funcții de B, iar w_{S0} depinde de $D - D'$, respectiv de D.

Din bilanțul de căldură al cazanului la sarcină nominală, la sarcină parțială și cu $D = mD_N$, rezultă

$$B = B_N m \frac{\eta_N}{\eta}. \tag{1}$$

Cu aceste relații și raportînd debitele M, M' și coeficienții α, α', la valorile nominale respective M_N, M'_N, α_N, α'_N, ținînd seama de ecuația (1), făcînd aproximațiile $c = c_N$, $c' = c'_N$, iar în expresiile coeficienților de convecție termică $T = T_N$, $t_L = t_{LN}$, $t_s = t_{sN}$, ale căror erori sînt apreciate în anexă (2), și observînd că secțiunea de trecere a fluidelor în schimbătoarele de căldură este constantă, se deduce

$$W = W_N \frac{1 - h_s}{1 - h_{sN}} \frac{V}{V_N} m \frac{\eta_N}{\eta} \tag{2}$$

$$W_L = W_{LN} \frac{1 - h_s}{1 - h_{sN}} \frac{n_L}{n_{LN}} m \frac{\eta_N}{\eta}, \tag{3}$$

$$W_E = W_{EN} \frac{mD_N - D'}{D_N - D'_N}, \tag{4}$$

$$W_{S1} = W_{S1N} \frac{mD_N - D'}{D_N - D'_N}, \tag{5}$$

$$W_{S2} = W_{S2N}\, m, \tag{6}$$

$$\alpha = \alpha_N \left(\frac{1 - h_s}{1 - h_{sN}} \frac{V}{V_N} m \frac{\eta_N}{\eta} \right)^{0.61}, \tag{7}$$

$$\alpha_L = \alpha_{LN}\left(\frac{1-h_s}{1-h_{sN}}\,\frac{n_L}{n_{LN}}\,m\,\frac{\eta_N}{\eta}\right)^{0,75}, \tag{8}$$

$$\alpha_{S1} = \alpha_{S1N}\left(\frac{m\,D_N - D'}{D_N - D'_N}\right)^{0,75}, \tag{9}$$

$$\alpha_{S2} = \alpha_{S2N}\,m^{0,75}. \tag{10}$$

Ecuațiile (7) și (8) sînt valabile pentru cazul circulației gazelor de ardere în exteriorul țevilor, iar a aerului în interiorul lor; în cazul invers, exponenții acestor ecuații se inversează. Din aceste relații rezultă că, pentru o sarcină m dată, y depinde numai de η, iar pentru economizor și supraîncălzitorul S_1 și de D'. În calculul exponentului y se face aproximația $\eta = \eta_N$. Erorile acestei aproximații sînt apreciate în anexă (3).

Observînd diagrama temperaturilor (fig. 2), ecuațiile generale ale schimbătoarelor de căldură care se folosesc sînt [1]

$$\frac{t_1 - t_2}{t_1 - t'_1} = \frac{1 - e^y}{1 - \dfrac{W}{W'}\,e^y}, \tag{11}$$

$$\frac{t_1 - t'_2}{t_1 - t'_1} = \frac{1 - \dfrac{W}{W'}}{1 - \dfrac{W}{W'}\,e^y}, \tag{12}$$

precum și

$$\frac{t_2 - t'_1}{t_2 - t'_2} = \frac{\left(1 - \dfrac{W}{W'}\right)e^y}{e^y - \dfrac{W}{W'}}. \tag{13}$$

În anexă (4) se arată deducția ecuației (13).

Aplicarea metodei s-ar putea face fără vreo dificultate dacă în expresiile echivalenților în apă W_E, W_{S1} s-ar cunoaște dependența debitului de apă D' necesar reglării temperaturii aburului supraîncălzit de sarcina m a cazanului. În cazul economizorului și supraîncălzitorului $S1$, echivalenții în apă W_E și W_{S1} depind, conform ecuațiilor (4) și (5), de debitul de apă de reglare D', deci și raportul W/W' din ecuațiile (11), (12) și (13) depinde de D'. Întrucît D' depinde de sarcina minimă x, care este necunoscută, se face aproximația

$$D' = 0{,}5\,D'_N.$$

Eroarea produsă de această aproximație asupra raportului W/W' și asupra expresiei $1 - W/W'$ se apreciază în anexă (5).

4. CALCULUL DEBITULUI D' DE APĂ DE REGLARE ÎN FUNCȚIE DE SARCINĂ

Deoarece debitul de apă D' depinde de diferența de temperatură $t_{r1} - t_{r2}$, care crește de la 0 la $t_{r1N} - t_{r2N}$ cînd sarcina m crește de la sarcina minimă x la sarcina nominală, este necesară cunoașterea sarcinii

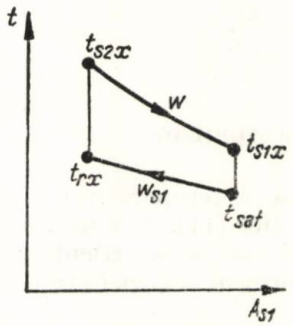


Fig. 3. — Diagrama temperaturilor fluidelor în supraîncălzitorul $S1$ pentru sarcina minimă x.

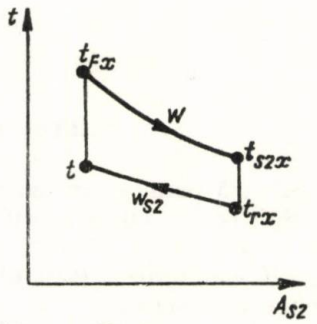


Fig.4. — Diagrama temperaturilor fluidelor în supraîncălzitorul $S2$ pentru sarcina minimă x.

minime x. Se prezintă mai jos un calcul simplificat al acesteia. Se face aproximația

$$t_{rx} = 0{,}5\ (t_{r1N} + t_{r2N}).$$

Aprecierea erorii introduse de această aproximație se arată în anexă (6). Se alege pentru x o valoare arbitrară, dar presupusă a fi mai mare decît valoarea căutată, x. Cu $D' = O$ și W corespunzător sarcinii alese x se calculează pentru supraîncălzitorul S_1 (fig. 3) $t_{S2x1} = t_1$ cu ajutorul ecuației (12), în care $t'_1 = t_{sat}$ și $t'_2 = t_{rx}$ se cunosc, iar pentru supraîncălzitorul S_2 (fig. 4) $t_{S2x2} = t_2$ cu ajutorul ecuației (13), în care $t'_1 = t_{rx}$ și

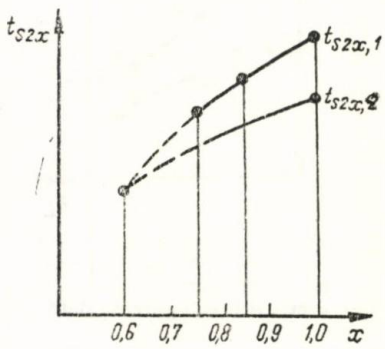


Fig. 5. — Curbele t_{S2x1} și t_{S2x2} în funcție de sarcina minimă x.

$t'_2 = t$ se cunosc. Valoarea x fiind aleasă arbitrar, $t_{S2x1} \neq t_{S2x2}$. Se face acest calcul pentru trei valori x arbitrare astfel alese. Se construiesc curbele $t_{S2x1} = f(x)$ și $t_{S2x2} = f(x)$, așa cum se arată în figura 5; la

intersecţia acestor două curbe se găseşte punctul ale cărui coordonate sînt x, t_{S2x}. La aplicarea ecuaţiilor (12) şi (13), coeficientul de radiaţie termică α_r necesar calcului coeficientului k se calculează conform anexei (7).

Se admite o variaţie liniară a debitului de apă D' cu sarcina m a cazanului. Deoarece pentru $m = x$, $D' = 0$ şi pentru $m = 1$, $D' = D'_N$:

$$D' = D'_N \frac{m - x}{1 - x}. \tag{14}$$

5. CALCULUL TEMPERATURILOR

Se calculează pentru sarcina minimă x temperatura t_{S1x} din supraîncălzitorul S_1 (fig. 3) cu ajutorul ecuaţiei (11), temperatura t_{S2x} fiind determinată la punctul 4. Pentru aceeaşi sarcină se calculează apoi temperatura t_{ex} din economizor (fig. 6) cu ajutorul ecuaţiei (12), temperatura t_{S1x} fiind acum cunoscută.

Se admite o variaţie liniară a temperaturii t_e cu sarcina m a cazanului. Deoarece pentru $m = x$, $t_e = t_{ex}$ şi pentru $m = 1$, $t_e = t_{eN}$:

$$t_e = t_{ex} + (t_{eN} - t_{ex}) \frac{m - x}{1 - x}. \tag{15}$$

La aplicarea ecuaţiei (12), coeficientul de radiaţie termică α_r, necesar calculului coeficientului k se calculează conform anexei (8).

Pentru o sarcină dată m, temperatura t_E(fig. 6), care în cazul lipsei preîncălzitorului de aer este temperatura de evacuare, t_{ev}, a gazelor de ardere din cazan, se calculează cu ajutorul ecuaţiei (13), temperaturile t_0 şi t_e fiind cunoscute, iar α_r se calculează conform anexei (8).

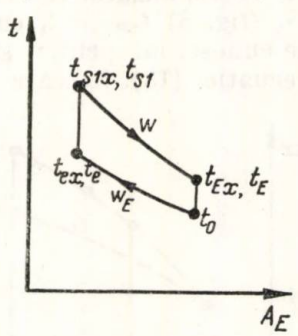


Fig. 6. — Diagrama temperaturilor fluidelor în economizor pentru sarcina minimă x. respectiv pentru o sarcină dată m.

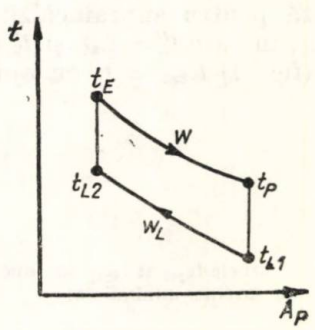


Fig. 7. — Diagrama temperaturilor fluidelor în preîncălzitorul de aer pentru o sarcină dată m.

Temperatura t_E fiind astfel determinată, iar temperatura t_{L1} fiind cunoscută în preîncălzitorul de aer (fig. 7), se calculează cu ajutorul e uaţiei (11) pentru sarcina m temperatura t_P, care este temperatura de evacuare, t_{ev}, a gazelor de ardere din cazan.

Pentru aceeași sarcină m, temperaturile t_{L2}, t_{S1}, t_{S2}, t_r, t_F și t se calculează în același fel în mod succesiv, în ordinea E, P, S_1, S_2, după cum se arată schematic în figura 8, cu ajutorul ecuației (11) și (13)

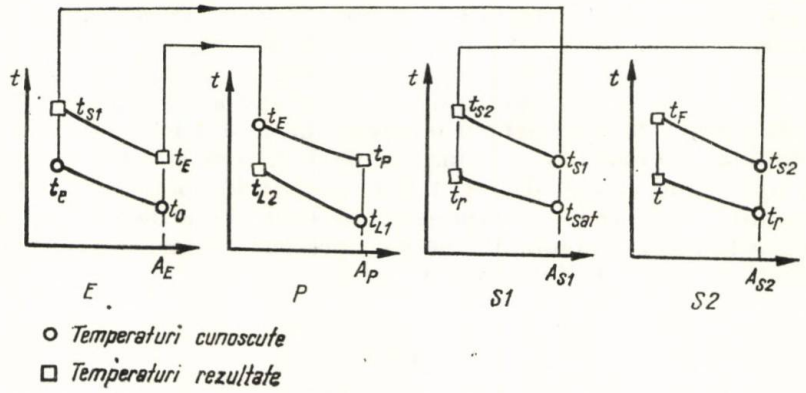


Fig. 8. — Schema succesiunei diagramelor temperaturilor fluidelor pentru calculul acestor temperaturi.

aplicate schimbătoarelor de căldură respective în mod corespunzător. Coeficientul α_r, necesar determinării coeficientului k în S_1 și S_2, se calculează conform anexei (7).

Din entalpia teoretică a focarului pentru sarcina m :

$$i_{F0} = i_{nF.\,tu} + \left(\frac{1 - h_s - h_g - h_{uF}}{1 - h_s}\right) q_d + n_L L_0 c_{L1.L2}(t_{L2} - t_{L1}),$$

rezultă temperatura teoretică, t_{F_0}, a focarului. Din bilanțul termic al sistemului fierbător pentru sarcina m :

$$(1 - h_s)(i_{F0} - i_F)\, B = (D - D')\,(i'' - i_e),$$

în care entalpia i_e corespunde temperaturii t_e, se află entalpia i_F, căreia îi corespunde temperatura t_F a gazelor de ardere la ieșire din sistemul fierbător, dacă se folosește ecuația (1) și expresia randamentului η în funcție de pierderile de căldură, pierderea de căldură h_{ev} fiind

$$h_{ev} = \frac{1 - h_s}{q_d}\,(i_{ev} - i_{nev.\,tu}),$$

în care i_{ev} corespunde temperaturii t_{ev}.

Ca verificare, temperatura t_F, calculată din ecuația schimbătorului de căldură S_2, trebuie să coincidă cu temperatura t_F, care rezultă din ecuația de bilanț termic al focarului, iar temperatura aburului t, calculată din ecuația aceluiași schimbător de căldură, trebuie să coincidă cu temperatura t dată inițial.

6. CONCLUZII

Pentru cazane de abur cu circulaţie naturală în sistemul fierbător prevăzute cu procedeu de reglare a temperaturii de supraîncălzire a aburului prin injecţie, se calculează mai întîi debitul de apă de reglare în funcţie de sarcina parţială m a cazanului şi de sarcina minimă x a acestuia, în care scop se prezintă un calcul simplificat al sarcinii minime x. Se calculează apoi pentru o sarcină dată m a cazanului, cuprinsă între sarcina nominală şi sarcina minimă x, temperaturile gazelor de ardere, a aburului, a apei şi a aerului în toate schimbătoarele de căldură ale cazanului de abur în presupunerea că se dispune de calculul termic al acestuia la sarcina nominală. Se fac aprecieri asupra erorilor, pe care aproximaţiile făcute le introduc în calcul.

ANEXĂ

1. După [1], considerarea pierderii de căldură, h_u, către mediul exterior se face micşorînd echivalentul în apă al fluidului cald de la valoarea sa, W, la $W(1 - h_u)$. Pentru $h_u \leqslant 0{,}0025$, valoare obişnuită în cazul cazanelor de abur, erorile ce se obţin la calculul temperaturii t_2, dacă se neglijează h_u, sînt mai mici decît 0,1 %.

2. Variaţia în funcţie de temperatură a căldurilor specifice medii c, c' în zona de variaţie a acestei temperaturi este cu totul neglijabilă.

Aproximaţia făcută asupra temperaturii T în zona de variaţie a acestei temperaturi conduce la erori de ordinul de mărime 1,5 %. Aproximaţia făcută asupra temperaturilor t_L şi t_S în zonele de variaţie a acestor temperaturi conduce la erori neglijabile asupra funcţiilor $f_L(t_L)$ şi $f_S(t_S)$, avînd în vedere expresia acestor funcţii.

3. Notînd în cazul preîncălzitorului de aer

$$-\left(1 - \frac{W}{W'}\right) = C_6 \frac{\eta}{\eta_N}$$

şi cu C_7 şi C_8 factorii din ecuaţiile (7) şi respectiv, (8) care nu depind de η_N/η, expresia exponentului y devine

$$y = A \frac{C_6 C_7 C_8 \left(\frac{\eta_N}{\eta}\right)^{0,36}}{C_7 \left(\frac{\eta_N}{\eta}\right)^{0,61} + C_8 \left(\frac{\eta_N}{\eta}\right)^{0,75}} \sim A \frac{C_6 C_7 C_8}{C_7 + C_8} \left(\frac{\eta}{\eta_N}\right)^{0,32}.$$

Pentru o abatere $\Delta\eta = 0{,}0075$ şi o valoare $\eta = 0{,}91$, adică o abatere procentuală a randamentului de $0{,}0075/0{,}91 = 0{,}825\,\%$, corespunde o eroare $\varepsilon_y = 0{,}22\,\%$.

În același mod, în cazul economizorului și al supraîncălzitorului de abur S_1, pentru o valoare constantă a debitului D', notînd

$$1 - \frac{W}{W'} = C_9 - C_{10}\frac{\eta}{\eta_N},$$

$$k = C_{11}\left(\frac{\eta_N}{\eta}\right)^{0,61},$$

expresia exponentului y devine

$$y = A\left[C_{12}\left(\frac{\eta}{\eta_N}\right)^{-0,61} - C_{13}\left(\frac{\eta}{\eta_N}\right)^{0,39}\right].$$

Pentru $m = 0,7$ și pentru aceeași abatere procentuală a randamentului de 0,825 %, se obține o eroare $\varepsilon_y = 0,35$ %.

4. Eliminînd t_1 din ecuația (12) și din ecuația

$$(t_1 - t_2)\,W = (t_2' - t_1')\,W'$$

și grupînd diferiții termeni ai ecuației astfel obținute, rezultă ecuația (13).

5. Din ecuațiile (4) și (5) rezultă

$$\frac{W}{W'} = \frac{D_N - D_N'}{W_N'}\cdot\frac{W}{mD_N - D'},$$

$$1 - \frac{W}{W'} = \frac{(mD_N - D')W' - (D_N - D_N')W}{(mD_N - D')W_N'},$$

în care D_N, D_N', W_N' sînt constante.

Pentru date constructive obișnuite, comparînd cu o dependență liniară între D' și sarcina minimă necunoscută x:

$$D' = \frac{m - x}{1 - x}D_N'$$

se obțin pentru $x = 0,6$ următoarele erori în raport cu dependența aproximativă $D' = 0,5\,D_N'$:

— în cazul $m = 0,8$, pentru W/W' și pentru $1 - W/W'$, $\varepsilon = 0$;

— în cazul $m = 0,6$, pentru W/W', $\varepsilon = 4,25$ %, iar pentru $1 - W/W'$, $\varepsilon = 3,2$ %.

6. Pentru valori uzuale ale temperaturii aburului $t_{r1N} = 450\ldots 500$°C și $t_{r1N} - t_{r2N} = 30$°C, deci $t_{r2N} = 420\ldots 470$°C, dacă t_{rx} ar avea la limită

valorile t_{r1N}, respectiv t_{r2N}, erorile faţă de valoarea $t_{rx} = 0{,}5\ (t_{r1N} + t_{r2N}) = 435 \ldots 485°C$ vor fi:

— pentru cazul $t_{r1N} = 450°C$ şi t_{r1N}, $\varepsilon = -3{,}33\,\%$;
— „ „ „ = „ t_{r2N}, $\varepsilon = +3{,}56\,\%$;
— „ „ $t_{r1N} = 500°C$ „ t_{r1N}, $\varepsilon = -3{,}00\,\%$;
— „ „ „ „ t_{r2N}, $\varepsilon = +3{,}19\,\%$.

Deoarece $t_{r2N} < t_{rx} < t_{r1N}$, erorile vor fi mult mai mici.

7. Utilizînd pentru q_{CO_2} şi q_{H_2O} expresiile [1] în funcţie de temperatura gazelor de ardere, de temperatura peretelui atins de ele şi de presiunea parţială a gazelor de ardere şi făcînd aproximaţia că t_p, p_{CO_2}, p_{H_2O} nu depind de sarcina m a cazanului, se deduc:

$$C_{14} = 8{,}9\ \varepsilon_p (ps)^{0{,}4}\ ;\quad C_{15} = \varepsilon_p (40 - 73\ ps)(ps)^{0{,}6},$$

$$C_{16} = 2{,}32 + 1{,}37\ (ps)^{1/3},$$

$$\alpha_r = \alpha_{rN} \frac{C_{14}\left[\left(\frac{T_G}{100}\right)^{3{,}2} - \left(\frac{T_{pN}}{100}\right)^{3{,}2}\left(\frac{T_G}{T_{pN}}\right)^{0{,}65}\right] + C_{15}\left[\left(\frac{T_G}{100}\right)^{C_{16}} - \left(\frac{T_{pN}}{100}\right)^{C_{16}}\right]}{C_{14}\left[\left(\frac{T_{GN}}{100}\right)^{3{,}2} - \left(\frac{T_{pN}}{100}\right)^{3{,}2}\left(\frac{T_{GN}}{T_{pN}}\right)^{0{,}65}\right] + C_{15}\left[\left(\frac{T_{GN}}{100}\right)^{C_{16}} - \left(\frac{T_{pN}}{100}\right)^{C_{16}}\right]} \times$$

$$\times \frac{T_{GN} - T_{pN}}{T_G - T_p}.$$

Temperaturile t_G şi t_p se aleg:
— pentru treapta S_1: $t_S = 0{,}5\ (t_{S_1} + t_{S_2})$, $t_{pN} = t_{pN1}$;
— „ „ S_2: $t_S = 0{,}5\ (t_{S_2} + t_F)$, $t_{pN} = t_{pN2}$.

Se poate admite în mod aproximativ pentru calculul coeficientului α_r următoarea dependenţă de sarcină m a temperaturilor t_{S_1}, t_{S_2}, t_F:

m	1,0	0,8	0,6
t_{S_1}/t_{S_1N}, t_{S_2}/t_{S_2N}, t_F/t_{FN}	1,0	0,93	0,82

8. Căldura transmisă în economizor prin radiaţia gazelor de ardere avînd o valoare redusă faţă de cea transmisă prin convecţie, se admite în mod aproximativ că transmiterea de căldură se face numai prin convecţie, în care scop se introduce un coeficient echivalent de convecţie termică:

$$\alpha_{ecv} = \alpha + \alpha_r,$$

a cărui dependenţă de T şi de w_0 este aceeaşi ca cea a coeficientului de convecţie termică α. Deci

$$\alpha_{ecv} = \alpha_{ecvN}\left[\left(\frac{1 - h_s}{1 - h_{sN}}\right)\frac{V}{V_N}m\right]^{0{,}61}.$$

SIMBOLURI

D — debit de abur;
B — debit de combustibil;
H_i — putere calorică inferioară;
L — cantitate de aer de ardere raportată la B;
V — cantitate de gaze de ardere raportată la B;
D' — debit de apă pentru răcirea aburului supraîncălzit;
η — randament;
m — sarcină;
x — sarcină minimă;
t, T — temperatura fluidului cald;
t' — temperatura fluidului rece;
i — entalpie specifică a gazelor de ardere raportată la B, a aburului și a apei;
i'' — entalpie specifică a aburului la starea de saturație;
n — coeficient de exces de aer;
h — pierdere de căldură raportată la căldura disponibilă;
W, W' — echivalent în apă a fluidului cald, respectiv rece;
M, M' — debit de fluid cald, respectiv rece;
c, c' — căldură specifică medie la presiune constantă a fluidului cald, respectiv rece;
α, α' — coeficient de convecție termică de la fluid la perete, respectiv de la perete la fluid;
k — coeficient global de transmitere a căldurii;
q — cantitate de căldură raportată la B sau la suprafața de încălzire și timp;
p — presiune;
w — viteza;
ε — factor energetic de emisie, eroare;
s — grosime a stratului de gaz radiant;
A — suprafață de încălzire;
F — sistem fierbător;
S — supraîncălzitor de abur;
E — economizor;
P — preîncălzitor de aer;
R — regulator de temperatură a aburului supraîncălzit;
C — constantă;
Δ — abatere, diferență;

INDICI

N — nominal;
1, 2 — intrare, respectiv ieșire; numărul de ordine a treptelor supraîncălzitorului de abur;
0 — teoretic, intrarea apei în E, corespunzător stării normale a gazului;
min — valoare minimă;
e — ieșirea apei din E;

d — disponibil;
s — particule solide nearse de combustibil;
g — gaze nearse în gazele de ardere;
u — mediu exterior;
a — evacuarea cenuşii;
ev — evacuarea gazelor de ardere;
ecv — echivalent;
r — radiaţie, regulator de temperatură;
p — perete, presiune constantă;
sat — saturat (abur);
B — combustibil;
L — aer;
E — apă;
S — abur;
F, S, E, P, n, x, Δ — corespunzător simbolurilor respective.

BIBLIOGRAFIE

1. A. SCHACK, *Der industrielle Wärmeübergang*, Düsseldorf, Verlag Stahleisen, 1957.

CONTRIBUȚII LA STUDIUL UTILIZĂRII ABURULUI EXTRAS DIN ETANȘĂRILE TERMINALE ALE TURBINELOR DE MARE PUTERE

DAN ANDREESCU

621.165:621.311.22

Se prezintă o analiză, în ansamblul ciclului, a recuperării energiei aburului extras din etanșările terminale ale turbinelor. Se urmărește stabilirea condițiilor în care recuperarea conduce la o zonă optimă din punctul de vedere al randamentului ciclului, precum și influența soluției constructive asupra pierderii de energie utilă. Metodica realizată și programată în limbaj FORTRAN permite analizarea rapidă a unui număr mare de variante. Se prezintă o aplicație numerică a metodei.

1. INTRODUCERE

Reducerea pierderilor datorită scăpărilor externe de abur se realizează și prin împărțirea etanșărilor terminale ale turbinei în regiuni, între care, din camerele de colectare, se extrage o anumită cantitate de abur, care se utilizează prin reintroducere în ciclu.

Pentru situația simplă, cu o singură cameră de colectare, variația presiunii în lungul etanșării este prezentată în figura 1. Cu notațiile din figura 1, în cazul unei etanșări fără extragere de abur, debitul care scapă în exterior este D_A, același în toate treptele etanșării, iar variația presiunii este prezentată calitativ prin linia întreruptă.

Pentru procesul cu o prelevare de abur se racordează treapta de labirint, definită prin punctul *1*, la o presiune mai scăzută decît cea din situația inițială, rezutînd debitul extras D_1. Avem, evident, relația $D_{A1} = D_1 + D_{12}$ (procesul trasat cu linie continuă).

Apar astfel două efecte contrare: pe de o parte debitul care intră în etanșare crește, $D_{A1} > D_A$, pe de alta debitul care scapă efectiv în exterior scade, $D_{12} < D_A$, diferența fiind debitul de extras. Se constată că, deși randamentul turbinei scade prin creșterea lui D_A, este posibil

ca randamentul global al ciclului să crească în condiţiile în care utilizarea lui D_1 are un efect util mai mare decît pierderea suplimentară de lucru mecanic prin mărirea lui D_A.

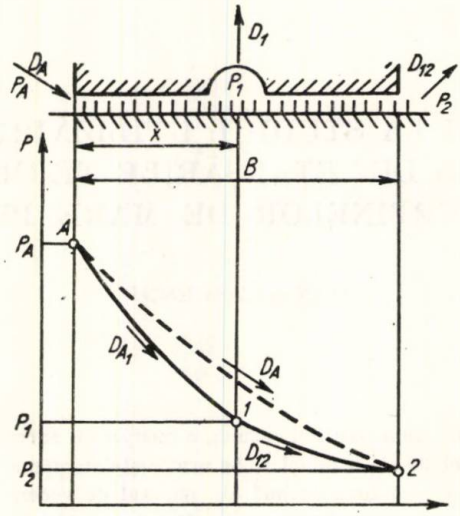


Fig. 1. — Procesul din etanşare.

În cele ce urmează se va analiza, în ansamblul ciclului, procesul de recuperare a energiei conţinute de aburul care scapă prin etanşările terminale ale turbinei.

Se urmăreşte :

1) stabilirea condiţiilor în care recuperarea conduce la o zonă optimă din punctul de vedere al randamentului ciclului ;

2) influenţa soluţiei constructive, în special a numărului de regiuni şi a numărului total de trepte de labirinţi, asupra pierderii de energie utilă.

Pentru a nu complica inutil calculele, analiza se va face pentru soluţiile de recuperare a energiei aburului prelevat din etanşări, care sînt cel mai des utilizate în centralele cu grupuri de mare putere. Astfel se consideră că aburul extras se reutilizează prin introducere în turbină şi prin trimitere în circuitul de preîncălzire a apei de alimentare. Totodată modul de calcul este astfel condus, încît să corespundă cel mai bine pentru etanşările corpului de Î.P. şi intrarea în M.P., acestea fiind locurile unde recuperarea poate să dea un efect notabil.

2. METODICA DE CALCUL

2.1. DATE INIŢIALE

Se consideră un număr total de trepte de labirinţi B, fiecare regiune avînd x, y, z,... trepte.

Sînt cunoscuţi toţi parametrii termodinamici ai ciclului care se includ în problemă, randamentul cazanului, randamentul generatorului

și randamentul ciclului calculat la bornele generatorului. Se neglijează efectele secundare care apar în ciclu. Se analizează pe rînd o etanșare cu patru regiuni și cu trei regiuni, luîndu-se în considerație numai partea de etanșare pînă la camera de colectare corespunzătoare ejectorului pentru labirinți. Notațiile sînt cele din figura 2.

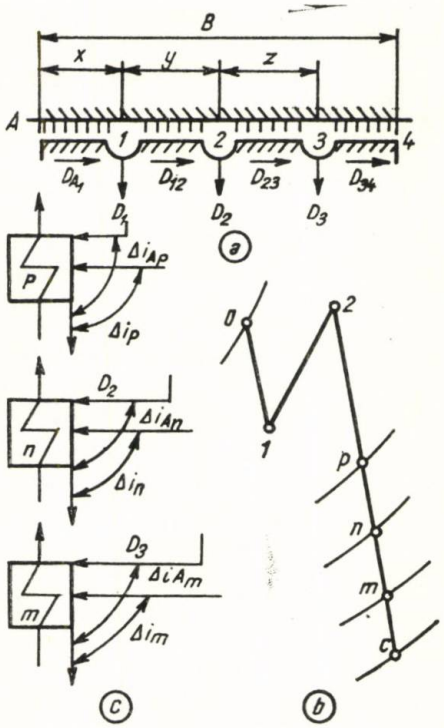


Fig. 2. — Notațiile referitoare la etanșare (*a*), la procesul din turbină, reprezentat în diagrama *i*—*s* (*b*) și la circuitul regenerativ (*c*).

Pentru rezolvarea problemei se va face un bilanț energetic raportat la o oră de funcționare la parametrii nominali și calculat la bornele generatorului. În acest bilanț va intra cu semnul minus lucrul mecanic pierdut, echivalent debitului orar D_{A1}, și cu semnul plus lucrul mecanic care se obține prin reutilizarea debitelor orare D_1, D_2, D_3. Deci expresia generală a bilanțului va fi

$$\Delta L = \eta_0 \left(\sum^{i} \Delta L_i - \Delta L_A \right) \quad [\text{kW}], \tag{1}$$

unde ΔL_i reprezintă lucrul mecanic obținut prin reutilizarea debitului orar D_i raportat la cupla turbinei cu generatorul, iar ΔL_A aceeași semnificație, dar pentru D_{A1}.

Lucrul mecanic recuperat, raportat la bornele generatorului, are semnul algebric minus, deci trebuie să se găsească condițiile pentru care $|\Delta L|$ ia valoarea minimă.

Întrucît la calculul etanşărilor se dispune de parametrii termodinamici ai ciclului şi care în orice caz nu se vor modifica din considerente de optimizare a etanşărilor, din multitudinea de variabile ale relaţiei (1) rămîn efectiv pentru optimizare numai :

— modul de reutilizare a debitelor prelevate ;

— numărul de regiuni ;

— repartizarea numărului de trepte pe regiuni pentru un număr total B dat. Deci determinarea lui (x, y, z) opt.

Se va prezenta în continuare modul de calcul al elementelor de bilanţ din relaţia (1).

2.2. PIERDEREA ΔL_A

În funcţie de locul etanşării se deosebesc următoarele trei situaţii importante din punctul de vedere al recuperării.

2.2.1. Etanşarea de la partea de admisie a C.I.P.

În acest caz, conform notaţiilor din figura 2, avem

$$\Delta L_{A1} = \frac{D_{A1}}{860} [(i_0 - i_1) + (i_2 - i_c) - (i_2 - i_1) \cdot \eta] \quad [\text{kW}], \tag{2}$$

unde

$$\eta = \frac{\eta_{\text{borne}}}{\eta_{\text{caz}} \cdot \eta_{\text{gen}}}.$$

Semnificaţia termenului $D_{A1}(i_2 - i_1)\,\eta$ constă în aceea că, prin pierderea debitului D_{A1}, acesta nu mai trece prin supraîncălzitor, deci rămîne disponibilă cantitatea de căldură $D_{A1}(i_2 - i_1)\,\eta_{\text{caz}}$, care, considerînd-o raportată la cupla turbinei cu generatorul, se înmulţeşte cu $\eta_{\text{borne}}/\eta_{\text{gen}}$.

2.2.2. Etanşarea de la partea de eşapare a C.I.P.

Analog rezultă

$$\Delta L_{A2} = \frac{D_{A1}}{860} [(i_2 - i_c) - (i_2 - i_1)\eta] \quad [\text{kW}]. \tag{3}$$

2.2.3. Etanşarea de la partea de admisie a C.M.P.

Şi aici rezultă analog

$$\Delta L_{A3} = \frac{D_{A1}}{860} (i_2 - i_c) \quad [\text{kW}]. \tag{4}$$

Relațiile (2), (3) și (4) se pot grupa într-o singură formulă :

$$\Delta L_A = \frac{D_{A1}}{860} [(i_0 - i_1)\, p + (i_2 - i_c) + (i_2 - i_1) \cdot \eta \cdot s] \quad [\text{kW}], \qquad (5)$$

în care cazurile prezentate se disting prin valorile date lui p și s. Astfel, cînd $p = 1$ și $s = 1$, rezultă ΔL_{A1}; cînd $p = 0$ și $s = 1$, rezultă ΔL_{A2} și, cînd $p = 0$ și $s = 0$, rezultă L_{A3}.

În final se poate scrie mai concis

$$\Delta L_A = C_A \cdot D_{A1}. \qquad (6)$$

2.3. RECUPERAREA ΔL_i

Și în acest caz apar mai multe variante.

2.3.1. Corp cu carcasă dublă

Recuperarea are loc chiar în turbină, prin amestecarea debitului de abur care scapă de la admisie spre evacuare prin interstițiul dintre carcase cu aburul eșapat.

Deci

$$\Delta L_{p1} = \frac{D_1}{860} [(i_2 - i_c) - (i_2 - i_0) \cdot \eta] = C_{p1} \cdot D_1 \quad [\text{kW}]. \qquad (7)$$

2.3.2. Recuperarea în circuitul de preîncălzire regenerativă

a) *Recuperarea în ultimul P.I.P. a debitului.* Pentru acest P.I.P. apare o situație specială, deoarece în majoritatea cazurilor este alimentat cu abur de la eșaparea C.I.P., după care urmează supraîncălzirea intermediară.

Conform notațiilor din figura 2, rezultă

$$\Delta L_{p2} = \frac{\Delta i_{Ap}}{860 \cdot \Delta i_p} \cdot [(i_2 - i_c) - (i_2 - i_1) \cdot \eta] \cdot D_1 = C_{p2} \cdot D_1 \quad [\text{kW}]. \qquad (8)$$

b) *Recuperarea într-un alt preîncălzitor.* În acet caz, pentru debitele extrase vom avea

$$\Delta L_{p3} = \frac{\Delta i_{Ap}}{860 \cdot \Delta i_p} (i_p - i_c) \cdot D_1 = C_{p3} \cdot D_1 \quad [\text{kW}]. \qquad (9)$$

În consecință, pentru recuperarea debitului D_1 apar trei variante, putîndu-se scrie în general

$$\Delta L_p = C_p \cdot D_1, \qquad (10)$$

unde C_p se calculează conform (7), (8) sau (9), în funcţie de variantă. Pentru D_2 şi D_3 rezultă

$$\Delta L_n = \frac{\Delta i_{An}}{860 \cdot \Delta i_n} \cdot (i_n - i_c) \cdot D_2 = C_n \cdot D_2, \tag{11}$$

$$\Delta L_m = \frac{\Delta i_{Am}}{860 \cdot \Delta i_m} \cdot (i_m - i_c) \cdot D_3 = C_m \cdot D_3. \tag{12}$$

Pe baza relaţiilor obţinute se trece la efectuarea bilanţului, şi aceasta în două variante, etanşare cu patru regiuni şi cu trei regiuni.

2.4. ETANŞAREA CU PATRU REGIUNI

Conform figurii 2 şi pe baza relaţiilor (6), (10), (11) şi (12) introduse în relaţia de bilanţ (1), rezultă

$$\frac{1}{\eta_g} \Delta L = C_m \cdot D_3 + C_n \cdot D_2 + C_p \cdot D_1 - C_A \cdot D_{A1}. \tag{13}$$

Dar $D_1 = D_{A1} - D_{12}$; $D_2 = D_{12} - D_{23}$; $D_3 = D_{23} - D_{34}$; înlocuind în (13), rezultă

$$\frac{1}{\eta_g} \cdot \Delta L = -C_1 \cdot D_{34} + C_2 \cdot D_{23} + C_3 \cdot D_{12} + C_4 \cdot D_{A1}, \tag{14}$$

unde

$$\begin{aligned} C_1 &= C_m; & C_3 &= C_n - C_p, \\ C_2 &= C_m - C_n; & C_4 &= C_p - C_A. \end{aligned} \tag{15}$$

Debitele prin fiecare regiune se pot exprima pe baza relaţiilor cunoscute:

$$\left.\begin{aligned} D_{34} &= 3{,}54 \cdot \mu_{34} \cdot \Phi_{34} \cdot \delta_{34} \cdot \sqrt{\frac{p_3^2 - p_4^2}{p_A \cdot v_A \cdot [B - (x + y + z)]}} = \\ &= C_6 \cdot [B - (x + y + z)]^{-\frac{1}{2}}, \\ D_{23} &= 3{,}54 \cdot \mu_{23} \cdot \Phi_{23} \cdot \delta_{23} \cdot \sqrt{\frac{p_2^2 - p_3^2}{p_A \cdot v_A \cdot z}} = C_7 \cdot z^{-\frac{1}{2}}, \\ D_{12} &= 3{,}54 \cdot \mu_{12} \cdot \Phi_{12} \cdot \delta_{12} \cdot \sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{p_A \cdot v_A \cdot y}} = C_8 \cdot y^{-\frac{1}{2}}, \\ D_{A1} &= 3{,}54 \cdot \mu_{A1} \cdot \Phi_{A1} \cdot \delta_{A1} \cdot \sqrt{\frac{p_A^2 - p_1^2}{p_A \cdot v_A \cdot x}} = C_9 \cdot x^{-\frac{1}{2}}, \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

unde D [kgf/h] este debitul, μ [1] coeficientul de contracție, Φ [mm] diametrul regiunii de etanșare, δ [mm] jocul, p [ata] presiunea și v [m^3/kgf] volumul specific.

Observație. Indicii A, 1, 2, 3, 4 aparțin etanșării, particularizîndu-se pentru fiecare caz. Presiunile p_1, p_2, p_3, p_4 sînt cele efective din camera de colectare, deci, plecînd de la presiunea incintei în care se face recuperarea prin adăugarea pierderilor de presiune de pe traseu, rezultă $p_1, \ldots, p_3$.

În continuare, înlocuind (16) în (14), rezultă

$$\frac{1}{\eta_g} \cdot \Delta L = -C_{10}[B - (x + y + z)]^{-\frac{1}{2}} + C_{11} \cdot z^{-\frac{1}{2}} + C_{12} \cdot y^{-\frac{1}{2}} + C_{13} \cdot x^{-\frac{1}{2}}, \tag{17}$$

unde

$$C_{10} = C_1 \cdot C_6; \qquad C_{12} = C_3 \cdot C_8,$$

$$C_{11} = C_2 \cdot C_7; \qquad C_{13} = C_4 \cdot C_9.$$

Relația (17) reprezintă bilanțul (1) în care coeficienții $C_{10}, \ldots, C_{13}$ sînt constanți pentru o anumită variantă de recuperare, variabilele fiind x, y, z; urmează să se determine valorile lor pentru care $|\Delta L|$ este minim la un anumit număr total de trepte B dat.

a) Se face derivata parțială în funcție de x a relației (17):

$$\frac{\partial \Delta L}{\partial x} = 0;$$

rezultă

$$x_{opt} = \frac{B - y - z}{1 + C_{14}}, \tag{18}$$

unde $C_{14} = \left(\frac{C_{10}}{C_{13}}\right)^{2/3}$. Se înlocuiește (18) în (17) și se derivează în raport cu y.

$$\text{b)} \left(\frac{\partial \Delta L}{\partial y}\right)_{x_{opt}} = 0;$$

rezultă

$$y_{opt} = \frac{B - z}{1 + C_{16}}, \tag{19}$$

unde

$$C_{16} = \left(-\frac{C_{15}}{C_{12}}\right)^{\frac{2}{3}} \text{ și } C_{15} = (1 + C_{14})^{\frac{1}{2}} \cdot (C_{13} - C_{10} \cdot C_{14}^{-\frac{1}{2}}).$$

Se înlocuieşte (19) în (17) şi se derivează în raport cu z.

$$c)\left(\frac{\partial \Delta L}{\partial z}\right)_{(x,y)_{opt}} = 0;$$

rezultă

$$z_{opt} = \frac{B}{1 + C_{18}}, \tag{20}$$

unde

$$C_{18} = \left(-\frac{C_{17}}{C_{11}}\right)^{\frac{2}{3}} \text{ şi } C_{17} = (1 + C_{16})^{\frac{1}{2}} \cdot (C_{12} + C_{15} \cdot C_{16}^{-\frac{1}{2}}).$$

Înlocuind şi pe (20) în (17), rezultă

$$\frac{1}{\eta_g} \Delta L_{(x,y,z)_{opt}} = \frac{C_{19}}{\sqrt{B}} \quad [\text{kW}], \tag{21}$$

unde

$$C_{19} = (1 + C_{18})^{-\frac{1}{2}} \cdot (C_{11} + C_{17} \cdot C_{18}^{-\frac{1}{2}}).$$

2.5. ETANŞAREA CU TREI REGIUNI

Mersul calculului este analog cu cel anterior. Capătul de joasă presiune al etanşării va fi definit cu indicele 3, iar ca variabile rămîn doar x şi y. În acest caz, relaţia (13) devine

$$\frac{1}{\eta_g} \cdot \Delta L = C_n \cdot D_2 + C_p \cdot D_1 - C_A \cdot D_{A1}, \tag{22}$$

$$D_2 = D_{12} - D_{23} \text{ şi } D_1 = D_{A1} - D_{12},$$

deci

$$\frac{1}{\eta_g} \cdot \Delta L = -C_5 \cdot D_{23} + C_3 \cdot D_{12} + C_4 \cdot D_{A1}, \tag{23}$$

unde

$$C_5 = C_n; \; C_4 = C_p - C_A \text{ şi } C_3 = C_n - C_p.$$

Debitele vor fi

$$D_{A1} = C_9 \cdot x^{-\frac{1}{2}} \; ; \; D_{12} = C_8 \cdot y^{-\frac{1}{2}} \text{ şi } D_{23} = C_7 \cdot [B - (x + y)]^{-\frac{1}{2}} \tag{24}$$

și (23) devine

$$\frac{1}{\eta_g}\cdot\Delta L = -C_{20}\cdot[B-(x+y)]^{-\frac{1}{2}} + C_{12}\cdot y^{-\frac{1}{2}} + C_{13}\cdot x^{-\frac{1}{2}}, \qquad (25)$$

unde

$$C_{20} = C_5\cdot C_7\,; \quad C_{12} = C_3\cdot C_8 \text{ și } C_{13} = C_4\cdot C_9.$$

a) $\dfrac{\partial \Delta L}{\partial x} = 0\,;$

rezultă

$$x_{opt} = \frac{B-y}{1+C_{21}}, \qquad (26)$$

unde

$$C_{21} = \left(\frac{C_{20}}{C_{13}}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

b) $\left(\dfrac{\partial \Delta L}{\partial y}\right)_{x_{opt}} = 0\,;$

rezultă

$$y_{opt} = \frac{B}{1+C_{23}}, \qquad (27)$$

unde

$$C_{23} = \left(-\frac{C_{22}}{C_{12}}\right)^{\frac{2}{3}} \text{ și } C_{22} = (1+C_{21})^{\frac{1}{2}}\cdot(C_{13} - C_{20}\cdot C_{21}^{-\frac{1}{2}}).$$

Rezultă

$$\frac{1}{\eta_g}\cdot(\Delta L)_{(x,\,y)_{opt}} = \frac{C_{24}}{\sqrt{B}}, \qquad (28)$$

unde

$$C_{24} = (1+C_{23})^{\frac{1}{2}}\cdot(C_{22}\cdot C_{23}^{-\frac{1}{2}} + C_{12}).$$

Observație. În metodică, debitele D_{A1}, D_{12}, D_{13}, D_{34} au fost calculate cu relațiile care se aplică în cazul în care la ieșirea din ultimul labirint nu s-a atins regimul critic.

Pentru ca relațiile (16) să rămînă valabile, se pune condiția

$$p_{av} \geqslant \frac{p_{am}}{\sqrt{1{,}25\cdot z + 1{,}95}},$$

valabilă pentru abur, unde

p_{am} este presiunea în camera din amontele regiunii,

p_{av} — presiunea din camera din avalul regiunii,

z — numărul de trepte al regiunii.

Se constată că, în cazurile reale, prentru primele două regiuni nu se atinge regimul critic, iar pentru ultimele, în situaţia regimurilor supracritice, eroarea care apare calculînd cu (16) este nesemnificativă, fiind vorba de debite mici.

3. APLICAREA METODICII

Pentru concretizarea metodicii prezentate s-a făcut un calcul numeric pentru un ciclu cu parametrii aburului viu de 196 ata şi 540°C şi cu o supraîncălzire intermediară la 540°C.

Prin întocmirea unui program în FORTRAN şi rezolvarea pe calculator, s-au putut analiza un număr de 40 de variante de recuperare a energiei aburului din etanşări, şi anume :

a) variantele 1—10 etanşare-admisie C.I.P. în 4 regiuni, $B = 190$;

b) variantele 11—20 etanşare-evacuare C.I.P. în 3 regiuni, $B = 60$;

c) variantele 21—30 etanşare-evacuare C.I.P. în 3 regiuni, $B = 60$;

d) variantele 31—40 etanşare-admisie C.M.P. în 4 regiuni, $B = 120$;

În cadrul aceleiaşi etanşări, cele 10 variante se deosebesc prin racordarea camerelor de colectare la preîncălzitoarele circuitului regenerativ, notate de la I la VII în sensul de la condensator la cazan.

Pentru variantele de la punctul a) s-a considerat doar situaţia corpului cu carcasă dublă, prezentat la pct. 2.3.1. Pentru mărimile necesare calculului, cum ar fi diametrele arborilor, interstiţiul, parametrii aburului la prize etc., s-au folosit valori corespu nzătoare ciclului analiza.

În tabela 1 sînt prezentate sintetic principalele rezultate obţinute.

4. CONCLUZII

a) Referitor la metodica de calcul, din relaţia (21) :

$$\frac{1}{\eta_g} \cdot \Delta L\,(x, y, z)_{opt},$$

se constată că, după ce se calculează constanta C_{19}, pierderea $\Delta L\,(x, y, z)_{opt}$ se poate determina imediat pentru diferite valori ale numărului total de trepte de etanşare B.

b) Pierderea ΔL este puţin influenţată de varianta de racordare a camerelor de colectare la preîncălzitoarele circuitului regenerativ, deci p_1, p_2, p_3. De exemplu, pentru etanşarea admisie C.I.P., diferenţa dintre varianta 3, cea mai favorabilă, şi varianta 1, cea mai nefavorabilă, este de 72 kW, iar între variantele uzuale de circa 10—20 kW.

c) Programarea metodicii prezentate în FORTRAN permite analizarea amănunţită a influenţei tuturor parametrilor unei etanşări.

Considerentele energetice prezentate trebuie însă îmbinate cu cele de natură constructivă, obţinîndu-se astfel o dimensionare judicioasă a etanşărilor terminale ale turbinelor cu abur.

Tabela 1

Varianta	m	n	p	x_{opt}	$(x+y)_{opt}$	ΔL [kW]
	Admisie C.I.P., 4 regiuni					
1	I	III	—	127	184	−1133
2	II	IV	—	131	178	−1084
3	II	I	—	133	167	−1061
4	II	VI	—	132	152	−1077
5	III	IV	—	130	176	−1097
6	III	V	—	132	165	−1065
7	III	VI	—	132	153	−1071
8	IV	V	—	131	164	−1085
9	IV	VI	—	131	152	−1078
10	V	VI	—	127	148	−1127
	Eșapare C.I.P., 4 regiuni					
11	II	III	IV	52	56	−632
12	II	III	V	45	56	−623
13	II	III	VI	37	56	−650
14	II	IV	V	45	52	−617
15	II	IV	VI	38	52	−629
16	II	V	VI	37	44	−637
17	III	IV	V	44	51	−634
18	III	IV	VI	37	51	−645
19	III	V	VI	37	44	−643
20	IV	V	VI	36	44	−669

Varianta	m	n	p	x_{opt}	$(x+y)_{opt}$	ΔL [kW]
	Eșapare C.I.P., 3 regiuni					
21	II	III	—	55	57	−673
22	II	IV	—	52	57	−636
23	II	V	—	44	57	−637
24	II	VI	—	36	57	−678
25	III	IV	—	51	54	−652
26	III	V	—	44	54	−643
27	III	VI	—	36	55	−671
28	IV	V	—	43	49	−669
29	IV	VI	—	36	49	−681
30	V	VI	—	34	40	−743
	Admisie C.M.P., 4 regiuni					
31	II	III	IV	92	112	−191
32	II	III	V	57	104	−167
33	II	III	VI	37	105	−192
34	II	IV	V	66	90	−178
35	II	IV	VI	39	90	−180
36	II	V	VI	38	63	−186
37	III	IV	V	64	87	−187
38	III	IV	VI	38	86	−189
39	III	V	VI	38	62	−189
40	IV	V	VI	36	60	−201

BIBLIOGRAFIE

1. Creța G., *Considerații asupra recuperării pierderilor din labirinții exteriori ai turbinelor cu abur*, St. cerc., Șt. tehn., (Timișoara), V, *3—4*, 103—131 (1958).
2. Grecu T., *Turbine și turbocompresoare*, București, Edit. didactică și pedagogică, vol. I, 1967; vol. II, 1964.
3. Traupel W., *Teplovie turbomașini*, vol. I—II, Leningrad, Gosenergoizdat, 1963.

CÎMPUL ELECTROMAGNETIC ARMONIC AL UNEI BOBINE CIRCULARE ÎN PREZENȚA UNUI ECRAN PLAN

CEZAR FLUERAȘU

631.017

Se determină cîmpul electromagnetic al unei bobine circulare parcurse de curent alternativ, situată în prezența unui ecran conductor de grosime mică, asimilabil unei pînze de curent cu conductivitate superficială și unei pînze de flux magnetic cu permeabilitate superficială. În continuare se determină schema echivalentă a bobinei, cuprinzînd o rezistență echivalentă de pierderi și o inductivitate echivalentă.

1. INTRODUCERE

În lucrarea de față se studiază cîmpul electromagnetic al unei bobine circulare parcurse de curent alternativ, situată în prezența unui ecran conductor de grosime mică. Această problemă prezintă interes în studiul încălzirii prin inducție a plăcilor metalice plane, ca și în studiul unor traductoare inductive.

Configurația studiată este reprezentată în figura 1. Pentru a se putea efectua calculele se fac o serie de aproximări, care conduc la modelul teoretic reprezentat în figura 2. Aceste aproximări sînt următoarele:

— se consideră regimul cuasistaționar;

— se presupune bobina filiformă;

— se înlocuiește ecranul printr-o pînză de curent și o pînză de flux magnetic cu o conductivitate de suprafață și o permeabilitate de suprafață date, respectiv relațiile [1]

$$\underline{\sigma}_s = \sigma d \underline{\Psi}\left(\frac{d}{\delta}\right) \quad ; \quad \underline{\mu}_s = \mu d \underline{\Psi}\left(\frac{d}{\delta}\right), \tag{1}$$

în care

$$\underline{\Psi}\left(\frac{d}{\delta}\right) = \frac{\operatorname{th}\gamma \dfrac{d}{2}}{\gamma \dfrac{d}{2}}, \tag{2}$$

unde $\gamma = \sqrt{j\omega\mu\sigma}$ (se utilizează reprezentarea în complex simplificat), iar δ este adîncimea de pătrundere a cîmpului în ecran. Utilizînd această reprezentare, ecranul devine o suprafață de discontinuitate pentru componenta tangențială a intensității cîmpului magnetic și pentru componenta

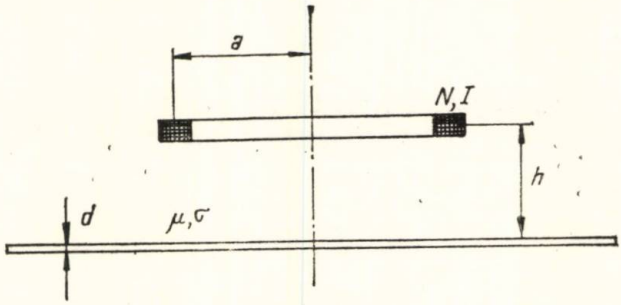


Fig. 1. — Bobină circulară în prezența unui ecran plan.

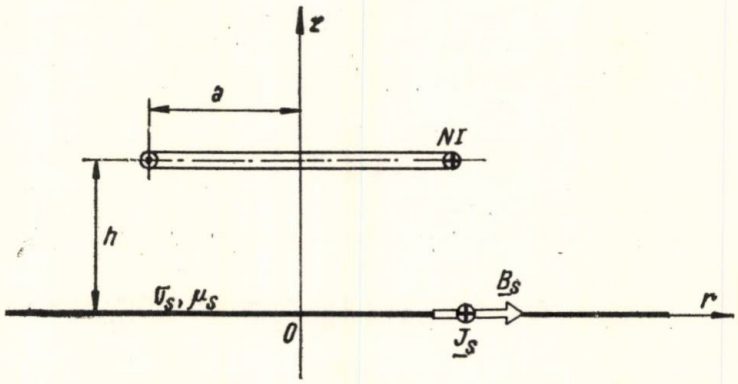


Fig. 2. — Modelul teoretic pentru calculul cîmpului.

normală a inducției magnetice. Prin această metodă se poate ține seama în mod aproximativ de efectele inductive din cuprinsul ecranului ;

— se presupune ecranul infinit extins.

În aceste condiții, cîmpul magnetic va avea simetrie cilindrică și va putea fi reprezentat printr-un potențial vector, care poate fi ales de forma [1]).

$$\underline{A} = e_\varphi \underline{A}\,(r, z) \tag{3}$$

(în coordonate cilindrice) și care satisface în cele două domenii delimitate de către ecran ecuația lui Poisson și, respectiv, a lui Laplace. Ținînd seama

[1]) Mărimile subliniate sînt reprezentări în complex simplificat.

de simetria problemei, se obțin următoarele ecuații scalare relative la cele două domenii :

$$\Delta \underline{A}_1 - \frac{\underline{A}_1}{r^2} = -\mu_0 \frac{I}{r} \delta(r-a)\ \delta(z-h), \tag{4}$$

$$\Delta \underline{A}_2 - \frac{\underline{A}_2}{r^2} = 0. \tag{5}$$

Din aceleași motive de simetrie, pînza de curent și pînza de flux magnetic vor fi orientate ca în figura 2 și vor depinde numai de distanța r pînă la ax :

$$\underline{J}_s = \underline{J}_s(r)\ ;\ \underline{B}_s = \underline{B}_s(r). \tag{6}$$

2. DETERMINAREA POTENȚIALULUI VECTOR

Potențialul vector din cele două domenii va fi reprezentat ca superpoziția a doi termeni :

$$\underline{A}_1 = \underline{A}_0 + \underline{A}'_1 \quad ;\quad \underline{A}_2 = \underline{A}_0 + \underline{A}'_2; \tag{7}$$

relații în care termenul $\underline{A}_0$ reprezintă potențialul vector al cîmpului spirei în absența ecranului [3] :

$$\underline{A}_0 = \frac{\mu_0 a N I}{2} \int_0^\infty J_1(\lambda a)\ J_1(\lambda r)\ \mathrm{e}^{-\lambda|z-h|} \mathrm{d}\lambda, \tag{8}$$

iar ceilalți doi reprezintă cîmpul magnetic al curenților induși în ecran și satisfac ecuația lui Laplace :

$$\Delta \underline{A}'_1 - \frac{\underline{A}'_1}{r^2} = 0 \quad ;\quad \Delta \underline{A}'_2 - \frac{\underline{A}'_2}{r^2} = 0. \tag{9}$$

Soluțiile generale ale acestor ecuații, corespunzătoare celor două domenii, se obțin prin metoda separării variabilelor și sînt de forma

$$\underline{A}'_1 = \int_0^\infty C(\lambda)\ J_1(\lambda r)\ \mathrm{e}^{-\lambda z}\ d\lambda, \tag{10}$$

$$\underline{A}'_2 = \int_0^\infty D(\lambda)\ J_1(\lambda r)\ \mathrm{e}^{\lambda z}\ \mathrm{d}\lambda, \tag{11}$$

constantele $C(\lambda)$ și $D(\lambda)$ urmînd a fi determinate din condițiile de unicitate.

De asemenea densitățile pînzei de curent și de flux magnetic vor fi exprimate prin dezvoltări după funcțiile proprii ale ecuațiilor (9) :

$$\underline{J}_s(r) = \int_0^\infty Y(\lambda)\, J_1(\lambda r)\, \mathrm{d}\lambda, \tag{12}$$

$$\underline{B}_s(r) = \int_0^\infty B(\lambda)\, J_1(\lambda r)\, \mathrm{d}\lambda, \tag{13}$$

în care figurează mărimile $Y(\lambda)$ și $B(\lambda)$, care vor fi determinate din condițiile de unicitate.

Aceste condiții de unicitate se obțin din formele locale ale legilor cîmpului electromagnetic pe suprafața de discontinuitate reprezentată de către ecran (condițiile la infinit au fost luate în considerare încă de mai înainte).

În cazul de față, din forma locală a legii fluxului magnetic aplicată acestei suprafețe, care este suportul unei pînze de flux magnetic, rezultă relația

$$\underline{A}_2(r,\ 0) - \underline{A}_1(r,\ 0) = \underline{B}_s(r), \tag{14}$$

iar din forma locală a legii circuitului magnetic se obține

$$\left[\frac{\partial \underline{A}_2}{\partial z} - \frac{\partial \underline{A}_1}{\partial z}\right]_{z=0} = \underline{J}_s(r). \tag{15}$$

De asemenea pe această suprafață vor mai fi satisfăcute relațiile [1]

$$\underline{J}_s(r) = -\,j\omega\underline{\sigma}_s \frac{1}{2}\,[\underline{A}_1(r,\ 0) + \underline{A}_2(r,\ 0)], \tag{16}$$

$$\underline{B}_s(r) = -\frac{1}{2}\frac{\underline{\mu}_s}{\mu_0}\left[\frac{\partial \underline{A}_1}{\partial z} + \frac{\partial \underline{A}_2}{\partial z}\right]_{z=0}. \tag{17}$$

Din aceste relații se determină mărimile $C(\lambda)$, $D(\lambda)$, $Y(\lambda)$ și $B(\lambda)$. Se obțin următoarele rezultate :

— potențialul vector [2] :

$$\underline{A}_1(r, z) = \frac{\mu_0 aNI}{2}\int_0^\infty J_1(\lambda a)\, J_1(\lambda r)\, \mathrm{e}^{-\lambda|z-h|}\, \mathrm{d}\lambda - \\ - \frac{j\omega\mu_0^2\underline{\sigma}_s aNI}{4}\int_0^\infty \frac{J_1(\lambda a)\, J_1(\lambda r)\, \mathrm{e}^{-\lambda(z+h)}\, d\lambda}{\lambda + \frac{1}{2}j\omega\mu_0\underline{\sigma}_s} + \\ + \frac{\mu_0 aNI}{2}\int_0^\infty \frac{\lambda J_1(\lambda a)\, J_1(\lambda r)\, \mathrm{e}^{-\lambda(z+h)}\, \mathrm{d}\lambda}{\lambda + \frac{2\mu_0}{\underline{\mu}_s}}; \tag{18}$$

[2] Semnul superior se referă la expresia lui $\underline{A}_1$, iar cel inferior la expresia lui $\underline{A}_2$.

— densitatea pînzei de curent :

$$\underline{J}_s(r) = -\frac{j\omega\mu_0\sigma_s aNI}{2}\int_0^\infty \frac{\lambda J_1(\lambda a)\, J_1(\lambda r)\, e^{-\lambda h}\, d\lambda}{\lambda + \frac{1}{2} j\omega\mu_0\sigma_s}; \tag{19}$$

— densitatea pînzei de flux magnetic :

$$\underline{B}_s(r) = -\mu_0 aNI\int_0^\infty \frac{\lambda J_1(\lambda a)\, J_1(\lambda r)\, e^{-\lambda h}\, d\lambda}{\lambda + 2\frac{\mu_0}{\underline{\mu}_s}}. \tag{20}$$

3. DETERMINAREA IMPEDANȚEI ECHIVALENTE A BOBINEI

Pentru determinarea impedanței echivalente a bobinei se aplică legea inducției electromagnetice în lungul conductorului bobinei :

$$\underline{U} = r_s\underline{I} + j\omega\underline{\Phi} = r_s\underline{I} + j\omega\, 2\pi aN\underline{A}_1\,(a,\, h), \tag{21}$$

unde r_s reprezintă rezistența bobinei în curent continuu (după cum s-a arătat, în conductorul bobinei, presupus filiform, se neglijează efectul pelicular), iar $\underline{\Phi}$ fluxul magnetic din bobină. Ținînd seama de expresia potențialului vector (18), se obține impedanța complexă a bobinei :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = r_s + j\omega L_0 + j\omega\mu_0\pi a\frac{N^2}{2}\int_0^\infty \frac{tJ_1^2(t)\, e^{-2t\frac{h}{a}}\, dt}{t + 2\frac{a}{d}\frac{1}{\underline{\Psi}}} -$$

$$- j\frac{ad}{\delta^2}\underline{\Psi}\int_0^\infty \frac{J_1^2(t)\, e^{-2t\frac{h}{a}}\, dt}{t + \frac{ad}{\delta^2}\underline{\Psi}}, \tag{22}$$

unde cu L_0 s-a notat inductivitatea proprie a bobinei în absența ecranului. Acest termen provine din relația

$$L_0 = 2\pi\, aN\frac{A_0}{I}, \tag{23}$$

dar el nu se poate calcula pe această cale, deoarece rezultatul ar fi infinit, datorită caracterului filiform al conductorului bobinei. În relația (22) mai figurează și adîncimea echivalentă de pătrundere a cîmpului electromagnetic în ecran :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}. \tag{24}$$

După cum se arată în [1], rezultatele obținute prin metoda de aproximare utilizată sînt corespunzătoare în cazul în care grosimea ecranului este comparabilă sau mai mică decît adîncimea de pătrundere. În cazul frecvențelor industriale, această condiție este îndeplinită la grosimi ale ecranelor de ordinul milimetrilor. Dacă grosimea ecranului este mică, se poate face aproximarea

$$\underline{\Psi} \approx 1; \qquad \underline{\sigma}_s \approx \sigma d; \qquad \underline{\mu}_s \approx \mu d, \tag{25}$$

iar calculele se simplifică considerabil.

Expresia stabilită pentru impedanța echivalentă permite determinarea unei scheme echivalente a bobinei, care pune în evidență pierderile in ecran și modificarea inductivității datorită efectelor inductive ale îurenților turbionari induși în ecran.

4. REZULTATE

Pentru ușurarea calculelor numerice, ca și în scopul deducerii unor concluzii calitative, este indicată reprezentarea rezultatelor în funcție de mărimi adimensionale. În acest scop se introduc notațiile

$$R = \frac{r}{a}; \qquad H = \frac{h}{a}; \qquad D = \frac{d}{a}; \qquad G = \frac{d}{\delta}. \tag{26}$$

De asemenea se mai definesc următoarele funcții :

$$f(x, y, z, t) = \frac{e^{-ty}}{t + z} J_1(t)\, J_1(tx), \tag{27}$$

$$\underline{F}_1(x, y, z) = \int_0^\infty t f(x, y, z, t)\, dt = F_{1r} + jF_{1i}, \tag{28}$$

$$\underline{F}_2(x, y, z) = \int_0^\infty f(x, y, z, t)\, dt = F_{2r} + jF_{2i}, \tag{29}$$

$$\underline{Z}_1 = j \frac{G^2}{D} \underline{\Psi}(G) = Z_{1r} + jZ_{1i}, \tag{30}$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{2}{D\underline{\Psi}(G)}. \tag{31}$$

Cu aceste notații, rezultatele capătă forma următoare :

— densitatea pînzei de curent :

$$\frac{\underline{J}_s(R, H, G, D)}{\frac{NI}{a}} = \underline{Z}_1 [-\underline{F}_1(R, H, \underline{Z}_1)]; \tag{32}$$

— densitatea pînzei de flux magnetic :

$$\frac{\underline{B}_s(R, H, G, D)}{\mu_0 NI} = -\underline{F}_1(R, H, \underline{Z}_2); \tag{33}$$

— impedanța echivalentă :

$$\underline{Z} = r_s + j\omega L_\theta + j\omega L' [\underline{F}_1(1, 2H, \underline{Z}_2) - \underline{Z}_1 \underline{F}_2(1, 2H, \underline{Z}_1)]; \tag{34}$$

unde s-a notat

$$L' = \mu_0 \pi a \frac{N^2}{2}. \tag{35}$$

Separînd partea reală și cea imaginară în relația (34), se determină elementele schemei echivalente reprezentată în figura 3. Această schemă

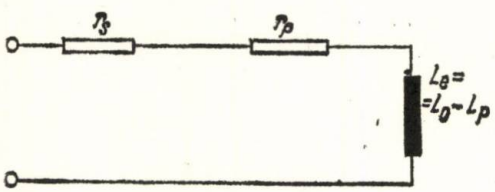


Fig. 3. — Schema echivalentă.

pune în evidență, pe lîngă rezistența proprie a bobinei, o rezistență echivalentă de pierderi, a cărei valoare este dată de relația

$$r_p = L' k_r(H, D, G), \tag{36}$$

și o inductivitate echivalentă :

$$L_e = L_0 - L_p, \tag{37}$$

unde

$$L_p = L' k_L(H, D, G). \tag{38}$$

Coeficienții noi introduși au expresiile

$$k_r(H, D, G) = -F_{1i}(1, 2H, \underline{Z}_2) + \mathrm{Im}\,[\underline{Z}_1 \underline{F}_2(1, 2H, \underline{Z}_1)], \tag{39}$$

$$k_L(H, D, G) = F_{1j}(1, 2\mathrm{H}, \underline{Z}_2) - \mathrm{Re}\,[\underline{Z}_1 \underline{F}_2(1, 2H, \underline{Z}_1)]. \tag{40}$$

Calculul numeric prezintă dificultăți la evaluarea valorilor funcțiilor complexe F_1 și F_2, care nu se poate face decît prin integrarea numerică. În acest scop s-a realizat un program de calcul pentru un calculator elec-

tronic de birou „Hewlett—Packard", în care integrarea se face prin metoda lui Simpson. În continuare sînt prezentate cîteva rezultate numerice obținute pe această cale.

În figura 4 și 5 este reprezentată repartiția pînzei de curenți induși în ecran în funcție de distanța pînă la axul spirei pentru diferite valori

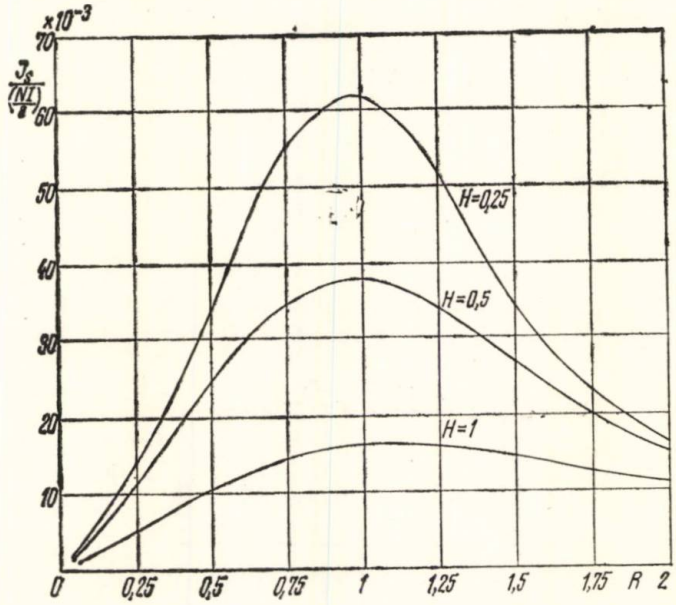


Fig. 4. — Densitatea pînzei de curent în cazul $D = 0{,}1$; $G = 0{,}5$.

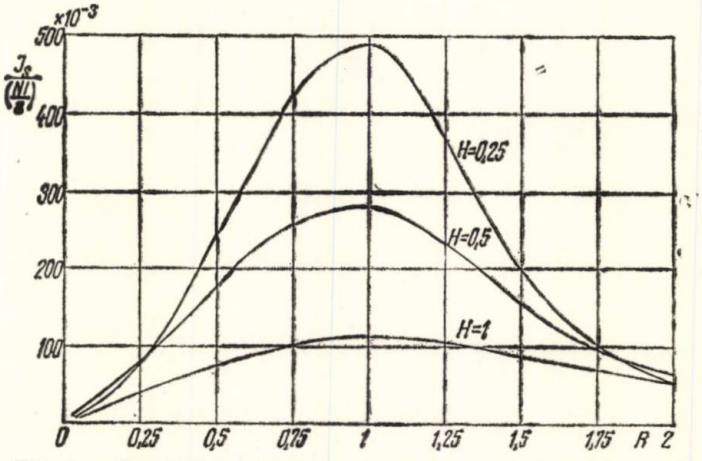


Fig. 5. — Densitatea pînzei de curent în cazul $D = 0{,}1$; $G = 1$.

ale parametrilor adimensionali H și G. După cum este normal, densitatea curenților induși este maximă în dreptul spirei și este cu atît mai mare cu cît spira este mai aproape de ecran.

În figura 6 este prezentată repartiția pînzei de flux magnetic. Rezultatele sînt similare cu cele din cazul precedent. Spre deosebire însă de acest caz, densitatea pînzei de flux magnetic este puțin influențată de parametrul G pentru valori ale acestuia între 0,5 și 1.

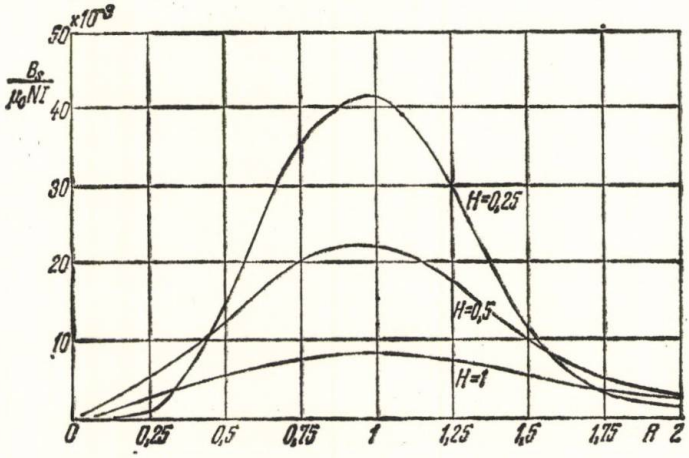


Fig. 6. — Densitatea pînzei de flux magnetic în cazul $D = 0{,}1$; $G = 0{,}5 \ldots 1$.

Cunoscînd repartiția pînzei de curent și a celei de flux magnetic, se pot determina repartiția puterii transformate în căldură în ecran și a forțelor exercitate asupra ecranului. Astfel puterea transformată în căldură pe unitatea de suprafață a ecranului este dată de relația [2]

$$\frac{P}{A} = k_{p1} \frac{J_s^2}{\sigma_{s0}} + k_{p2} \frac{B_s^2}{\mu_{s0}}, \tag{41}$$

în care

$$\sigma_{s0} = \sigma d \quad ; \quad \mu_{s0} = \mu d \tag{42}$$

și

$$k_{p1}(G) = \frac{\Psi_r(G)}{\Psi_r^2 + \Psi_i^2} \quad ; \quad k_{p2}(G) = \frac{-\Psi_i(G)}{\Psi_r^2 + \Psi_i^2}. \tag{43}$$

Valorile funcțiilor Ψ_r și Ψ_i sînt calculate și reprezentate grafic în [1], iar cele ale coeficienților k_{pi} și k_{p2} în [2].

Valoarea medie a forței exercitată asupra unității de suprafață a ecranului este dată de relația [2]

$$\frac{\widetilde{F}}{A} = \mu_0 \underline{\bar{J}}_s \times \left[\frac{\underline{\bar{B}}_s}{\underline{\mu}_s}\right]^* - \frac{d\underline{\bar{B}}_s^*}{\mathrm{d}r} \frac{\underline{\bar{B}}_s}{\underline{\mu}_s}, \tag{44}$$

valabilă în regim cvasistaționar.

Coeficienții k_r și k_L care intervin în expresiile elementelor schemei echivalente sînt reprezentați grafic în figurile 7 și 8, în funcție de parametrul H, pentru diferite valori ale parametrilor G și D. Aceste grafice arată că distanța dintre spiră și ecran are, așa cum era de așteptat, o puternică influență, concretizată prin mărirea rezistenței echivalente și prin

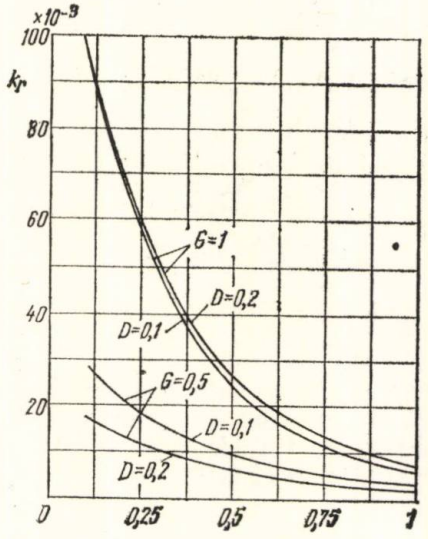


Fig. 7. — Valorile coeficientului k_r.

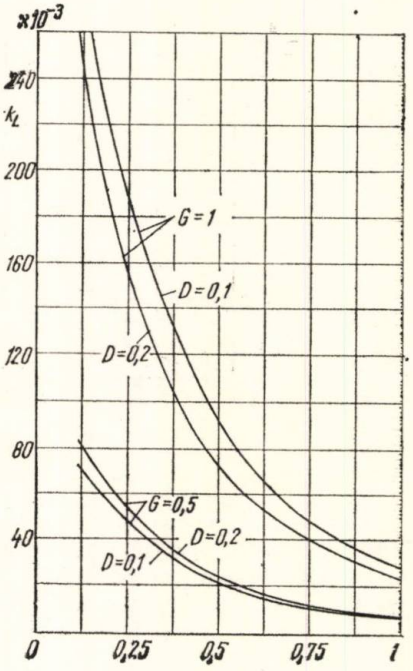


Fig. 8. — Valorile coeficientului k_L.

micșorarea inductivității echivalente la apropierea spirei față de ecran. De asemenea grosimea ecranului, raportată la adîncimea de pătrundere (parametrul G), influențează considerabil pierderile în ecran și inductivitatea echivalentă.

5. CONCLUZII

Prin integrarea ecuațiilor cîmpului electromagnetic s-a determinat cîmpul unei bobine circulare situate în prezența unui ecran plan conductor cu grosimea mică și parcurse de curent alternativ. Acest cîmp prezintă simetrie de rotație și poate fi reprezentat printr-un potențial vector cu o singură componentă vectorială. Rezultatele, obținute prin metoda separării variabilelor, se prezintă sub forma unor integrale Fourier. Deoarece uucleele acestor integrale sînt expresii relativ complicate conținînd funcții Bessel, nu se pot obține expresii analitice simple ale rezultatelor, singura posibilitate constînd în evaluarea lor prin metode numerice. Deși calculele par complicate, ele pot fi efectuate cu ajutorul unui calculator electronic de birou programabil.

Schema echivalentă, determinată pe baza celor de mai sus, pune în evidență o rezistență echivalentă de pierderi și o inductivitate echivalentă care țin seama de efectele inductive din ecran. Calculele numerice implicate sînt de o complexitate comparabilă cu a celor de mai sus. În lucrare sînt prezentate rezultatele corespunzătoare unor situații care pot prezenta interes în practică. Cunoașterea valorilor elementelor schemei echivalente permite determinarea pierderilor globale în ecran. Repartiția acestor pierderi în cuprinsul ecranului, care prezintă interes în studiul încălzirii acestuia, se poate calcula cunoscînd repartițiile pînzei de curent și a celei de flux magnetic din ecran. De asemenea se poate determina repartiția forțelor exercitate asupra ecranului. Prezentarea unor rezultate sub forma de grafice face comodă utilizarea lor în practică.

BIBLIOGRAFIE

1. A. Țugulea, C. Flueraşu, *The complex surface conductivity and permeability in the study of a.c. in thin wall conductors*, Rev. Roum. Sci. Techn.-Électrotechn. Énerg., **14**, *3*, 403–419 (1969).
2. C. Flueraşu, *Cîmpul şi acțiunile ponderomotoare ale pînzelor de curent şi de flux magnetic cvasistaționar. Aplicații la formarea electromagnetică* (rezumatul tezei de doctorat), Institutul politehnic Bucureşti, 1970.
3. Phillips Panofsky, *Classical electricity and magnetism*, Reading, Mass., Addison-Wesley Publ. Co, Inc. Londra, Palo Alto, 1962, 194 p.

RADIAŢIA ELECTROMAGNETICĂ ÎN MEDII ANIZOTROPE

ED. NICOLAU

538.312

În prima parte se recapitulează procedeele de stabilire a cîmpului radiat produs de o distribuţie de curenţi cunoscută, dispusă într-un mediu omogen, izotrop, nedisipativ şi infinit. În partea a doua se arată posibilităţi de integrare a ecuaţiilor cîmpului electromagnetic pentru o distribuţie de curenţi dispusă tot într-un mediu infinit, nedisipativ, dar anizotrop.

Problema prezintă interes din punct de vedere atît teoretic, cît şi practic, legat de radiaţia în medii ionizate (plasmă).

1. GENERALITĂŢI

Ecuaţiile lui Maxwell conduc la concluzia existenţei unor unde electromagnetice. Hertz (1888), Fitzgerald şi Righi (1901) au stabilit structura cîmpului electromagnetic avînd caracter de undă şi care este produs de dipoli elementari electrici sau magnetici.

Semnalăm de la început caracterul matematic diferit al problemelor de propagare şi al celor de radiaţie. În studiile de propagare se caută expresii care să verifice ecuaţiile *omogene* ale cîmpului electromagnetic, avînd în acelaşi timp caracter de undă. Bateman (1915) a studiat intensiv problema construirii unor unde electromagnetice posibile. Menţionăm că, aşa cum se poate arăta, problema capătă o tratare simplă, recurgînd la potenţialele biscalare [7]. Din contra, în cazul radiaţiei se urmăreşte a determina o soluţie a ecuaţiilor neomogene ale cîmpului electromagnetic, termenii care produc neomogenitatea fiind sursele cîmpului.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 47—58, 1973

În general, studiul radiației se face în cazul mediilor omogene, utilizînd potențialele întîrziate, care se introduc prin intermediul formulei lui Kirchhoff. Așa cum se știe, ecuația neomogenă a undelor scalare :

$$\Box u = -g\,;\ \Box \stackrel{\Delta}{=} \nabla^2 - (1/v^2)\,\partial^2/\partial t^2,$$

unde $g = g(\mathbf{r}', t)$, admite integrala

$$4\pi u(\mathbf{r}'', t) = L + M,$$

L fiind o integrală de volum, iar M o integrală de suprafață :

$$L = \int_V ([g]/r)\, dv,$$

$$M = \int_S ([\partial u/\partial n]/r - ((\partial/\partial n)\,(1/r))\,[u] + (1/vr)\,(\partial r/\partial n) \times [\partial u/\partial t])\, \mathbf{d}\boldsymbol{a}\,;$$

se definește

$$S \stackrel{\Delta}{=} \partial V,$$

$$[w] \stackrel{\Delta}{=} w(\mathbf{r}', t - r/v),$$

$$r = |\,\mathbf{r}' - \mathbf{r}''\,|.$$

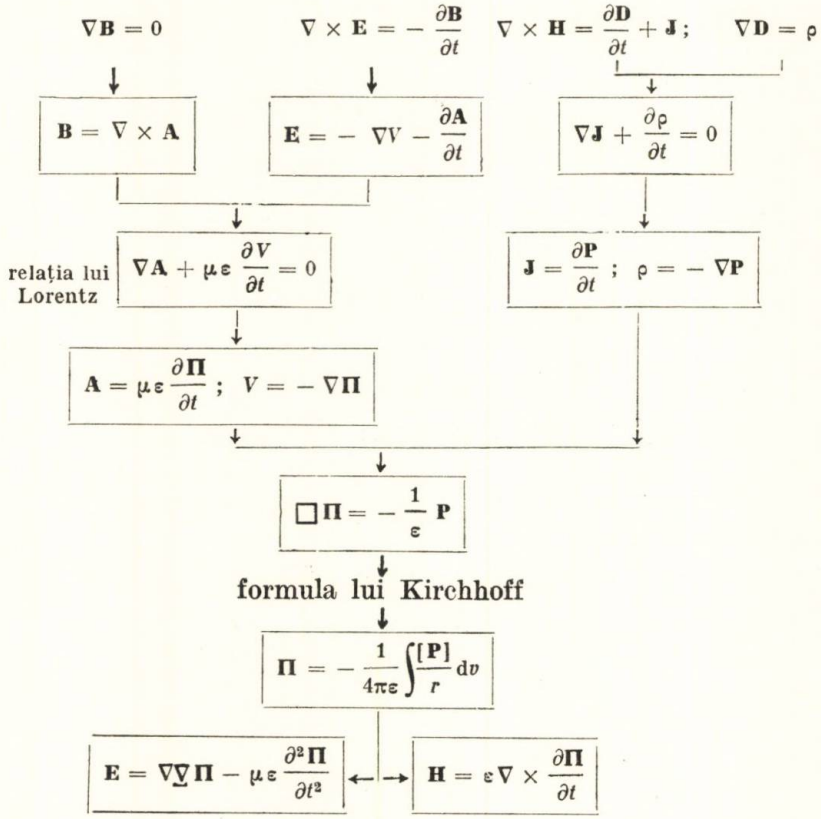
Ca sens fizic, v este viteza de propagare a undei corespunzătoare mărimii u. În cazul în care $V = R^3$, datorită condițiilor de radiație, M se anulează (vezi, de exemplu, Nicolau [6]), astfel încît

$$u(\mathbf{r}', t) = (1/4\pi)\int_V g(\mathbf{r}'', t - r/v)/r\, \mathrm{d}v.$$

Metoda se poate aplica și undelor vectoriale, descompunîndu-le pe componente.

În cazul mediilor omogene și izotrope, se determină cîmpul utilizîndu-se potențialele $\mathbf{A}$ și V, respectiv $\mathbf{\Pi}$ — sau $\mathbf{\Pi}'$ —, și polarizațiile.

Pentru cazul polarizației electrice, procedeul este rezumat în cele ce urmează :



Acest procedeu nu mai poate fi utilizat în cazul mediilor anizotrope.

2. POTENȚIALE ÎN MEDII ANIZOTROPE

Pentru un mediu cu anizotropie dielectrică, ecuațiile de evoluție sînt (în ipoteza $\mu = \mu_0$)

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \mathbf{K}\, \partial \mathbf{E}/\partial t + \mathbf{J},$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0\, \partial \mathbf{H}/\partial t,$$

iar ecuațiile de stare

$$\nabla \mathbf{D} = \rho\,; \quad \nabla \mathbf{B} = 0.$$

Legea care exprimă inexistența polilor magnetici liberi permite a scrie

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}; \quad \mathbf{H} = (\nabla \times \mathbf{A})/\mu_0,$$

de unde

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \varepsilon_0 \mu_0 \mathbf{K} \partial \mathbf{E}/\partial t + \mu_0 \mathbf{J},$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \nabla \times (\partial \mathbf{A}/\partial t).$$

Ultima relație sugerează

$$\mathbf{E} = - \partial \mathbf{A}/\partial t - \Delta \mathbf{V},$$

ceea ce conduce la

$$\nabla(\nabla \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} + \varepsilon_0 \mu_0 \mathbf{K} \partial^2 \mathbf{A}/\partial t^2 + \varepsilon_0 \mu_0 \mathbf{K} \nabla(\partial V/\partial t) = \mu_0 \mathbf{J}.$$

Putem separa această relație în următoarele două ecuații:

$$\nabla(\nabla \mathbf{A}) + \varepsilon_0 \mu_0 \mathbf{K} \nabla \partial V/\partial t = 0,$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \varepsilon_0 \mu_0 \mathbf{K} \partial^2 \mathbf{A}/\partial t^2 = - \mu_0 \mathbf{J}.$$

Dacă se utilizează legea lui Gauss, rezultă, ținînd seama că $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{K} \mathbf{E}$,

$$\nabla(\mathbf{K} \partial \mathbf{A}/\partial t) + \nabla(\mathbf{K} \cdot \nabla V) = - \rho/\varepsilon_0.$$

Ultimele trei ecuații au fost stabilite de B. R. Chawla, S. A. Rao și H. Unz [4]. Metoda se dovedește a fi utilă, în unele cazuri conducînd la calcule mult mai simple decît integrarea directă a ecuației vectoriale a undelor pentru **E** sau **H**.

Trebuie menționat că, dacă se cunoaște **A** din ecuația în care apare numai **A** și **J**, rezultă V, substituind în prima ecuație expresia lui **A** în funcție de **K** și **J**.

Fie astfel un mediu uniaxial, anizotrop și neomogen la care $\mu = \mu_0$, iar tensorul permitivității este dat de componentele

$$K_{ij} = K_{ij}(\mathbf{r})\, \delta_{ij},$$

unde $\delta_{ii} = 1$, $\delta_{ij} = 0$, $i \neq j$. Pentru o variație armonică în timp a fenomenelor, ecuația lui **E** este

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \nabla(\nabla \mathbf{E}) + k^2 \mathbf{K} \mathbf{E} = j\omega \mu_0 \mathbf{J},$$

unde $k^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$. Într-un sistem cartezian, aceasta corespunde la trei ecuații cu derivate parțiale cuplate :

$$(\partial^2/\partial y^2 - \partial^2/\partial z^2) E_x - \partial^2 E_y/\partial x \partial y - \partial^2 E_z/\partial x dz +$$

$$+ k^2 K_1 E_x = j\omega\mu_0 J \quad (K_i \stackrel{\Delta}{=} K_{ii})$$

și similarele, care se obțin prin permutări circulare.

Metoda potențialelor în varianta Chawla-Rao-Unz conduce la ecuația

$$\nabla^2 \mathbf{A} + k^2 \mathbf{K} \mathbf{A} = - \mu_0 \mathbf{J},$$

care, în coordonate carteziene, conduce la ecuații necuplate, cu funcțiile necunoscute separate :

$$\nabla^2 A_i + k^2 K_i A_i = \mu_0 J_i,$$

unde s-a scris i pentru x, y, z.

Integrînd această ecuație, se obține $\mathbf{A}$, de unde rezultă $\mathbf{B}$ prin relațiile

$$\mathbf{B} = \underline{\nabla} \times \mathbf{A},$$
$$\mathbf{E} = - (j/(\omega \mu_0 \varepsilon_0)) \mathbf{K}^{-1} \nabla(\nabla \mathbf{A}) - j\omega \mathbf{A}.$$

Ultima relație se obține plecînd de la prima relație a potențialelor normate de Chawla :

$$\nabla(\nabla \mathbf{A}) + \varepsilon_0 \mu_0 \mathbf{K} \nabla(\partial V/\partial t) = 0,$$

care, pentru cazul studiat, se scrie

$$j\omega\varepsilon_0 \mu_0 \mathbf{K} \nabla V = - \nabla(\nabla \mathbf{A}),$$

de unde

$$\nabla V = (j/(\omega \varepsilon_0 \mu_0)) \mathbf{K}^{-1} \nabla(\nabla \mathbf{A}),$$

ceea ce conduce imediat la expresia lui $\mathbf{E}$ numai în funcție de $\mathbf{A}$.

Menționăm că se pot realiza și alte moduri de introducere a potențialelor în cazul mediilor anizotrope. Astfel, A. Nisbet (1957) propune următoarele ecuații :

$$\nabla (\mathbf{K} \cdot \mathbf{A}) + \varepsilon_0 \mu_0 \partial V/\partial t = 0,$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} - \mathbf{K} \cdot \nabla \nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \mathbf{A}) + \varepsilon_0 \mu_0 \mathbf{K} \cdot \partial)^2 \mathbf{A}/\partial t^2 = \mu_0 \mathbf{J},$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla V) - \varepsilon_0 \mu_0 \partial^2 V/\partial t^2 = - \rho/\varepsilon_0.$$

3. RADIAȚIA ÎN MAGNETOPLASMĂ

Studiul antenelor dispuse în plasmă interesează atît în cazul unor sisteme de comunicații (vehicul spațial care reintră în atmosferă sau satelit situat în ionosferă), cît și în studiul sondelor cu care se studiază plasma. Problema a fost abordată de Kogelnik (1960), Konov și colab. (1961), Balmain [2] etc. Din punct de vedere teoretic este vorba de studiul radiației unui dipol situat într-un mediu cu anizotropie dielectrică.

Admitem că un cîmp magnetic constant este aplicat de-a lungul axei z. În acest caz, ecuațiile lui Maxwell se scriu

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\varepsilon_0 \mathbf{K}\mathbf{E} + \mathbf{J}, \tag{1}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0 \mathbf{H}, \tag{2}$$

unde permitivitatea relativă este

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_1 & jK_2 & 0 \\ -jK_2 & K_1 & 0 \\ 0 & 0 & K_0 \end{pmatrix},$$

în care

$$K_0 \triangleq 1 - X/U; \quad K_1 \triangleq 1 - XU/W; \quad K_2 \triangleq -XU/W,$$

$$W \triangleq U^2 - Y^2; \quad X \triangleq \omega_N^2/\omega^2; \quad Y \triangleq \omega_H/\omega,$$

$$\omega_N^2 \triangleq Ne^2/m\,\varepsilon_0; \quad \omega_H \triangleq eB_0/m; \quad U \triangleq 1 - jZ,$$

$$Z \triangleq \nu/\omega,$$

ν fiind frecvența ciocnirilor, N densitatea de electroni, iar B_0 inducția magnetică continuă.

Utilizăm potențialele, scriind

$$\mathbf{E} = -\nabla V - j\omega\mathbf{A}; \quad \mu_0 \mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A}; \quad k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0,$$

ceea ce permite a rescrie legea circuitului magnetic (1) sub forma

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) - k_0^2 \mathbf{K}\mathbf{A} = -j\omega\mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{K}\nabla V + \mu_0 \mathbf{J}. \tag{3}$$

Aplicînd acestei ecuații operatorul Δ, se obține

$$\nabla \cdot \mathbf{K}\nabla V + j\omega\nabla(\mathbf{K}\mathbf{A}) = \nabla\mathbf{J}/j\omega\varepsilon_0. \tag{4}$$

Potențialele fiind arbitrare, se impune restricția

$$\nabla(\mathbf{KA}) = 0, \tag{5}$$

ceea ce conduce la

$$\nabla \cdot \mathbf{K}\nabla V = \nabla \mathbf{J}/j\omega\varepsilon, \tag{6}$$

respectiv la

$$\nabla \cdot \mathbf{K}\nabla V = -\rho/\varepsilon_0,$$

relație obținută ținînd seama și de relația de continuitate

$$\nabla \mathbf{J} + j\omega\rho = 0.$$

Pentru rezolvarea problemei, în continuare se utilizează o transformare Fourier tridimensională, definită prin relația

$$\mathcal{F}(\tilde{f}(\mathbf{r})) \stackrel{\Delta}{=} \tilde{f}(\mathbf{k}) \stackrel{\Delta}{=} \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{r}) \exp(-j\mathbf{kr})\, dx\, dy\, dz.$$

Transformarea inversă este

$$\mathcal{F}^{-1}(\tilde{f}(\mathbf{k})) = f(\mathbf{r}) = (1/(2\pi)^3) \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{k}) \exp(j\mathbf{kr})\, \mathrm{d}k_1\, \mathrm{d}k_2\, \mathrm{d}k_3.$$

Este util a stabili unele proprietăți ale acestei transformări. Se verifică imediat că dacă a este o constantă, atunci

$$\mathcal{F}(a f(\mathbf{r})) = a\tilde{f}(\mathbf{k}),$$

ceea ce arată proprietatea de omogenitate a operatorului $\mathcal{F}$.
De asemenea

$$\mathcal{F}\left(\sum_{i=1}^{n} f_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \tilde{f}_i,$$

ceea ce arată că operatorul $\mathcal{F}$ este și aditiv.
În ceea ce privește transformarea derivatelor, dacă

$$f(\mathbf{r}) = \partial F/\partial x,$$

atunci

$$\tilde{f}(\mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{\infty} (\partial F/\partial x) \exp(-j\mathbf{kr})\, dx\, dy\, dz$$

şi, integrînd prin părţi, se obţine

$$\tilde{f}(\mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{\infty} F \exp(-j\mathbf{kr}) \Big|_{-\infty}^{\infty} dy\, dz + j \int_{-\infty}^{\infty} F\, \mathbf{ki} \exp(-j\mathbf{kr})\, dx\, dy\, dz,$$

de unde

$$\tilde{f}(\mathbf{k}) = j\mathbf{ki}\, \tilde{F}(\mathbf{r})$$

în ipoteza că F se anulează la $x := \pm\infty$.

Dacă φ este o funcţie scalară, atunci

$$\nabla\varphi = \sum \mathbf{e}_i\, \partial\varphi/\partial x^i$$

şi

$$\mathcal{F}(\nabla\varphi) = j\mathbf{k}\tilde{\varphi}.$$

Este indicat a determina şi alte transformate ale unor operatori ai analizei vectoriale:

$$\mathcal{F}(\nabla\mathbf{v}) = \mathcal{F}(\sum \partial v_i/\partial x^i) = \sum \mathcal{F}(\partial v_i/\partial x^i),$$

$$= j \sum_i k_i\, \tilde{v}_i = j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{v}},$$

unde k_i este componenta lui $\mathbf{k}$ după x^i. Rezultă că

$$\mathcal{F}(\nabla\nabla\varphi) = j\mathbf{k}(\widetilde{\nabla\varphi}) = -\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}\tilde{\varphi},$$

respectiv

$$\mathcal{F}(\nabla(\mathbf{K}\,\nabla\mathbf{v})) = -\mathbf{k}\cdot\mathbf{K}\,\mathbf{k}\tilde{\mathbf{v}}.$$

Să calculăm transformata operatorului $\nabla\times$. Calculăm pentru una din componente

$$\mathcal{F}(\partial v_z/\partial y - \partial v_y/\partial z) = jk_2\, \tilde{v}_z - jk_3\, \tilde{v}_y = j(\mathbf{k}\times\tilde{\mathbf{v}})\,\mathbf{i},$$

deci

$$\mathcal{F}(\nabla\times\mathbf{v}) = j\mathbf{k}\times\tilde{\mathbf{v}}$$

și

$$\mathcal{F}(\underline{\nabla} \times \nabla \times \mathbf{v}) = \mathbf{k} \times \mathcal{F}(\nabla \times \mathbf{v}) = -\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \tilde{\mathbf{v}}).$$

Pentru operatorul lui Laplace avem

$$\mathcal{F}(\underline{\nabla}^2 \varphi) = \mathcal{F}(\nabla \nabla \varphi) = j\mathbf{k}\mathcal{F}(\nabla \varphi) = -\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}\tilde{\varphi}.$$

4. APLICAȚII ALE TRANSFORMATEI FOURIER

Să aplicăm aceste rezultate ecuațiilor cîmpului electromagnetic. Ecuațiile lui Maxwell devin

$$\mathbf{k} \times \tilde{\mathbf{H}} = j\omega\varepsilon_0 \mathbf{K}\tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\mathbf{J}},$$

$$\mathbf{k} \times \tilde{\mathbf{E}} = -j\omega\mu_0 \tilde{\mathbf{H}},$$

iar relațiile potențialelor dau

$$\tilde{\mathbf{E}} = -j(\mathbf{k}\tilde{V} + \omega\tilde{\mathbf{A}}), \tag{7}$$

$$\mu_0 \tilde{\mathbf{H}} = j\mathbf{k} \times \mathbf{A}. \tag{8}$$

Aplicînd transformarea Fourier ecuației (3), se obține

$$-\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \tilde{\mathbf{A}}) - k_0^2 \mathbf{K}\tilde{\mathbf{A}} = -j\omega\mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{K}\mathbf{k}\tilde{V} + \mu_0 \tilde{\mathbf{J}},$$

relație pe care o scriem sub forma

$$\mathbf{M}\tilde{\mathbf{A}} = \omega\mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{K}\mathbf{k}\tilde{V} + \mu_0 \tilde{\mathbf{J}},$$

relație prin care definim operatorul $\mathbf{M}$:

$$-\mathbf{M}\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{k} \times \mathbf{k} \times \tilde{\mathbf{A}} + k_0^2 \mathbf{K}\tilde{\mathbf{A}} \tag{9}$$

sau, dezvoltînd dublul produs vectorial,

$$-\mathbf{M}\tilde{\mathbf{A}} = (\mathbf{k} \cdot \tilde{\mathbf{A}})\,\mathbf{k} - \mathbf{k}^2 \tilde{\mathbf{A}} + k_0^2 \mathbf{K}\tilde{\mathbf{A}}.$$

Transformînd relația (6), rezultă

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{k}\tilde{V} = -\mathbf{k} \cdot \tilde{\mathbf{J}}/\omega\varepsilon,$$

de unde se obține imediat expresia lui $\tilde{V}$:

$$\tilde{V} = -\mathbf{k}\tilde{\mathbf{J}}/\omega\varepsilon\mathbf{k}(\mathbf{K}\mathbf{k}).$$

Eliminînd pe $\tilde{V}$, rezultă o relație numai în $\tilde{\mathbf{A}}$, de unde se obține

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mu_0 \mathbf{M}^{-1}(\tilde{\mathbf{J}} + \mathbf{K}\mathbf{k}(\mathbf{k}\cdot\tilde{\mathbf{J}})/\mathbf{k}\cdot\mathbf{K}\mathbf{k}).$$

Avînd expresiile lui $\tilde{\mathbf{A}}$ și $\tilde{V}$ în funcție de $\tilde{\mathbf{J}}$, se poate exprima și cîmpul $(\tilde{\mathbf{E}}, \tilde{\mathbf{H}})$ tot în funcție de $\tilde{\mathbf{J}}$:

$$\tilde{\mathbf{E}} = -\mathbf{j}(\mathbf{k}\tilde{V} + \omega\tilde{\mathbf{A}}) = -j\Big(-\mathbf{k}\frac{1}{\omega\varepsilon}\frac{\mathbf{k}\cdot\mathbf{J}}{\mathbf{k}\cdot\mathbf{K}\mathbf{k}} +$$

$$+ \omega\mu_0\mathbf{M}^{-1}\Big(\frac{\mathbf{K}\mathbf{k}(\mathbf{k}\cdot\mathbf{J})}{\mathbf{k}\cdot\mathbf{K}\mathbf{k}} + \tilde{\mathbf{J}}\Big)\Big) \triangleq \mathbf{L}\tilde{\mathbf{J}}$$

$$\mu_0\tilde{\mathbf{H}} = j\mathbf{k}\times\tilde{\mathbf{A}} \triangleq \mathbf{N}\tilde{\mathbf{J}},$$

relație prin care definim operatorii **L** și **N**. În modul acesta s-au stabilit două relații cu care se poate calcula cîmpul $(\tilde{\mathbf{E}}, \tilde{\mathbf{H}})$ ca funcție de sursa $\tilde{\mathbf{J}}$ și de constantele mediului $(\mathbf{K}, \mu_0)$ și ale fenomenului (ω).

Expresiile operatorilor **L** și **N** se pot simplifica. În principiu, relația (9) definește operatorul **M**. Făcînd particularizarea $\tilde{\mathbf{A}} := \mathbf{k}$, rezultă, după înmulțirea cu $\mathbf{M}^{-1}$,

$$-\mathbf{k} = k_0^2\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{k},$$

ceea ce permite a scrie

$$\tilde{\mathbf{E}} = -j\omega\mu_0\mathbf{M}^{-1}\tilde{\mathbf{J}}; \quad \tilde{\mathbf{H}} = j\mathbf{k}\times\mathbf{M}^{-1}\tilde{\mathbf{J}},$$

ținînd seama că $\mathbf{k}\times\mathbf{k} = 0$.

5. METODA LUI BUNKIN

Vom schița în cele ce urmează o metodă diferită, în care se integrează direct ecuația pentru cîmpul **E**, plecînd de la sistemul maxwellian

$$\nabla\times\mathbf{E} = -j\omega\mu\,\mathbf{H},$$

$$\nabla\times\mathbf{H} = j\omega\bar{\bar{\varepsilon}}\mathbf{E} + \mathbf{J} \quad (\varepsilon = \varepsilon_0\mathbf{K}).$$

Prin aplicarea operatorului $\nabla \times$ rezultă

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu \nabla \times \mathbf{H},$$

de unde se deduce

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \omega^2 \mu \varepsilon \mathbf{E} - j\omega\mu \mathbf{J}$$

sau

$$\nabla\nabla \mathbf{E} - \nabla^2 \mathbf{E} - \omega^2 \mu \varepsilon \mathbf{E} = -j\omega\mu \mathbf{J}.$$

Ecuația obținută pentru **E** este liniară, deci se poate căuta o soluție de forma

$$E_i = a \int T_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1)\, J_k(\mathbf{r}_1)\, dv_1,$$

unde **r** este punctul în care se calculează componenta E_i a cîmpului, $\mathbf{r}_1$ punctul în care se află elementul de curent $J_k\, dv_1$, iar T_{ik} un tensor de ordinul doi; integrala se ia pe tot domeniul V ocupat de surse.

Expresia tensorului T_{ik}, care e un tensor Green pentru ecuația lui **E**, se obține introducînd în această ecuație soluția formală pentru E_i. Deoarece V este constant, se obține următoarea relație:

$$D_{i\alpha}\, T_{\alpha k} = \delta_{ik}\, \delta(\rho),$$

unde

$$D_{ik} = \partial^2 / \partial x_i\, \partial x_k - \nabla^2 \delta_{ik} - \alpha_{ik}.$$

$$\alpha_{ik} = k^2\, \varepsilon_{ik}.$$

Justificarea acestor relații se obține luînd proiecția după o axă a ecuației lui **E**.

6. CONCLUZII

Deși în cazul mediilor anizotrope nu se mai poate utiliza metoda clasică dezvoltată pentru mediile izotrope, se dispune astăzi de metode analitice pentru studiul radiației în medii infinite și anizotrope, eventual neomogene.

BIBLIOGRAFIE

1. Balmain, K. G., *The impedance of a short dipole antenna in a magnetoplasma.* IEEE Trans. Antennas and Propagation, **AP-12**, *5*, 605—617 (1964).
2. Bateman H., *The mathematical analysis of electrical and optical wave-motion*, New York, Dover, 1955.
3. Bunkin F. V., *Ob izlucenii v anizotropnîh sredah*, JETF, **32**, *2*, 338—346 (1957).
4. Chawla B. R., Rao S. A., Unz H., *Author's Reply*, Proc. IEEE, **55**, *8*, 1535—1536 (L) (1967).
5. Nicolau Edm., *Propagarea undelor electromagnetice*, București, Edit. Acad. R.P.R., 1960.
6. — *Cîmpuri și unde electromagnetice*, București, Edit. Academiei, 1972.
7. — *Soluțiile complexe ale ecuațiilor lui Maxwell*. St. cerc. energ. electr., **23**, *2*, (în curs de apariție).

STUDIUL PĂTURILOR ȘI TOLELOR FEROMAGNETICE CU ANIZOTROPIE MAGNETICĂ UNIAXIALĂ ÎN CÎMPURI MAGNETICE ALTERNATIVE DE MICĂ INTENSITATE

II. CÎMPUL MAGNETIC MEDIU ȘI CALCULUL PIERDERILOR

H. GAVRILĂ

621.3.042.2:621.3.017.3

Se studiază proprietățile păturilor și tolelor feromagnetice cu anizotropie magnetică uniaxială, ținînd cont de structura specifică de domenii a materialului feromagnetic. Cîmpurile magnetice alternative aplicate din exterior se presupun cu valori suficient de mici (sub limita de coercitivitate), pentru ca liniile de fixare superficială a pereților dintre domenii să nu sufere deplasări. Folosind expresiile cîmpului electromagnetic local, deduse într-o lucrare anterioară, se obțin expresiile mărimilor care descriu cîmpul magnetic mediu stabilit și proprietățile de material ale sistemului, precum și expresiile pierderilor prin curenți turbionari și ale celor datorate caracterului amortizat al mișcării pereților. Rezultatele obținute se compară cu cele ale altor teorii cunoscute, subliniind îmbunătățirile aduse.

1. INTRODUCERE

Studiul păturilor subțiri și al tolelor feromagnetice a cunoscut în ultimele două decenii o intensă dezvoltare, atît datorită extinderii considerabile a domeniilor lor de aplicare în tehnică, cît și deosebitului interes științific pe care îl prezintă un asemenea studiu în teoria corpului solid.

Așa cum s-a mai arătat, cele două categorii de corpuri prezintă însă o mare asemănare din punctul de vedere al proprietăților lor magnetice, ceea ce le diferențiază fiind în primul rînd grosimea și condițiile tehnologice în care se obțin. Din acest motiv, într-o lucrare anterioară [1], autorul a inițiat studiul lor în cadrul unei teorii unitare, desemnîndu-le sub termenul comun de pături feromagnetice, denumire ce va fi păstrată și în lucrarea de față.

Așa cum au arătat lucrările fundamentale ale lui Kittel [2] și Landau și Lifshitz [3], în studiul proprietăților păturii feromagnetice o importanță deosebită prezintă elementele specifice structurii sale de domenii.

La materialele cu anizotropie magnetică uniaxială, care fac obiectul prezentului studiu, structura constă din domenii de magnetizare spontană de formă paralelipipedică cu lungimea l paralelă cu axa z, grosimea Δ (egală cu cea a păturii feromagnetice) şi lăţimea a; magnetizările de satu-

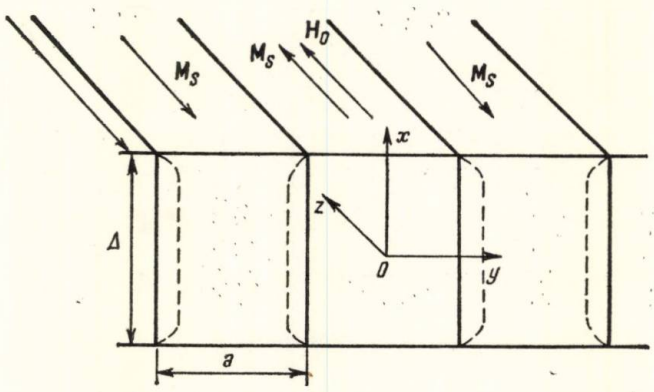


Fig. 1. — Structura de domenii a materialului.

raţie M_s ale domeniilor învecinate sînt orientate antiparalel, după direcţia axei z (fig. 1). Pereţii dintre domenii sînt de tip Bloch, adică pe grosimea lor se realizează inversarea progresivă a magnetizării, astfel încît componenta sa normală pe suprafaţa peretelui să fie nulă. Într-o primă aproximaţie, reţinută şi în cadrul acestei lucrări, grosimea peretelui (foarte mică faţă de lăţimea domeniului) se neglijează.

Primele încercări de a explica proprietăţile păturilor feromagnetice ţinînd cont de caracterul dinamic al structurii lor de domenii se datorează lui Williams, Shockeley şi Kittel [4], Néel [5], Polivanov [6] şi Brouwer [7]. Aceste lucrări, ca şi multe altele după aceea, conţin însă anumite aproximări şi ipoteze destul de îndepărtate de realitatea fizică, dintre care cele mai importante sînt neglijarea sistematică a fenomenului inducţiei electromagnetice locale şi forma peretelui Bloch în mişcare. S-a presupus că, la aplicarea unui cîmp magnetic exterior paralel cu direcţia privilegiată a structurii de domenii, peretele se deplasează, rămînînd în permanenţă plan, rigid, sau că în interiorul păturii el rămîne imobil, suferind deformări şi deplasări numai în vecinătatea suprafeţei.

O îmbunătăţire considerabilă a modului de descriere a fenomenului magnetizării păturii se poate însă obţine dacă se admite că pereţii dintre domenii se comportă ca nişte plăci elastice şi flexibile, astfel încît, la valori suficient de mici ale intensităţii cîmpului magnetic aplicat (sub pragul coercitivităţii), ei se curbează, rămînînd însă fixaţi superficial [1], [8]. Această comportare a pereţilor Bloch, a cărei posibilitate a fost prevăzută de unii autori [9], [10], nu a fost însă investigată teoretic, deşi s-a arătat că anumite proprietăţi ale materialului feromagnetic se explică corect numai acceptînd o asemenea ipoteză, iar mai recent ea a fost confirmată şi experimental [11].

Ipoteza menţionată se justifică prin aglomerarea naturală a impurităţilor şi a incluziunilor din pătura feromagnetică în imediata vecinătate

a feţelor acesteia, prin anizotropia magnetică superficială a materialului feromagnetic (evident, foarte importantă la aceste sisteme, practic bidimensionale) şi poate fi interpretată ca echivalentul fenomenologic, macroscopic, al efectului cuantic cunoscut sub numele de „fixare de spin".

Într-o lucrare precedentă [1], autorul a determinat soluţia sistemului de ecuaţii Maxwell pentru pătura feromagnetică cu anizotropie magnetică uniaxială în cîmpuri magnetice sinusoidale de mică intensitate, aplicate paralel cu structura de domenii a păturii şi cu condiţii la limită corespunzătoare. Principalele rezultate obţinute vor fi recapitulate în capitolul 2 de mai jos, pentru a putea fi folosite în calculul mărimilor ce caracterizează cîmpul magnetic mediu stabilit (cap. 3), al mărimilor care descriu proprietăţile de material ale păturii feromagnetice (cap. 4) şi în determinarea diferitelor categorii de pierderi (cap. 5). Ultimul capitol (6) este destinat discutării rezultatelor obţinute şi comparării lor cu rezultatele altor teorii corespunzătoare cunoscute.

2. CÎMPUL ELECTROMAGNETIC LOCAL

Se presupune aplicat un cîmp magnetic sinusoidal, paralel cu axa de cea mai uşoară magnetizare a păturii feromagnetice :

$$\mathbf{H}_0(t) = \mathrm{H}_0 \sin \omega t . \mathbf{k}. \tag{1}$$

Acest cîmp induce curenţi turbionari ale căror linii de cîmp sînt conţinute în plane paralele cu planul de coordonate xOy. Se notează cu $\mathbf{H}(x, y, t)$ cîmpul magnetic rezultant, cu simetrie plan-paralelă, din interiorul păturii. Inducţia magnetică locală fiind determinată de relaţia $\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}_s)$, deoarece domeniile sînt magnetizate la saturaţie, sistemul de ecuaţii satisfăcut de mărimile ce descriu cîmpul electromagnetic local este atunci

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E}, \tag{2}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = - \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t},$$

σ fiind conductivitatea electrică a materialului. Soluţia acestui sistem s-a determinat impunînd următoarele condiţii :

— condiţia de periodicitate a cîmpului pe lăţimea a a domeniului ;

— condiţia la limită pe feţele păturii :

$$H\left(\pm \frac{\Delta}{2}, y, t\right) = H_0(t) \tag{3}$$

sau, echivalent,

$$E_x\left(\pm \frac{\Delta}{2}, y, t\right) = 0 ; \tag{3'}$$

— integrarea ecuației ce dă elongația $u(x, t)$ a peretelui în mișcare față de poziția sa de echilibru :

$$-\sigma_B \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + m_B \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial u}{\partial t} + \alpha u = 2\mu_0 M_s \cdot H\left(x, \frac{a}{2}, t\right), \tag{4}$$

cu condiția la limită

$$u\left(\pm \frac{\Delta}{2}, t\right) = 0, \tag{5}$$

conformă ipotezei fixării superficiale a pereților și deformării lor în interiorul păturii. În ecuația de mai sus, în membrul stîng figurează suma dintre termenii deformării elastice a peretelui, cel inerțial, cel de amortizare și, respectiv, cel datorat interacțiunii peretelui în mișcare cu imperfecțiunile de structură ale rețelei cristaline, iar în membrul drept diferența presiunilor magnetice exercitate pe cele două fețe ale peretelui de cîmpul magnetic rezultant. În ecuația (4) s-a notat cu σ_B și m_B densitatea superficială de energie și masa efectivă a peretelui Bloch, cu β coeficientul de amortizare, iar cu α constanta elastică a materialului ;

— condiția satisfăcută de componenta tangențială a intensității cîmpului electric la traversarea peretelui dintre domenii :

$$\frac{\partial}{\partial t} u(x, t) = -\frac{1}{\mu_0 M_s} E_x\left(x, \frac{a}{2}, t\right). \tag{6}$$

Intensitatea cîmpului magnetic rezultant, soluție a sistemului de ecuații (2), a fost scrisă ca o sumă de doi termeni. În imagine complexă ea este

$$\underline{H}(x, y) = \underline{H}_{1_0}(x) + \underline{H}_{sd}(x, y), \tag{7}$$

în care

$$\underline{H}_{1_0}(x) = \underline{H}_0 \frac{\operatorname{ch} \frac{\underline{\gamma}_0 x}{\underline{\gamma}_0 \Delta}}{\operatorname{ch} \frac{\underline{\gamma}_0 \Delta}{2}} = \underline{H}_0 - \underline{H}_0 \sum_m{}' (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{4}{m\pi} \frac{j\omega}{\omega_m + j\omega} \cos \frac{m\pi}{\Delta} x \tag{8}$$

este componenta cîmpului datorită numai fenomenului inducției electromagnetice locale, iar

$$\underline{H}_{sd}(x, y) = j \sum_m{}' \frac{\omega_m}{\omega} \underline{H}_m \cos \frac{m\pi}{\Delta} x +$$

$$+ 2j \sum_m{}' \sum_n{}'' (-1)^{\frac{m+n}{2}} \frac{\omega_m}{\omega} \frac{\omega_m + j\omega}{\omega_{mn} + j\omega} \underline{H}_m \cos \frac{m\pi}{\Delta} x . \cos \frac{n\pi}{a} y \tag{9}$$

reprezintă componenta datorată integral structurii de domenii a păturii feromagnetice și caracterului său dinamic.

În expresiile (8) şi (9) s-au folosit notaţiile

$$\underline{\gamma}_0^2 = j\mu_0\sigma\omega, \tag{10}$$

$$\omega_m = \frac{1}{\mu_0\sigma}\left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2; \quad \omega_{mn} = \frac{1}{\mu_0\sigma}\left[\left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2\right], \tag{10'}$$

$$\underline{H}_m = (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{4}{m\pi} \frac{\omega_m}{\omega_m + j\omega} \underline{H}_0 \left[\underline{h}_m - 1 - \sum_p{}'' (-1)^{\frac{p}{2}} \frac{\underline{h}_m}{\underline{h}_{mp}}\right]^{-1}, \tag{10''}$$

$$\underline{h}_m = \frac{\omega_m + j\omega}{j\omega} \frac{a\Delta\mu_0\sigma}{2\pi m} \frac{\omega_m}{\omega} \Gamma'_m e^{-j\varphi_m},$$

$$\underline{h}_{mn} = (-1)^{\frac{n}{2}} \frac{\omega_{mn} + j\omega}{j\omega} \frac{a\Delta\mu_0\sigma}{4\pi m} \frac{\omega_{mn}}{\omega} \Gamma'_m e^{-j\varphi_m}, \tag{10'''}$$

$$\Gamma_m e^{-j\varphi_m} = \omega(1 + \beta T_m) - j\alpha_m T_m; \quad \Gamma'_m = \Gamma_m \operatorname{cth} \frac{m\pi a}{2\Delta},$$

$$\alpha_m = \alpha - m_B\omega^2 + \left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2 \sigma_B, \tag{10''''}$$

$$T_m = \frac{m\pi}{2(\mu_0 M_s)^2 \sigma\Delta} \operatorname{th} \frac{m\pi a}{2\Delta}, \tag{10'''''}$$

iar simboalele $\sum_m{}'$ şi $\sum_n{}''$ arată că sumările corespunzătoare se efectuează numai pentru valorile impare şi, respectiv, pare ale numerelor naturale m şi, respectiv, n.

Componentele intensităţii cîmpului electric se calculează acum cu ajutorul primei ecuaţii a sistemului (2):

$$\underline{E}_x(x, y) = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial y} \underline{H}(x, y); \quad \underline{E}_y(x, y) = -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x} \underline{H}(x, y), \tag{11}$$

care pot fi scrise ca sume corespunzătoare de cîte doi termeni, asemănătoare descompunerii (7).

3. CÎMPUL MAGNETIC MEDIU

Mărimile de remarcabil interes fizic pentru analiza comportării sistemelor studiate (pături şi tole feromagnetice) sînt permeabilitatea şi susceptibilitatea magnetică. În mod corect, ele se definesc ca proprietăţi locale ale materialului, dar o asemenea caracterizare nu prezintă

interes practic şi tehnic, întrucît valorile lor variază mult de la un punct la altul sau chiar în acelaşi punct în timp. De aceea trebuie introduse mărimi care să descrie cîmpul magnetic mediu şi proprietăţile globale ale materialului feromagnetic.

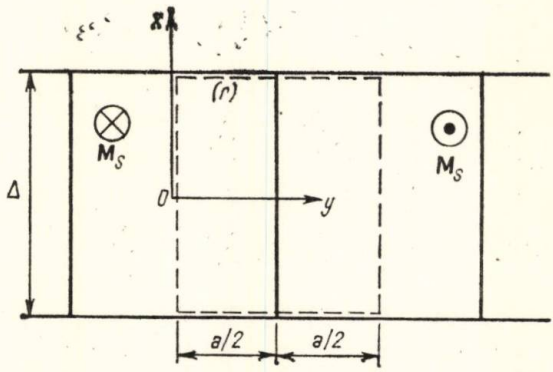


Fig. 2. — Determinarea inducţiei magnetice medii.

Calculul mărimilor ce descriu cîmpul magnetic mediu se face folosind expresiile cîmpului electromagnetic local deduse anterior.

Pentru determinarea inducţiei magnetice medii $\widetilde{B}$ se aplică legea inducţiei electromagnetice unui contur dreptunghiular Γ, conţinut într-un plan normal pe peretele dintre domenii şi cu laturile aparţinînd axelor a două domenii învecinate şi, respectiv, feţelor păturii (fig. 2):

$$\oint_{\Gamma} \underline{\mathbf{E}}\, \overline{d\boldsymbol{s}} = -j\omega \underline{\widetilde{B}} a \Delta. \tag{12}$$

Ţinînd cont de expresiile (11) ale intensităţii cîmpului electric, avem însă

$$\underline{E}_x(x, 0) = 0,$$

$$\underline{E}_y\left(\frac{\Delta}{2}, y\right) = \underline{E}_{1_{0y}}\left(\frac{\Delta}{2}\right) + \underline{E}_{sd_y}\left(\frac{\Delta}{2}, y\right),$$

cu

$$\underline{E}_{1_{0y}}\left(\frac{\Delta}{2}\right) = -\frac{1}{\sigma}\underline{\gamma}_0 \underline{H}_0 \operatorname{th}\frac{\underline{\gamma}_0 \Delta}{2},$$

$$\underline{E}_{sd_y}\left(\frac{\Delta}{2}, y\right) = -\frac{1}{\sigma}\sum_m{}'(-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{\omega_m}{j\omega}\frac{m\pi}{\Delta}\underline{H}_m -$$

$$-\frac{2}{\sigma}\sum_m{}'\sum_n{}''(-1)^{\frac{m+n-1}{2}} \frac{\omega_m}{j\omega}\,\frac{\omega_m + j\omega}{\omega_{mn} + j\omega}\,\frac{m\pi}{\Delta}\underline{H}_m \cos\frac{n\pi}{a}y,$$

şi deci :

$$\underline{\widetilde{B}} = \mu_0 \left[\underline{H}_0 \frac{\operatorname{th} \frac{\gamma_0 \Delta}{2}}{\frac{\gamma_0 \Delta}{2}} + \frac{2}{\pi} \sum_m{}' (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{m} \left(\frac{\omega_m}{\omega} \right)^2 \underline{H}_m \right]. \tag{13}$$

Intensitatea medie a cîmpului magnetic stabilit $\widetilde{\mathrm{H}}$ se calculează mediind expresia intensităţii cîmpului magnetic local pe volumul unui domeniu. Folosind expresiile (7)—(9), se obţine astfel

$$\underline{\widetilde{H}} = \frac{1}{a\Delta} \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \underline{H}(x, y)\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y = \underline{H}_0 \frac{\operatorname{th} \frac{\gamma_0 \Delta}{2}}{\frac{\gamma_0 \Delta}{2}} + \frac{2}{\pi} \sum_m{}' (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{m} \frac{\omega_m}{j\omega} \underline{H}_m . \tag{14}$$

Pentru deducerea magnetizării medii a sistemului se calculează mai întîi elongaţia peretelui faţă de poziţia sa de echilibru ; din ecuaţia (6) se obţine

$$\underline{u}(x) = -j \frac{a}{2M_s} \sum_m{}' \frac{\omega_m + j\omega}{j\omega} \frac{\omega_m}{j\omega} \underline{H}_m \cos \frac{m\pi}{\Delta} x. \tag{15}$$

Conform interpretării date în teoria de faţă magnetizării globale a sistemului [1], magnetizarea medie se determină făcînd media ponderată în raport cu volumul a magnetizărilor de saturaţie orientate antiparalel ale domeniilor învecinate :

$$\underline{\widetilde{M}} = 2 \frac{M_s}{a\Delta} \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} \underline{u}(x) \cdot \mathrm{d}x = j \frac{2}{\pi} \sum_m{}' (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{m} \frac{\omega_m + j\omega}{j\omega} \frac{\omega_m}{j\omega} \underline{H}_m. \tag{16}$$

În formulele de mai sus, $\underline{H}_m$ nu s-a înlocuit cu expresia sa exactă (10''), datorită formei prea complicate a rezultatelor astfel obţinute.

4. PROPRIETĂŢILE DE MATERIAL ALE PĂTURII FEROMAGNETICE

Cu ajutorul formulelor deduse în capitolul precedent pot fi definite şi calculate mărimile ce descriu proprietăţile de material ale păturii şi tolei feromagnetice. Astfel permeabilitatea magnetică complexă se defineşte ca raportul dintre valoarea medie stabilită a inducţiei magnetice şi cea a intensităţii cîmpului magnetic :

$$\underline{\mu}(\omega) = \frac{\underline{\widetilde{B}}}{\underline{\widetilde{H}}} = \mu(\omega) \cdot \mathrm{e}^{-j\delta_\mu(\omega)} =$$

$$= \frac{1 + \frac{2}{\pi} \underline{T} \sum_m{}' (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{m} \left(\frac{\omega_m}{\omega} \right)^2 \frac{\underline{H}_m}{\underline{H}_0}}{1 + \frac{2}{\pi} \underline{T} \sum_m{}' (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{m} \frac{\omega_m}{j\omega} \frac{\underline{H}_m}{\underline{H}_0}} \mu_0, \tag{17}$$

unde

$$\underline{T} = \frac{\gamma_0 \Delta}{2} \operatorname{cth} \frac{\gamma_0 \Delta}{2}. \tag{18}$$

Susceptibilitatea magnetică complexă, definită ca raportul dintre valoarea medie stabilită a magnetizării și cea a intensității cîmpului magnetic, are expresia

$$\underline{\chi}(\omega) = \frac{\underline{\widetilde{M}}}{\underline{\widetilde{H}}} = \frac{j \frac{2}{\pi} \underline{T} \sum_m{}' (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{m} \frac{\omega_m + j\omega}{j\omega} \frac{\omega_m}{j\omega} \frac{\underline{H}_m}{\underline{H}_0}}{1 + \frac{2}{\pi} \underline{T} \sum_m{}' (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{m} \frac{\omega_m}{j\omega} \frac{\underline{H}_m}{\underline{H}_0}}. \tag{19}$$

Pentru permeabilitatea magnetică complexă, o importanță reală prezintă separarea componentelor sale reală și imaginară:

$$\underline{\mu}(\omega) = \mu_r(\omega) - j\mu_i(\omega), \tag{20}$$

deoarece aceasta permite determinarea componentelor inducției magnetice medii în fază și, respectiv, în cvadratură cu intensitatea medie a cîmpului magnetic stabilit. Descompunerea evidențiază faptul că inducția magnetică urmărește cu o anumită retardare variația sinusoidală în timp a intensității cîmpului magnetic stabilit. Pentru efectuarea descompunerii propuse este utilă introducerea notației

$$\Phi_m e^{j\tau_m} = \frac{2}{m\pi} \underline{T} \frac{\underline{H}_m}{\underline{H}_0}, \tag{21}$$

cu ajutorul căreia se obțin atunci expresiile celor două componente:

$$\mu_r(\omega) = \mu_0 \Bigg[1 + \sum_m{}' (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{\omega_m}{\omega} \Phi_m \left(\frac{\omega_m}{\omega} \cos \tau_m + \sin \tau_m \right) +$$

$$+ \sum_m{}' \sum_p{}' (-1)^{\frac{m+p}{2}} \left(\frac{\omega_m}{\omega} \right)^2 \frac{\omega_p}{\omega} \Phi_m \Phi_p \sin(\tau_m - \tau_p) \Bigg] \times$$

$$\times \Bigg[1 + 2 \sum_m{}' (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{\omega_m}{\omega} \Phi_m \sin \tau_m -$$

$$- \sum_m{}' \sum_p{}' (-1)^{\frac{m+p}{2}} \frac{\omega_m}{\omega} \frac{\omega_p}{\omega} \Phi_m \Phi_p \cos(\tau_m - \tau_p) \Bigg]^{-1}, \tag{22}$$

$$\mu_i(\omega) = \mu_0 \left[\sum_m{}' (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{\omega_m}{\omega} \Phi_m \left(\frac{\omega_m}{\omega} \sin \tau_m + \cos \tau_m \right) + \right.$$

$$\left. + \sum_m{}' \sum_p{}' (-1)^{\frac{m+p}{2}} \left(\frac{\omega_m}{\omega} \right)^2 \frac{\omega_p}{\omega} \Phi_m \Phi_p \cos_{-} (\tau_m - \tau_p) \right] \times$$

$$\times \left[1 + 2 \sum_m{}' (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{\omega_m}{\omega} \Phi_m \sin \tau_m - \right.$$

$$\left. - \sum_m{}' \sum_p{}' (-1)^{\frac{m+p}{2}} \frac{\omega_m}{\omega} \frac{\omega_p}{\omega} \Phi_m \Phi_p \cos (\tau_m - \tau_p) \right]^{-1},$$

ca şi modulul permeabilităţii magnetice complexe :

$$\mu(\omega) = \mu_0 \left[1 + 2 \sum_m{}' (-1)^{\frac{m+1}{2}} \left(\frac{\omega_m}{\omega} \right)^2 \Phi_m \cos \tau_m - \right.$$

$$\left. - \sum_m{}' \sum_p{}' (-1)^{\frac{m+p}{2}} \left(\frac{\omega_m}{\omega} \right)^2 \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \Phi_m \Phi_p \cos (\tau_m - \tau_p) \right]^{1/2} \times$$

$$\times \left[1 + 2 \sum_m{}' (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{\omega_m}{\omega} \Phi_m \sin \tau'_m - \right.$$

$$\left. - \sum_m{}' \sum_p{}' (-1)^{\frac{m+p}{2}} \frac{\omega_m}{\omega} \cdot \frac{\omega_p}{\omega} \Phi_m \Phi_p \sin (\tau_m - \tau_p) \right]^{-1/2}. \qquad (23)$$

O altă descompunere utilă este aceea care rezultă din separarea părţilor reală şi imaginară ale inversului permeabilităţii magnetice complexe :

$$\frac{1}{\underline{\mu}(\omega)} = \frac{1}{\mu_{r_{||}}(\omega)} + j \frac{1}{\mu_{i_{||}}(\omega)}, \qquad (24)$$

unde

$$\mu_{r_{||}}(\omega) = \frac{\mu^2(\omega)}{\mu_r(\omega)}$$

şi

$$\mu_{i_{||}}(\omega) = \frac{\mu^2(\omega)}{\mu_i(\omega)} \qquad (25)$$

sînt permeabilitatea paralel-inductivă şi, respectiv, paralel-rezistivă [12].

Din rezultatele de mai sus se poate calcula și factorul de calitate al păturii feromagnetice :

$$Q = \operatorname{ctg}\delta_\mu(\omega) = \frac{\mu_r(\omega)}{\mu_i(\omega)} = \frac{\mu_{i_{||}}(\omega)}{\mu_{r_{||}}(\omega)} = \Bigg[1 + \sum_m{}' (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{\omega_m}{\omega} \Phi_m \times$$

$$\times \left(\frac{\omega_m}{\omega} \cos \tau_m + \sin \tau_m\right) + \sum_m{}' \sum_p{}' (-1)^{\frac{m+p}{2}} \left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^2 \times$$

$$\times \frac{\omega_p}{\omega} \Phi_m \Phi_p \sin(\tau_m - \tau_p)\Bigg] \times \Bigg[\sum_m{}' (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{\omega_m}{\omega} \Phi_m \left(\frac{\omega_m}{\omega} \sin \tau_m + \cos \tau_m\right) +$$

$$+ \sum_m{}' \sum_p{}' (-1)^{\frac{m+p}{2}} \left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^2 \frac{\omega_p}{\omega} \Phi_m \Phi_p \cos(\tau_m - \tau_p)\Bigg]^{-1} . \tag{26}$$

5. PIERDERI ÎN PĂTURA FEROMAGNETICĂ

5.1. PIERDERILE PRIN CURENȚI TURBIONARI

Cunoașterea expresiei intensității cîmpului electric permite și determinarea pierderilor de putere activă prin curenți turbionari în pătura feromagnetică, ținînd cont de structura de domenii a acesteia. Trebuie mai întîi reamintit că cele două componente ale intensității cîmpului electric, datorită inducției electromagnetice locale și, respectiv, structurii de domenii a păturii, determină o descompunere analogă a sistemului de curenți turbionari, componentele corespunzătoare fiind interpretate ca macro- și, respectiv, microcurenți turbionari [1].

Așa cum este cunoscut, densitatea locală a pierderilor de putere activă prin curenți turbionari este dată de relația

$$p(x, y) = \sigma E^2(x, y), \tag{27}$$

în care $E(x, y)$ este valoarea efectivă a intensității cîmpului electric.

Mediind această expresie pe volumul unui domeniu, se obține expresia pierderilor specifice corespunzătoare :

$$p = \frac{1}{a\Delta} \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} p(x, y)\, dx\, dy. \tag{28}$$

Ținînd cont de descompunerea semnalată mai sus a intensității cîmpului electric, pierderile pot fi atunci descompuse în trei componente, datorită macro-, microcurenților turbionari și, respectiv, interacțiunii lor :

$$p_{i_0} = \frac{\alpha_0}{\sigma\Delta} H_0^2 \frac{\operatorname{sh} \alpha_0\Delta - \sin \alpha_0\Delta}{\operatorname{ch} \alpha_0\Delta + \cos \alpha_0\Delta} =$$

$$= \frac{4}{\sigma\Delta^2} H_0^2 \sum_m{}' \frac{\omega^2}{\omega_m^2 + \omega^2} \qquad \left(\alpha_0^2 = \frac{1}{2} \mu_0 \sigma \omega\right), \tag{29}$$

$$p_{sd} = \frac{1}{2\sigma} \sum_m{}' \left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^2 \left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2 H_m^2 +$$

$$+ \frac{1}{\sigma} \sum_m{}' \sum_n{}'' \left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^2 \frac{\omega_m^2 + \omega^2}{\omega_{mn}^2 + \omega^2} \left[\left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2\right] H_m^2, \tag{30}$$

$$p_{1_0-sd} = \frac{2}{\pi\sigma} \sum_m{}' (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{m} \left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2 \left(\frac{\omega_m}{\omega_m + j\omega} \underline{H}_0 \underline{H}_m^* + \frac{\omega_m}{\omega_m - j\omega} \underline{H}_0^* \underline{H}_m\right). \tag{31}$$

Introducînd acum notaţia

$$R_m e^{j\rho_m} = 1 - \frac{1}{\underline{h}_m} - \sum_p{}'' (-1)^{\frac{p}{2}} \frac{1}{\underline{h}_{mp}}, \tag{32}$$

constanta complexă $\underline{H}_m$ se scrie sub forma

$$\underline{H}_m = (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{8\omega}{\mu_0 \sigma a \Delta} \frac{j\omega}{(\omega_m + j\omega)^2} \underline{H}_0 \frac{1}{R_m \Gamma'_m} e^{j(\varphi_m - \rho_m)}, \tag{33}$$

iar ultimele două din expresiile de mai sus ale pierderilor devin

$$p_{sd} = 16 \frac{\omega^2}{\mu_0 \sigma^2 a^2 \Delta^2} H_0^2 \sum_m{}' \frac{1}{m^2} \frac{\omega_m^3}{(\omega_m^2 + \omega^2)^2} \frac{1}{R_m^2 \Gamma'^2_m} +$$

$$+ 32 \frac{\omega^2}{\mu_0 \sigma^2 a^2 \Delta^2} H_0^2 \sum_m{}' \sum_n{}'' \frac{\omega_m^2}{\omega_m^2 + \omega^2} \cdot \frac{\omega_{mn}}{\omega_{mn}^2 + \omega^2} \cdot \frac{1}{R_m^2 \Gamma'^2_m}, \tag{30'}$$

$$p_{1_0-sd} = \frac{16}{\pi} \frac{\omega}{\sigma a \Delta} H_0^2 \sum_m{}' \frac{1}{m} \frac{\omega^2 \omega_m^2}{(\omega_m^2 + \omega^2)^2} \frac{1}{R_m \Gamma'_m} \left[\frac{\omega_m}{\omega} \sin(\varphi_m - \rho_m) - \right.$$

$$\left. - \cos(\varphi_m - \rho_m)\right]. \tag{31'}$$

Formele relativ restrînse ale expresiilor celor trei componente ale pierderilor specifice prin curenţi turbionari, cu toată forma complicată a expresiilor componentelor intensităţii cîmpului electric, se datoreşte ortogonalităţii funcţiilor trigonometrice de argumente $\frac{m\pi}{\Delta} x$ (m impar) şi $\frac{n\pi}{a} y$ (n par) pe coordonatele secţiunii domeniului.

5.2. PIERDERILE DATORITĂ CARACTERULUI AMORTIZAT AL MIŞCĂRII PERETELUI

Termenul de amortizare din ecuaţia (4) a mişcării peretelui dintre domenii contribuie de asemenea la pierderile totale de putere activă în sistemul studiat. Pentru calculul acestor pierderi trebuie observat că în

intervalul de timp elementar dt, în care aria $l \cdot dx$ a peretelui efectuează deplasarea du, energia pierdută în mişcarea unui perete este

$$dW'_\beta = \beta l \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} \frac{\partial u}{\partial t} du\, dx. \tag{34}$$

Pe durata unei mişcări oscilatoare complete, energia pierdută devine

$$W'_\beta = \oint_{(T)} dW'_\beta$$

şi, ţinînd cont de expresiile (15) şi (33), conduce la următorul rezultat :

$$W'_\beta = 8\pi \frac{\beta l \omega}{(\mu_0 M_s)^2 \sigma^2 \Delta} H_0^2 \sum_m{}' \frac{\omega_m^2}{\omega_m^2 + \omega^2} \frac{1}{R_m^2 \Gamma_m'^2}. \tag{35}$$

Sistemul conţinînd $\left(\frac{l'}{a} - 1\right) \approx \frac{l'}{a}$ pereţi de domenii Bloch 180°, pierderile totale de putere datorită amortizării mişcării pereţilor sînt

$$P_\beta = 4 \frac{\beta l l' \omega^2}{(\mu_0 M_s)^2 \sigma^2 a \Delta} H_0^2 \sum_m{}' \frac{\omega_m^2}{\omega_m^2 + \omega^2} \frac{1}{R_m^2 \Gamma_m'^2}, \tag{36}$$

iar cele specifice corespunzătoare

$$p_\beta = \frac{P_\beta}{l l' \Delta} = 4 \frac{\beta \omega^2}{(\mu_0 M_s)^2 \sigma^2 a \Delta^2} H_0^2 \sum_m{}' \frac{\omega_m^2}{\omega_m^2 + \omega^2} \frac{1}{R_m^2 \Gamma_m'^2} \tag{37}$$

5.3. PIERDERILE MAGNETICE TOTALE

În cele ce urmează se propune şi o metodă aproximativă de calcul a pierderilor magnetice totale în pătura feromagnetică. După cum este cunoscut, densitatea locală a pierderilor de energie pe durata unui proces ciclic se calculează conform formulei

$$w_m = \oint \mathbf{H}\, d\mathbf{B}, \tag{38}$$

integrala efectuîndu-se peste aria unui ciclu descris de valorile instantanee ale intensităţii cîmpului magnetic şi inducţiei magnetice. Dacă pentru aceste mărimi se adoptă expresiile cîmpurilor medii (deduse în cap. 3)

formula (38) dă chiar energia specifică pierdută pe durata unui ciclu :

$$w_m = \oint \widetilde{H}(t) \cdot \mathrm{d}\widetilde{B}(t) = 2\pi \widetilde{H}\widetilde{B} \sin \delta_\mu, \tag{39}$$

unde $\widetilde{H}$ şi $\widetilde{B}$ sînt valorile efective ale intensităţii cîmpului magnetic şi inducţiei magnetice medii.

Se observă însă că expresia pierderilor specifice de putere activă

$$p_m = \omega \widetilde{H}\widetilde{B} \sin \delta_\mu, \tag{40}$$

mai poate fi pusă şi sub forma echivalentă

$$p_m = \omega \operatorname{Im} (\underline{\widetilde{H}} \cdot \underline{\widetilde{B}}^*) \tag{40'}$$

sau, cu ajutorul descompunerilor (20) şi (24), sub una dintre formele

$$p_m = \omega \mu_i(\omega) \widetilde{H}^2 = \omega \frac{\widetilde{B}^2}{\mu_{i_{\|}}(\omega)}, \tag{41}$$

care sînt deosebit de utile, toate mărimile necesare calculului fiind obţinute anterior (cap. 3 şi 4). Folosind atunci fie formulele (14) şi (22), fie (13) şi (25), se obţine următoarea expresie finală a acestor pierderi :

$$p_m = 2 \frac{H_0^2}{\sigma \Delta^2} \frac{\operatorname{ch} \alpha_0 \Delta - \cos \alpha_0 \Delta}{\operatorname{ch} \alpha_0 \Delta + \cos \alpha_0 \Delta} \left[\sum_m{}' (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{\omega_m}{\omega} \Phi_m \left(\frac{\omega_m}{\omega} \sin \tau_m + \cos \tau_m \right) + \right.$$

$$\left. + \sum_m{}' \sum_p{}' (-1)^{\frac{m+p}{2}} \left(\frac{\omega_m}{\omega} \right)^2 \frac{\omega_p}{\omega} \Phi_m \Phi_p \cos (\tau_m - \tau_p) \right], \tag{42}$$

constantele Φ_m şi τ_m fiind cele definite prin relaţia (21).

Trebuie observat că, prin însuşi spiritul ei, această metodă dă rezultate mai puţin precise decît metoda exactă descrisă în cele două paragrafe precedente. Ea are însă meritul de a opera numai cu mărimi care descriu cîmpul magnetic mediu şi proprietăţile de material globale ale păturii feromagnetice, mărimi care sînt astfel mai direct accesibile experienţei.

6. DISCUŢII ŞI CONCLUZII

Formulele deduse pentru mărimile ce caracterizează cîmpul magnetic mediu şi mai ales pentru cele ce descriu proprietăţile de material ale sistemului studiat au o formă destul de complicată, la care s-a ajuns însă ţinînd seama de caracterul complex al structurii fizice reale a păturii feromagnetice. Mai mult încă, în cazurile de interes practic ce vor fi studiate într-o lucrare viitoare, ele capătă forme cu mult mai simple, accesibile

unui calcul numeric nu prea complicat. Anumite observaţii cu caracter general se pot însă formula chiar prin analiza atentă a formelor deduse în lucrarea de faţă.

Se observă astfel că componenta imaginară a permeabilităţii magnetice complexe creşte aproape direct proporţional cu frecvenţa la valori nu prea mari ale acesteia. Rezultatul concordă cu observaţiile generale privitoare la „inerţia" materialelor magnetice, inducţia magnetică urmărind, cu defazări ce cresc cu frecvenţa, variaţia sinusoidală în timp a intensităţii cîmpului magnetic stabilit.

În domeniul frecvenţelor foarte joase ($\omega \to 0$), folosind formulele (10) şi (17), calcule simple arată că

$$\mu(\omega \to 0) = \mu_0 \left[1 + \frac{32}{\pi^2} \frac{\mu_0 M_s^2}{a} \sum_m{}' \frac{1}{m^2 \alpha_m(\omega \to 0)} \right], \tag{43}$$

în care

$$\alpha_m (\omega \to 0) = \alpha + \left(\frac{m\pi}{\Delta} \right)^2 \sigma_B.$$

Rezultatul arată că la asemenea frecvenţe foarte mici, în care frecvenţa industrială de 50 Hz ar putea fi excelent încadrată pentru orice grosime a păturii, inducţia magnetică şi intensitatea cîmpului magnetic stabilit variază practic în fază.

Dacă se neglijează energia peretelui ($\sigma_B = 0$), ceea ce echivalează cu considerarea unui perete plan în mişcare, formula (43) devine

$$\mu (\omega \to 0) = \mu_0 \left(1 + 4 \frac{\mu_0 M_s^2}{a\alpha} \right), \tag{44}$$

identică cu rezultatul corespunzător obţinut de Polivanov [6] şi Brouwer [7].

Formulele obţinute indică de asemenea variaţia permeabilităţii şi a susceptibilităţii magnetice cu intensitatea cîmpului magnetic aplicat, deşi aceasta nu apare în mod explicit. Într-adevăr, să ne reamintim faptul că în ecuaţia mişcării peretelui apare termenul $\alpha \cdot u\,(x, t)$, care descrie interacţiunea peretelui în mişcare cu imperfecţiunile de structură ale reţelei cristaline. În jurul acestor imperfecţiuni (goluri sau incluziuni) apar microstructuri de domenii locale, care aduc o importantă reducere a energiei lor demagnetizante [13]. Aplicarea unui cîmp magnetic exterior determină însă o anumită orientare a acestor microstructuri, iar interacţiunea peretelui în mişcare cu imperfecţiunile reţelei scade, ceea ce aduce şi scăderea valorii constantei elastice α. În ultimă analiză, procesul determină astfel creşterea permeabilităţii magnetice a materialului odată cu valoarea cîmpului aplicat.

În fine, teoria expusă conţine şi elementele necesare explicării dezacomodării, adică a efectului de descreştere extrem de lentă în timp a permeabilităţii magnetice a materialului (deşi efectul este sensibil în domeniul de comportare neliniară a materialului). Într-adevăr, sînt două

aspecte importante ale acestui fenomen, datorită modificării structurii de domenii a păturii la aplicarea unui cîmp magnetic exterior şi revenirii ei în starea de echilibru odată cu anularea cîmpului. Primul constă în influenţa stabilităţii pereţilor asupra magnetizării sistemului dat, iar al doilea (încă mult controversat) în mecanismul fizic care contribuie la această stabilizare, mecanism ce s-ar putea explica prin ipoteza fixării superficiale (parţială la valori mari ale cîmpului) a pereţilor în mişcare, formulată în lucrarea de faţă.

Calculele făcute în capitolul 5 reprezintă o contribuţie la rezolvarea problemei de actualitate permanentă a pierderilor magnetice. Această problemă prezintă un interes considerabil mai ales la tolele feromagnetice, datorită implicaţiilor sale practice îndeosebi în proiectarea şi funcţionarea maşinilor şi aparatelor electrice.

În domeniul de valori ale intensităţii cîmpului magnetic pentru care este valabilă teoria expusă aici, peretele fiind fixat superficial, la anularea cîmpului aplicat el revine în poziţia plană de echilibru, astfel încît nu se pun probleme de remanenţă. Din acest motiv nu apare histerezisul magnetic şi nici pierderile asociate acestui fenomen. Singurele pierderi magnetice sînt astfel numai cele prin curenţi turbionari şi cele datorite caracterului amortizat al mişcării peretelui. Ultimele nu au fost încă calculate decît în ipoteze dintre cele mai simple [14], iar în practică nu au fost luate niciodată în considerare la calcularea pierderilor totale ale sistemului.

Analiza modului în care pierderile prin curenţi turbionari depind de frecvenţă arată că această dependenţă este cu mult mai complicată decît dependenţa pătratică adoptată în cea mai simplă din aproximaţiile clasice :

$$p_1' = \frac{\pi^2}{6} \sigma f^2 \Delta^2 (\mu H_0)^2, \tag{45}$$

şi chiar decît cea descrisă de rezultatul „exact" al teoriei clasice :

$$p = \frac{\alpha}{\sigma \Delta} H_0^2 \frac{\operatorname{sh} \alpha\Delta - \sin \alpha\Delta}{\operatorname{ch} \alpha\Delta + \cos \alpha\Delta} \left(\alpha^2 = \frac{1}{2} \mu \sigma \omega \right), \tag{46}$$

rezultat care înlătură aproximaţia neglijării cîmpului de reacţie a curenţilor induşi în condiţiile căreia s-a stabilit formula precedentă. Dar, calculate cu oricare dintre cele două formule, pierderile rămîn totuşi cu mult mai mici decît cele măsurate experimental, fapt cunoscut sub numele de „anomalia" curenţilor turbionari [15]. Explicaţia neconcordanţei a fost dată de teoriile care iau în considerare structura de domenii a tolei feromagnetice [4]—[6], [16]. Acestea însă, pentru uşurarea calculelor, au introdus alte ipoteze simplificatoare, dintre care cele mai importante sînt considerarea formei plane a peretelui şi neglijarea sistematică a inducţiei electromagnetice locale, ceea ce conferă intensităţii cîmpului electric un caracter potenţial. Polivanov [6], primul care utilizează ipoteza peretelui plan, menţionează că ea nu este valabilă decît pentru deplasări mici ale pereţilor, dar ceilalţi autori care au adoptat-o o presupun în mod

eronat valabilă pentru deplasări oricît de mari, ceea ce a dus la rezultate adesea nesatisfăcătoare [14], [16]—[20].

La frecvenţe foarte ridicate, pierderile pot chiar începe să scadă cu frecvenţa, efect ce se justifică prin creşterea considerabilă a inerţiei pereţilor în mişcare, dar care, datorită caracterului său oarecum nefizic, ar putea constitui şi un indiciu asupra unei anumite limitări a modelului propus.

O direcţie de cercetare puţin investigată rămîne dependenţa de temperatură a pierderilor, în general, şi a celor prin curenţi turbionari, în special. O asemenea dependenţă este pusă în mod indirect în evidenţă, ţinînd cont de variaţia cu temperatura a diferitelor constante fizice ce figurează în expresiile pierderilor. Analiza lor atentă arată că se poate anticipa că pierderile cresc la scăderea temperaturii, concluzie dealtfel confirmată experimental la tole de Fe—4,3% Si cu anizotropie uniaxială [21].

În încheiere, reamintind expresia pierderilor specifice prin curenţi turbionari stabilită de autor în ipoteza neglijării fenomenului inducţiei electromagnetice locale [8]:

$$p = \frac{8}{\pi} \frac{\omega^2 H_0^2}{\sigma a \Delta} \sum_m{}' \frac{1}{m\Gamma_m^2} \operatorname{th} \frac{m\pi a}{2\Delta} \tag{47}$$

(rezultat particular al cazului mai general expus în lucrarea de faţă), trebuie observat că, dacă se neglijează masa şi energia proprie a peretelui Bloch ($m_B = 0$; $\sigma_B = 0$), iar frecvenţele se presupun suficient de mici pentru a putea neglija ultimul termen din expresia (10''''):

$$\Gamma_m \cong \alpha_m T_m = m \frac{\pi\alpha}{2\,(\mu_0 M_s)^2\,\sigma\Delta} \operatorname{th} \frac{m\pi a}{2\Delta},$$

expresia (47) devine

$$p = \frac{128}{\pi} \frac{(\mu_0 M_s)^4}{a\alpha^2} \sigma\Delta f^2 H_0^2 \sum_m{}' \frac{1}{m^3} \operatorname{cth} \frac{m\pi a}{2\Delta}. \tag{48}$$

În cadrul aceleiaşi aproximaţii, permeabilitatea magnetică (44) ia forma mai simplă

$$\mu = 4 \frac{(\mu_0 M_s)^2}{a\alpha},$$

cu ajutorul căreia expresia de mai sus capătă următoarea formă finală:

$$p = \frac{8}{\pi} \sigma a \Delta f^2 (\mu H_0)^2 \sum_m{}' \frac{1}{m^3} \operatorname{cth} \frac{m\pi a}{2\Delta}. \tag{49}$$

În această formulă se regăseşte astfel rezultatul teoriei lui Pry şi Bean [16], valabil pentru valori mici ale intensităţii cîmpului aplicat (în aproximaţia de mai sus, forma plană a pereţilor — specifică acestei teorii — s-a adoptat odată cu neglijarea mărimilor caracteristice asociate acestora: m_B şi σ_B). Se remarcă faptul că rezultatul (49) este valabil

numai la valori nu prea mari ale frecvenţei, lucru de care teoria lui Pry şi Bean nu ţine cont, presupunînd rezultatele aplicabile pentru orice valoare a frecvenţei.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Gavrilă, *Studiul păturilor şi tolelor feromagnetice cu anizotropie magnetică uniaxială în cîmpuri magnetice alternative de mică intensitate. I. Cîmpul electromagnetic local*, St. cerc. energ. electr., **22**, *3*, 623—638 (1972).
2. Ch. Kittel, *Physical theory of ferromagnetic domains*, Rev. Modern Physics, **21**, *4*, 541—583 (1949).
3. L. Landau, E. Lifshitz, *Theory of dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies*, Physik. Zeit. Sowjetunion, **8**, 153—169 (1935).
4. H. J. Williams, W. Shockeley, Ch. Kittel, *Studies of the propagation velocity of a ferromagnetic domains boundary*, Phys. Review, **80**, *12*, 1090—1094 (1950).
5. L. Néel, *Influence de la subdivision en domaines élémentaires sur la perméabilité en haute fréquence des corps ferromagnétiques conducteurs*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble), **III**, 301—319 (1951).
6. K. M. Polivanov, *Dinamiceskie harakteristiki ferromagnetikov*, Izv. Akad. Nauk SSSR (seria Fizika), **XVI**, *4*, 449—464 (1962).
7. G. Brouwer, *Electrical analog of the eddy-current-limited domain-boundary motion in ferromagnetics*, J. Appl. Phys., **26**, *11*, 1297—1301 (1955).
8. H. Gavrilă, *Model pentru calculul pierderilor prin curenţi turbionari în tola din material feromagnetic*, St. cerc. energ. electr., **22**, *1*, 95—113 (1972).
9. J. E. L. Bishop, E. W. Lee, *The behaviour of ferromagnetic sheets in alternating electric and magnetic fields*, Proc. Royal Soc. (London), **276 A**, *1 364*, 96—111 (1963).
10. W. Andrää, *On the Bloch wall motion in multilayer films*, Czech. J. Phys., **B 21**, *4—5*, 522—524 (1971).
11. C. Tănăsoiu, *Contribuţii la studiul structurii de domenii şi al proceselor de magnetizare în feritele uniaxe cu anizotropie puternică*, St. cerc. fiz., **23**, *10*, 1163—1192 (1971).
12. E. Olsen, *Applied magnetism*, Londra, Philips Technical Library, 1966.
13. S. Chikazumi, *Physics of magnetism*, New York, J. Wiley, Inc., 1966.
14. W. J. Carr, *Energy losses resulting from domain wall motion*, J. Appl. Phys., **30**, *4 S*, 90—91 (1959).
15. F. Brailsford, *Investigation of eddy-current anomaly in electrical sheet steel*, Journal IEE, **95 (II)**, *1*, 38—48 (1948).
16. R. H. Pry, C. P. Bean, *Calculation of the energy loss in magnetic sheet material using a domain model*, J. Appl. Phys., **29**, *3*, 532—533 (1968).
17. P. W. Neurath, *Hysteresis and eddy-losses in silicon iron as a function of sheet thickness*, J. Appl. Phys., **30**, *4*, 88—89 S (1959).
18. P. D. Agarwal, L. Rabins, *Rigorous solution of eddy-current losses in rectangular bar for single plane domain wall model*, J. Appl. Phys., **31**, *5*, 246—248 S (1960).
19. J. J. Becker, *Magnetization changes and losses in conducting ferromagnetic materials*, J. Appl. Phys., **34**, *4 (II)*, 1327—1332 (1963).
20. D. A. Wycklendt, *Eddy-current losses calculated from a domain model and observed densities of mobile walls*, J. Appl. Phys., **34**, *4 (II)*, 1305—1306 (1963).
21. E. H. Brown, J. R. Brennand, *Magnetic losses at low temperatures*, J. Appl. Phys., **30**, *1*, 112—114 (1959).

CIRCUITE MAGNETICE LINIARE CU PIERDERI PRIN CURENŢI TURBIONARI ÎN REGIM TRANZITORIU

C. I. MOCANU

621.3.011.1 : 538.542 : 537.226.3

Prin analogie cu parametrii elementului de circuit electric, se definesc parametrii elementului de circuit magnetic în regim cvasistaţionar. Efectelor inductiv-electrocinetice (curenţi turbionari) le corespunde inductivitatea electrică, mărime duală inductivităţii magnetice corespunzînd efectelor inductiv-magnetice. Se demonstrează că miezul magnetic drept e caracterizat în orice regim cvasistaţionar, permanent sau tranzitoriu, de o schemă echivalentă cu elemente conectate în paralel, avînd valori constante ale reluctanţei (rezistenţei magnetice) şi inductivităţii electrice. În această lucrare se stabilesc schemele echivalente ale miezurilor magnetice drepte, avînd secţiuni circulare şi de forma segmentului de cerc.

Elementul de circuit magnetic se defineşte, prin analogie cu *elementul de circuit electric rezistiv*, prin corespondenţa stabilită pe baza teoremelor lui Kirchhoff şi a legii lui Ohm în regim staţionar pentru medii lineare, izotrope şi omogene, parametrii duali fiind *rezistenţa magnetică* R_m (reluctanţa) şi *rezistenţa electrică* R_e. În regim cvasistaţionar permanent sau tranzitoriu, *efectele inductiv-magnetice* introduc în caracterizarea elementului de circuit electric şi inductivitatea magnetică L_m. Dacă efectele difuziei cîmpului electromagnetic nu sînt neglijabile şi, în consecinţă, caracterul filiform îşi pierde valabilitatea, nici unul dintre aceşti parametri nu mai poate caracteriza elementul de circuit electric, fiind potriviţi în acest caz fie parametri tranzitorii [1], fie schemele echivalente [2]. Pentru studiul şi dimensionarea circuitelor magnetice ale electromagneţilor, transformatoarelor şi maşinilor electrice, se admite în literatură că, independent de modul de variaţie în timp a cîmpului magnetic, rezistenţa magnetică are valoarea de regim staţionar. Astfel, în regim armonic permanent, cîmpul magnetic dintr-un tronson al unui circuit magnetic se consideră cu repartiţia de regim staţionar, neglijîndu-se efectul pelicular. Pierderile în fier provocate de curenţii turbionari, la care se adaugă în mediile nelineare şi cu histerezis şi cele datorite histerezei magnetice, sînt puse în evidenţă în scheme echivalente ale circuitelor electrice şi

magnetice valabile numai în regim armonic permanent; în schemele electrice se introduc elemente rezistiv-inductive conectate în serie sau în paralel cu parametri care depind de frecvenţă; în schemele magnetice se operează cu impedanţe magnetice avînd părţile reale egale cu reluctanţele de regim staţionar şi părţile imaginare egale cu reactanţele corespunzînd pierderilor în fier. Dacă pentru mediile magnetice cu histerezis pierderile prin curenţi turbionari se interpretează prin creşterea ariei ciclului de magnetizare, pentru mediile fără histerezis o interpretare similară nu este posibilă.

În regim cuasistaţionar, repartiţia cîmpului magnetic e diferită de repartiţia de regim staţionar şi implică o creştere a rezistenţei magnetice. Într-un miez magnetic drept, în aproximaţia cîmpului magnetic plan-paralel, refularea cîmpului magnetic armonic permanent implică o creştere a reluctanţei, în acelaşi mod în care creşte rezistenţa în alternativ a conductorului ocupînd acelaşi domeniu parcurs axial de curent sinusoidal în timp. Efectele difuziei cîmpului electromagnetic în miezul bobinelor se iau în considerare în schemele electrice echivalente PSL [3], [4], valabile în orice regim permanent sau tranzitoriu; aceste scheme nu pot însă înlocui schemele circuitelor magnetice, care se dovedesc utile în proiectarea dispozitivelor electromagnetice.

În această lucrare se definesc în regim cvasistaţionar parametrii elementului de circuit magnetic, prin analogie cu parametrii elementului de circuit electric. Mărimea duală inductivităţii magnetice L_m corespunzînd efectelor inductiv-magnetice este *inductivitatea electrică* L_e, care corespunde *efectelor inductiv-electrocinetice* (curenţilor turbionari). Se demonstrează că, prin analogie cu conductoarele drepte, elementul de circuit magnetic de forma unui tronson drept admite în orice regim, permanent sau tranzitoriu, o schemă echivalentă, conţinînd o infinitate de elemente conectate în paralel. Fiecare element al schemei e caracterizat de valori constante ale rezistenţei magnetice R_m şi inductivităţii electrice L_e. Pentru stabilirea schemelor se rezolvă mai întîi problema de cîmp în regim liber. La suprimarea cîmpului magnetic inductoric, constant în timp şi orientat axial într-un tronson magnetic drept, condiţia pe frontieră pentru cîmpul magnetic e omogenă pe durata relaxaţiei. Fiind o problemă interioară de tip Dirichlet pentru cîmpul magnetic, rezolvarea în condiţiile iniţială cunoscută şi pe frontieră omogenă permite determinarea setului complet de valori şi de funcţii proprii şi, în consecinţă, a parametrilor schemei echivalente. În prima parte a lucrării se stabilesc schemele echivalente ale circuitului magnetic drept cu secţiune circulară şi în partea a doua cu secţiuni de forma segmentului de cerc. Într-o altă lucrare se vor studia schemele secţiunilor dreptunghiulară şi eliptică.

1. PROBLEMELE FUNDAMENTALE ALE DIFUZIEI CÎMPULUI MAGNETIC ÎN MIEZURILE DREPTE ALE BOBINELOR

Se consideră o bobină dreaptă infinit lungă, avînd un miez drept C de lungime foarte mare l, avînd conturul Γ al secţiunii transversale închizînd domeniul $\mathcal{A}$, şi fie $\bar{\mathcal{A}} = \Gamma \cup \mathcal{A}$ reuniunea lor (fig. 1*a*). Se alege

axa *oz* a unui sistem cartezian de coordonate paralelă cu miezul bobinei, care se presupune omogen, linear și izotrop cu permeabilitatea μ și conductivitatea σ constante. Dacă înfășurarea bobinei e uniform repartizată și se neglijează efectele de la capete, mărimile de cîmp nu depind de coordonata z și problema rezultă plan-paralelă.

Intensitatea cîmpului magnetic $H(P, t)$ într-un punct P la momentul t (fig. 1) are componentă după axa *oz* și e soluție a ecuației

$$\Delta H(P, t) = \mu\sigma \frac{\partial H(P, t)}{\partial t}, \quad P \in \bar{\mathcal{A}}, \; t = 0, \qquad (1)$$

cu condițiile inițială și pe frontieră

$$H(P, 0) = F(P) \quad ; \quad P \in \bar{\mathcal{A}} \quad ; \quad t = 0, \qquad (2)$$

$$H(P, t) = f(P, t) \quad ; \quad P \in \Gamma \quad , \quad t \geqslant 0. \qquad (3)$$

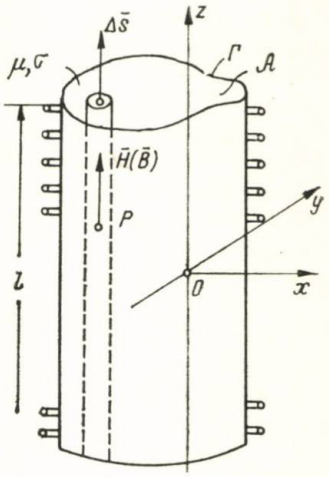


Fig. 1. — Miez magnetic drept în cîmp magnetic orientat axial.

Dacă se notează [5]

$$H(P, t) = H_t(P, t) + H_l(P, t),$$

astfel încît

$$\left.\begin{aligned} H(P, 0) &= H_t(P, 0) = F(P) \\ H_l(P, 0) &= 0 \end{aligned}\right\} \quad P \in \bar{\mathcal{A}} \quad , \quad t = 0,$$

$$\left.\begin{aligned} H(P, t) &= H_l(P, t) = f(P, t) \\ H_t(P, t) &= 0 \end{aligned}\right\} \quad P \in \Gamma \quad , \quad t \geqslant 0,$$

urmează că la rezolvarea ecuației (1) se disting două clase de probleme, în care :

a) condiția inițială e omogenă și intensitatea cîmpului magnetic e nulă în $\mathcal{A}$ la $t = 0$:

$$H(P, 0) = 0 \quad , \quad P \in \mathcal{A}, \; t = 0; \qquad (4)$$

b) condiția pe frontieră e omogenă și intensitatea cîmpului magnetic se anulează pe suprafața Γ a conductorului :

$$H(P, t) = 0 \quad , \quad P \in \Gamma \quad , \quad t \geqslant 0. \qquad (5)$$

Ecuațiilor (1), (4) și (2), (5) le corespund două tipuri fundamentale de probleme de difuzie a cîmpului magnetic în regim tranzitoriu. Pentru

stabilirea condițiilor fizice corespunzătoare, se consideră următoarele două experiențe model:

— *în prima experiență* se consideră că la momentul $t = 0$ se stabilește în exteriorul miezului C un cîmp magnetic inductoric uniform și constant în timp, de intensitate H_0. După intervalul de timp Δt, curentul indus Δi stabilește în miez un cîmp magnetic de intensitate ΔH orientat axial și treptat cîmpul magnetic difuzează în miezul bobinei. Acest regim corespunde problemei răspunsului tranzitoriu la excitație constantă aplicată la momentul $t = 0$ pe suprafața Γ a conductorului și, în consecință, condiția inițială pentru cîmpul magnetic e omogenă. Problema de răspuns tranzitoriu pentru curenții turbionari induși în miezul unei bobine drepte la excitație-treaptă de cîmp magnetic este de clasa (a) și se formulează astfel: *intensitatea cîmpului magnetic tranzitoriu* $H_t(P, t)$ *e soluție a ecuației*

$$\Delta H_t(P, t) = \mu\sigma \frac{\partial H_t(P, t)}{\partial t}, \quad P \in \mathcal{A} \quad , \quad t > 0, \tag{6}$$

cu condițiile inițială și pe frontieră

$$H_t(P, 0) = 0 \quad ; \quad P \in \mathcal{A} \quad , \quad t = 0, \tag{7}$$

$$H_t(P, t) = H_0 \quad ; \quad P \in \Gamma \quad , \quad t \geqslant 0; \tag{8}$$

— *în a doua experiență* se consideră bobina inductoare parcursă de curent continuu și, prin urmare, intensitatea cîmpului magnetic e peste tot H_0. La momentul $t = 0$ se întrerupe curentul și deci cîmpul magnetic inductoric se anulează în exteriorul tronsonului și pe suprafața acestuia. Problema relaxației curenților turbionari induși în miez este de clasa (b) și se formulează astfel: *intensitatea cîmpului magnetic liber* $H_l(P, t)$ *e soluție a ecuației*

$$\Delta H_l(P, t) = \mu\sigma \frac{\partial H_l(P, t)}{\partial t}, \quad P \in \mathcal{A} \quad , \quad t > 0, \tag{9}$$

cu condițiile inițială și pe frontieră

$$H_l(P, 0) = H_0 \quad ; \quad P \in \mathcal{A} \quad , \quad t = 0, \tag{10}$$

$$H_l(P, t) = 0 \quad , \quad P \in \Gamma \quad , \quad t \geqslant 0. \tag{11}$$

Soluțiile celor două probleme — de *răspuns tranzitoriu* $H_t(P, t)$ și *de relaxație* $H_l(P, t)$ — nu sînt independente, deoarece suma lor e egală cu intensitatea cîmpului magnetic H_0:

$$H_t(P, t) + H_l(P, t) = H_0. \tag{12}$$

Urmează că e suficient să se rezolve una dintre aceste probleme; se preferă rezolvarea problemei de relaxație, care, datorită condiției omogene

pe frontieră, permite obținerea sistemului complet de valori și de funcții proprii.

2. CALCULUL INTENSITĂȚII CÎMPULUI MAGNETIC LIBER $H_l(P, t)$

Soluția cu variabile separate a ecuației (9) are forma

$$H_l(P, t) = \sum_{k=1}^{n} T_k(t)\, S_k(P), \tag{13}$$

în care funcțiile de timp $T_k(t)$ și spațiale $S_k(P)$ corespund valorilor proprii λ_k și satisfac ecuațiile

$$\frac{\mathrm{d}T_k}{\mathrm{d}t} = -\lambda_k^2 \mu\sigma\, T_k \quad ; \quad \Delta S_k = \lambda_k^2 S_k. \tag{14}$$

Funcțiile $T_k(t)$ îndeplinesc condiția de relaxație

$$\lim_{t\to\infty} T_k(t) = \lim_{t\to\infty} H_l(P, t) = 0$$

și au, prin urmare, forma

$$T_k(t) = \mathrm{e}^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma}. \tag{15}$$

Din ecuațiile (13) și (15) rezultă pentru $H_l(P, t)$ expresia

$$H_l(P, t) = \sum_{k=1}^{n} S_k(P)\, \mathrm{e}^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma}. \tag{16}$$

Soluția (16) satisface condiția inițială (15) și, notînd cu $s_k(P)$ sistemul normat al funcțiunilor proprii spațiale:

$$s_k(P) = \frac{S_k(P)}{H_0}, \tag{17}$$

se obține soluția formală a intensității cîmpului magnetic liber $H_l(P, t)$:

$$H_l(P, t) = H_0 \sum_{k=1}^{n} s_k(P)\, \mathrm{e}^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma}. \tag{18}$$

Densitatea curenților turbionari $J_l(P, t)$ se calculează din ecuația (18) cu legea circuitului magnetic. Integrînd $\mu H_l(P, t)$ pe aria S_0 a secțiunii transversale a tronsonului, se obține fluxul magnetic liber $\Phi_l(t)$:

$$\Phi_l(t) = \Phi_0 \sum_{k=1}^{n} \alpha_k\, \mathrm{e}^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma} \quad ; \quad \alpha_k = \frac{1}{A_0} \int_{S_0} s_k(P)\, \mathrm{d}S, \tag{19}$$

în care s-a notat cu $\Phi_0 = \mu H_0 S_0$ fluxul magnetic staţionar şi cu α_k valoarea medie a funcţiei $s_k(P)$, calculată pe aria S_0. Din ecuaţiile (10), (11) şi (18) urmează că funcţiile proprii $s_k(P)$ verifică relaţiile

$$\sum_{k=1}^{n} s_k(P)_{P \in \sigma t} = 1 \quad ; \quad s_k(P)_{P \in \Gamma} = 0. \tag{20}$$

3. CALCULUL INTENSITĂŢII CÎMPULUI MAGNETIC TRANZITORIU $H_t(P, t)$

Din ecuaţiile (12) şi (18) rezultă că la excitaţie-treaptă de tensiune U_0 intensitatea cîmpului magnetic tranzitoriu $H_t(P, t)$ are expresia

$$H_t(P, t) = H_0 - H_0 \sum_{k=1}^{n} s_k(P)\, e^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma} = H_0 \sum_{k=1}^{n} s_k(P)\,[1 - e^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma}], \tag{21}$$

în care s-a ţinut cont de prima relaţie (20). Integrînd $\mu H_t(P, t)$ pe aria miezului, se obţine fluxul magnetic tranzitoriu:

$$\Phi_t(t) = \int_{S_0} \mu H_t(P, t)\, dS = \Phi_0 \sum_{k=1}^{n} \alpha_k\,[1 - e^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma}]. \tag{22}$$

Deoarece $\lim_{t\to\infty} \Phi_t(t) = \Phi_0$, rezultă din ecuaţia (22) următoarea relaţie pe care o satisfac constantele α_k:

$$\sum_{k=1}^{n} \alpha_k = 1. \tag{23}$$

Din ecuaţiile (21) şi (22) se deduc răspunsurile tranzitorii pentru intensitatea cîmpului magnetic $y_H(P, t)$ şi pentru fluxul magnetic $y_\Phi(t)$:

$$y_H(P, t) = \frac{H_t(P, t)}{H_0} = \sum_{k=1}^{\infty} s_k(P)\,[1 - e^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma}], \tag{24}$$

$$y_\Phi(t) = \frac{\Phi(t)}{\Phi_0} = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k\,[1 - e^{-\lambda_k^2/\mu\sigma}]. \tag{25}$$

4. SCHEMA ECHIVALENTĂ PARALEL P

Cu notaţia

$$\Phi_k(t) = \Phi_0 \alpha_k (1 - e^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma}), \tag{26}$$

ecuația (37), pusă sub forma

$$\Phi(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_k(t),$$

reprezintă prima ecuație a lui Kirchhoff la unul dintre nodurile unei rețele magnetice conținînd o infinitate de elemente conectate în paralel (fig. 2*a*)

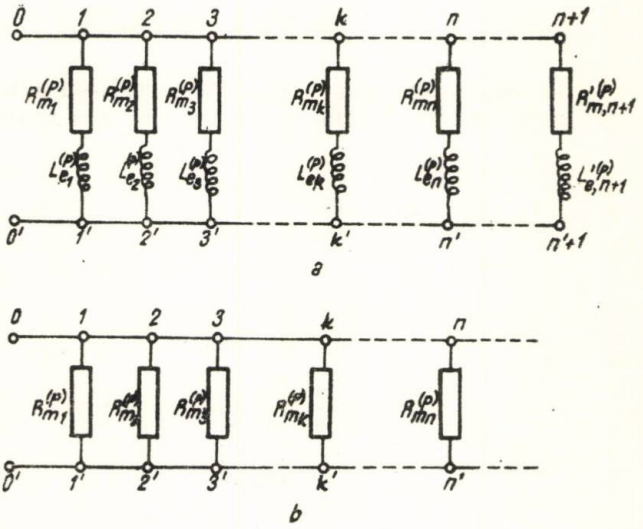


Fig. 2. — Schema magnetică echivalentă paralel cu o infinitate de elemente conectate în paralel.

și avînd rezistențele magnetice (reluctanțele) $R_{mk}^{(p)}$ și inductivitățile electrice $L_{ek}^{(p)}$:

$$R_{mk}^{(p)} = \frac{R_{m0}}{\alpha_k}\ ;\quad L_{ek}^{(p)} = \frac{\mu\sigma\, R_{m0}}{\lambda_k^2\, \alpha_k}. \tag{27}$$

În regim staționar, schema conține numai reluctanțele R_{mk} (fig. 2*b*), care satisfac condiția

$$\left[\sum_{k=1}^{\infty} (R_{mk}^{(p)})^{-1}\right]^{-1} = R_{m0}, \tag{28}$$

confirmată și de relația (23). Impedanța magnetică interioară în complex $Z_m(j\omega)$, rezistența magnetică în alternativ R_{ma} și inductivitatea L_{ea} se calculează din schema P și au expresiile

$$Z_m(j\omega) = \left\{\sum_{k=1}^{\infty} [R_{mk}^{(p)} + j\omega L_{ek}^{(p)}]^{-1}\right\}^{-1}\ ;\ R_{ma} = \mathrm{Re}\,\{Z(j\omega)\},$$

$$L_{ea} = \frac{1}{\omega}\,\mathrm{Im}\,\{Z_m(j\omega)\}. \tag{29}$$

Pentru factorul de creştere în alternativ al rezistenţei magnetice k_{Rm} se obţine formula

$$k_{Rm}(\eta) = \frac{R_{ma}}{R_{m0}} = \left[\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k}{1 + \eta^4/\alpha_k^2 \lambda_k^4 S_0^2]}\right]^{-1}, \tag{30}$$

în care s-a notat cu η constanta reală adimensională a lui Dwight [6]:

$$\eta = \sqrt{\mu \sigma \omega S_0}. \tag{31}$$

În regim armonic permanent, rezistenţa magnetică creşte datorită refulării cîmpului magnetic şi e cu atît mai mare cu cît permeabilitatea,

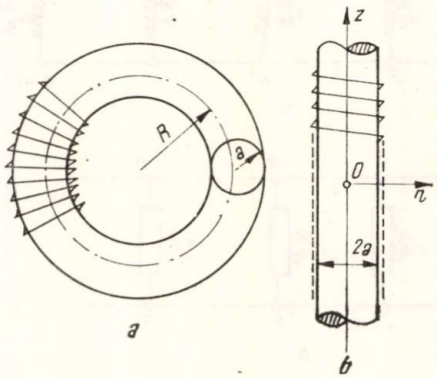


Fig. 3. — Miez magnetic toroidal (*a*) şi miez magnetic drept (*b*).

conductivitatea, frecvenţa sau aria S_0 sînt mai mari. Se constată astfel dualitatea dintre efectul pelicular la curent de aducţie în conductorul drept de arie S_0 şi efectul pelicular în miezul magnetic, de aceeaşi arie, situat în cîmp magnetic axial. În prima problemă, odată cu creşterea constantei lui Dwight η, rezistenţa electrică creşte şi inductivitatea magnetică interioară scade, iar în a doua problemă reluctanţa magnetică creşte şi scade inductivitatea electrică.

5. MIEZUL MAGNETIC CU SECŢIUNE CIRCULARĂ

Se consideră bobina cu miez toroidal de rază R, avînd secţiunea circulară de rază a (fig. 3*a*). Dacă $R \gg a$, problema poate fi considerată plan-paralelă, ca în cazul unui miez magnetic drept (fig. 3*b*). În coordonate cilindrice circulare (r, φ, z), ecuaţiile (9), (10) şi (11) au formele

$$\frac{\partial^2 H_l}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial H_l}{\partial r} = \mu \sigma \frac{\partial H_l}{\partial t}\ ; \quad 0 < r < a\ ,\ t > 0, \tag{32}$$

$$H_l(r, 0) = H_0\ ,\ r < a; \tag{33}$$

$$H_l(a, t) = 0,\ t \geqslant 0. \tag{34}$$

Soluția de forma (18) a ecuației (32) este

$$H_l(r, t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k J_0(\lambda_k r/a)\, e^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma}, \tag{35}$$

în care J_k e funcția lui Bessel de prima speță și ordin k, iar A_k sînt constante de integrare. Soluția (35) satisface condiția pe frontieră (34) dacă

$$J_0(\lambda_k a) = 0,$$

de unde rezultă valorile lui λ_k:

$$\lambda_k = \frac{\beta_k}{a}\ ;\quad k = 1, 2, \ldots, \infty, \tag{36}$$

în care β_k sînt rădăcinile ecuației

$$J_0(\beta) = 0. \tag{37}$$

Din satisfacerea condiției inițiale (33) și ținînd cont de ortogonalitatea funcțiilor $J_0(\beta_k r/a)$ [7]:

$$\int_0^a r J_0(\beta_k r/a)\, J_0(\beta_s r/a)\, dr = \begin{cases} 0\ , & k \neq s, \\ \dfrac{a^{-2}}{2} J_1^2(\beta_k), & k = s, \end{cases}$$

se obțin pentru constantele A_k valorile

$$A_k = \frac{2H_0}{\beta_k J_1(\beta_k)}. \tag{38}$$

Înlocuind A_k din (38) în (35), se deduce formula cunoscută a intensității cîmpului magnetic liber $H_l(r, t)$:

$$H_l(r, t) = H_0 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2J_0(\beta_k r/a)}{\beta_k J_1(\beta_k)} e^{-\beta_k^2 t/T_0}, \tag{39}$$

n care s-a notat cu T_0 constanta de timp interioară. Integrînd $\mu H_l(r, t)$ pe aria secțiunii cilindrului, se obține fluxul magnetic liber $\Phi_l(t)$:

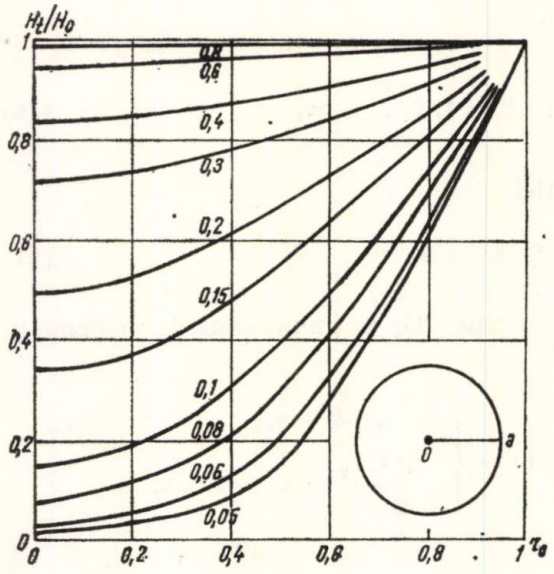
$$\Phi_l(t) = \Phi_0 \sum_{k=1}^{\infty} 4\beta_k^{-2}\, e^{-\beta_k^2 t/\mu\sigma}. \tag{40}$$

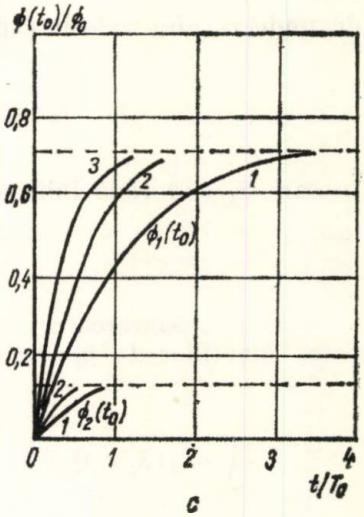
Din ecuaţiile (12), (39) şi (22), (40) se deduc intensitatea cîmpului magnetic tranzitoriu $H_t(r, t)$ şi fluxul magnetic tranzitoriu $\Phi_t(t)$:

$$H_t(r, t) = H_0 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2J_0(\beta_k\, r/a)}{\beta_k\, J_1(\beta_k)} [1 - e^{-\beta_k^2 t/T_0}], \tag{41}$$

$$\Phi_t(t) = \Phi_0 \sum_{k=1}^{\infty} 4\beta_k^{-2} [1 - e^{-\beta_k^2 t/\mu\sigma}]. \tag{42}$$

În figurile 4*a* şi 4*b*, curbele adimensionale $H_t(r_0)/H_0$ în funcţie de coordonata relativă $r_0 = r/a$ pentru diferite valori ale timpului relativ





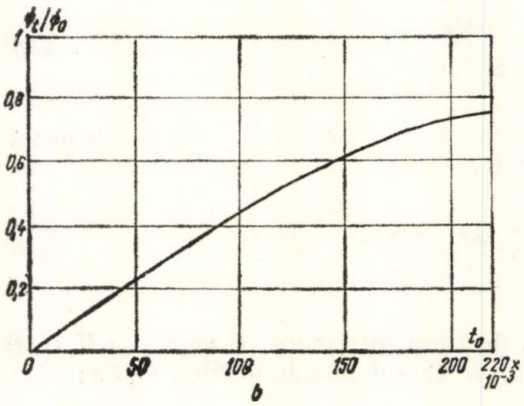


Fig. 4. — Curbele adimensionale *a*, $H_t(t_0)/H_0$, şi *b*, $\Phi_t(t_0)/\Phi_0$; *c* — fluxurile magnetice $\Phi_1(t_0)/\Phi_0$ şi $\Phi_2(t_0)/\Phi_0$ prin primele două elemente ale schemei-paralel.

$t_0 = t/T_0$ şi curba adimensională $\Phi_t(t_0)/\Phi_0$ pun în evidenţă monotonia difuziei cîmpului magnetic în miezul cilindric circular. În figura 4*c* s-au reprezentat prin linii pline fluxurile magnetice $\Phi_1(t_0)$ şi $\Phi_2(t_0)$ prin primele

două elemente ale schemei-paralel pentru trei valori ale constantei de timp : $5T_0$, $5T_0/2$ și $5T_0/3$. Se observă că, odată cu reducerea constantei de timp, fluxurile $\Phi_1(t_0)$ și $\Phi_2(t_0)$ tind către fluxurile-treaptă Φ_{10} și Φ_{20}.

Din ecuațiile (27) și (42) se deduc valorile parametrilor $R_{mk}^{(p)}$ și $L_{ek}^{(p)}$ ai schemei echivalente paralel (fig. 2*a*) :

$$R_{mk}^{(p)} = \frac{\beta_k^2}{4} R_{m0}\,;\quad L_{ek}^{(p)} = 2L_{e0}\,;\quad R_{m0} = \frac{l}{\mu_0 \pi a^2}\,;\quad L_{e0} = \frac{\sigma l}{8\pi}. \tag{43}$$

Pentru compensarea erorii ce se face reținînd primele n elemente, se introduce un element de corecție (fig. 2*a*), avînd inductivitatea electrică $2L_{e0}$ și rezistența $R_{m(n+1)}^{\prime(p)}$ egală cu rezistența echivalentă a elementelor omise :

$$R_{m(n+1)}^{\prime(p)} = \left[1 - 4\sum_{k=1}^{n} \beta_k^{-2}\right]^{-1} R_{m0}. \tag{44}$$

În tabela 1 s-au calculat primele zece rezistențe magnetice relative $R_{mk}^{(p)}/R_{m0}$ și rezistențe magnetice relative de corecție $R_{m(n+1)}^{\prime(p)}/R_{m0}$. Cu

Tabela 1

Parametrii relativi ai schemei-paralel

k	η_k	$\frac{R_{mk}^{(p)}}{R_{m0}}$	$\frac{R_{m(k+1)}^{\prime(p)}}{R_{m0}}$
1	2,4048	1,4458	3,2431
2	5,5201	7,6179	5,6934
3	8,6537	18,7216	6,3726
4	11,7915	34,7599	6,4914
5	14,9309	55,7329	6,5677
6	18,0711	81,6412	6,6207
7	21,2116	112,4830	6,6600
8	24,3525	148,2611	6,6898
9	27,4935	188,9731	6,7113
10	30,6346	234,6197	6,7331

valorile (43), factorul de creștere în alternativ al rezistenței magnetice k_{Rm} se calculează cu formula (30) și se obține

$$k_{Rm} = \frac{1}{4}\left[\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k^2}{\beta_k^4 + \eta^4/\pi^2}\right]^{-1}. \tag{45}$$

În tabela 2 s-au calculat valorile lui k_{Rm} în funcție de a/δ, în care $\delta = \sqrt{2/\mu\omega\sigma}$ e adîncimea de pătrundere a cîmpului electromagnetic în semispațiul conductor, iar în figura 5 s-a reprezentat curba $k_{Rm}(a/\sqrt{2}\delta)$.

Observație. Rezistențele magnetice relative R_{mk}/R_{m0}, respectiv inductivitățile electrice relative L_{ek}/L_{e0} ale cilindrului circular situat în cîmp magnetic axial, sînt egale cu rezistențele electrice relative R_{ek}/R_{e0},

Tabela 2

Valorile factorului $k_{Rm}(a/\sqrt{2}\,\delta)$

$a/\sqrt{2}\,\delta$	k_{Rm}	$a/\sqrt{2}\,\delta$	k_{Rm}	$a/\sqrt{2}\,\delta$	k_{Rm}	$a/\sqrt{2}\,\delta$	k_{Rm}
0	1,	2,9	1,286	6,6	2,603	17	6,268
0,1	1,	3,0	1,318	6,8	2,673	18	6,621
0,2	1,	3,1	1,351	7	2,743	19	6,974
0,3	1,	3,2	1,385	7,2	2,813	20	7,328
0,4	1,	3,3	1,420	7,4	2,884	21	7,681
0,5	1,	3,4	1,456	7,6	2,954	22	8,034
0,6	1,001	3,5	1,492	7,8	3,024	23	8,387
0,7	1,001	3,6	1,529	8,	3,094	24	8,741
0,8	1,002	3,7	1,566	8,2	3,165	25	9,094
0,9	1,003	3,8	1,603	8,4	3,235	26	9,447
1,0	1,005	3,9	1,641	8,6	3,306	28	10,154
1,1	1,008	4	1,678	8,8	3,376	30	10,861
1,2	1,011	4,1	1,715	9,0	3,446	32	11,568
1,3	1,015	4,2	1,752	9,2	3,517	34	12,275
1,4	1,020	4,3	1,789	9,4	3,587	36	12,982
1,5	1,026	4,4	1,826	9,6	3,658	38	13,689
1,6	1,033	4,5	1,863	9,8	3,728	40	14,395
1,7	1,042	4,6	1,899	10,	3,799	42	14,102
1,8	1,052	4,7	1,935	10,5	3,975	44	15,809
1,9	1,064	4,8	1,971	11,	4.151	46	16,516
2	1,078	4,9	2,007	11,5	4,327	48	17,223
2,1	1,094	5	2,043	12,	4,504	50	17,930
2,2	1,111	5,2	2,114	12,5	4,680	60	21,645
2,3	1,131	5,4	2,184	13,	4,856	70	25,001
2,4	1,152	5,6	2,254	13,5	5,033	80	28,536
2,5	1,175	5,8	2,324	14,	5,209	90	32,071
2,6	1,201	6,	2,394	14,5	5,386	100	35,607
2,7	1,228	6,2	2,463	15,	5,562		
2,8	1,256	6,4	2,533	16,	5,915		

respectiv inductivităţile magnetice relative L_{mk}/L_{m0} ale cilindrului circular parcurs axial de curent electric [4]. Urmează că şi în problema axial-magnetică a efectului pelicular se pot stabili încă două scheme

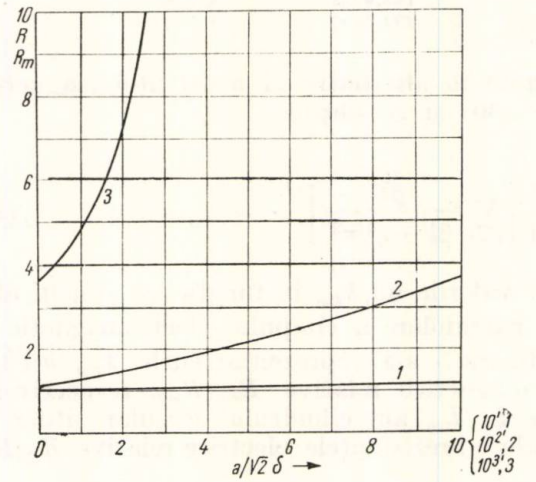


Fig. 5. — Curba k_{Rm} $(a/\sqrt{2}\,\delta)$.

magnetice echivalente : serie S (fig. 6a), cu o infinitate de structuri conectate în serie, fiecare structură avînd rezistenţa magnetică $R^{(s)}_{mk}$ în paralel cu inductivitatea electrică $L^{(s)}_{ek}$, şi lanţ L (fig. 6b), în care elementele

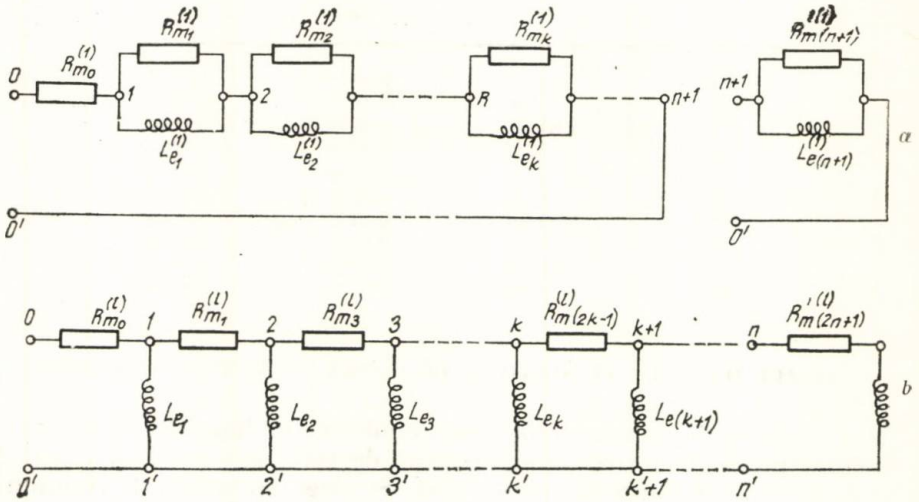


Fig. 6. — Schemele echivalente serie (a) şi lanţ (b).

longitudinale au rezistenţele magnetice $R^{(l)}_{mk}$ şi cele transversale au inductivităţile electrice $L^{(l)}_{ek}$.

Pentru parametrii schemei-serie rezultă valorile

$$R^{(s)}_{m0} = R^{(s)}_{mk} = R_{m0} \quad ; \quad L^{(s)}_{ek} = 8\nu_k^{-2} L_{e0} \quad ; \quad R'^{(s)}_{m(n+1)} = R_{m0},$$

$$L'^{(s)}_{m(n+1)} = \left[1 - 8\sum_{k=1}^{n} \nu_k^{-2}\right] / L_{e0}, \tag{46}$$

în care $R'^{(s)}_{m(n+1)}$ şi $L'^{(s)}_{e((n+1)}$ sînt parametrii elementului de corecţie în schema cu n structuri şi ν_k e rădăcina de ordin k a ecuaţiei

$$J_1(\nu) = 0. \tag{47}$$

În tabela 3 s-au calculat primele zece inductivităţi relative $L^{(s)}_{ek}/L_{e0}$ şi inductivităţi relative de corecţie $L'^{(s)}_{ek(n+1)}/L_{e0}$.

Pentru parametrii schemei-lanţ rezultă valorile

$$R^{(l)}_{m0} = R_{m0} \quad ; \quad R^{(l)}_{m(2k-1)} = \frac{1}{2k-1} R_{m0} \quad ; \quad L^{(l)}_{ek} = \frac{1}{k} L_{e0},$$

$$R'^{(l)}_{m(2n+1)} = \frac{1}{2n+1} R_{m0} \quad ; \quad L^{(l)}_{e(n+1)} = \frac{1}{n+1} L_{e0}. \tag{48}$$

Tabela 3

Parametrii relativi ai schemei-serie

k	ν_k	$\frac{L'^{(s)}_{ek}}{L_{e0}}$	$\frac{L'^{(s)}_{e(k+1)}}{L_{e0}}$
1	3,8317	0,5448	0,4552
2	7,0156	0,1624	0,2928
3	10,1735	0,0776	0,2152
4	13,3237	0,0448	0,1704
5	16,4706	0,0296	0,1408
6	19,6159	0,0208	0,1190
7	22,7601	0,0152	0,1048
8	25,9037	0,0120	0,0928
9	29,0468	0,0096	0,0832
10	32,1897	0,0080	0,0752

6. MIEZUL MAGNETIC CU SECȚIUNE DE FORMA SEGMENTULUI DE CERC

Se consideră un conductor drept imobil C, de lungime foarte mare l, avînd secțiunea de forma unui segment de cerc de rază a și unghi $2\varphi_0$ (fig. 7) și situat în cîmp magnetic axial. Se alege un sistem de coordonate cilindrice (r, φ, z) cu axa oz în axa cilindrului. Intensitatea cîmpului magnetic liber $H_l(r, \varphi, t)$ într-un punct $P(r, \varphi)$ depinde de coordonatele r și φ și satisface ecuația

$$\frac{\partial^2 H_l}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial H_l}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 H_l}{\partial \varphi^2} = \mu\sigma\frac{\partial H_l}{\partial t}, \tag{49}$$

cu condițiile inițială

$$H_l(r, \varphi, 0) = H_0 \quad , \quad r < a \quad , \quad -\varphi_0 < \varphi < \varphi_0, \tag{50}$$

și pe frontieră

$$H_l(r, \pm\varphi_0, t) = 0 \quad , \quad r = a \quad , \quad t \geqslant 0, \tag{51}$$

H_0 fiind intensitatea cîmpului magnetic în regim staționar. Soluția ecuației (49) este

$$H_l(r, \varphi, t) = \sum_{\nu, r} A_{\nu n} J_\nu(\lambda_n r) \cos \nu\varphi e^{-\lambda_n^2 t/\mu\sigma}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots, \tag{52}$$

în care ν e o constantă de separare și $A_{\nu n}$ sînt constante de integrare. Condițiile pe frontieră (51) sînt satisfăcute dacă

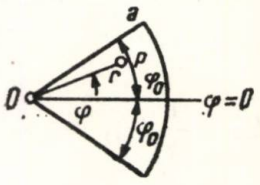


Fig. 7. — Miez magnetic drept, cu secțiune segment de cerc.

$$\nu_k = \frac{(2k-1)\pi}{2\varphi_0} \quad ; \quad \lambda_{n\nu_k} = \frac{\beta_{n\nu_k}}{a}, \tag{53}$$

în care $\beta_{n\nu_k}$ sînt rădăcinile ecuației

$$J_{\nu_k}(\beta_{\nu_k}) = 0. \tag{54}$$

Din condiția inițială (50) și ținînd cont de relațiile [7]

$$\int_0^x xJ_0^2(x)\,dx=\frac{x^2}{2}\left[J_n^2(x)+J_{n+1}^2(x)\right]-nJ_n(x)\,J_{n+1}(x), \tag{55}$$

$$\int_0^x xJ_n(x)\,dx = xJ_{n+1}(x)+2n\sum_{s=0}^{\infty}J_{n+2(s+1)}(x), \tag{56}$$

se determină constantele de integrare $A_{\nu_k n}$:

$$A_{\nu_k n}=H_0\frac{8(-1)^{k+1}}{(2k-1)\,\pi}\,\frac{\beta_{n\nu_k}J_{\nu_k+1}(\beta_{n\nu_k})+2\nu_k\sum_{s=0}^{\infty}J_{\nu_k+2(s+1)}+(\beta_{n\nu_k})}{[\beta_{n\nu_k}J_{\nu_k+1}(\beta_{n\nu_k})]^2}.$$

Cu această valoare a lui $A_{\nu_k n}$ se deduce din ecuația (52) expresia lui $H_i(r,\varphi,t)$ cum urmează:

$$H_i(r,\varphi,t)=H_0\sum_{k,n=1}^{\infty}\frac{8(-1)^{k+1}}{(2k-1)\,\pi\beta_{n\nu_k}J_{\nu_k+1}(\beta_{n\nu_k})}\left[1+\frac{2\nu_k\sum_{s=0}^{\infty}J_{\nu_k+2(s+1)}(\beta_{n\nu_k})}{\beta_{n\nu_k}J_{\nu_k+1}(\beta_{n\nu_k})}\right],$$

$$J_{\nu_k}(\beta_{n\nu_k}r/a)\cos\frac{(2\pi-1)\,\pi}{2\varphi_0}\varphi e^{-\beta^2_{n\nu_k}t/T_0}\ ;\quad T_0=\mu\sigma a^2. \tag{57}$$

Integrînd $H_i(r,\varphi,t)$ pe aria conductorului $S_0=\pi a^2$, se determină fluxul magnetic liber $\Phi_i(t)$:

$$\Phi_i^{(t)}=\Phi_0\sum_{k,n=1}^{\infty}B_{kn}\,e^{-\beta^2_{n\nu_k}t/T_0}, \tag{58}$$

în care s-a notat

$$B_{kn}=\frac{32}{\pi^2}\left[\frac{1}{(2k-1)\,\beta_{n\nu_k}}\left(1+\frac{2\nu_k\sum_{s=0}^{\infty}J_{\nu_k+2(s+1)}(\beta_{n\nu_k})}{\beta_{n\nu_k}J_{\nu_k+1}(\beta_{n\nu_k})}\right)\right]^2. \tag{59}$$

Din ecuația (58) se deduc rezistențele magnetice $R_{m(kn)}$ și inductivitățile electrice $L_{e(kn)}$ ale schemei-paralel (fig. 2*a*):

$$R^{(p)}_{m(kn)}=\frac{R_0}{B_{kn}}\ ;\quad L^{(p)}_{e(kn)}=\frac{R_0}{B_{kn}}\,\frac{T_0}{\beta^2_{n\nu_k}}. \tag{60}$$

Pentru diferite valori ale lui φ_0 s-au calculat intensitatea cîmpului magnetic liber $H_i(r,\varphi,t)$, fluxul magnetic liber $\Phi_i(t)$ parametrii schemei *P*, după cum vom vedea mai departe.

6.1. MIEZ MAGNETIC DREPT CU SECȚIUNE SFERT DE CERC (FIG. 8 *a*)

$$H_l(r,\varphi,t)=H_0\sum_{k,n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}\,8}{(2k-1)\,\pi\beta_{n2(2k+1)}J_{4k-1}(\beta_{n.2(2k+1)})}\left[1+\right.$$

$$\left.+\frac{4\,(2k-1)\sum_{s=1}^{\infty}J_{4k+2s}(\beta_{n2(2k-1)})}{\beta_{n2(2k-1)}J_{4k-1}(\beta_{n2(2k-1)})}\right]\times$$

$$\times J_{2(2k-1)}(\beta_{n2(2k-1)}r/a)\cos 2\,(2k-1)\varphi e^{-\beta^2_{n2(2k-1)}t/T_0} \tag{61}$$

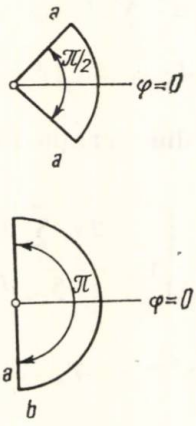


Fig. 8. — Miez magnetic cu secțiune, segment de cerc: *a* — sfert de cerc; *b* — semicerc; *c* — cerc crestat radial.

$$\Phi_l(t)=\Phi_0\frac{32}{\pi^2}\sum_{k,n=1}^{\infty}\left[\frac{1}{(2k-1)\beta_{n2(2k-1)}}\left(1+\frac{4\,(2k-1)\sum_{s=0}^{\infty}J_{4k+2s}(\beta_{n2(2k-1)})}{\beta_{n2(2k-1)}J_{4k-1}(\beta_{n2(2k-1)})}\right)\right]^{-2}\times$$

$$\times\, e^{-\beta^2_{n2(2k-1)}t/T_0}, \tag{62}$$

$$R^{(p)}_{m(kn)}=R_0\frac{\pi^2}{32}\left[\frac{1}{(2k-1)\,\beta_{n2(2k-1)}}\left(1+\frac{4\,(2k-1)\sum_{s=0}^{\infty}J_{4k+2s}(\beta_{n2(2k-1)})}{\beta_{n2(2k-1)}J_{4k-1}(\beta_{n2(2k-1)})}\right)\right]^{-2}, \tag{63}$$

$$L^{(p)}_{e(kn)}=\frac{R_{kn}\,T_0}{\beta^2_{n2(2k-1)}}\;;\quad R_{m0}=\frac{4l}{\pi a^2\sigma}\;;\quad k,n=1,2,3,\ldots,\infty.$$

Tabela 4

Primele valori ale rezistenţelor relative $r_{kn}=R_{m(kn)}/R_{m0}$ şi ale inductivităţilor relative $l_{kn}=L_{e(kn)}/R_0T_0$ pentru $\varphi_0=\pi/4$

Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1,5404	13,2894	15,7967	38,5846	50,2269	60,1086	87,7708	110,4767	135,5832	175,2813
	0,0584	0,0984	0,1600	0,1196	0,2397	0,1020	0,3036	0,3093	0,1451	0,3151

Tabela 5

Primele valori ale rezistenţelor relative $r_{kn}=R_{m(kn)}/R_{m0}$ şi ale inductivităţilor relative $l_{kn}=L_{e(kn)}/R_0T_0$ pentru $\varphi_0=\pi/2$

Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1,5527	14,4982	16,3949	20,4494	41,6664	45,6644	55,5543	58,8212	76,9112	102,0402
	0,1057	0,3563	0,1584	0,2147	0,1583	0,5935	1,1285	0,2168	0,6259	0,6024

Tabela 6

Primele valori ale rezistenţelor relative $r_{kn}=R_{m(kn)}/R_{m0}$ şi ale inductivităţilor relative $l_{kn}=L_{e(kn)}/R_0T_0$ pentru $\varphi_0=\pi$

Nr.	1	2	3	4	5	6	7
	1,6281	2,1212	2,2371	2,4571	3,1823	4,4412	4,5812
	0,1650	0,0239	0,0091	0,0740	0,0653	0,0281	0,0129

În tabela 4 s-au calculat primele valori ale rezistențelor magnetice relative $R^{(p)}_{m(kn)}/R_{m0}$ și inductivităților electrice relative $L^{(p)}_{e(kn)}/R_0 T_0$.

6.2. MIEZ MAGNETIC CU SECȚIUNE SEMICERC (fig. 8 *b*), $\varphi_0 = \pi/2$

$$H_l(r, \varphi, t) = H_0 \sum_{k,n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} 8}{(2k-1)\pi \beta_{n,2k-1} J_{2k}(\beta_{n,2k-1})} \left[1 + \right.$$

$$\left. + \frac{2(2k-1) \sum_{s=0}^{\infty} J_{2k+2s+1}(\beta_{n,2k-1})}{\beta_{n,2k-1} J_{2k}(\beta_{n,2k-1})} \right]$$

$$J_{2k-1}(\beta_{n,2k-1} r/a) \cos(2k-1)\varphi \, e^{-\beta^2_{n,2k-1} t/T_0}, \tag{64}$$

$$\Phi_l(t) = \Phi_0 \frac{32}{\pi^2} \sum_{k,n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{(2k-1)\beta_{n,2k-1}} \left(1 + \frac{2(2k-1) \sum_{s=0}^{\infty} J_{2k+2s+1}(\beta_{n,2k-1})}{\beta_{n,2k-1} J_{2k}(\beta_{n,2k-1})} \right) \right]^2$$

$$e^{-\beta^2_{n,2k-1} t/T_0}, \tag{65}$$

$$R^{(p)}_{m(kn)} = R_0 \frac{\pi^2}{32} \left[\frac{1}{(2k-1)\beta_{n,2k-1}} \left(1 + \frac{2(2k-1) \sum_{s=0}^{\infty} J_{2k+2s+1}(\beta_{n,2k-1})}{\beta_{n,2k-1} J_{2k}(\beta_{n,2k-1})} \right) \right]^2,$$

$$L^{(p)}_{e(kn)} = \frac{R_{m(kn)} T_0}{\beta^2_{n,2k-1}}; \quad R_{m0} = \frac{2l}{\pi a^2 \sigma}. \tag{66}$$

În tabela 5 s-au calculat primele valori ale rezistențelor magnetice relative $R^{(p)}_{m(kn)}/R_{m0}$ și inductivităților electrice relative $L^{(p)}_{e(kn)}/R_0 T_0$.

6.3. MIEZ MAGNETIC CU SECȚIUNE CIRCULARĂ, CRESTAT RADIAL (fig. 8*c*), $\varphi_0 = \pi$

$$H_l(r, \varphi, t) = H_0 \sum_{k,n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} 8}{(2k-1)\pi \beta_{n,(2k-1)/2} J_{(2k+1)/2}(\beta_{n,(2k-1)/2})} \left(1 + \right.$$

$$\left. + \frac{(2k-1) \sum_{s=1}^{\infty} J_{(2k+1)/2+2s+1)}(\beta_{n,(2k-1)/2})}{\beta_{n,(2k-1)/2} J_{(2k+1)/2}(\beta_{n,(2k-1)/2})} \right) \times \tag{67}$$

$$\times J_{(2k-1)/2}(\beta_{n,(2k-1)/2} r/a) \cos \frac{2k-1}{2} \varphi \, e^{-\beta^2_{n,(2k-1)/2} t/T_0},$$

$$\Phi_t(t) = \Phi_0 \frac{32}{\pi^2} \sum_{k,n=1}^{\infty} \left[1 + \frac{(2k-1) \sum_{s=0}^{\infty} J_{(2k+1)/2+2s+1}(\beta_{n,(2k-1)/2})}{\beta_{n,(2k-1)/2} J_{(2k+1)/2}(\beta_{n,(2k-1)/2})} \right]^2 e^{-\beta^2_{n,(2k-1)/2} t/T_0}, \tag{68}$$

$$R^{(p)}_{m(kn)} = R_0 \frac{\pi^2}{32} \left[1 + \frac{(2k-1) \sum_{s=0}^{\infty} J_{(2k+1)/2+2s+1}(\beta_{n,(2k-1)/2})}{\beta_{n,(2k-1)/2} J_{(2k+1)/2}(\beta_{n,(2k-1)/2}} \right]^{-2}, \tag{69}$$

$$L^{(p)}_{e(kn)} = \frac{R_{m(kn)} T_0}{\beta^2_{n,(2k-1)/2}}; \quad R_{m0} = \frac{l}{\pi a^2 \sigma}.$$

În tabela 6 s-au calculat primele valori ale rezistențelor magnetice relative $R^{(p)}_{m(kn)}/R_{m0}$ și inductivităților electrice relative $L^{(p)}_{e(kn)}/R_0 T_0$.

Pentru $\varphi_0 = \pi$ nu se obțin expresiile mărimilor secțiunii circulare pline. Dacă însă se ia în formulele (67), (68) și (69) limita pentru $\varphi_0 = \infty$, se regăsesc expresiile corespunzătoare cilindrului circular masiv (40) și (43).

În figurile 9*a*, *b* și *c* s-au reprezentat cu linii pline curbele universale ale intensităților relative ale cîmpului magnetic tranzitoriu $H_t(r_0)/H_0$ în lungul razei $\varphi = 0$ și cu linii întrerupte în lungul razelor $\varphi = \pm\pi/8$ pentru $\varphi_0 = \pi/4$, $\varphi = \pm \pi/4$ pentru $\varphi_0 = \pi/2$ și $\varphi = \pm \pi/2$ pentru $\varphi_0 = \pi$ la diferite intervale de timp relativ t_0. Intensitatea cîmpului magnetic e minimă într-un punct situat la o distanță de axa *oz* care scade odată cu creșterea unghiului φ_0: pentru $\varphi_0 = \pi/4$, $r_{0c} = \sim 0{,}58$, pentru $\varphi_0 = \pi/2$, $r_{0c} = \sim 0{,}45$ și pentru $\varphi_0 = \pi$, $r_{0c} = \sim 0{,}4$. Arcul $r_0 = r_{0c}$ $(-\varphi_0 < \varphi < \varphi_0)$ separă două domenii în care nesimetria curbelor este mai pronunțată la unghiuri φ_0 mici. La un moment dat t_0, intensitatea cîmpului magnetic în lungul arcului $r_0 = \text{const}$ este minimă în planul de simetrie ($\varphi = 0$). Efectul de vîrf al muchei *oz* e cu atît mai pronunțat, cu cît unghiul φ_0 este mai mic. Pentru comparație, în figura 4*a* s-au reprezentat curbele corespunzătoare secțiunii circulare.

În figura 10, curbele universale ale fluxului magnetic $\Phi_t(t_0)/\Phi_0$ pun în evidență monotonia difuziei cîmpului magnetic în cele patru miezuri magnetice. Întîrzierea în stabilirea fluxului magnetic staționar Φ_0 crește odată cu creșterea unghiului φ_0 și e maximă în cilindrul circular plin. Practicarea unei crestături într-un miez magnetic circular plin în lungul unei raze întîrzie stabilirea fluxului magnetic. La impactul excitației, difuzia depinde de suprafața prin care pătrunde cîmpul magnetic și, fiindcă perimetrul secțiunii miezului crestat este mai mare decît al secțiunii circulare pline, pătrunderea cîmpului magnetic în conductorul plin e mai lentă. Rezultă că, dacă se crestează miezul în lungul mai multor

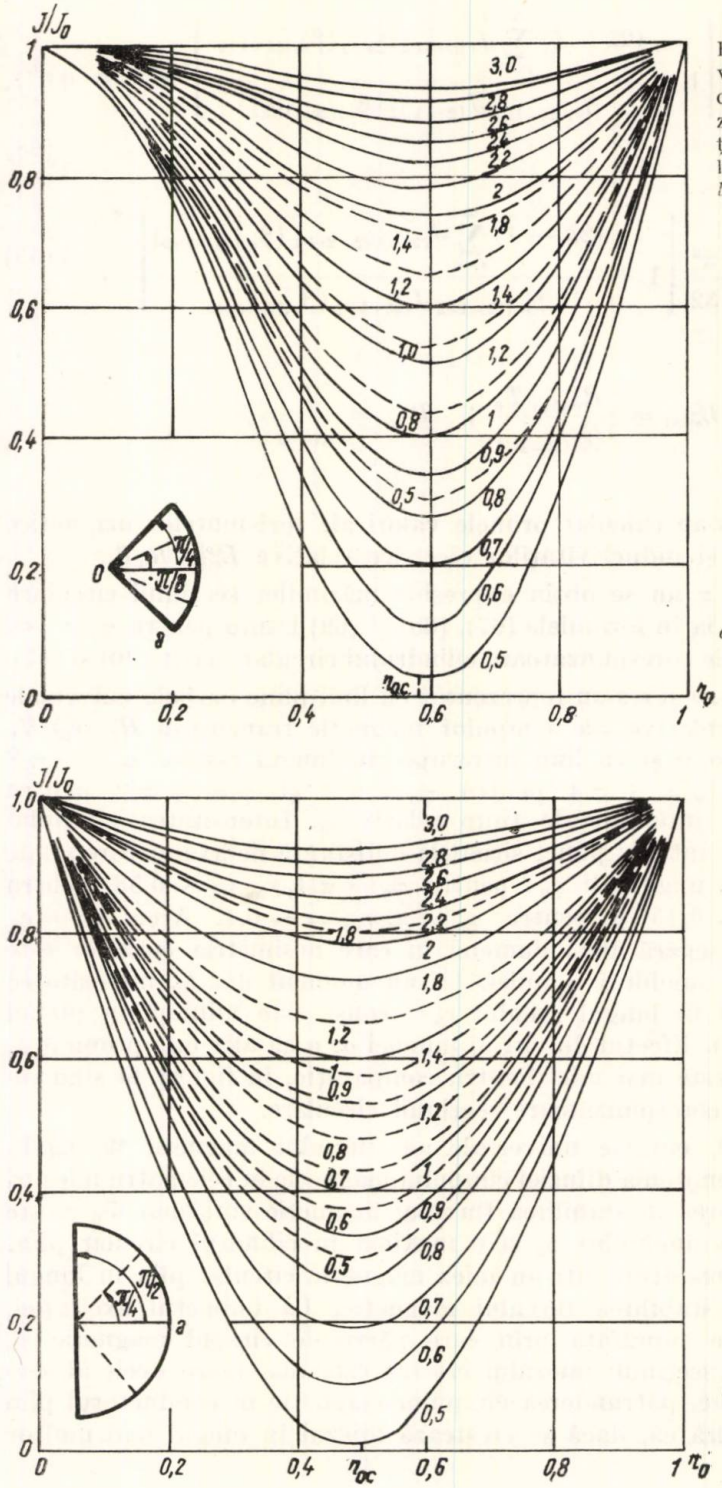


Fig. 9. — Curbele universale ale intensităţilor cîmpului magnetic tranzitoriu $H_t(r_0)/H_0$ în funcţie de r_0 pentru secţiunile : *a* — sfert de cerc ; *b* — semicerc ; *c* — cerc crestat radial.

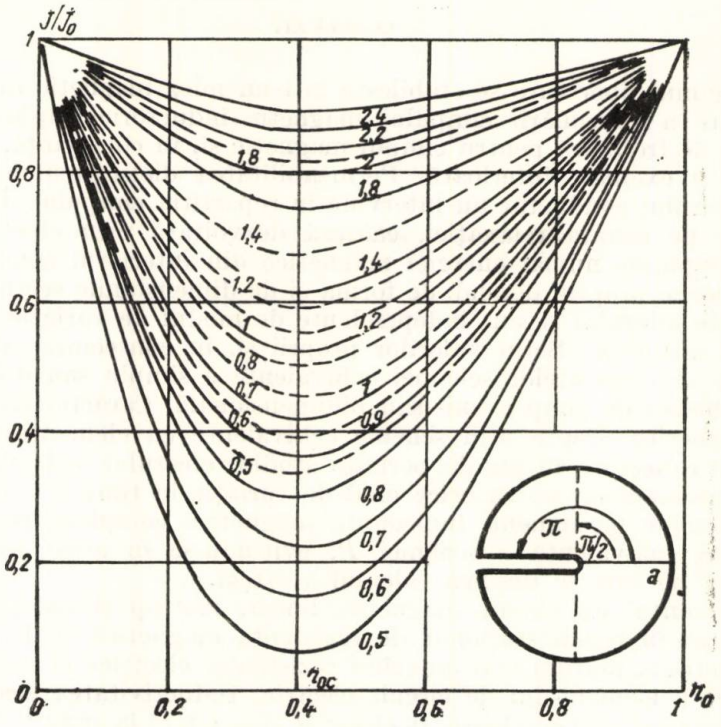


Fig. 9 *c*

raze (fig. 11), întîrzierea la stabilirea fluxului magnetic scade. În repartiția cîmpului magnetic intervine însă în acest caz și efectul de proximitate dintre conductoarele cu secțiunea de forma segmentelor de cerc.

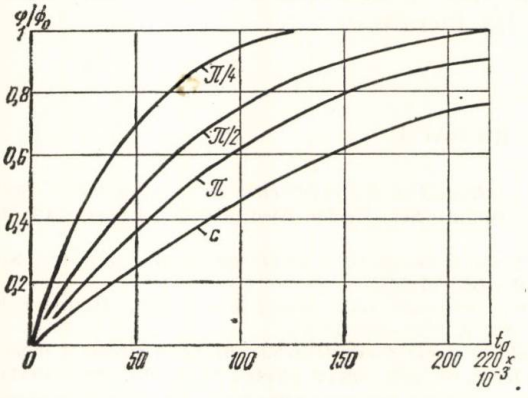


Fig. 10. — Curbele universale ale fluxului magnetic tranzitoriu $\Phi_t\,(t_0)/\Phi_0$ pentru secțiunile : *a* — sfert de cerc ; *b* — semicerc ; *c* — cerc crestat radial.

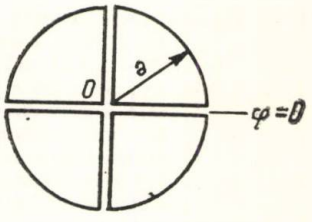


Fig. 11. — Miez magnetic cu secțiune circulară crestat radial.

7. CONCLUZII

Regimul liber care se stabileşte într-un miez magnetic drept izolat ca urmare a suprimării cîmpului magnetic inductoric implică condiţii omogene de frontieră pentru cîmpul magnetic şi, în consecinţă, problema de cîmp e exclusiv interioară. Permeabilitatea dielectricului din exteriorul miezului conductor nu intervine în repartiţia cîmpului. În bilanţul energetic pe durata relaxaţiei, căldura dezvoltată prin efect Joule în miez corespunde numai energiei magnetice din interiorul conductorului.

Valorile proprii depind de forma şi de dimensiunile secţiunii transversale ale miezului şi sînt independente de modul de variaţie în timp a cîmpului magnetic. Setul valorilor proprii şi, în consecinţă, al valorilor parametrilor elementelor schemei echivalente e simplu sau dublu, după cum problema de cîmp e uni- sau bidimensională. Caracterizarea miezurilor magnetice drepte prin scheme echivalente cu elemente magnetice inductive conectate în paralel permite studiul efectului pelicular tranzitoriu şi permanent pentru orice mod de variaţie în timp a excitaţiei. În regim armonic permanent, impedanţa magnetică complexă rezultă ca o impedanţă echivalentă a schemei P, evitîndu-se în acest fel definiţia energetică pe care le implică calculul acesteia.

Elementul de circuit magnetic, linear, izotrop şi omogen rezultă caracterizat în regim staţionar de rezistenţa magnetică şi de inductivitatea electrică, mărimi corespunzînd rezistenţei electrice şi inductivităţii magnetice a elementului de circuit electric. Inductivitatea electrică este de dimensiunea unei conductanţe electrice şi se referă la curenţii turbionari induşi în miezul magnetic. Este o mărime exclusiv interioară şi, în consecinţă, nu se poate defini o inductivitate electrică exterioară, ca în cazul inductivităţii magnetice.

Caracterizarea elementului de circuit magnetic prin doi parametri — rezistenţa magnetică şi inductivitatea electrică — permite extinderea şi în regim cvasistaţionar a teoriei circuitelor electrice la studiul circuitelor magnetice. Implicaţiile teoriei în studiul şi dimensionarea circuitelor magnetice ale electromagneţilor, transformatoarelor şi maşinilor electrice se vor prezenta într-o altă lucrare.

BIBLIOGRAFIE

1. R. RĂDULEŢ, AL. TIMOTIN, A. ŢUGULEA, *Introduction des paramètres transitoires dans l'étude des circuits électriques*, Rev. Roum. Sci. Techn.-Electrotechn. Energ., **11**, *4*, 417—449 (1966).
2. C. I. MOCANU, *Schemele echivalente PSL ale conductoarelor drepte de secţiune oarecare*, St. cerc. energ. electr., **22**, *2*, 339—353 (1972).
3. — *Equivalent schemes of coils with transient eddy-current losses*, Rev. Roum. Sci. Techn.-Electrotechn. Energ., **16**, *3*, 379—399 (1971).
4. — *Schemele canonice PSL ale plăcii şi ale conductoarelor cilindrice circulare masiv şi cav, la efect pelicular, tranzitoriu*, St. cerc. energ. electr., **21**, *4*, 807—829 (1971).
5. R. COURANT, D. HILBERT, *Methods of Mathematical Physics*, New York, Interscience Publishers, 1962.
6. H. B. DWIGHT, *Electrical coils and conductors*, New York, McGraw, 1945.
7. G. N. WATSON, *A treatise on the theory of Bessel functions*, Cambridge University Press, 1952.

ALGORITM ȘI PROGRAM PENTRU CALCULUL REGIMULUI STAȚIONAR DE FUNCȚIONARE A UNUI SISTEM ELECTROENERGETIC PRIN METODA NEWTON

B. UNGUREANU, S. IONESCU, E. D. CRAINIC, M. I. STAADECKER și L. POP

621.316.11.001.24

Programele pentru calculul regimului staționar care utilizează metoda Newton au astăzi o largă răspîndire pe plan mondial. Avînd în vedere avantajele metodei, au fost elaborate și date în exploatare la ISPE și DSE programe eficiente în care au fost utilizate procedee noi atît în rezolvarea sistemului de ecuații, cît și pentru ameliorarea convergenței procesului iterativ.
În lucrare sînt prezentate algoritmul și programele realizate, precum și concluzii rezultate din utilizarea lor.

1. INTRODUCERE

Începînd din 1954 [1]—[3], au fost propuse și utilizate o serie de metode pentru determinarea regimului staționar de funcționare al unei rețele pe calculatoare numerice. Practic numai cîteva și-au găsit o largă aplicare.

Rezultatele obținute în ultimii ani au impus metoda Newton ca cea mai importantă dintre acestea [4], [5]; ea permite formularea unui model matematic unitar care înglobează multiple aspecte ale problemei regimurilor staționare, cum sînt: comportarea nodurilor cu tensiune controlată, a transformatoarelor cu reglaj automat al prizelor, a transformatoarelor cu reglaj de fază, a liniilor de interconexiune cu putere impusă etc. De asemenea metoda permite obținerea unor coeficienți de sensibilitate ce caracterizează funcționarea sistemului energetic și constituie baza pentru rezolvarea problemelor de optimizare a funcționării unui sistem [6].

Metoda Newton, care a fost propusă pentru calculul regimului staționar în 1959 [9], a devenit aplicabilă după 1963 prin utilizarea unor procedee specifice matricelor goale [7] și a căpătat o largă utilizare

după 1968 [4], ca urmare a elaborării unor procedee noi de calcul care exploatau această proprietate caracteristică matricelor de admitanţe nodale [7], [10].

Unul dintre cele mai complete programe a fost realizat la „Bonneville Power Administration" (S.U.A.) [4]. Acest program, care conţine peste 10 000 de instrucţiuni FORTRAN (exceptînd rutinele de pregătire a datelor), continuă a fi extins şi perfecţionat pentru a cuprinde noi aspecte ale problemei.

În ţara noastră au fost realizate în ISPE, în perioada 1968—1969, un prim algoritm şi program la calculatorul „Elliott-4120" de la DSE, program denumit NEW şi scris în limbajul de asamblare NAL, în care au fost utilizate cîteva procedee noi de programare [8].

Un nou program a fost scris în 1970—1971 în limbajul FORTRAN şi completat cu o serie de facilităţi privind : reglajul puterii reactive în nodurile cu tensiune controlată, convergenţa procesului iterativ, procedee de verificare a corectitudinii datelor de intrare etc. Programul NEW a fost întocmit pentru calculatorul „IRIS-50" cu o variantă pentru calculatorul „Elliott-4120".

În forma actuală programul conţine peste 1 200 instrucţiuni FORTRAN şi este în curs de extindere pentru a cuprinde problemele privind schimbarea automată a ploturilor autotransformatoarelor, reglajul tensiunii în nodurile cu putere reactivă impusă etc.

2. METODA NEWTON APLICATĂ LA CALCULUL REGIMULUI STAŢIONAR

2.1. Fie sistemul de ecuaţii algebrice neliniare

$$F(x) = c, \tag{1}$$

unde x şi c sînt vectori cu N componente, iar F reprezintă N funcţii derivabile şi cu derivate parţiale continue.

Pentru rezolvarea acestui sistem de ecuaţii prin metoda Newton, se procedează astfel :

a) se consideră un vector x_k, ale cărui componente reprezintă valorile variabilelor la iteraţia k, şi se calculează vectorul $c_k = F(x_k)$;

b) se construieşte sistemul de ecuaţii asociat, obţinut din (1) prin dezvoltarea în serie Taylor, luîndu-se în considerare numai termenii de ordinul întîi :

$$J_k \, \Delta x_k = \Delta c_k, \tag{2}$$

unde

$$J_k = [F'(x)]_{x = x_k},$$

reprezintă iacobianul sistemului (1), adică matricea derivatelor parţiale de ordinul întîi, iar $\Delta c_k = c - c_k$;

c) dacă valoarea maximă a modulelor diferenţelor componentelor vectorilor c şi c_k este mai mică decît o valoare impusă ε, atunci x_k se consideră soluţia sistemului (1);

d) dacă condiția anterioară c) nu este îndeplinită, atunci, prin rezolvarea sistemului de ecuații (2), se determină valorile Δx_k, care modifică vectorul anterior x_k conform relației

$$x_{k+1} = x_k + \Delta x_k$$

și procedeul de calcul se reia de la punctul a), noul vector x_{k+1} înlocuind vectorul x_k.

Metoda Newton este eficientă dacă elementele iacobianului se pot calcula și dacă se pot aproxima valori suficient de bune pentru soluția inițială. Ambele aceste condiții sînt satisfăcute pentru problema determinării regimului staționar al rețelelor electrice.

2.2. Convergența procesului iterativ este, în general, bună, depinzînd de cîțiva parametri esențiali, ca, de exemplu, valoarea considerată pentru vectorul inițial de tensiuni, structura și valoarea determinantului asociat iacobianului etc.

Important este faptul că numărul de iterații pentru determinarea soluției nu depinde esențial de numărul de noduri al rețelei.

În figura 1 sînt indicate cîteva posibilități privind convergența procesului de obținere a soluției prin metoda Newton în cazul particular al unei ecuații neliniare cu o singură necunoscută: $F(x) = 0$.

2.3. În cazul sistemelor electroenergetice, metoda Newton se aplică sub diverse variante, corespunzător modului de scriere a ecuațiilor regimului de funcționare.

În sistemul de coordonate al nodurilor rețelei, sistemul de ecuații care modelează funcționarea unei rețele în regim staționar are următoarea formă:

$$\underline{S}_m = P_m + jQ_m = \underline{U}_m \sum_{n=1}^{N} \underline{Y}^*_{mn} (\underline{U}^*_m - \underline{U}^*_n), \tag{3}$$

unde $m = 2, \ldots, N$ (N fiind numărul de noduri al rețelei), și:

$$\underline{Y}_{mn} = G_{mn} + jB_{mn},$$

$$\underline{U}_n = U_n e^{j\delta_n}.$$

Separînd partea reală și partea imaginară a relației (3), se obțin următoarele expresii pentru puterea activă, respectiv pentru puterea reactivă injectate în nodul m:

$$P_m = U_m^2 G_{mm} - \sum_n U_m U_n [(\cos \delta_m \cos \delta_n + \sin \delta_m \sin \delta_n) G_{mn} -$$

$$- (\cos \delta_m \sin \delta_n - \sin \delta_m \cos \delta_n) B_{mn}], \tag{3'}$$

$$Q_m = -U_m^2 B_{mm} + \sum_n U_m U_n [(\cos \delta_m \sin \delta_n - \sin \delta_m \cos \delta_n) G_{mn}$$

$$+ (\cos \delta_m \cos \delta_n + \sin \delta_m \sin \delta_n) B_{mn}]. \tag{3''}$$

Utilizînd notaţiile

$$C_{mn} = \cos \delta_m \cos \delta_n + \sin \delta_m \sin \delta_n,$$

$$D_{mn} = \cos \delta_m \sin \delta_n - \sin \delta_m \cos \delta_n,$$

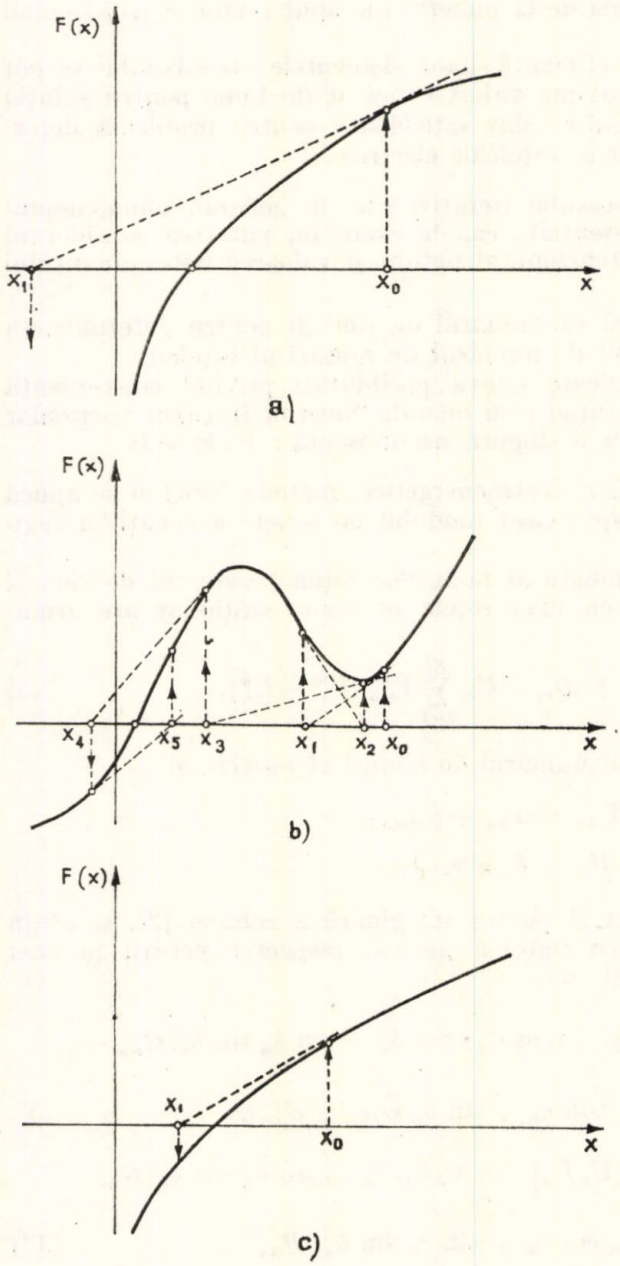


Fig. 1. — Dependenţa convergenţei procesului iterativ „Newton" de valoarea iniţială X_0 : *a* — nu există soluţie ; *b* — procesul de calcul oscilatoriu ; *c* — convergenţă rapidă.

expresiile (3′) și (3″) devin

$$P_m = U_m^2 G_{mm} - \sum_n U_m U_n [C_{mn} G_{mn} - D_{mn} B_{mn}], \qquad (3''')$$

$$Q_m = - U_m^2 B_{mm} + \sum_n U_m U_n [D_{mn} G_{mn} + C_{mn} B_{mn}]. \qquad (3'''')$$

În cadrul modelului se includ restricții de putere reactivă în nodurile cu tensiunea reglată, în sensul că tensiunile în aceste noduri se mențin la o valoare constantă dacă puterile reactive corespunzătoare se încadrează într-un interval specificat.

Pentru exemplificare să urmărim scrierea ecuațiilor (2) în cazul rețelei din figura 2, unde sînt notate mărimile cunoscute pentru fiecare nod.

Pentru nodul *1* (nod de echilibru) mărimile U_1 și δ_1 se consideră date.

Sistemul de ecuații linearizat derivat din (3) pentru rețeaua din figura 2 va trebui rezolvat în raport cu necunoscutele U_2, δ_2, δ_3, U_4, δ_4. Acesta are forma (4) și evidențiază legătura dintre variațiile unghiurilor și modulelor tensiunilor ($\Delta\delta_m$ și $\Delta U_m/U_m$) și variațiile puterilor active și reactive din noduri (ΔP_m, ΔQ_m):

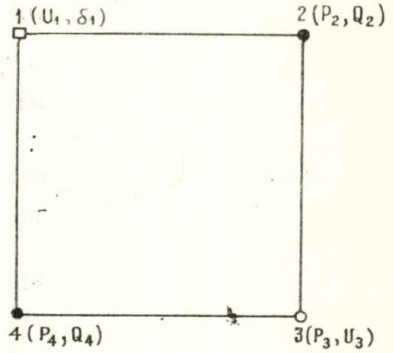


Fig. 2. — Exemplu de rețea cu 4 noduri:
□ — nod de echilibru; ● — nod consumator; ○ — nod generator.

$$\begin{vmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta Q_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} H_{22} & N_{22} & H_{23} & & \\ J_{22} & L_{22} & J_{23} & & \\ H_{32} & N_{32} & H_{33} & H_{34} & N_{34} \\ & & H_{43} & H_{44} & N_{44} \\ & & J_{43} & J_{44} & L_{44} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta U_2/U_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta\delta_4 \\ \Delta U_4/U_4 \end{vmatrix}. \qquad (4)$$

Matricea iacobianului are aceeași structură topologică ca și matricea $[\underline{Y}]$, iar termenii au următoarele semnificații:

$$H_{mn} = \frac{\partial P_m}{\partial \delta_n} = U_m U_n [D_{mn} G_{mn} + C_{mn} B_{mn}],$$

$$N_{mn} = \frac{\partial P_m}{\partial U_n} U_n = - U_m U_n [C_{mn} G_{mn} - D_{mn} B_{mn}], \qquad (5)$$

$$J_{mn} = \frac{\partial Q_m}{\partial \delta_n} = U_m U_n [C_{mn} G_{mn} - D_{mn} B_{mn}],$$

$$L_{mn} = \frac{\partial Q_m}{\partial U_n} U_n = U_m U_n [D_{mn} G_{mn} + C_{mn} B_{mn}].$$

Se observă că pentru $m \neq n$ termenii din (5) satisfac relaţiile

$$H_{mn} = L_{mn}, \qquad (6)$$

$$N_{mn} = -J_{mn}.$$

În cazul $n = m$, elementele iacobianului sînt date de expresiile

$$H_{mm} = \frac{\partial P_m}{\partial \delta_m} = -Q_m - U_m^2 B_{mm},$$

$$N_{mm} = \frac{\partial P_m}{\partial U_m} U_m = P_m + U_m^2 G_{mm}, \qquad (7)$$

$$J_{mm} = \frac{\partial Q_m}{\partial \delta_m} = P_m - U_m^2 G_{mm},$$

$$L_{mm} = \frac{\partial Q_m}{\partial U_m} U_m = Q_m - U_m^2 B_{mm}.$$

Valorile ΔP_m şi ΔQ_m din (4) sînt determinate ca diferenţa dintre puterile impuse în noduri şi cele calculate pe baza relaţiilor (3′) şi (3″).

2.4. Algoritmul elaborat în cadrul ISPE bazat pe metoda Newton cuprinde următoarele etape principale (aşa cum rezultă şi din schema logică dată în figura 3):

a) introducere şi prelucrare date iniţiale, etapă în care se citesc datele şi se depun în masivele de lucru din memoria internă a calculatorului (blocul 1 din figura 3). În vederea reducerii numărului de intrări la calculator, pentru orice regim se asigură depistarea majorităţii erorilor de completare a datelor iniţiale, semnalizîndu-se diversele tipuri de erori care pot apărea. Programul permite trecerea la etapa următoare numai dacă nu a depistat o eroare în datele iniţiale;

b) opţional se efectuează iteraţii Seidel-Gauss înainte de intrarea în ciclul de iteraţii Newton, putîndu-se obţine prin aceasta o îmbunătăţire a soluţiei iniţiale pentru tensiunile nodurilor (blocul 2);

c) în etapa denumită TOPOLOGIE (blocul 3) se efectuează, funcţie de numerotarea iniţială a nodurilor reţelei, o numerotare optimală în matricea $[\underline{Y}]$, determinîndu-se elementele nenule din matricea $[\underline{Y}]$ dacă s-ar executa o eliminare într-un sistem linear avînd ca matrice a coeficienţilor matricea $[\underline{Y}]$;

d) pe baza ecuaţiilor nodale (3) se determină puterile rezultate în noduri cu tensiunile estimate (sau obţinute la o iteraţie anterioară), calculîndu-se diferenţele Δc_k dintre puterile impuse şi cele rezultate în noduri. Pentru nodurile generatoare (cu tensiunea reglată) nu se calculează puterea reactivă, deoarece în sistemul de ecuaţii (3), ca urmare a modului de tratare a acestor noduri, ecuaţia pentru puterea reactivă nu apare;

e) se calculează elementele iacobianului conform relațiilor (5) și se rezolvă sistemul de ecuații de tipul (4) în funcție de necunoscutele $\Delta U/U$ (corecția tensiunilor în noduri) și $\Delta\delta$ (corecția argumentelor tensiunilor în noduri) (blocul 5);

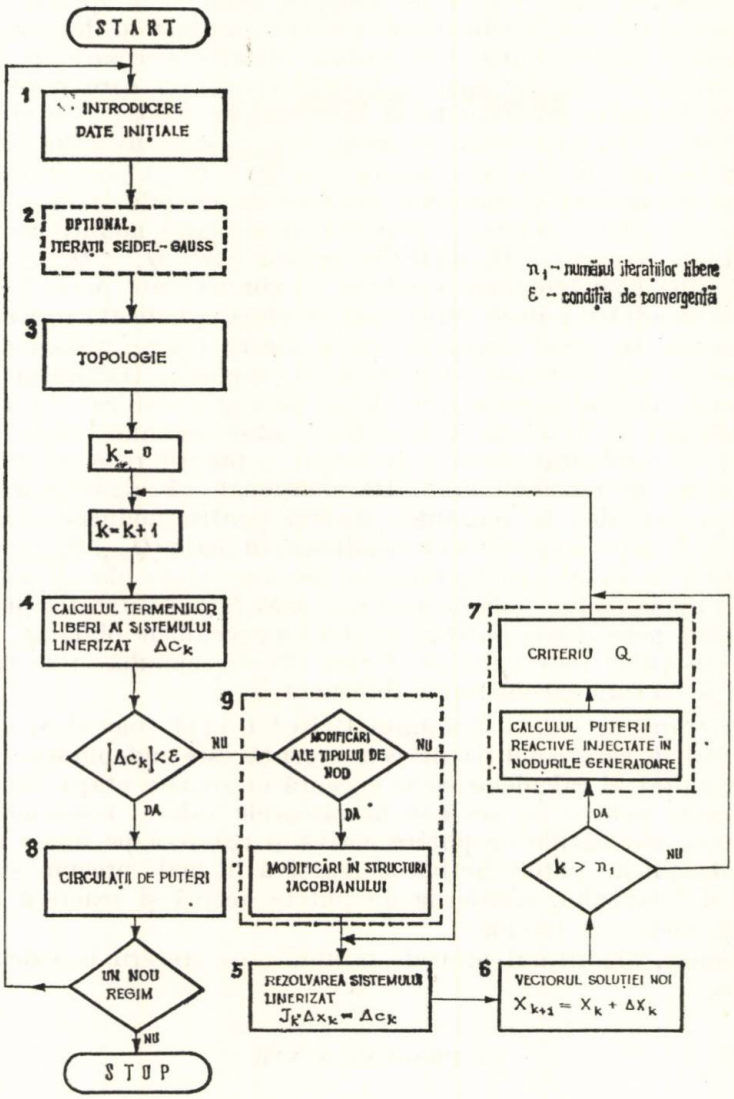


Fig. 3. — Schema logică de principiu a programului „NEW."

f) se execută calculul soluției la iterația curentă (blocul 6) pe baza corecțiilor obținute în blocul anterior. Procesul iterativ descris se termină dacă condiția de convergență este satisfăcută și se trece la blocul de calcul 8. În caz contrar, calculul se reia de la punctul d);

g) la nodurile generatoare se calculează puterea reactivă necesară (blocul 7) pentru verificarea îndeplinirii condiţiei de nod cu tensiune reglată. Se efectuează un număr de iteraţii n_1 (1—2), denumite iteraţii libere, fără a se verifica încadrarea puterii reactive în intervalul specificat (Q_{min}, Q_{max}). Acest ciclu de iteraţii este foarte important, întrucît permite obţinerea unui vector de tensiuni mult mai apropiat faţă de soluţie comparativ cu vectorul de tensiuni iniţiale şi în acelaşi timp dă o indicaţie asupra repartiţiei puterii reactive necesare în diferitele zone ale reţelei. Urmează apoi n_2 iteraţii (1—2) în care puterea reactivă Q_g din nodurile generatoare se limitează la valoarea maximă Q_{max} dacă $Q_g > Q_{max}$. Nodurile pentru care $Q_g > Q_{max}$ se transformă la iteraţia curentă în noduri de tip consumator (cu $Q_g = Q_{max}$). Limitarea numai la valoarea superioară a puterilor reactive disponibile la aceste noduri are ca efect creşterea puterilor reactive în celelalte noduri generatoare ale reţelei, în particular în nodurile pentru care $Q_g < Q_{min}$. Iteraţiile următoare pînă la îndeplinirea condiţiei de convergenţă prevăd controlul simultan al încadrării puterii reactive Q_g în plaja specificată pentru fiecare nod generator. În cazul depăşirii uneia dintre limite, valoarea puterii reactive se fixează la limita respectivă, iar nodul se transformă, la iteraţia curentă, în nod consumator. Acest procedeu utilizat de autori s-a dovedit eficient şi în cazul determinării unor regimuri grele (regimuri de vîrf cu disponibilităţi reduse de reglaj a puterii reactive în noduri, condiţii grele de tensiune etc.). De menţionat că algoritmul prevede posibilitatea revenirii la tensiunea reglată pentru nodurile generatoare în care Q_g la iteraţia respectivă se încadrează în plaja (Q_{min}, Q_{max});

h) dacă în cazul unei iteraţii au fost executate blocaje ale puterii reactive în unele noduri generatoare sau dacă faţă de iteraţia precedentă în alte noduri generatoare puterea reactivă a revenit în plaja $Q_{min} - Q_{max}$, numărul ecuaţiilor sistemului de forma (2) se schimbă şi se fac modificările în structura iacobianului (blocul 9);

i) în etapa de calcul denumită CIRCULAŢII (blocul 8) se ajunge în momentul în care condiţia de convergenţă este îndeplinită.

Ca rezultat al calculelor ce se execută în această etapă sînt extrase la imprimantă pentru fiecare nod următoarele valori: tensiunea (modul şi argument), circulaţiile de putere activă şi reactivă pe liniile incidente în nod, bilanţul de putere activă şi reactivă în nod, precum şi precizia de calcul a bilanţului, pierderile de putere activă şi reactivă în reţea, aportul capacitiv al liniilor.

Automat, algoritmul prevede posibilitatea trecerii la calculul unui nou regim.

3. PROGRAMUL NEW

3.1. Ediţia actuală a programului NEW, catalogat în biblioteca calculatorului „IRIS-50", este rezultatul unor îmbunătăţiri succesive ale algoritmului după o perioadă de largă utilizare în cadrul lucrărilor de studii din ISPE.

Programul, avînd o structură modulară, aşa cum rezultă şi din schema prezentată în figura 3, include o serie de procedee deosebit de

eficiente, menționate în literatura de specialitate [8], [10], cum ar fi procedeul eliminărilor ordonate, modul de triangularizare a matricei iacobianului și reținerea acesteia în memoria calculatorului.

Avînd în vedere capacitatea memoriei operative a calculatorului „IRIS-50" ISPE (128 k octeți), ca și realizarea unei segmentări liniare a programului NEW, este posibil să se calculeze rețele de dimensiuni pînă la 300 de noduri și 500 de laturi. Într-o nouă organizare a programului se va face o segmentare arborescentă (în detrimentul duratei de calcul), extinzînd posibilitățile programului pînă la peste 400 de noduri.

De menționat că partea de program corespunzătoare procedeului Newton reprezintă aproximativ 30% din totalul instrucțiunilor FORTRAN, cealaltă parte reprezentînd blocurile pentru introducerea datelor în memoria calculatorului, extragerea rezultatelor și a mesajelor de dialog cu utilizatorul, procedeul Seidel-Gauss pentru ameliorarea vectorului de tensiuni etc.

3.2. Convergența procesului iterativ în cazul programului NEW este foarte bună, fiind necesare, chiar pentru regimuri prost condiționate, 3—6 iterații (tabela 1). Au fost calculate regimuri staționare al căror proces iterativ prin metoda Seidel-Gauss a fost divergent. În acest sens pot fi menționate cîteva regimuri grele ale unui sistem cu 149 de noduri și o serie de rețele de distribuție arborescente cu peste 200 de noduri, regimuri care nu au putut fi calculate prin metoda Seidel-Gauss.

Tabela 1

Sistem	Număr de noduri	Număr de legături	Noduri *P*, *U*	număr interații	Durata de calcul	Durata totală (calcul, introducere, date, extragere rezultate)	Observații
1	207	206	2	4	2'14"	3'00"	—
2	170	169	2	4	1'33"	2'09"	—
3	149	200	25	5	2'12"	2'50"	—
4	149	213	24	5	2'20"	2'56"	—
5	131	190	9	6	2'09"	2'42"	—
6	118	160	21	5	1'25"	1'56"	—
7	107	155	20	5	1'20"	1'48"	—
8	67	51	21	6	42"	1'03"	—
9	42	60	9	6	20"	35"	regim convergent, dar imposibil ca nivel de tensiuni
10	28	36	14	5	11"	25"	—
11	25	29	3	3	6"	21"	
12	6	7	3	3	2"	6"	

3.3. Duratele de calcul reduse reprezintă performanţa esenţială a programului NEW în comparaţie cu alte programe utilizate pînă în prezent. Astfel, la aceeaşi precizie de determinare a regimului, programul NEW este de 2—3 ori mai rapid decît programele bazate pe metoda Seidel-Gauss. Această caracteristică devine mai evidentă odată cu creşterea dimensiunilor reţelelor (număr de noduri şi legături pentru care se determină regimul staţionar).

În tabela 1 sînt date cîteva cifre semnificative obţinute prin aplicarea programului NEW. Toate regimurile au fost convergente după un număr de 3—6 iteraţii.

Pentru toate exemplele de calcul specificate în tabela 1 s-a considerat că procesul iterativ este încheiat în momentul în care erau satisfăcute condiţiile

$$|\Delta P_i| = |P_i - P_{i\,\text{calculat}}| \leqslant \varepsilon_P \; (i = 2, \ldots, N),$$
$$|\Delta Q_j| = |Q_j - Q_{j\,\text{calculat}}| \leqslant \varepsilon_Q \,. \tag{8}$$

(j aparţinînd mulţimii nodurilor de tip P, Q).

Valorile considerate pentru ε_P şi ε_Q au fost de 0,1 MW, respectiv de 0,1 M VAr.

3.4. Programul NEW este foarte flexibil în exploatare, permiţînd calculul succesiv al unui număr nelimitat de variante pentru un acelaşi regim (variante ce pot consta din modificări în configuraţia reţelei şi/sau modificări în datele nodale) sau un număr nelimitat de regimuri distincte.

Prin completarea corespunzătoare a unor cîmpuri în cartela de comandă se pot extrage o serie de informaţii suplimentare, ca de exemplu :

— elementele iacobianului, calculate la fiecare iteraţie ;

— tensiunile la sfîrşitul fiecărei iteraţii sau numai la sfîrşitul unor iteraţii care se specifică ;

— puterile reactive calculate pentru fiecare nod generator la fiecare iteraţie ;

— elementele matricei nodale de admitanţe.

4. EXTINDERI VIITOARE ALE PROGRAMULUI

Observaţiile şi concluziile ce se desprind din utilizarea programului NEW corespund cu rezultatele obţinute pe plan mondial în ceea ce priveşte aplicarea metodei Newton la calculul regimurilor staţionare [4], [5].

În prezent, metoda Newton, prin proprietăţile de convergenţă deosebite, precizia bună şi timpii de calcul reduşi, se impune ca metodă cea mai eficace, în raport cu celelalte metode utilizate la determinarea regimurilor staţionare.

Avînd în vedere că în practică apar deseori situaţii în care există repartiţii neuniforme de putere reactivă în reţea, care conduc fie la regimuri de funcţionare cu valori ale parametrilor sub cele admisibile, fie la regimuri excedentare sau deficitare în putere reactivă, apare nece-

sitatea introducerii reglajului automat al prizelor autotransformatoarelor și reglajul automat al puterii reactive la nodurile generatoare. În această direcție, autorii au obținut deja rezultate, programul astfel extins fiind pus la dispoziția beneficiarilor în vederea experimentării și îmbunătățirii acestuia în funcție de cerințele unei exploatări curente.

În această primă formă, algoritmul prevede reglajul automat al prizelor autotransformatoarelor cu reglaj sub sarcină, urmărindu-se menținerea tensiunii unui nod consumator (nod cu P, Q fixate) legat prin autotransformatorul respectiv la un nod generator (nod cu P și U fixate) la o valoare specificată.

Nodul cu tensiune reglată poate fi de asemenea oricare nod de tip P, Q din sistem, cu condiția ca reglajul prizelor autotransformatorului respectiv să influențeze sensibil comportarea nodului în studiu.

Modificarea prizelor se face la fiecare iterație de reglaj în conformitate cu relația

$$w^{\text{nou}} = w^{\text{actual}} + \alpha_i (U_i^s - U_i), \tag{9}$$

unde

w este plotul de funcționare,
U_i — tensiunea nodului i la iterația curentă,
U_i^s — tensiunea specifată la nodul i,
α_i — factor de accelerare a cărui valoare se modifică în decursul procesului de calcul.

Din exemplele testate a rezultat că pentru aceeași rețea sînt necesare aproape de două ori mai multe iterații pentru un regim în care se sacc reglajul prizelor față de un regim în care prizele se consideră fixate.

A fost inclusă și posibilitatea menținerii tensiunii specificate la un nod consumator prin reglajul puterii reactive a unui nod generator oarecare din sistem.

5. CONCLUZII

Metoda Newton, pe care se bazează programul NEW, s-a dovedit eficace în toate problemele de regimuri staționare abordate în ISPE, utilizarea programului dînd satisfacție chiar în cazul unor regimuri neconvergente prin alte metode.

Alegerea unui vector corespunzător de tensiuni inițiale, efectuarea a două iterații libere și procedura de tratare a nodurilor generatoare în decursul iterațiilor următoare constituie elemente determinante în asigurarea unei bune convergențe a procesului iterativ.

Din experiența acumulată pînă în prezent a rezultat că folosirea unuia sau a două cicluri de iterații Seidel-Gauss nu este esențială în problemele bine condiționate și chiar neindicată în cazul unor regimuri grele.

Algoritmul de calcul și elementele de programare deosebit de eficiente existente în programul NEW au făcut ca acest program de calcul al regimurilor staționare să fie utilizat frecvent în studiile legate de funcționarea și de dezvoltarea sistemului energetic național.

Includerea unor automatizări, ca, de exemplu, reglajul automat al ploturilor autotransformatoarelor, al puterii reactive la nodurile generatoare şi al puterii impuse pe linii, vor face din programul NEW un program complex, capabil să asigure rezolvarea problemelor regimurilor staţionare în cele mai diverse ipoteze.

BIBLIOGRAFIE

1. L. A. Dunstan, *Digital load flow studies*, Trans. AIEE, **73**, pt. III A, 825 (1954).
2. J. B. Ward, H. W. Hale, *Digital computer solution of power flow problems*, **Trans.** AIEE, **75**, pt. III, 398 (1956).
3. J. Carteron, *Calcul arithmétique des réseaux maillés et de leurs pertes*, Bull. Soc. **Franc.** Electr., *6*, 465 (1956).
4. W. F. Tinney, C. E. Hart, *Power flow solution by Newton's method*, IEEE Trans., **PAS, 86,** *11*, 1449 (1967).
5. N. M. Peterson, W. S. Meyer, *Automatic adjustement of transformer and phase-shifter taps in the Newton power flow*, IEEE Trans., PAS, **90**, (1971).
6. J. Peschon, D. S. Piercy, W. F. Tinney, O. Tveit, *Sensitivity in power systems*, **IEEE** Trans., *8*, (1938).
7. N. Sato, W. F. Tinney, *Techniques for exploiting the sparsity of the network admitance matrix*, IEEE Trans., PAS, **82**, 944 (1963).
8. M. I. Staadecker, *Macroinstruction utilisée pour les problèmes d'éléctroénergétique*, **Buletinul** ISPE, (Bucureşti), **XIII**, *1*, 211 (1970).
9. I. Van Ness, J. Griffin, *Elimination methods for load flow studies*, Trans. on **PAS, 80,** *6*, 299–304 (1961).
10. J. Carpentier, M. Canal, *La méthode des éliminations ordonées*, Proceedings of **PSCC.** Londra, 1963.

UTILIZAREA GRADIENTULUI PROIECTAT LA CALCULUL REGIMURILOR OPTIME ALE SISTEMELOR ELECTRICE

E. POTOLEA, MARIA TUDOSE și M. EREMIA

621.313.39.014

Se studiază posibilitatea determinării unor regimuri de funcționare optime ale sistemelor electrice prin intermediul programării matematice neliniare neconvexe. În acest scop se aplică o variantă a metodei gradientului proiectat neutilizată pînă în prezent în studiul regimurilor de funcționare optime.

Calculul regimului optim al unui sistem electric este o problemă de programare matematică neliniară. Folosind teoremele de bază ale programării, se enunță problema generală a dispecerizării economice, formulată de Carpentier [1], care apoi se rezolvă cu ajutorul diferitelor metode ale programării matematice neliniare.

Studiile efectuate în ultimii ani au dovedit posibilitățile metodelor de gradient în rezolvarea unor probleme generale de programare matematică neliniară, însă nu au clarificat eficiența acestor metode la calculul regimurilor optime ale sistemelor electrice.

În cele ce urmează se propune utilizarea metodei gradientului proiectat a lui Rosen [2] la calculul regimului optim al unui sistem electric. În acest scop se enunță mai întîi problema de programare matematică neliniară în cazul unui sistem electric și se prezintă în mod succint metoda gradientului proiectat. În sfîrșit, se dau detalii cu privire la algoritmul de calcul, care se aplică apoi pentru exemplul concret.

1. REGIMUL PERMANENT OPTIM DE FUNCȚIONARE AL SISTEMELOR ELECTRICE, PROBLEMĂ DE PROGRAMARE MATEMATICĂ NELINEARĂ

Circulația de puteri în rețelele electrice de transport este descrisă de un sistem de ecuații neliniare:

$$P_{gi} + jQ_{gi} = P_{ri} + jQ_{ri} + \underline{U}_i \sum_{k \in n} \underline{Y}^*_{ik} \underline{U}^*_k \qquad (i = 1, 2, \ldots, n), \qquad (1)$$

în care

P_{gi} este puterea activă generată la nodul i,
Q_{gi} — puterea reactivă generată la nodul i,
P_{ri} — puterea activă consumată la nodul i,
Q_{ri} — puterea reactivă consumată la nodul i,
$\underline{U}_k = U'_k + jU''_k$ — tensiunea nodului k,
$\underline{Y}_{ik}$ — termenul $i-k$ din matricea admitanţelor nodale,
n — numărul total de noduri ale sistemului.

În cazul reţelelor cu transformatoare, dacă prizele sînt situate pe înfăşurarea i a transformatorului de pe latura $i-k$, atunci admitanţa $y_{ki} = g_{ki} - jb_{ki}$ este constantă.

Admitanţa variabilă cu raportul de transformare N_{ki} este

$$\underline{y}_{ik} = \underline{y}_{ki} \cdot N_{ki}^2 = \frac{y_{ki}}{N_{ik}^2}, \qquad \underline{Y}_{ik} = -\underline{y}_{ki} \cdot N_{ki} = -\frac{y_{ki}}{N_{ik}} = \underline{Y}_{ki}. \tag{2}$$

Prin separarea părţilor reale şi imaginare din (1) se obţine

$$\begin{aligned} P_{gi} &= P_{ri} - U'_i \Sigma (g_{ki}U'_k + b_{ki}U''_k) N_{ki} + U''_i \Sigma (b_{ki}U'_k - g_{ki}U''_k) N_{ki}, \\ Q_{gi} &= Q_{ri} - U''_i \Sigma (g_{ki}U'_k + b_{ki}U''_k) N_{ki} - U'_i \Sigma (b_{ki}U'_k - g_{ki}U''_k) N_{ki}. \end{aligned} \tag{3}$$

În sistemul de ecuaţii (3) este necesar ca toate componentele reale şi imaginare ale tensiunilor nodurilor independente să fie pozitive. Aceasta se poate realiza pe două căi :

a) se deplasează tensiunea origine de fază cu un unghi convenabil în sens pozitiv. Fie, de exemplu, acest unghi de 30°. În acest caz, dacă argumentul tensiunii nodului k faţă de vechea origine de fază a fost θ_k, faţă de noua origine de fază va fi θ'_k, astfel încît $\theta'_k = \theta_k + 30°$, cu $\theta'_k \geqq 0$. Dacă în sistemul de ecuaţii (3) nodul 1 se consideră nod de referinţă a tensiunilor, este necesar ca $U_1 \angle 0°$ să fie înlocuit prin $U_1 \angle 30°$;

b) se alege ca origine de fază tensiunea nodului consumator cu cel mai mare defazaj negativ.

În sistemul (3) se cunosc admitanţele laturilor reţelei, puterile active şi reactive ale consumatorilor şi, în general, puterile active şi tensiunile la bornele generatorilor. Nu se cunosc puterile reactive ale surselor generatoare, tensiunile la bornele consumatorilor şi rapoartele de transformare ale transformatorilor şi autotransformatorilor din sisteme. Se pot considera de asemenea ca necunoscute puterile active şi tensiunile la bornele surselor.

Necunoscutele sistemului (3) pot să varieze în cadrul anumitor limite. Astfel mărimile electrice nodale și din laturi sînt supuse restricțiilor

$$U_i^{\min} \leqq \sqrt{U_i^2 + U_i^2} \leqq U_i^{\max} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n), \tag{4}$$

$$P_{gi}^{\min} \leqq P_{gi} \leqq P_{gi}^{\max} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n), \tag{5}$$

$$Q_{gi}^{\min} \leqq Q_{gi} \leqq Q_{gi}^{\max}$$

$$N_{ki}^{\min} \leqq N_{ki} \leqq N_{ki}^{\max} \qquad (k = 1, 2, \ldots, n).$$

Considerînd cazul b), restricțiile (5) pot fi înlocuite prin

$$U_i'^{\min} \leqq U_i \leqq U_i'^{\max} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n), \tag{6}$$

$$U_i''^{\min} \leqq U_i \leqq U_i''^{\max}.$$

Aceste limite se recalculează la fiecare pas.

Alegerea corespunzătoare a limitelor maxime și minime ale componentelor reale și imaginare ale tensiunilor nodale (6) include de fapt și restricțiile de tipul $\theta_{ik} \leqq \theta_{ik}^M$ în care $\theta_{ik} = \theta_i - \theta_k$ $(ik = 1, 2, \ldots, l$, l fiind numărul total de laturi al sistemului electric).

În sistemele de ecuații (3), (5) și (6), numărul de variabile necunoscute depășește numărul de ecuații. Se poate obține o soluție optimă a acestor sisteme în raport cu un obiectiv propus prin încadrarea acestora într-o problemă de programare neliniară.

Se notează prin X numărul componentelor reale și imaginare ale tensiunilor nodale, inclusiv prizele autotransformatoarelor. Fie X un vector cu componentele $x_i (i = 1, 2, \ldots, m)$. Ecuațiile puterilor active și reactive de la nodurile la care valorile acestora sînt impuse sînt descrise de un sistem de ecuații neliniare de forma $\varphi_i(x) = 0$. Este cazul puterilor active și reactive din nodurile consumatoare, a puterilor active și a modulului tensiunilor pentru nodurile generatoare dacă acestea din urmă se consideră date prin $P_g = \text{const}$; $|U_g| = \text{const}$. Ecuațiile puterilor reactive la nodurile generatoare și a puterii active a nodului de echilibru, precum și limitările anumitor variabile, sînt descrise de un sistem de inegalități neliniare și liniare de forma $\varphi_i(x) \geqq 0$.

În funcție de scopul urmărit prin rezolvarea regimului unele dintre ecuațiile menționate pot fi considerate ca inecuații și invers.

În exemplul ce se prezintă s-a urmărit determinarea unui regim permanent cu un nivel de tensiune mai ridicat pentru nodurile consumatoare. În acest scop este necesară folosirea unei funcții-obiectiv de forma

$$F(x) = \Sigma \frac{x_i}{x_{in}} \qquad (i = 1, 2, \ldots, c), \tag{7}$$

unde c este numărul nodurilor consumatoare și x_{in} tensiunea nominală a nodului i.

2. METODA GRADIENTULUI PROIECTAT PENTRU PROGRAMAREA NELINIARĂ. RESTRICŢII NELINIARE

Se consideră E_m un spaţiu euclidian m-dimensional. Un punct în acest spaţiu este reprezentat printr-un vector X cu componentele x_i $(i = 1, 2, \ldots, m)$. Presupunem în acest spaţiu o regiune neconvexă Ω, determinată de un sistem de funcţii neliniare şi liniare $\varphi_i(x)$, dintre care

$$\varphi_i(x) = 0, \qquad \text{pentru} \qquad i = 1, 2, \ldots, q, \tag{8}$$

$$\varphi_i(x) \geqq 0, \qquad \text{pentru} \qquad i = q + 1, \ldots, k. \tag{9}$$

Neconvexitatea lui Ω se explică prin existenţa celor q restricţii de egalitate neliniare. Fiecărei funcţii neliniare $\varphi_i(x) \geqq 0$ îi corespunde o hipersuprafaţă $G_i \equiv \{x \mid \varphi_i(x) = 0\}$. Regiunea neconvexă Ω şi graniţa sa B din spaţiul E_m se definesc astfel:

$$\begin{aligned} B &= \{x \mid \varphi_i(x) = 0\} \qquad (i = 1, 2, \ldots, q), \\ \Omega &= \{x \mid \varphi_i(x) \geqq 0\} \qquad (i = q + 1, \ldots, k). \end{aligned} \tag{10}$$

Într-un punct oarecare x din regiunea neconvexă Ω, gradientul fiecărei funcţii este un vector

$$u_i(x) = \nabla \varphi_i(x). \tag{11}$$

Funcţiile $\varphi_i(x)$ au fost normalizate astfel încît $\|u_i(x)\| \leqq 1$.

Întrucît regiunea neconvexă Ω este limitată, ea poate fi inclusă într-o regiune dreptunghiulară R, determinată prin graniţele inferioare şi superioare ale fiecărei variabile:

$$R \equiv \{x \mid b_i^{\min} \leqq x_i \leqq b_i^{\max}\}. \tag{12}$$

Limitele $b_i^{\min}$, $b_i^{\max}$ determină lungimea maximă a regiunii R, definită prin relaţia

$$L^2 = \sum_{i=1}^{m} (b_i^{\max} - b_i^{\min})^2. \tag{13}$$

Presupunem un punct soluţie iniţială x_0 aşezat în vecinătatea δ a intersecţiei G a celor q hipersuprafeţe G_i $(i = 1, 2, \ldots, q$, pentru $1 \leqq q \leqq k)$. Se spune că x este aşezat într-o vecinătate δ a intersecţiei G dacă

$$\sum_{i=1}^{q} \varphi_i^2(x) \leqq \delta^2. \tag{14}$$

Hiperplanele-suport $H_i(x_0)$ la restricţiile $G_i(i = 1, \ldots, q$ formează o intersecţie Q (x_0), care cuprinde pe x_0. Mulţimea liniară Q (x_0) se numeşte mulţimea-suport liniară a lui G la x_0.

Se presupune că $u_i(x_0)$ normal în x_0 la $H_i(x_0)$ este diferit de zero pentru $i = 1, 2, \ldots, q$ și că cei q vectori $u_i(x_0)$ sînt liniari independenți. Pentru orice punct x_0 de pe hipersuprafața G_i vectorul $u_i(x_0)$ este ortogonal pe hiperplanul $H_i(x_0)$ tangent la G_i în x_0.

Se asociază fiecărei funcții $\varphi_i(x)$ o matrice simetrică a derivatelor parțiale, care se notează cu $C_l(x)$; un element i, j al acesteia este de forma

$$(C_l)\, i, j = \frac{\partial^2 \varphi_l}{\partial x_i\, \partial x_j} \qquad (l = 1, \ldots, k; \qquad i, j = 1, \ldots, m). \tag{15}$$

Se presupune că elementele fiecărei matrice $C_l(x)$ sînt limitate pentru toate valorile $x \in R$ și deci există o constantă pozitivă γ astfel încît $\|C_l(x)\| \leqq \gamma$ pentru $x \in R$, $1 = 1, 2, \ldots, k$. Constanta γ poate fi interpretată ca limita superioară a curburii restricțiilor pentru $x \in R$. Prin $\|C_1(x)\|$ se înțelege norma spectrală a matricei $C_l(x)$. În cele ce urmează, pentru o matrice oarecare A se utilizează norma spectrală a acesteia, notată prin $\|A\|$, iar pentru un vector W se utilizează norma euclidiană, notată prin $\|W\|$ [5].

Se consideră în E_m o funcție-obiectiv de formă foarte simplă: $F(x) = x_m$. Orice altă funcție-obiectiv liniară sau neliniară $F(x_1, \ldots, x_{m-1})$ se poate reduce la funcția-obiectiv x_m, cu condiția ca la variabilele și la restricțiile inițiale să se mai adauge variabila adițională x_m și restricția adițională

$$\varphi(x) = F(x_1 \ldots x_{m-1}) - x_m \geqq 0.$$

Prin urmare, problema de programare matematică neliniară poate fi formulată astfel:

$$\max \{x_m \mid x \in R\}$$

și

$$\varphi_i(x) = 0 \qquad (i = 1,2, \ldots, q),$$

$$\varphi_i(x) \geqq 0 \qquad (i = q + 1, \ldots, k).$$

Se definește matricea $m \times q$:

$$U_q(x) = [u_1(x) \quad u_2(x) \ldots u_q(x)] \quad x \in R \tag{16}$$

și un vector q dimensional:

$$b_q(x) = \begin{bmatrix} b_1(x) \\ b_2(x) \\ \vdots \\ b_q(x) \end{bmatrix}.$$

În acest caz, sistemul care defineşte graniţa B se scrie

$$U_q^T(x) \cdot x - b_q(x) \equiv 0. \tag{17}$$

Presupunînd independenţa liniară a lui $u_i(x)$ în fiecare punct al graniţei B a lui R, matricea simetrică $q \times q$, $U_q^T(x) \cdot U_q(x)$ este nesingulară pentru orice $x \in B$. Prin urmare,

$$V_q(x) = (U_q^T(x) \cdot U_q(x))^{-1} \tag{18}$$

există pentru $x \in B$. Rezultă o constantă pozitivă α astfel încît

$$\|V_q(x)\| \leqq \alpha^2. \tag{19}$$

Intersecţia Q a q hiperplane-suport $H_i(x)$ este o mulţime m-q-dimensională sau un subspaţiu m-q-dimensional a spaţiului euclidian E_m. Fie $\hat{Q}$ o mulţime q-dimensională sau un subspaţiu q-dimensional al lui E_m, determinat de $u_1(x)$, $u_2(x), \ldots, u_q(x)$. În acest caz, spaţiul E_m poate fi scris $E_m = Q \oplus \hat{Q}$; subspaţiile Q şi $\hat{Q}$ sînt ortogonale, astfel încît, dacă v este un vector în Q şi w un vector în $\hat{Q}$, atunci $v^T \cdot w = 0$.

Vectorul gradient $g(x)$ al funcţiei-obiectiv $F(x)$ din spaţiul E_m poate fi scris într-un mod unic, ca sumă a unui vector din Q şi a unui vector din $\hat{Q}$, deci

$$g(x) = p(x) + s(x); \quad p(x) \in Q; \quad s(x) \in \hat{Q}. \tag{20}$$

Deoarece $\hat{Q}$ este generat de coloanele matricei $U_q(x)$, $s(x)$ poate fi scris

$$s(x) = \Sigma r_i(x) \cdot u_i(x) = U_q(x) \cdot r(x),$$

deci

$$g = p(x) + U_q(x) \cdot r(x). \tag{21}$$

Multiplicînd (21) prin $U_q^T(x)$, se obţine

$$U_q^T(x) \cdot g = U_q^T(x) \cdot U_q(x) \cdot r(x). \tag{22}$$

Din relaţia (22), ţinînd seama de (18), rezultă

$$r(x) = (U_q^T(x) \cdot U_q(x))^{-1} \cdot U_q^T(x) \cdot g = V_q(x) \cdot U_q^T(x) \cdot g, \tag{23}$$

prin urmare

$$s(x) = U_q(x) \cdot V_q(x) \cdot U_q^T(x) \cdot g. \tag{24}$$

Din (20) rezultă

$$p(x) = (I - U_q(x) \cdot V_q(x) \cdot U_q^T(x)) \cdot g \tag{25}$$

sau

$$p(x) = P_q(x) \cdot g, \tag{26}$$

în care s-a definit prin $P_q(x)$ matricea de proiecție. Această matrice proiectează gradientul într-un subspațiu Q, care este complementul ortogonal al celui generat de coloanele matricei $U_q(x)$. Prin urmare, $P_q(x) \cdot v = v$, $P_q(x) \cdot w = 0$.

Viteza de schimbare a funcției-obiectiv $F(x)$ într-un punct oarecare x după direcția $p(x)$ este dată de relația

$$\nabla F(x) \cdot p(x) = p^T(x) \cdot p(x) > 0,$$

în care $\nabla F^T(x) = \text{grad } F(x)$.

În consecință, dacă $p(x)$ se calculează conform relației (26), prin deplasarea după direcția gradientului proiectat cu un anumit pas se găsește o nouă soluție posibilă, cu o valoare crescută pentru funcția-obiectiv.

Metoda prezentată, cunoscută sub denumirea de metoda gradientului proiectat, constă în proiectarea vectorului gradient g în subspațiul Q (fig. 1).

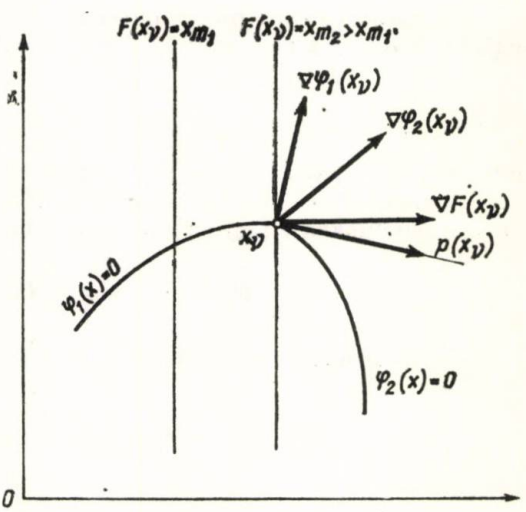


Fig. 1. — Prezentarea geometrică a gradientului proiectat în spațiul bidimensional.

Noul pas se face în direcția gradientului proiectat. În efectuarea acestui pas, deplasarea se efectuează în intersecția planelor tangente și deci noul punct obținut nu este posibil. Este necesar, prin urmare, un procedeu de corecții pentru a se reveni în intersecția restricțiilor originale cu o valoare crescută pentru funcția-obiectiv. O cale eficientă

pentru aceasta este aceea a utilizării aceleiaşi matrice inverse folosită pentru proiecţie.

În cele ce urmează se prezintă algoritmul metodei gradientului proiectat pentru problema de programare neliniară, prezentată anterior. În cadrul algoritmului se folosesc următoarele constante :

— constanta λ, care depinde de dimensionalitatea şi de geometria regiunii R în felul următor :

$$\lambda = \max \{1,\ \gamma \cdot \alpha^2 \cdot m^{3/2}\} \geqq 1 \tag{27}$$

se menţionează că pentru toate restricţiile liniare $\gamma \to 0$ şi $\lambda = 1$) ;

— constanta ε, definită ca

$$F(x_{\nu+1}) - F(x_\nu) \leqq \varepsilon, \tag{28}$$

în care x_ν este soluţia problemei de programare neliniară.

Deoarece între ε şi δ există relaţia

$$\delta = \varepsilon^2/3\ \lambda\,(8\ mL\alpha)^2, \tag{29}$$

este necesară fixarea unei valori numai pentru una dintre aceste constante

3. ALGORITMUL METODEI GRADIENTULUI PROIECTAT

Se consideră un punct oarecare x_ν aşezat în vecinătatea δ a intersecţiei G a celor q restricţii $1 \leqq q \leqq m$. Aceasta are loc atunci cînd

$$\|W_q(x_\nu)\| \leqq \delta, \tag{30}$$

unde $W_q(x) \equiv [\varphi_1(x_\nu),\ \varphi_2(x_\nu), \ldots,\ \varphi_q(x_\nu)]^T$.

Se calculează $V_q(x_\nu)$ cu relaţia (18), ţinînd seama de (11) şi (16). Apoi se calculează $r(x_\nu)$ şi $p(x_\nu)$ cu relaţia (23), respectiv (26) :

$$P_q(x_\nu) \cdot g = g - U_q(x_\nu) \cdot r(x_\nu). \tag{31}$$

Se determină vectorul $\beta = \beta(x_\nu)$ de componente

$$\beta_i(x_\nu) = \frac{1}{2}\, r_i(x_\nu) \cdot v_{ii}^{-\frac{1}{2}} \quad (i = 1, 2, \ldots, q), \tag{32}$$

în care v_{ii} sînt elementele diagonale ale lui $V_q(x_\nu)$.

Fie

$$\beta_l(x_\nu) = \max \{\beta_i(x_\nu)\}, \tag{33}$$

$$\beta(x_\nu) = \max \{\|P_q(x_\nu) \cdot g\|,\ \beta_l(x_\nu)\}. \tag{34}$$

Definim vectorul-unitate :

$$z(x_\nu) = P_q(x_\nu) \cdot g / \| P_q(x_\nu) \cdot g \|. \tag{35}$$

a) Dacă $\beta \leqq \varepsilon / 2mL\alpha$, atunci $F(x_\nu)$ diferă de maximul local prin cel mult ε și deci soluția problemei a fost determinată.

b) Dacă $\beta > \varepsilon / 2mL\alpha$ și $\| P_q \cdot g \| \geqq \beta_l$, se calculează vectorul-unitate $z(x_\nu)$ cu relația (35).

O secvență de n puncte (fig. 2) se calculează cu relațiile

$$x^{(0)}(\tau) = x_\nu + \tau \cdot z(x_\nu), \tag{36}$$

$$x^{(j+1)}(\tau) = x^j(\tau) - U_q(x_\nu) \cdot V_q(x_\nu) \cdot w_q(x^{(j)}) \qquad (j = 0,1,\ldots,n), \tag{37}$$

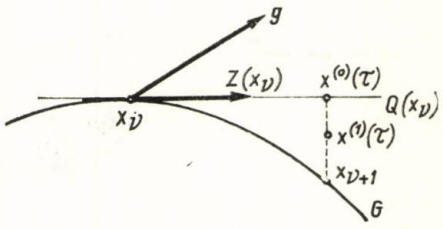


Fig. 2. — Obținerea prin iterații a unui nou punct posibil $x_{\nu+1}$ în intersecția G.

cu

$$\tau = \alpha\beta / 6\lambda$$

și n cel mai mic întreg, astfel încît

$$\| W_q(x^{(n)}(\tau) \| \leqq \delta. \tag{39}$$

Dacă $\varphi_i(x^{(n)}(\tau)) \geqq 0$, pentru $i = q+1,\ldots,k$, vom considera $x_{\nu+1} = x^{(n)}(\tau)$. În acest caz trebuie să se verifice relația

$$F(x_{\nu+1}) - F(x_\nu) \geqq \alpha\beta^2 / 12\ \lambda. \tag{40}$$

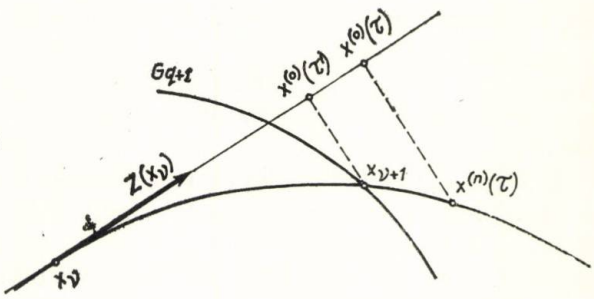


Fig. 3. — Obținerea unui punct posibil $x_{\nu+1}$ prin interpolare.

Dacă $\varphi_i(x^{(n)}(\tau)) < 0$ pentru cel puțin o valoare i $(i = q+1,\ldots,k)$, se interpolează pentru valoarea lui $\tau = \tau' < \alpha\beta / 6\lambda$ (fig. 3), astfel încît $\varphi_i(x^{(n)}(\tau')) \geqq 0$ pentru $i = q+1,\ldots,k$.

Se consideră deci $x_{\nu+1} = x^{(n)}(\tau')$, iar relaţia (40) devine

$$F(x_{\nu+1}) - F(x_\nu) \geqq \tau'\beta/2. \tag{41}$$

Punctul $x_{\nu+1}$ este aşezat în vecinătatea δ a unei intersecţii constînd din vechea intersecţie G şi cel puţin o nouă restricţie adiţională G_{q+1}.

c) Dacă $\beta > \varepsilon/2mL\alpha$ şi $\|P_q \cdot g\| \leqq \beta_l$, se scade u_l din U_q (fig. 4), obţinîndu-se U_{q-1}, precum şi matricea inversă corespunzătoare V_{q-1}, folosind relaţiile de recurenţă din [2].

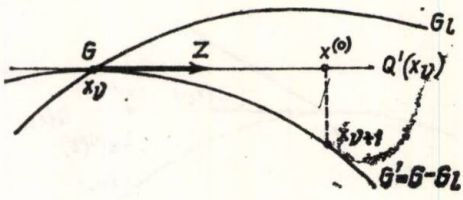


Fig. 4. — Determinarea unui punct $x_{\nu+1}$ în intersecţia G' care nu conţine pe G_1.

Se calculează r cu relaţiile de tipul (23), (31) şi (35):

$$r = V_{q-1} \cdot U_{q-1}^T \cdot g,$$

$$P_{q-1} \cdot g = g - U_{q-1} \cdot r,$$

$$z = P_{q-1}\, g / \|P_{q-1}^* \cdot g\|.$$

O secvenţă de n puncte se calculează cu relaţii de tipul (36), (37), în care U_q, V_q şi $w_q(x_j)$ devin U_{q-1}, V_{q-1}, respectiv $w_{q-1}(x_j)$.

Pentru mărimea pasului τ se foloseşte relaţia (38), în care α şi β sînt noile valori corespunzătoare celor $q-1$ restricţii de egalitate. Numărul de iteraţii n se consideră suficient atunci cînd $\|w_{q-1}(x^{(n)}(\tau))\| \leqq \delta$.

Dacă, în plus, $\varphi_i(x^{(n)}(\tau)) \geqq 0$ $(i = q+1, \ldots, k)$, se consideră $x_{\nu+1} = x^{(n)}(\tau)$ şi se obţine $F(x_{\nu+1}) - F(x_\nu) \geqq \alpha\beta^2/12\,\lambda$. Punctul $x_{\nu+1}$ este aşezat în vecinătatea a $q-1$ intersecţii G_i, $i = 1, \ldots, q$, dar $i \neq 1$.

Dacă $\varphi_i(x^{(n)}(\tau)) < 0$ pentru cel puţin o valoare i $(i = q+1, \ldots, k)$, se interpolează pentru τ' astfel încît $\varphi_i(x^{(n)}(\tau')) \geqq 0$, pentru $i = q+1, \ldots, k$. Se consideră deci $x_{\nu+1} = x^{(n)}(\tau')$, rezultînd $F(x_{\nu+1}) - F(x_\nu) \geqq \tau'\beta/2$. Punctul $x_{\nu+1}$ este aşezat în vecinătatea δ a intersecţiei celor $q-1$ restricţii $G_i (i = 1, \ldots, q;\ i \neq 1)$, cu cel puţin o nouă restricţie.

Aceste puncte constituie un pas al algoritmului. Convergenţa procedeului spre un punct staţionar restricţionat este demonstrată în [2].

4. EXEMPLU DE CALCUL

Pentru reţeaua din figura 5, avînd caracteristicile

$$\underline{Y}_{11} = (17{,}6 - j52{,}2) \cdot 10^{-3},$$

$$\underline{Y}_{22} = (8{,}37 - j37{,}4) \cdot 10^{-3},$$

$$\underline{Y}_{33} = (18{,}17 - j58{,}4) \cdot 10^{-3},$$

$$\underline{Y}_{21} = (3{,}9 - j15{,}6) \cdot 10^{-3},$$

$$\underline{Y}_{23} = (4{,}47 - j21{,}8) \cdot 10^{-3},$$

$$\underline{Y}_{13} = (13{,}7 - j36{,}6) \cdot 10^{-3},$$

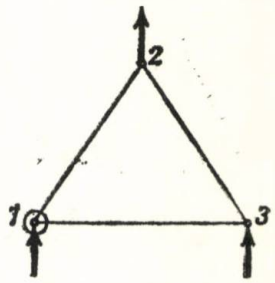


Fig. 5. — Reţeaua de studiat.

s-a determinat soluţia iniţială a regimului permanent x_v prin aplicarea metodei Newton în următoarele ipoteze:

— nodul 1: nod de echilibru al puterilor active şi reactive cu $\underline{U}_1 = 115 \,|\underline{0}$ kV;

— nodul 2: consumator cu $P_2 = 79{,}9809192$ MW, $Q_2 = 55{,}2988202$ MVAr;

— nodul 3: generator cu $P_3 = 39{,}9359578$ MW, $Q_3 = 26{,}7937602$ MVAr.

Avînd în vedere cele prezentate anterior, se consideră ca nouă origine de fază a tensiunilor, tensiunea nodului 2. În acest caz avem

$$\underline{U}_2 = U_2 \,|\underline{0},$$

$$\underline{U}_1 = U_1 \,|\underline{0 + \theta_2},$$

$$\underline{U}_3 = U_3 \,|\underline{\theta_3 + \theta_2}.$$

Vectorul soluţie iniţială x_v, în urma acestei transformări, este

$$x_v = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1' \\ U_1'' \\ U_3' \\ U_3'' \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 113{,}3987 \\ 19{,}5259 \\ 109{,}3314 \\ 18{,}5706 \\ 91{,}1350 \end{bmatrix} \text{[kV]}.$$

Se pune problema îmbunătăţirii tensiunii nodului consumator 2 în ipotezele $P_2 = \text{ct}$, $Q_2 = \text{const}$, $P_3 = \text{const}$, Q_1 şi Q_3, respectiv U_1', U_1'' şi U_3', U_3'' fiind încadrate între anumite limite. Ridicarea nivelului de tensiune al nodului 2 se realizează aplicînd metoda gradientului proiec-

tat pentru funcţia-obiectiv $F(x) = U_2$ (în reţeaua de studiat există un singur nivel de tensiune) şi restricţiile de mai jos :

$$\max U_2, \tag{42}$$

$$\varphi_1(x) = \frac{1}{P_2^{\max}} [U_2^2 \cdot g_{22} - U_2(U_1' \cdot g_{12} + U_1'' \cdot b_{12}) -$$

$$- U_2(U_3' \cdot g_{23} + U_3'' \cdot b_{23}) + P_2] = 0, \tag{43}$$

$$\varphi_2(x) = \frac{1}{Q_2^{\max}} [U_2^2 \cdot b_{22} - U_2(U_1' \cdot b_{12} - U_1'' \cdot g_{12}) -$$

$$- U_2(U_3' \cdot b_{23} - U_3'' \cdot g_{23}) + Q_2] = 0, \tag{44}$$

$$\varphi_3(x) = \frac{1}{P_3^{\max}} [(U_3'^2 + U_3''^2) g_{33} - (U_3' U_1' + U_3'' U_1'')\, g_{13} +$$

$$+ (U_3'' U_1' - U_1'' U_3') b_{13} - U_2(U_3' \cdot g_{32} - U_3'' \cdot b_{32}) - P_3] = 0, \tag{45}$$

$$\varphi_4(x) = -\frac{1}{Q_1^{\max}} [(U_1'^2 + U_1''^2) b_{11} - U_2(U_1' \cdot b_{12} + U_1'' \cdot g_{12}) -$$

$$- (U_1' U_3' + U_1'' U_3'') b_{13} - (U_1'' U_3' - U_3'' U_1')\, g_{13} - Q_1] \geqq 0, \tag{46}$$

$$\varphi_5(x) = -\frac{1}{Q_3^{\max}} [(U_3'^2 + U_3''^2)\, b_{33} - U_2(U_3' \cdot b_{32} + U_3'' \cdot g_{32}) -$$

$$- (U_3' U_1' + U_3'' U_1'')\, b_{13} - (U_3'' U_1' - U_1'' U_3')\, g_{13} - Q_3] \geqq 0, \tag{47}$$

$$112{,}6765 \leqq U_1' \leqq 114{,}4235,$$

$$11{,}5 \leqq U_1'' \leqq 23,$$

$$107{,}7775 \leqq U_3' \leqq 109{,}4485,$$

$$11 \leqq U_3'' \leqq 22,$$

$$U_2 \leqq 110.$$

În relaţiile (43)—(47), pentru valorile maxime ale puterilor s-au considerat valori apropiate de cele din regimul permanent : $P_2^{\max} = 80$ MW ; $Q_2^{\max} = 55$ MVAr ; $P_3^{\max} = 40$ MW ; $Q_1^{\max} = 60$ MVAr ; $Q_3^{\max} = 35$ MVAr.

Algoritmul prezentat în paragraful 3 se aplică după cum urmează :

a) $q = 3,$

$m = 5,$

$$W_3(x_\nu) = \begin{bmatrix} \varphi_1(x_\nu) \\ \varphi_2(x_\nu) \\ \varphi_3(x_\nu) \end{bmatrix},$$

$$V_3(x_\nu) = (U_3^T(x_\nu) \cdot U_3(x_\nu))^{-1} = \begin{bmatrix} 1174{,}4518 & 21{,}600702 & 66{,}724479 \\ 21{,}600702 & 212{,}98279 & 2{,}443866 \\ 66{,}724479 & 2{,}4438466 & 29{,}072958 \end{bmatrix},$$

$$r(x_\nu) = V_3(x_\nu) \cdot U_3(x_\nu) \cdot g = \begin{bmatrix} -\ 0{,}7164 \\ 10{,}8960 \\ -\ 0{,}0312 \end{bmatrix},$$

$$P_3(x_\nu) \cdot g = g - U_3(x_\nu) \cdot r(x_\nu) = \begin{bmatrix} 0{,}2778 \\ -\ 0{,}0864 \\ 0{,}3910 \\ -\ 0{,}0933 \\ 0{,}4395 \end{bmatrix},$$

$\| P_3(x_\nu) \cdot g \| = 0{,}6581,$

$\beta_1(x_\nu) = \frac{1}{2} r_1(x_\nu) \cdot v_{11}^{-\frac{1}{2}} = -\ 0{,}0104,$

$\beta_2(x_\nu) = \frac{1}{2} r_2(x_\nu) \cdot v_{22}^{-\frac{1}{2}} = 0{,}3733,$

$\beta_3(x_\nu) = \frac{1}{2} r_3(x_\nu) \cdot v_{33}^{-\frac{1}{2}} = -\ 0{,}0029,$

$\beta_l(x_\nu) = \max \{\beta_1(x_\nu) \cdot \beta_2(x_\nu) \cdot \beta_3(x_\nu)\} = 0{,}3733,$

$\beta(x_\nu) = \max \{\| P_3(x_\nu) \cdot g \|, \ \beta_l(x_\nu)\} = 0{,}6581,$

$L^2 = (U_1'^{\max} - U_1'^{\min})^2 + (U_1''^{\max} - U_1''^{\min})^2 + (U_3'^{\max} - U_3'^{\min})^2 +$

$+ (U_3''^{\max} - U_3''^{\min})^2 + (U_2^{\max} - U_2)^2 = 618{,}9551.$

Se consideră $\varepsilon = 0{,}01$ kV.

Valorile proprii [1] ale matricei $V^T \cdot V$ sînt :

1389601,4 ; 45157,310 ; 643,61035 ;

$\| V \| = \alpha^2 = 1178{,}8135 ; \quad \alpha = 34{,}3338,$

$$\frac{\varepsilon}{2mL\alpha} = 0{,}0000117.$$

[1] Valorile proprii ale matricelor $V(x_\nu)$ și $C_l(x_\nu)$ au fost calculate cu subprogramul corespunzător de la DSE.

b) Deoarece $\beta(x_v) > \varepsilon/2mL\alpha$ şi $\|P_3(x_v)\cdot g\| > \beta_l'(x_v)$, se calculează

$$z(x_v) = \frac{P_3(x_v)\cdot g}{\|P_3(x_v)\cdot g\|} = \begin{bmatrix} 0{,}4221 \\ -0{,}1312 \\ 0{,}5941 \\ -0{,}1417 \\ 0{,}6678 \end{bmatrix},$$

respectiv

$$\|C_1(x_v)\| \leqq \gamma \qquad (l = 1, \ldots, 5).$$

S-a ales $\gamma = 0{,}0016655$; $\lambda = \max\{1, \gamma\cdot\alpha^2 m^{3/2}\} = 21{,}9504$.
Rezultă: $\tau = 0{,}1715$,

$$x^{(0)}(\tau) = \begin{bmatrix} 113{,}4710 \\ 19{,}5034 \\ 109{,}4332 \\ 18{,}5463 \\ 91{,}2495 \end{bmatrix} [\mathrm{kV}];\quad W_3(x^{(0)}(\tau)) = \begin{bmatrix} 8 \\ 81 \\ 14 \end{bmatrix}\cdot 10^{-7},$$

$$\|W_3(x^{(0)}(\tau))\| = 30{,}26\cdot 10^{-7},$$

$$x^{(1)}(\tau) = x^{(0)}(\tau) - U_3(x_v)\cdot V_3(x_v)\cdot W_3(x^{(0)}(\tau)) = \begin{bmatrix} 113{,}4710525 \\ 19{,}5034222 \\ 109{,}4332653 \\ 18{,}5463015 \\ 91{,}2494123 \end{bmatrix},$$

$$\|W_3(x^{(1)}(\tau))\| = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}\cdot 10^{-7},$$

$$\|W_3(x^{(1)}(\tau)) = 6{,}4\cdot 10^{-7}.$$

Se constată că $\|W_3(x^{(1)}(\tau))\| < \|W_3(x^{(0)}(\tau))\|$, deci $x^{(1)}(\tau)$ reprezintă o soluţie mai apropiată de punctul real de funcţionare comparativ cu $x^{(0)}(\tau)$ (vezi fig. 4):

$$x^{(2)}(\tau) = x^{(1)}(\tau) - U_3(x_v)\cdot V_3(x_v)\cdot W_3(x^{(1)}(\tau)) = \begin{bmatrix} 113{,}47105490 \\ 19{,}50342738 \\ 109{,}43326698 \\ 18{,}54630114 \\ 91{,}24941020 \end{bmatrix},$$

$$W_3(x^{(2)}(\tau)) = \begin{bmatrix} 2{,}2 \\ 0{,}5 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-7},$$

$$\| W_3(x^{(2)}(\tau)) \| = 2{,}256 \cdot 10^{-7}.$$

Se consideră că soluția $x^{(2)}(\tau)$ se află în vecinătatea δ a intersecției G și constituie punctul soluției $x_{\nu+1}$.

Se determină valorile puterilor reactive în nodurile 1 și 3 pentru $x_{\nu+1}$:

$$Q_1(x_{\nu+1}) = 55{,}37215748 < 60,$$

$$Q_3(x_{\nu+1}) = 26{,}90086571 < 35 \qquad [\text{MVAr}].$$

Se compară aceste valori cu valorile corespunzătoare din punctul x_ν:

$$Q_1(x_\nu) = 55{,}5600684,$$

$$Q_3(x_\nu) = 26{,}7937602 \quad [\text{MVAr}],$$

și se constată că creșterea cu 0,114 kV a tensiunii nodului 2 se obține prin schimbarea circulației de puteri reactive prin laturile rețelei. Astfel generatorul 1, care debitează prin latura 1—2 de impedanță $\underline{Z}_{12} = 15{,}1 + j60{,}4$ (Ω), își micșorează puterea reactivă debitată cu 0,18791092 MVAr, iar generatorul 3, care debitează prin latura 3—2 de impedanță $\underline{Z}_{32} = 9{,}06 + j44{,}2$ (Ω), își mărește puterea reactivă debitată cu 0,10710551 Mvar:

$$F(x_{\nu+1}) - F(x_\nu) > \alpha\beta^2/12\ \lambda,$$

$$91{,}24941020 - 91{,}1350 > 0{,}00564235 \ [\text{kV}],$$

iar

$$\varphi_4(x_{\nu+1}) > 0,$$

$$\varphi_5(x_{\nu+1}) > 0.$$

5. CONCLUZII

Metoda gradientului proiectat prezentată este o metodă exactă care conduce în mod sigur la sfîrșitul fiecărui pas la o valoare mărită pentru funcția-obiectiv. În consecință, calculul poate fi oprit la un pas oarecare, nefiind necesară continuarea lui pînă la atingerea maximului local în cadrul programării neconvexe.

Trebuie subliniat că, în deplasarea de la soluția x_ν la soluția $x_{\nu+1}$, vectorii-gradient ai lui $g_i(x)$ se schimbă, chiar dacă sistemul de restricții

de egalitate pentru x_ν diferă numai printr-o singură restricţie de cel din $x_{\nu+1}$. Prin urmare, nu este în general posibil să se calculeze $(U^T(x_{\nu+1})\ U\ (x_{\nu+1}))^{-1}$ din $(U^T(x_\nu)\ U\ (x_\nu))^{-1}$ şi deci noua matrice inversă trebuie recalculată.

Metodele de rezolvare a problemelor de programare matematică neliniară sînt întotdeauna foarte laborioase, iar pentru unele dintre ele nu există algoritme sigure şi generale. Metoda gradientului proiectat (Rosen) necesită inversarea unor matrice de ordin superior, însă duce întotdeauna la soluţie în condiţiile reale ale problemei fără introducerea unor ipoteze simplificatoare. Ca urmare, considerăm că metoda gradientului proiectat se adaptează foarte bine la optimizarea regimului permanent ale sistemelor electrice şi oferă posibilităţi care mai pot fi încă cercetate.

BIBLIOGRAFIE

1. J. Carpentier, *Contribution to the economic dispatch problem*, Bull. Soc. Franc. Electriciens, **8**, 431—447 (1962).
2. J. B. Rosen, *The gradient projection method for nonlinear programming*, Part. I, *Linear constraints*. J. Soc. Ind. Appl. Math., **8**, *1*, 181—217 (1960).
3. — *The gradient projection method for nonlinear programming*, part. II, *Nonlinear constraints*, J. Soc. Ind. Appl. Math., **9**, *4*, 515—523 (1961).
4. T. N. E. Greville, *Some applications of the pseudoinverse of a matrix*, SIAM Review, *2*, 15—22 (1960).
5. D. K. Fadeev, V. N. Fadeeva, *Vicislitelinîie metodî lineinoi algebrî*, Moskva, 1963, p. 127—136.
6. Willard I. Zangwill, *Nonlinear Programming. A Unifical Approach*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.S., 1969.
7. P. Wegner, *A nonlinear extension of the simplex method*, Management Sci., *7*, 43—55 (1960).
8. M. Maliţa, C. Zidăroiu, *Matematica organizării*, Bucureşti. 1971.
9. G. Zoutendijk, *Methods of feasible directions*, Amsterdam, Holland, Elsevier Publishing Co., 1960.
10. W. Dommel, W. F. Tinney, *Optimal power flow solution*, IEEE Trans. (Power Apparatus and Systems), **87**, 1866—1876 (1968).
11. W. F. Tinney, C. E. Hart, *Power Flow Solution by Newton's Methods*, IEEE Trans (Power Apparatus and Systems), **86**, 1448—1460 (1967).
12. L. P. Hajdu, J. Peschon, W. F. Tinney, D. S. Piercy, *Optimal Load-Shedding Policy for Power Systems*, IEEE Trans. (Power Apparatus and Systems), **87**, 784—795 (1968).
13. Albert M. Sasson, *Nonlinear Programming Solutions for Load-Flow, Minimum-Loss and Economic Dispatching Problems*, IEEE Trans. (Power Apparatus and Systems), **88**, 399—409 (1969).

CARACTERISTICI ALE TURBOGENERATOARELOR SINCRONE TETRAPOLARE

DE

C. APETREI

621.313.332-81

Se arată domeniul de utilizare al turbogeneratoarelor sincrone tetrapolare de mare și de foarte mare putere și se definește mașina geometric asemenea. Se stabilește variația caracteristicilor tehnice-economice ale mașinilor geometric asemenea în raport cu numărul de poli.

Pe baza analizei făcută în lucrare se scoate în evidență necesitatea abaterii de la mașina geometric asemenea, reliefîndu-se oportunitatea optimizării construcției mașinii cu $2p = 4$.

1. PROBLEMA

1.1. Generatoarele de abur din cadrul centralelor nucleare-electrice, în cazul filierelor utilizate în prezent la scară industrială, pun la dispoziție agentul motor la parametri care recomandă construcția turboagregatelor de mare și de foarte mare putere la viteze de rotație relativ reduse pentru frecvențele industriale : $f = 50$ și 60 Hz ; $n = 1\,500$ și, respectiv, $n = 1\,800$ rot/min.

Întrucît economicitatea generală a centralei în cazul centralelor nucleare-electrice depinde într-o mai mare măsură de puterea unitară a turboagregatelor instalate, în ultimii ani se dezvoltă cu prioritate construcția turbogeneratoarelor sincrone tetrapolare de foarte mare putere, de ordinul 1 000 — 1 500 MW, urmînd ca în viitorul apropiat să se asigure realizarea unor mașini cu puteri unitare de circa 2 000 MW. Evident că, în paralel cu construcția unor grupuri de foarte mare putere în funcție de particularitățile sistemului energetic al fiecărei țări, se poate conta și pe realizarea unor mașini cu puteri ponderate, de ordinul sutelor de MW. În acest fel, construcția turbogeneratoarelor sincrone tetrapolare se dezvoltă pentru o gamă foarte variată de puteri unitare, cuprinse între circa 200 și 2 000 MW.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 127—139, 1973

1.2. Construcția mașinilor tetrapolare în raport cu cele bipolare prezintă particularități cu importante implicații de natură tehnică-economică asupra concepției generale a mașinii. Creșterea dimensiunilor armăturii rotorice în secțiune transversală ca urmare a micșorării vitezei de rotație determină o nouă geometrie a mașinii, precizată și prin alegerea solicitărilor electrice și magnetice ale materialelor active. La geometrie dată și la solicitări electromagnetice alese, rezultă caracteristicile importante ale mașinii : de natură economică (gradul de utilizare al materialelor, randamentul) sau tehnică (solicitările termice și mecanice, parametrii funcționali hotărîtori pentru comportarea mașinii în sistem etc.).

În cazul mașinilor cu puteri foarte mari, necesitatea realizării armăturii rotorice sub forma unei singure piese forjate și limitarea de gabarit intervenită la transportul statorului mașinii introduc considerente noi care definesc suplimentar geometria mașinii, alegerea solicitărilor electromagnetice a materialelor active, alegerea sistemului de răcire etc.

1.3. În lucrarea de față se stabilesc elementele necesare urmăririi variației caracteristicilor tehnice-economice ale mașinii, intervenită la trecerea de la execuția bipolară la cea tetrapolară. S-au ales ca element de referință mașinile bipolare, dată fiind experiența acumulată în construcția și exploatarea acestor mașini sub forma unor unități generatoare de mare și de foarte mare putere.

Din analiza variației caracteristicilor turbogeneratoarelor tetrapolare în raport cu cele bipolare, rezultă căile de urmat în concepția mașinilor cu $2p = 4$ în vederea realizării lor sub forma unor agregate acceptabile din punct de vedere economic și cu comportare satisfăcătoare în sistemul energetic.

În lucrare se reliefează ca element caracteristic proiectării turbogeneratoarelor tetrapolare necesitatea determinării variantei optime în cadrul problemei generale de optimizare a soluțiilor.

2. CARACTERISTICILE TURBOGENERATOARELOR TETRAPOLARE

2.1. Pentru mașinile de curent alternativ, relația dintre puterea mașinii S, dimensiunile geometrice D, l, solicitările electrice și magnetice A, B_δ și frecvența de magnetizare f se poate exprima sub următoarea formă simplificată :

$$S = \frac{\pi^2 k_w}{\sqrt{2}} f \frac{D^2}{p} l A B_\delta . \tag{1}$$

În cele ce urmează se vor defini ca mașini geometric asemenea mașinile care la S, f, A și B constanți își modifică dimensiunile caracteristice armăturii rotorice (armătura inductoare) în secțiunea transversală proporțional cu numărul perechilor de poli p. Totodată se are în vedere ca solicitările electrice, magnetice și termice ale armăturii statorului (armătura indusă) să rămînă constante la variația lui p.

Din definiția dată rezultă următoarele relații în care intervin dimensiunile caracteristice ale mașinii :

$$D = k_D p, \tag{2}$$

$$h_R = k_h p, \tag{3}$$

$$l = \frac{k_l}{p}, \tag{4}$$

unde k_D, k_h, k_l reprezintă valorile pe care le ia D, h_R și l în cazul mașinii cu $p = 1$ (semnificația notațiilor este dată în anexă).

În figura 1 s-a reprezentat, pentru comparație, geometria armăturii rotorice la trecerea de la mașina cu $p = 1$ la mașina cu $p = 2$, cînd se respectă relațiile (2), (3) și (4). Condiția conservării solicitărilor electrice, magnetice și termice pentru armătura statorică la variația lui p permite la $q_s = \text{const}$, $\lambda_s = \dfrac{b_s}{t_s} = \text{const}$ și $B_j = \text{const}$, stabilirea următoarelor relații suplimentare :

$$h_s = \frac{A}{k_{us} \lambda_s j_s} = \text{const}, \tag{5}$$

$$h_j \simeq \frac{D}{p} \frac{B_\delta}{B_j} = \text{const}. \tag{6}$$

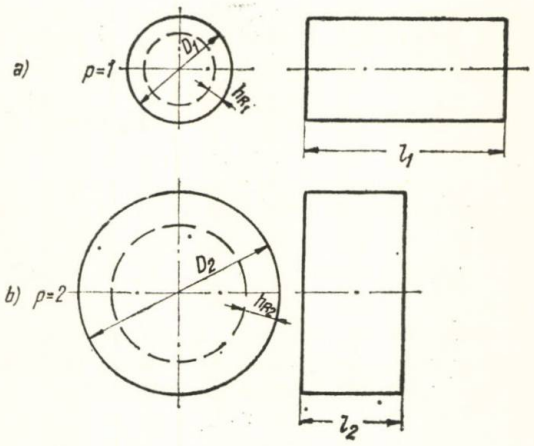


Fig. 1. — Geometria rotorului mașinii pentru $p = 1$ și $p = 2$.

În condițiile respectării relațiilor (5) și (6), diametrul exterior al armăturii statorice, definit de expresia

$$D_e = k_D p + 2 (h_s + h_j) \tag{7}$$

pentru valori curente ale lui h_j şi h_s caracteristice maşinilor de mare putere, poate fi exprimat şi sub forma aproximativă

$$D_e \simeq k_D(p + 1) \tag{7'}$$

sau, pentru $p = 1, 2,$

$$D_e \simeq 2k_D\sqrt{p}. \tag{7''}$$

În cazul respectării relaţiei aproximative (7''), geometria maşinii va arăta ca în figura 2. Este de remarcat că volumul-gabarit al maşinii V_g,

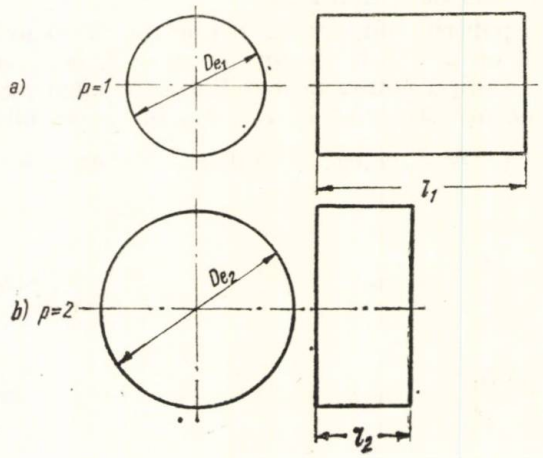


Fig. 2. — Geometria maşinii la nivelul diametrului exterior pentru $p = 1$ şi $p = 2$.

definit la nivelul diametrului exterior D_e de relaţia

$$V_g = \frac{\pi D_e^2}{4} l \tag{8}$$

prin considerarea relaţiilor (4) şi (7''), obţine expresia

$$V_g = \pi k_D^2 k_l . \tag{9}$$

Din (9) rezultă că, în condiţiile asemănării geometrice definite anterior, volumul-gabarit al maşinii rămîne practic constant, spre deosebire de volumul-gabarit al rotorului :

$$V_R = \frac{\pi D^2}{4} l = \frac{\pi}{4} k_D^2 k_l p, \tag{10}$$

care, conform relaţiei (10), în aceleaşi condiţii variază proporţional cu numărul perechilor de poli.

2.2. Caracteristicile armăturii rotorice — solicitări, consum de materiale etc. — în cazul mașinilor geometric asemenea se păstrează neschimbate sau variază, putînd facilita sau introduce dificultăți suplimentare la construcția mașinii tetrapolare în raport cu mașina bipolară.

2.2.1. Solicitările mecanice ale armăturii rotorice, definite de viteza periferică

$$v_R = \pi D n = \pi k_D f = \text{const}, \tag{11}$$

rămîn practic neschimbate la $k_D = \text{const}$. Rezultă deci că, la realizarea rotorului cu diametre $D < k_D p$, factorul solicitărilor mecanice, limitativ în mod strict în cazul mașinilor bipolare, dă posibilitatea alegerii dimensiunilor principale ale mașinii într-un domeniu în care poate interveni optimizarea geometriei generale a mașinii.

2.2.2. Neglijînd într-o primă aproximație cîmpul de scăpări rotoric, solicitările magnetice în dinții și jugul armăturii rotorice se determină cu următoarele expresii de calcul:

$$B_{dz} = \frac{k_D B_\delta}{S_{dz}}, \tag{12}$$

$$B_{jR} = \frac{k_D B_\delta}{(k_D - 2k_h) p}, \tag{13}$$

unde S_{dz} reprezintă secțiunea dinților rotorici corespunzătoare pasului dentar rotoric t_{Rz}, raportată la lungimea mașinii. În cazul dinților mari fără canale de răcire, pentru $\gamma \simeq \frac{2}{3}$, S_{dz} se poate calcula cu expresia aproximativă

$$S_{dz} = \frac{q_R}{3} (2t_{Rz} - \lambda_R t_R). \tag{14}$$

Din relațiile (12) și (14) rezultă că pentru p variabil, la $q_R = \text{const}$ și $\lambda_R = \text{const}$, inducția în dinții rotorici se păstrează constantă. Trebuie avut însă în vedere că tensiunea magnetică corespunzătoare dinților rotorici este proporțională cu înălțimea dinților și deci, la $h_R = k_h p$, solenația de magnetizare necesară se va dubla prin trecerea de la $p = 1$ la $p = 2$.

Din relația (13) se poate observa că inducția în jugul rotoric variază invers proporțional cu numărul perechilor de poli și, ca atare, din punctul de vedere al solicitării mașinii trecerea de la mașina bipolară la cea tetrapolară echivalează cu o descărcare a acestei zone a mașinii.

2.2.3. Pentru aprecierea solicitărilor termice ale armăturii rotorice se vor considera pierderile din zona activă a înfășurării de excitație p_{ec} raportate la suprafața periferică a rotorului S_R.

Pierderile din înfăşurarea de excitaţie se determină considerînd mărimea întrefierului de calcul δ' corespunzătoare reactanţei x_{ad}, păstrată neschimbată la variaţia numărului de poli. Din expresia reactanţei corespunzătoare reacţiei indusului :

$$x_{ad} = \mu_0 \frac{k_d F_s}{\delta' B_\delta} \quad \text{(u.r.)}, \tag{15}$$

se observă că, la $A_s = \text{const}$, $F_s = \frac{k_w}{\sqrt{2}} \frac{D}{p} A_s = \text{const}$ şi deci, la $B_\delta = \text{const}$, rezultă

$$\delta' = \mu_0 \frac{k_d F_s}{x_{ad} B_\delta} = \text{const}. \tag{16}$$

În aceste condiţii, considerînd expresia solenaţiei de excitaţie pe pol sub forma

$$F_e \simeq k_{F_e} F_\delta = k_{F_e} \frac{B_\delta}{\mu_0} \delta', \tag{17}$$

unde factorul k_{F_e} se consideră practic independent de variaţia numărului de poli, rezultă că solenaţia de excitaţie F_e, la maşinile geometric asemenea cu p variabil rămîne constantă.

Pierderile din zona activă a înfăşurării de excitaţie se pot exprima sub forma

$$p_{ea} = 8\rho \frac{F_e^2}{k_{wR}^2 k_{uR} k_h \gamma q_R \lambda_R t_R} \frac{k_l}{p}. \tag{18}$$

Suprafaţa periferică a armăturii rotorice se defineşte de relaţia

$$S_R = \pi k_D k_l \tag{19}$$

şi deci pierderile raportate, exprimate sub forma

$$\frac{p_{ea}}{S_R} = \frac{8\rho F_e^2}{p\pi k_{wR}^2 k_{uR} k_h k_D \gamma q_R \lambda_R t_R}, \tag{20}$$

sînt invers proporţionale cu numărul perechilor de poli p.

Rezultă deci că la maşinile tetrapolare, comparativ cu cele bipolare, se poate conta pe o rezervă importantă în privinţa solicitărilor termice rotorice.

2.2.4. Volumul materialului conductor utilizat la realizarea înfăşurării de excitaţie, inclusiv zona frontală, are expresia

$$V_{CR} = 2\gamma q_R k_{uR} \lambda_R t_R k_h \left(k_l p + \frac{\pi}{2} k_D k_{CbR} p^2 \right) \tag{21}$$

În mod analog se poate scrie și expresia volumului materialului utilizat pentru înfășurarea statorului:

$$V_{CS} = 2\, mq_S k_{uS} \lambda_S t_S h_S \left(k_l + \frac{\pi}{2} k_D k_{CbS} p \right). \tag{22}$$

Relațiile (21) și (22) arată creșterea importantă a consumului de material conductor necesar realizării înfășurărilor cu care este echipată

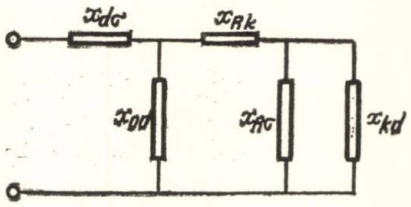


Fig. 3. — Schema echivalentă de calcul, corespunzătoare axei longitudinale.

mașina în cazul variației numărului de perechi de poli; se remarcă o majorare deosebită a materialului necesar realizării capetelor de bobină a înfășurărilor.

2.3. Calculul parametrilor funcționali, caracteristici mașinilor sincrone cu poli înecați (reactanțe în regim staționar sau tranzitoriu, constante de timp etc.), se poate efectua, conform metodologiei expuse în lucrare [3], în conformitate cu schema echivalentă reprezentată în figura 3. Se consideră schema echivalentă corespunzătoare axei longitudinale, problemele putînd fi tratate în mod analog pentru axa transversală a mașinii.

2.3.1. Reactanțele care definesc schema echivalentă din figura 3 se calculează cu următoarele expresii [3]:

$$x_{ad} = \frac{\mu_0 k_w}{\sqrt{2}\,\delta'} \frac{D}{p} \frac{A}{B_\delta} \quad \text{(u.r.)}, \tag{23}$$

$$x_{d\sigma} = \frac{2\pi\delta' p}{k_w^2 m q_S D} x_{ad} \Sigma\lambda_{d\sigma} \quad \text{(u.r.)}, \tag{24}$$

$$x_{Rk} = \frac{\pi\delta' p}{k_{wR} k_{wd} D\gamma q_R} x_{ad} \Sigma\lambda_{Rk} \quad \text{(u.r.)}, \tag{25}$$

$$x_{R\sigma} = \frac{\pi\delta' p}{k_{wR}^2 D\gamma q_R} x_{ad} \Sigma\lambda_R \quad \text{(u.r.)}, \tag{26}$$

$$x_{kd} = \frac{\pi\delta' p}{k_{wD}^2 D\gamma q_R} x_{ad} \Sigma\lambda_k \quad \text{(u.r.)}. \tag{27}$$

Din examinarea expresiilor (23)—(27) se observă că, în condiţiile în care s-a formulat problema la $x_{ad} = \text{const}$, reactanţele de scăpări la număr de perechi de poli variabili acuză variaţii determinate de variaţia coeficienţilor permeanţei specifice $\Sigma\lambda$. Corespunzător variaţiei coeficienţilor permeanţei specifice [3], expresiile reactanţelor de scăpări se pot scrie sub următoarea formă aproximativă :

$$\begin{aligned} x_{d\sigma} &\simeq x_{\sigma 1} + p x_{cb1}, \\ x_{Rk} &\simeq x_{Rk1}, \\ x_{R\sigma} &\simeq p x_{e\sigma 1}, \\ x_{kd} &\simeq p x_{kd1}, \end{aligned} \tag{28}$$

unde mărimile afectate cu indicele 1 reprezintă reactanţele de scăpări calculate pentru maşina cu $p = 1$. În prima relaţie din (28), x_{cb1} reprezintă reactanţa de scăpări corespunzătoare capetelor de bobină a înfăşurării indusului în cazul $p = 1$, iar $x_{\sigma 1}$ reactanţa corespunzătoare celorlalte componente ale cîmpului de scăpări a aceleiaşi înfăşurări. Din relaţiile (28) rezultă creşterea importantă a scăpărilor înfăşurărilor rotorice şi a capetelor de bobină a înfăşurării statorice, intervenită la trecerea de la maşina bipolară la cea tetrapolară.

2.3.2. Pe baza relaţiilor de definiţie a reactanţelor din regim tranzitoriu şi a expresiilor (28), se pot scrie expresiile x'_d şi x''_d în funcţie de numărul perechilor de poli :

$$x'_d = x_{\sigma 1} + p x_{cb1} + \frac{x_{ad}(x_{Rk1} + p x_{R\sigma 1})}{x_{ad} + x_{Rk1} + p x_{R\sigma 1}}, \tag{29}$$

$$x''_d = x_{\sigma 1} + p x_{cb1} + \frac{x_{ad}\left(x_{Rk1} + p \dfrac{x_{R\sigma 1} x_{kd1}}{x_{R\sigma 1} + x_{kd1}}\right)}{x_{ad} + x_{Rk1} + p \dfrac{x_{R\sigma 1} x_{kd1}}{x_{R\sigma 1} + x_{kd1}}}. \tag{30}$$

Dacă se consideră valorile curente ale reactanţelor maşinilor bipolare, pentru orientare se pot utiliza următoarele relaţii aproximative, valabile pentru $p = 1$ şi $p = 2$:

$$\begin{aligned} x'_d &\simeq \sqrt{p}\, x'_{d1}, \\ x''_d &\simeq \sqrt{p}\, x''_{d1}. \end{aligned} \tag{31}$$

2.3.3. Din examinarea expresiilor rezistenţelor r_s, r_R, r_{kd}, date în [3], se poate observa că valoarea lor se poate calcula cu relaţii de forma

$$r_S = r_{Sa1}\left(1 + p\,\frac{\pi}{2}\,k_{cbS}\,\frac{k_D}{k_l}\right),$$

$$r_R = \frac{r_{Ra1}}{p}\left(1 + p\,\frac{\pi}{2}\,k_{cbR}\,\frac{k_D}{k_l}\right), \tag{32}$$

$$r_{kd} = \frac{r_{b1}}{p}\left(1 + p\,\frac{q_k}{\pi}\,\frac{S_{b1}}{S_{i1}}\,\frac{k_D}{k_l}\right),$$

unde mărimile afectate cu indicele 1 reprezintă valorile rezistenţelor determinate pentru maşina cu $p = 1$, iar cu r_{Sa1}, r_{Ra1}, r_{b1} s-au notat rezistenţele zonei active a înfăşurărilor statorică, rotorică şi, respectiv, de amortizare.

La valori curente ale coeficienţilor care intervin în expresiile (32) caracteristice maşinilor de mare şi foarte mare putere, pentru orientare, la $p = 1$ şi $p = 2$, pot fi utilizate şi următoarele expresii aproximative :

$$r_S \simeq \sqrt{p}\,r_{S1},$$

$$r_R \simeq \frac{r_{R1}}{\sqrt{p}}, \tag{33}$$

$$r_{kd} \simeq \frac{r_{kd1}}{\sqrt{p}}.$$

2.3.4. Constantele de timp corespunzătoare regimurilor tranzitorii ale maşinii se pot determina prin utilizarea expresiilor aproximative ale reactanţelor (31) şi ale rezistenţelor (33) :

— constanta de timp a circuitului de excitaţie T_{d0} are expresia următoare :

$$T_{d0} = \sqrt{p}\,\frac{x_{ad} + x_{Rk1} + x_{R\sigma 1}}{\omega r_{R1}}; \tag{34}$$

— constanta de timp a curenţilor tranzitorii T'_d se determină cu expresia aproximativă

$$T'_d = \frac{x'_d}{x_d}\,T_{d0} \simeq p(T'_d)_1; \tag{35}$$

— constanta de timp a curenţilor supratranzitorii T''_d are expresia aproximativă

$$T''_d \simeq \frac{x''_d}{\omega r_{kd}} = p(T''_d)_1; \tag{36}$$

— constanta de timp a curenţilor aperiodici se calculează cu expresia

$$T_a = \frac{x''_d + x''_q}{2\omega r_S} \simeq T_{a1}. \tag{37}$$

Din examinarea relaţiilor (34)—(37) se observă că la trecerea de la maşina bipolară la maşina tetrapolară constantele de timp caracteristice maşinii au o creştere importantă, constantele de timp tranzitorii obţinînd în mod practic valori duble. Constanta de timp T_a, în condiţiile precizate la începutul acestui capitol rămîne practic constantă.

3. PROBLEME PRIVIND CONCEPŢIA TURBOGENERATOARELOR TETRAPOLARE. OPTIMIZAREA SOLUŢIILOR

3.1. În cadrul punctului 2 s-a stabilit variaţia caracteristicilor tehnice-economice a turbogeneratoarelor tetrapolare în raport cu cele bipolare în cazul cînd se are în vedere similitudinea geometrică definită de relaţiile (2)—(4). În aceste condiţii, anumite caracteristici acuză variaţii favorabile construcţiei maşinilor tetrapolare : pierderile din zona activă a înfăşurării de excitaţie şi implicit solicitările termice din această zonă se micşorează (20) şi solicitările magnetice din jugul rotoric scad (13); alte caracteristici rămîn practic neschimbate : volumul gabarit specific al zonei active la nivelul diametrului exterior al armăturii statorice (9), solicitările mecanice ale armăturii rotorice (11), solicitările magnetice din armătura statorică (6), constanta de timp a curenţilor tranzitorii aperiodici (37), iar altele suferă variaţii cu consecinţe defavorabile asupra construcţiei maşinii tetrapolare. Dintre acestea se notifică : creşterea importantă a cantităţii de material necesar realizării înfăşurărilor maşinii îndeosebi în zona capetelor de bobină (21), (22), ceea ce constituie din punct de vedere economic un element negativ, creşterea diametrului exterior al armăturii statorice (7″) şi creşterea volumului-gabarit specific al armăturii rotorice (10), care, în cazul maşinilor cu puteri unitare foarte mari, determină dificultăţi serioase în problema transportului maşinii şi a forjării rotorului dintr-o singură piesă, precum şi creşterea importantă a reactanţelor şi a constantelor de timp caracteristice regimurilor tranzitorii (31), (35), (36), cu implicaţii defavorabile în privinţa comportării maşinii racordate la sistemul energetic, respectiv a echipamentului de reglare şi de protecţie.

3.2. Elementele contradictorii care apar la construcţia turbogeneratoarelor tetrapolare în condiţiile similitudinii geometrice sînt rezolvate de către tehnica actuală prin adoptarea următoarelor soluţii :

a) alegerea unei geometrii a maşinii diferite de cea rezultată din similitudinea geometrică, diametrul D şi lungimea l a maşinii tetrapolare situîndu-se între limite definite de inegalităţile

$$D_1 < D < 2D_1, \qquad \frac{l_1}{2} < l < l_1, \tag{38}$$

unde D_1 şi l_1 reprezintă diametrul şi lungimea maşinii în varianta lui $p = 1$;

b) intensificarea răcirii mașinii, îndeosebi a armăturii rotorice, și trecerea în cazul unităților de foarte mare putere la răcirea directă a rotorului cu apă;

c) creșterea importantă a solicitărilor electrice (pînza de curent A) și îndeosebi a celor magnetice (inducția în întrefier), respectîndu-se inegalitatea

$$\frac{A}{B_\delta} < \frac{A_1}{B_{\delta 1}}, \tag{39}$$

element deosebit de important pentru limitarea valorilor reactanțelor caracteristice mașinii. Este de menționat că inducția în jugul armăturii statorice, limitată în cazul mașinilor bipolare mari în primul rînd de amplitudinea vibrațiilor electromagnetice ale armăturii, în cazul mașinilor tetrapolare, datorită diminuării vibrațiilor respective, elementul limitativ îl constituie saturația fierului și, ca atare, B_j poate lua valori pînă la circa 1,65 T [1];

d) ridicarea performanțelor sistemelor de excitație care echipează mașina și suplinirea parțială prin aceasta a efectului nefavorabil a unor reactanțe tranzitorii x'_d cu valori în u.r. de ordinul 0,5.

Prin adoptarea unor asemenea căi principiale de soluționare a problemelor care apar la realizarea turbogeneratoarelor tetrapolare, însoțite de simplificarea unor sisteme constructive concrete cum ar fi, de exemplu, sistemul de prindere al armăturii statorice în carcasă [1], se reușește să se asigure construcția unor unități generatoare cu $p = 2$, cu diametre exterioare la nivelul carcasei comparabile cu cele ale mașinilor bipolare, cu greutăți ale armăturii rotorice posibil de realizat dintr-o singură piesă și, în general, cu caracteristici tehnice-economice întru totul acceptabile pentru însușirea lor de către tehnica actuală.

3.3. Necesitatea stabilirii geometriei mașinii într-o plajă relativ largă (vezi (38)) a alegerii convenabile a solicitărilor electrice și magnetice, însușirea unor noi sisteme de răcire pentru armătura rotorică, cu respectarea în paralel a unor valori acceptabile pentru parametrii funcționali, respectiv a valorii randamentului mașinii, determină un conținut nou problemei optimizării soluțiilor în cazul turbogeneratoarelor tetrapolare comparativ cu mașinile bipolare [2]. Întrucît la turbogeneratoarele cu $p = 1$ unități de mare și de foarte mare putere, geometria mașinii este impusă (cea rezultată la putere dată la diametru D maxim admisibil din punctul de vedere al solicitărilor mecanice ale rotorului și la solicitări A și B_δ corespunzătoare sistemului de răcire adoptat), problema optimizării se poate reduce la optimizarea unor subansamble sau la cazul clasic de analiză a sistemului, cînd la construcția de ansamblu dată parametrii mașinii se determină prin variații relativ limitate a unor elemente constructive.

Spre deosebire de această situație, pentru mașinile cu $p = 2$, la care factorul limitativ al solicitărilor mecanice ale armăturii rotorice intervine doar la valori ale diametrului D inacceptabile din punctul de vedere general al caracteristicilor tehnice-economice, problema optimi-

zării mașinii constituie în primul rînd o problemă de sinteză a sistemului, analiza constituind doar un element complementar.

În cazul turbogeneratoarelor tetrapolare, optimizarea soluțiilor prin calcul necesită deci formularea criteriului de optimizare, respectiv a funcției de optimizat (de exemplu funcția cheltuielilor de calcul), precizarea mărimilor supuse optimizării (mărimile care definesc geometria mașinii și solicitările electrice, magnetice, termice și mecanice) și stabilirea condițiilor restrictive (asigurarea puterii nominale a mașinii, a anumitor valori impuse pentru parametrii funcționali etc.) [4].

În condițiile construcției unor agregate de mare și de foarte mare putere care antrenează eforturi materiale deosebit de importante, precizarea cît mai exactă a domeniului în care se situează soluția optimă reprezintă o problemă tehnică-economică de prim ordin, care poate fi rezolvată corect prin considerarea sistemului în ansamblul său, operație ce urmează a fi complementată ulterior printr-o analiză etapată la nivelul unor subansamble sau detalii.

4. CONCLUZII

4.1. Trecerea de la mașina bipolară la cea tetrapolară în condițiile respectării similitudinii geometrice definite are consecințe defavorabile asupra caracteristicilor tehnice-economice ale mașinii. Intervin dificultăți serioase, îndeosebi în cazul unităților de foarte mare putere, legate de gradul de utilizare a materialelor active, de gabaritul și deci de transportul mașinii în stare confecționată; apar de asemenea inconveniente la asigurarea unor valori acceptabile pentru parametrii funcționali.

4.2. Tehnica actuală dispune de posibilități — alegerea unei geometrii adecvate, perfecționarea sistemului de răcire, creșterea solicitărilor, ridicarea performanțelor sistemului de excitație etc. — pentru asigurarea realizării turbogeneratoarelor tetrapolare cu caracteristici tehnice-economice comparabile cu cele ale mașinilor bipolare, acceptabile pentru încadrarea lor în sistemul energetic.

4.3. Gradul de libertate relativ mărit în alegerea elementelor constructive care definesc mașina, ca și cheltuielile relativ ridicate necesitate de realizarea ei, impune în mod imperios determinarea soluției tehnice-economice optime prin efectuarea sintezei sistemului la nivelul ansamblului agregat.

NOTAȚII

S — puterea aparentă nominală a mașinii [VA];
D — diametrul armăturii indusului, considerat aproximativ egal cu diametrul armăturii inductoare [cm];
l — lungimea ideală a armăturii indusului, considerată aproximativ egală cu lungimea geometrică a celor două armături, inductoare și indusă [cm];
A — pînza de curent a armăturii indusului [A/cm];

B_δ — inducția în întrefier considerată cu repartiție spațială sinusoidală [Wb/cm²];
f — frecvența de magnetizare a mașinii [Hz];
p — numărul perechilor de poli;
k_{wS}, k_{wR}, h_{wd} — factorul de bobinaj al înfășurării indusului, a înfășurării inductoare și, respectiv, a înfășurării de amortizare;
h_R, h_S — înălțimea crestăturilor rotorice, respectiv statorice, considerate cu pereți paraleli [cm];
t_S, t_R — pasul crestăturilor statorice, respectiv rotorice [cm];
q_S, q_R — numărul de crestături pe pol și fază a armăturii statorice, respectiv numărul de pasuri dentare rotorice;
q_k — numărul de crestături rotorice pe pol în care sînt dispuse elemente ale înfășurării de amortizare;
h_j — înălțimea jugului armăturii statorice [cm];
b_S, b_R — lățimea crestăturilor statorice, respectiv rotorice [cm];
k_{uS}, k_{uR} — factorul total de umplere al crestăturilor statorice, respectiv rotorice;
B_j — inducția în jugul statoric [Wb/cm²];
j_S, j_R — densitatea intensității curentului pentru elementele înfășurării statorice, respectiv rotorice [A/cm²];
v_R — viteza periferică a armăturii rotorice [cm/s];
n — viteza de rotație a mașinii [rot/s];
γ — factorul de utilizare a periferiei armăturii rotorice;
k_d — factorul de formă al cîmpului indusului (pentru turbogeneratore $k_d \cong 1$);
δ' — mărimea de calcul a întrefierului [cm];
F_S — solenația de reacție a indusului [AS];
k_{F_e} — factorul de majorare a solenației întrefierului pentru determinarea solenației totale de excitație;
k_{cbs}, k_{cbR} — factorul de majorare a lungimii capetelor de bobină în raport cu pasul polar pentru înfășurarea statorică, respectiv rotorică;
S_b, S_i — secțiunea barei, respectiv a inelului înfășurării de amortizare [cm²].

BIBLIOGRAFIE

1. A. Abolius, H. Achenbach, D. Lambrecht, *Principes de base et caractéristiques de fonctionnement des grands turbo-alternateurs à quatre poles et à excitation par semiconducteurs, destinés aux centrales nucléaires*", Rapport 11—04, CIGRE, 1972.
2. N. Krick, H. Waelchli, H. Hiebler, *Conception moderne des grands turbo-alternateurs a 4 poles*, Rapport 11—06, CIGRE, 1972.
3. C. Apetrei, M. Dogaru, *Caracteristicile mașinii sincrone cu poli înecați la funcționarea în asincron*, St. cerc. energ. electr., **22**, *3*, 639 (1972).
4. C. Apetrei, *Optimizarea mașinilor și transformatoarelor electrice*, St. cerc. energ., **16**, *4*, 806 (1966).

FACTORII DE MAJORARE A REZISTENȚEI ȘI DE MICȘORARE A INDUCTIVITĂȚII LA BOBINAJELE MAȘINII DE CURENT CONTINUU. DEMONSTRAREA FORMULEI DREYFUS PENTRU COMUTARE INFINIT RAPIDĂ

MIHAIL VASILIU

621.313.(021)

Se determină structura și evoluția cîmpului magnetic de regim cvasistaționar inductiv periodic în barele înfășurării rotorice a mașinii de curent continuu, străbătute, în cazul unei comutări infinit rapide, de curent dreptunghiular. Se evidențiază modelul linear anelectric invariabil în timp adoptat și teorema de unicitate adecvată regimului periodic considerat. Soluția este determinată prin separarea variabilelor. Se calculează factorii de majorare a rezistenței și a inductivității datorate repartiției neuniforme a curentului pe secțiunea conductorului. Se derivează formula Dreyfus pentru factorul de majorare a rezistenței și se precizează condițiile ei de valabilitate.

1. INTRODUCERE

La mașinile de curent continuu, pierderile suplimentare în cupru [1], produse în sarcină, sînt determinate, în principal, de repartiția neuniformă a curentului pe secțiunea conductorului . În conductoarele unei secții a înfășurării rotorice străbătute de curent alternativ în timp (cu alternanțe de formă trapezoidală pentru o comutație finită, lineară), plasate în crestăturile mașinii electronice, se stabilește un cîmp electromagnetic cu structură neuniformă pe înălțimea conductorului. Ca urmare, repartiția cîmpului densității de curent pe înălțimea conductorului este de asemenea neuniformă și pierderile Joule în conductoare cresc față de cele corespunzătoare unui curent invariabil în timp [2] prin înfășurarea rotorică.

Aceste pierderi au fost calculate de Dreyfus încă din 1914 [3] și 1915 [4], pornind de la structura cîmpului electromagnetic stabilit de impulsia de curent corespunzătoare unei singure alternanțe, cîmp independent de

celelalte alternanţe. Rezultatele sale sînt sistematizate şi în [5].Pierderile calculate prin dezvoltare în serie Fourier, pornind de la structura cîmpului electromagnetic de regim sinusoidal pe armonici pentru comutaţia infinit rapidă (cu interval nul de inversare a curentului), este efectuată în [1].

În prezenta lucrare se reia analiza acestor pierderi într-o prezentare simplă, sistematică şi întrucîtva mai generală. Astfel în secţiunea 2 se indică modelul teoretic adoptat cu menţionarea proprietăţilor fizice idealizate şi a aproximaţiilor considerate şi se formulează corect problema determinării cîmpului magnetic de regim cvasistaţionar inductiv periodic, în acord cu teorema de unicitate demonstrată pentru acest model [6]. În secţiunea 3 se utilizează metoda separării variabilelor pentru a deduce exact structura şi variaţia în timp a cîmpului magnetic şi electric într-o bandă echivalentă unui strat de conductoare din crestătură. Rezultatele sînt exprimate sub forma unor serii de exponenţiale, mult mai rapid convergente decît cele ale seriei Fourier echivalente. În secţiunea 4 se efectuează calculul puterilor şi al energiei magnetice în bandă, în secţiunea 5 se calculează factorii de majorare a rezistenţei şi de micşorare a inductivităţii înfăşurării rotorice, iar în secţiunea 6 se deduce formula lui Dreyfus ca un caz particular al factorului de majorare a rezistenţei deduse în secţiunea 5. Se arată că formula Dreyfus este valabilă numai atunci cînd constanta de timp de pătrundere a cîmpului electromagnetic în conductor este suficient de mică faţă de semiperioada variaţiei în timp a curentului pentru ca cîmpul electromagnetic cvasistaţionar inductiv în strat să-şi atingă valori staţionare înainte de inversarea de sens a curentului.

2. FORMULAREA PROBLEMEI

Se consideră o crestătură rotorică de secţiune dreptunghiulară, ocupată de $N = mn$ conductoare identice de secţiuni dreptunghiulare. Conductivitatea σ şi permeabilitatea μ a conductoarelor sînt constante scalare (fig. 1 *a*). Se notează : a — înălţimea conductorului ; b — lăţimea

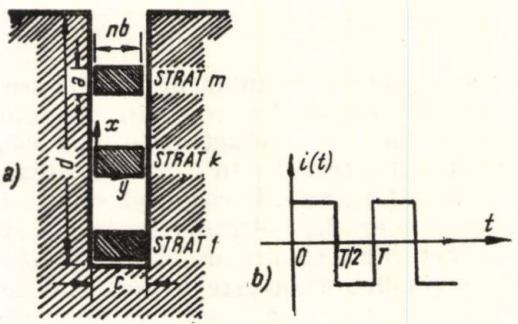


Fig. 1. — Crestătură rotorică în miez feromagnetic ideal (*a*) ; forma de undă alternativă dreptunghiulară a curentului prin conductoarele înfăşurării (*b*).

conductorului ; c—lăţimea crestăturii ; L—lungimea crestăturii ; m—număr de straturi ; n—număr de conductoare pe lăţimea stratului şi d — înălţimea crestăturii.

Se admit următoarele aproximaţii care conduc la descrierea problemei printr-un model teoretic linear anelectric pentru cîmpul electromagnetic

cvasistaționar inductiv [7]: linearitatea și invariabilitatea în timp a materialului feromagnetic al miezului rotoric și statoric și al mediilor conductoare ale înfășurării (μ, σ — scalari independenți de punct, de timp și de valorile mărimilor de cîmp); regim cvasistaționar ($\varepsilon = 0$) pentru toate armonicile cîmpului.

Se mai admit următoarele aproximații simplificatoare: a) neglijare a efectelor de capete ($L \gg a, b$, problemă plan-paralelă); b) conductoare străbătute de curenți identici (înfășurare de curent continuu cu pas diametral); c) formă de undă alternativ dreptunghiulară (fig. 1*b*) a curentului prin conductoarele crestăturii (interval nul de inversare); d) miez rotoric și statoric din material feromagnetic ideal, $\mu_{Fe} = \infty$; e) neglijare a efectelor de frîngere (crestătură infinit adîncă).

Intensitatea cîmpului magnetic $\boldsymbol{h}(M, t)$ și intensitatea cîmpului electric $\boldsymbol{e}(M, t)$ în conductoarele crestăturii, cu componente numai după axele y și, respectiv, z, vor depinde atunci de timp și numai de coordonata spațială x:

$$\boldsymbol{h}(M, t) = \boldsymbol{j}h(x, t); \quad \boldsymbol{e}(M, t) = \boldsymbol{k}e(x, t). \tag{2.1}$$

Dependența componentelor vectorilor cîmp $\boldsymbol{h}$ și $\boldsymbol{e}$ numai de x permite echivalarea celor n conductoare $a \times b$ dintr-un strat printr-un singur conductor $a \times nb$, corespunzător acelui strat. Cîmpul electromagnetic în conductoarele crestăturii se va putea atunci analiza pe structura geometrică a unei crestături $d \times c$, încărcate cu m benzi de secțiune dreptunghiulară $a \times nb$ străbătute de curenți identici alternativi, cu alternanțe dreptunghiulare și de amplitudine nI_0 (cele n bare ale unui strat apar conectate paralel).

Problema determinării cîmpului electromagnetic capătă formularea: fie conductorul masiv de secțiune dreptunghiulară $a \times nb$, corespunzător

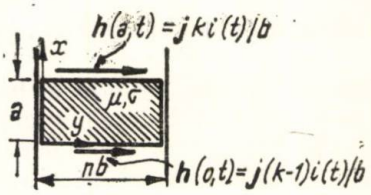


Fig. 2. — Bandă conductoare corespunzătoare unui strat k.

unui strat k, $k = 1,2, \ldots, m$ (fig. 2). Se cer distribuția și evoluția intensității cîmpului magnetic $h(x, t)$ în conductor, soluție a ecuațiilor

$$\frac{\partial e}{\partial x} = \mu \frac{\partial h}{\partial t}; \quad \frac{\partial h}{\partial x} = \sigma e, \tag{2.2}$$

care satisface pentru orice t condițiile de frontieră

$$h(a, t) = kni(t)/nb = ki(t)/b, \tag{2.3}$$

$$h(0, t) = (k - 1)\, i(t)/b,$$

cu

$$i(t) = I_0\,;\ 0 < t < T/2,$$

$$i(t) = i(t + T), \tag{2.4}$$

$$i(t) = -\,i(t + T/2),$$

şi pentru orice $x \in [0,\ a]$ condiţiile de continuitate-periodicitate

$$h(x,\ 0+) = -\,h(x,\ T/2-). \tag{2.5}$$

Conform teoremei de unicitate pentru determinarea unui cîmp magnetic cvasistaţionar periodic variabil în timp [6], o astfel de problemă are o soluţie unică. Dacă această soluţie prezintă o distribuţie spaţială dependentă numai de x, atunci căutarea soluţiei de forma (2.1) este corectă şi justificată.

Condiţiile de frontieră (2.3) rezultă prin scrierea legii circuitului magnetic în lungul unor conture care înlănţuie strîns banda conductoare $a \times nb$ prin dreptul frontierelor şi se închid prin miezul feromagnetic rotoric. Ele sînt cu atît mai corecte, cu cît : a) cîmpul magnetic al polilor de excitaţie ai maşinii de curent continuu este neglijabil faţă de $h(a,\ t)$, orice k; b) miezul rotoric este departe de saturaţie şi are permeabilitate relativă mare; c) interstiţiile verticale au lăţimea mică, adică nb se apropie de lăţimea crestăturii, c.

Relaţia de simetrie $h(x,\ t) = -h(x,\ t + T/2)$ permite determinarea cîmpului magnetic numai în intervalul $(0, T/2)$, corespunzător unei jumătăţi de perioadă, şi atrage după sine condiţii de continuitate de forma (2. 5).

3. CÎMPUL ELECTROMAGNETIC ÎN BANDA CORESPUNZĂTOARE UNUI STRAT

Cîmpul electromagnetic în banda conductoare masivă $a \times nb$, corespunzătoare stratului k de conductoare, este deci soluţie a ecuaţiilor (2.2), cu condiţiile (2.3) şi (2.5); este periodic, cu aceeaşi perioadă ca a curentului (2.4) prin conductoare şi prezintă simetria $e(x,\ t) = -\,e(x,\ t + T/2)$, $h(x, t) = -\,h(x,\ t + T/2)$; este complet determinat prin segmentele sale corespunzătoare unei jumătăţi de perioadă $(0, T/2)$, cu momentul origine definit ca în figura 1 *b*.

Rezultă atunci pentru intensitatea cîmpului magnetic $h(x,\ t)$ ecuaţia de ordinul doi

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \mu\sigma\,\frac{\partial h}{\partial t} \tag{3.1}$$

şi soluţia generală obţinută prin separarea variabilelor, de forma

$$h(x,\ t) = A_0 x + B_0 + \sum_{\lambda} (A_\lambda \sin \lambda x + B_\lambda \cos \lambda x) \exp(-\,\lambda^2 t/\mu\sigma). \tag{3.2}$$

Ca urmare a liniarității ecuației (3.1) și a tecremei de unicitate [6], este valabilă și o teoremă de superpoziție pentru determinarea intensității cîmpului magnetic. Conform acestei teoreme, dacă în condiții de frontieră

$$h^{\mathrm{I}}(a, t) = I_0/b\,; \quad h^{\mathrm{II}}(a, t) = -I_0/b,$$

$$h^{\mathrm{I}}(0, t) = 0\,; \quad h^{\mathrm{II}}(0, t) = +I_0/b, \text{ pentru } t \in [0, T/2], \tag{3.3}$$

soluțiile ecuației cîmpului sînt $h^{\mathrm{I}}(x, t)$ și $h^{\mathrm{II}}(x, t)$, atunci în condițiile de frontieră (2.3), definite de combinația liniară și omogenă a condițiilor (3.3) cu coeficienții $(2k-1)$ și, respectiv, $(k-1)$, soluția ecuației cîmpului este dată de combinația liniară și omogenă

$$h(x, t) = (2k-1)\, h^{\mathrm{I}}(x, t) + (k-1)\, h^{\mathrm{II}}(x, t), \tag{3.4}$$

$$x \in [0, a],\ t \in [0, T/2]$$

(în aceleași condiții de continuitate (2.4)).

Prin aplicarea acestei teoreme de superpoziție, soluția ecuației cîmpului magnetic (3.1) se obține prin suprapunerea soluțiilor pentru două probleme particulare corespunzătoare unor condiții de unicitate mai simple. Alegerea problemelor particulare nu este însă unică. În figura 3 *a* și *b* sînt reprezentate schematic două din variantele posibile ale superpoziției. Prin superpoziția descrisă în figura 3*a*, cele două probleme disjuncte corespund problemelor pătrunderii cîmpului în conductorul unei crestături cu un singur strat și, respectiv, al curenților turbionari în bandă. Prin superpoziția descrisă în figura 3*b* și preferată în această lucrare conform cu (3.3) și (3.4), prima problemă simplă corespunde de asemenea pătrunderii cîmpului în conductorul unei crestături cu un singur strat, iar a doua proplemă efectului pelicular în bandă. Cele două probleme admit aceeași

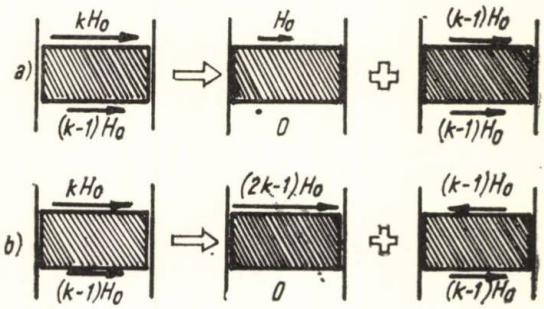


Fig. 3. — Variantele superpoziției pentru determinarea intensității cîmpului magnetic în banda corespunzătoare unui strat.

formă generală (3.2) a soluției; condițiile de frontieră (3.3) și condiția de continuitate (2.5) vor permite determinarea constantelor și a valorilor proprii corespunzătoare fiecărei probleme.

Astfel condiţiile de frontieră (3.3) pentru $h^{\mathrm{I}}(x, t)$ şi $h^{\mathrm{II}}(x, t)$ sînt satisfăcute dacă

$$A_0^{\mathrm{I}} = I_0/ab\,;\ B_0^{\mathrm{I}} = 0\,;\ B_\lambda^{\mathrm{I}} = 0, \tag{3.5}$$

$$\lambda^{\mathrm{I}} a = r\pi\ (r = 1, 2, \ldots, \infty)$$

şi, respectiv,

$$A_0^{\mathrm{II}} = -2I_0/ab\,;\ B_0^{\mathrm{II}} = +I_0/b\,;\quad B_\lambda^{\mathrm{II}} = 0, \tag{3.5'}$$

$$\lambda^{\mathrm{II}} a = 2r\pi\ (r = 1, 2, \ldots, \infty).$$

Soluţiile intensităţii cîmpului magnetic pentru orice $x \in [0, a]$ şi orice $t \in [0, T/2]$ devin

$$h^{\mathrm{I}}(x, t) = \frac{I_0}{b}\left(\frac{x}{a} + \sum_{r=1}^{\infty} A_r^{\mathrm{I}} \sin r\pi \frac{x}{a} \exp\left(-r^2\pi^2 \frac{t}{\mu\sigma a^2}\right)\right), \tag{3.6}$$

$$h^{\mathrm{II}}(x, t) = \frac{I_0}{b}\left(1 - \frac{2x}{a} + \sum_{r=1}^{\infty} A_r^{\mathrm{II}} \sin r\pi \frac{2x}{a} \exp\left(-4r^2\pi^2 \frac{t}{\mu\sigma a^2}\right)\right). \tag{3.6'}$$

Seturile de constante $\{A_r^{\mathrm{I}}\}$ şi $\{A_r^{\mathrm{II}}\}$ se determină din condiţia de continuitate (2.5) aplicată soluţiilor generale (3.6) şi (3.6'). Se obţin pentru orice $x \in [0, a]$ condiţiile

$$\begin{aligned} -\frac{2x}{a} &= \sum_{r=1}^{\infty} A_r^{\mathrm{I}}\left(1 + \exp\left(-r^2\pi^2 \frac{T}{2\mu\sigma a^2}\right)\right) \sin r\pi \frac{x}{a}, \\ 2\left(\frac{2x}{a} - 1\right) &= \sum_{r=1}^{\infty} A_r^{\mathrm{II}}\left(1 + \exp\left(-4r^2\pi^2 \frac{T}{2\mu\sigma a^2}\right)\right) \sin 2r\pi \frac{x}{a}, \end{aligned} \tag{3.7}$$

identic satisfăcute dacă

$$\begin{aligned} A_r^{\mathrm{I}} &= (-1)^r (4/\pi r)/(1 + \exp(-r^2\pi^2 T/2\mu\sigma a^2)), \\ A_r^{\mathrm{II}} &= -(4/\pi r)/(1 + \exp(-4r^2\pi^2 T/2\mu\sigma a^2)). \end{aligned} \tag{3.8}$$

Pentru determinările (3.8) s-au comparat sumele (3.7) cu sumele trigonometrice [8]

$$-\frac{\alpha}{2} = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r} \sin r\alpha\,;\ \alpha \in (-\pi, \pi)\,;\ \frac{\pi - \alpha}{2} = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r} \sin r\alpha,\ \alpha \in (0, 2\pi).$$

Se introduc notaţiile

$$H_0 = I_0/b\,;\ E_0 = I_0/\sigma ab, \tag{3.9}$$

corespunzătoare valorilor atinse pe frontieră ale intensității cîmpului magnetic și, respectiv, electric în problemele simple precum și variabilele adimensionale

$$u = x/a\,;\ u \in (0,1), \tag{3.10}$$

$$\theta = t/\tau\,;\ \ \theta \in (0,\ \Theta)\ (\tau = \mu\sigma a^2,\ \Theta = T/2\tau),$$

pentru descrierea normalizată a structurii și variației în timp a cîmpului. Constanta τ, cu dimensiunea timp, reprezintă constanta de pătrundere a cîmpului în conductorul masiv al bandei de parametrii μ și σ și de dimensiune a.

Cu aceste notații, structura și evoluția intensității normalizate a cîmpului magnetic cvasistaționar în banda $u \in [0,1]$ pe intervalul unei semiperioade $\theta \in [0, \Theta]$ pentru cele două probleme disjuncte sînt date de

$$\frac{h^{\mathrm{I}}(u,\ \theta)}{H_0} = u + \frac{4}{\pi}\sum_{r=1}^{\infty}\frac{(-1)^r}{r}\,\frac{\exp(-r^2\pi^2\theta)}{1+\exp(-r^2\pi^2\Theta)}\sin r\pi u \tag{3.11}$$

și, respectiv, de

$$\frac{h^{\mathrm{II}}(u,\ \theta)}{H_0} = 1 - 2u - \frac{8}{\pi}\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{2r}\,\frac{\exp(-4r^2\pi^2\theta)}{1+\exp(-4r^2\pi^2\Theta)}\sin 2r\pi u. \tag{3.11'}$$

Se poate trece acum la problema generală pentru bandă, enunțată la începutul acestei secțiuni.

Structura și evoluția intensității normalizate a cîmpului magnetic cvasistaționar în banda corespunzătoare stratului k pentru orice $u \in [0,\ 1]$ și $\theta \in [0,\ \Theta]$ sînt date de

$$\frac{h(u,\ \theta)}{H_0} = u + \frac{4}{\pi}\sum_{r=1}^{\infty}\frac{(-1)^r}{r}\,\frac{\exp(-r^2\pi^2\theta)}{1+\exp(-r^2\pi^2\Theta)}\sin r\pi u + \tag{3.12}$$

$$+ (k-1)\left(1 + \frac{4}{\pi}\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{2r-1}\,\frac{\exp(-(2r-1)^2\pi^2\theta)}{1+\exp(-(2r-1)^2\pi^2\Theta)}\sin(2r-1)\pi u\right).$$

Se obțin înlocuind (3.11) și (3.11') în (3.4), cu efectuarea grupării de termeni indicată de $h = h^{\mathrm{I}} + (2k-1)(2h^{\mathrm{I}} + h^{\mathrm{II}})$.

Structura și evoluția intensității normalizate a cîmpului electric cvasistaționar în banda corespunzătoare stratului k pentru orice $u \in [0,1]$ și $\theta \in (0,\ \Theta)$ sînt date de

$$\frac{e(u,\ \theta)}{E_0} = 1 + 4\sum_{r=1}^{\infty}(-1)^r\,\frac{\exp(-r^2\pi^2\theta)}{1+\exp(-r^2\pi^2\Theta)}\cos r\pi u + \tag{3.13}$$

$$+ 4(k-1)\sum_{r=1}^{\infty}\frac{\exp(-(2r-1)^2\pi^2\theta)}{1+\exp(-(2r-1)^2\pi^2\Theta)}\cos(2r-1)\pi u.$$

Se obțin din (3.12) și din oricare din ecuațiile Maxwell (2.2).

În ceea ce privește exprimarea soluției cîmpului electromagnetic cvasistaționar inductiv pentru modelul anelectric linear invariabil în timp (precizat în secțiunea 2) prin (3. 12) și (3.13), se pot face următoarele precizări :

— intensitățile $h(x, t)$ și $e(x, t)$ sînt funcții periodice cu aceeași simetrie și periodicitate (2.4) ca a intensității cîmpului electric $i(t)$ prin conductoare. Prin expresiile (3.12) și (3.13), h și e sînt dați prin segmentele lor corespunzătoare intervalului unei semiperioade $[0, T/2]$. Extinderea, pentru orice t se face prin relații de simetrie și de periodicitate similare cu (2.4) și enunțate la începutul acestei secțiuni ;

— intensitățile $h(x, t)$ și $e(x, t)$ sînt reprezentate prin sume infinite ale produselor dintre funcțiile proprii spațiale $\{\sin \pi r u\}$ sau $\{\cos \pi r u\}$ și cele temporale $\{\exp(-\pi^2 r^2 \theta)\}$, caracteristice unei ecuații cu derivate parțiale de tip difuzie. Aceste sume sînt echivalente dezvoltărilor în serie Fourier ale funcțiilor periodice h și e. În cazul seriei de exponențiale temporale cu dependență pătratică de indicele de sumare, seriile sînt însă mult mai rapid convergente ;

— intensitățile $h(x, t)$ și $e(x, t)$ conțin factorul $1/(1 + \exp(-\pi^2 r^2 \Theta))$, caracteristic cîmpurilor periodice impare. Apropierea acestui factor de unitate determină dispariția dependenței cîmpului în intervalul unei semiperioade de cîmpurile celorlalte semiperioade ale curentului și posibilitatea soluționării cîmpului printr-o problemă de regim tranzitoriu cu condiții inițiale nule și condiții de frontieră determinate de impulsia de curent dreptunghiulară de amplitudine I_0 și de durată $T/2$. Acest aspect este reluat în secțiunea 6.

4. PUTERI ÎN CÎMPUL ELECTROMAGNETIC AL BENZII CONDUCTOARE

Ecuațiile cîmpului electromagnetic cvasistaționar inductiv admit o consecință bilineară integrală [7], interpretabilă prin bilanțul de puteri în cîmp electromagnetic :

$$\frac{\mathrm{d}W_m(t)}{\mathrm{d}t} + P_{tr}(t) = P_\Sigma(t), \tag{4.1}$$

unde $W_m(t)$ este energia magnetică acumulată ; $P_{tr}(t)$ puterea transformată din electromagnetică în alte forme prin conducție electrică, egală cu $P_j(t)$ puterea disipată prin efect Joule pentru medii fără cîmpuri imprimate, și $P_\Sigma(t)$ este puterea electromagnetică transmisă în cîmp prin fluxul vectorului Poynting din exteriorul domeniului.

Pentru banda conductoare (fig. 2) corespunzătoare unui strat de lărgime a, lungime L și lățime nb, cîmpul electromagnetic fiind unidimensional, energia W_m, puterile P_j și P_Σ se calculează cu relațiile

$$\frac{W_m(t)}{V} = \frac{1}{a}\int_0^a \frac{\mu h^2}{2}\,\mathrm{d}x\,; \quad \frac{P_j(t)}{V} = \frac{1}{a}\int_0^a \sigma e^2\,\mathrm{d}x, \tag{4.2}$$

$$\frac{P_\Sigma(t)}{S} = h(a, t)\cdot e(a, t) + h(0, t)\cdot e(0, t) = \tag{4.3}$$

$$= kH_0 e(a, t) - (k-1) H_0 e(0, t),$$

unde $V = anbL$ este volumul benzii considerate, iar $S = nbL$ suprafața ei.

În exprimare normalizată, cu variabilele adimensionale u și θ definite prin (3.10) și cu notațiile (3.9), relațiile (4.2) și (4.3) devin

$$\frac{W_m(\theta)}{V_\mu H_0^2/2} = \int_0^1 \left(\frac{h(u,\theta)}{H_0}\right)^2 du\,; \quad \frac{P_j(\theta)}{V\sigma E_0^2} = \int_0^1 \left(\frac{e(u,\theta)}{E_0}\right)^2 du, \tag{4.4}$$

$$\frac{P_\Sigma(\theta)}{\delta E_0 H_0} = k\frac{e(1,\theta)}{E_0} - (k-1)\frac{e(0,\theta)}{E_0}. \tag{4.5}$$

Pentru efectuarea integralelor din relațiile (4.4) se înlocuiesc soluțiile (3.12) și (3.13) pentru cîmpul elctromagnetic normalizat obținut în secțiunea 3 și se iau în considerare relațiile de ortogonalitate ale setului de funcții proprii $\{1, \sin \pi r u, \cos \pi r u\}$. Calculul relației (4.5) se efectuează fără dificultate.

Se obțin următoarele expresii normalizate ale variației în timp a energiei magnetice W_m, a puterii Joule P_j și a puterii transmise în cîmp P_Σ, acumulate, disipate și, respectiv, primite în domeniul bandei conductoare în intervalul unei semiperioade $\theta \in (0, \theta)$:

$$\frac{W_m(\theta)}{W_0} = \frac{1}{3} + \frac{8}{\pi^2}\left(\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{r^2}\frac{\exp(-2\pi^2 r^2\theta)}{(1+\exp(-2\pi^2 r^2\Theta))^2} - \right. \tag{4.6}$$

$$\left. - \sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{r^2}\frac{\exp(-\pi^2 r^2\theta)}{1+\exp(-2\pi^2 r^2\Theta)}\right) + k(k-1)\left(1 + \right.$$

$$+ \frac{32}{\pi^2}\left(\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{(2r-1)^2}\frac{\exp(-2\pi^2(2r-1)^2\theta)}{1+\exp(-2\pi^2(2r-1)^2\Theta)^2} - \right.$$

$$\left. \left. - \sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{(2r-1)^2}\frac{\exp(-\pi^2(2r-1)^2\theta)}{1+\exp(-\pi^2(2r-1)^2\Theta)}\right)\right),$$

$$\frac{P_j(\theta)}{P_0} = 1 + 8\sum_{r=1}^{\infty}\frac{\exp(-2\pi^2 r^2\theta)}{(1+\exp(-2\pi^2(2r-1)^2\Theta))^2} + \tag{4.7}$$

$$+ 32k(k-1)\sum_{r=1}^{\infty}\frac{\exp(-2\pi^2(2r-1)^2\theta)}{(1+\exp(-2\pi^2(2r-1)^2\Theta))^2}$$

și

$$\frac{P_\Sigma(\theta)}{P_0} = 1 + 4\sum_{r=1}^{\infty}\frac{\exp(-\pi^2 r^2\theta)}{1+\exp(-\pi^2 r^2\Theta)} +$$

$$+ 16k(k-1)\sum_{r=1}^{\infty}\frac{\exp(-\pi^2(2r-1)^2\theta)}{1+\exp(-\pi^2(2r-1)^2\Theta)}, \tag{4.8}$$

Constantele P_0 și $W_0 = \frac{1}{2} P_0 \tau$, cu expresiile

$$P_0 = n \frac{1}{\sigma} \frac{L}{ab} I_0^2 = E_0 H_0 S = \sigma E_0^2 V, \tag{4.9}$$

$$W_0 = \mu H_0^2 V/2,$$

reprezintă puterea Joule disipată în cele n bare conductoare ale unui strat, fiecare bară de rezistență $L/\sigma\ ab$ fiind străbătută de curentul continuu de intensitate I_0, și, respectiv, energia magnetică acumulată în cîmpul magnetic H_0, invariabil în timp, în aceleași n bare ale unui strat.

Se pot menționa următoarele precizări :

— bilanțul de puteri (4.1), scris eventual sub forma normalizată

$$\frac{\mathrm{d}(W_m/2W_0)}{\mathrm{d}\theta} + \frac{P_j(\theta)}{P_0} = \frac{P_\Sigma(\theta)}{P_0},$$

este identic satisfăcut de expresiile (4.6) — (4.8). Dacă corectitudinea soluțiilor cîmpului electromagnetic este asigurată de teorema de unicitate, corectitudinea expresiilor energiei magnetice și puterilor disipate și, respectiv, transmise în cîmp (derivate din soluțiile cîmpului) este asigurată de această verificare a bilanțului puterilor;

— energia $W_m(t)$ și puterile $P_j(t)$ și $P_\Sigma(t)$ sînt funcții periodice ca și intensitățile e și h ale cîmpului electromagnetic. Relațiile

$$W_m(t) = W_m(t + T); \quad W_m(t) = - W_m(t + T/2),$$

$$P_j(t) = P_j(t + T); \quad P_j(t) = - P_j(t + T/2),$$

$$P_\Sigma(t) = P_\Sigma(t + T); \quad P_\Sigma(t) = - P_\Sigma(t + T/2)$$

permit scrierea acestor funcții pentru toată axa timpului.

5. FACTORII DE MAJORARE A REZISTENȚEI ȘI DE MICȘORARE A INDUCTIVITĂȚII

Pentru proiectarea mașinii de curent continuu interesează factorii de majorare a rezistenței și de micșorare a inductivității înfășurării unei crestături datorită repartiției neuniforme a cîmpului magnetic cvasistaționar inductiv pe înălțimea conductoarelor.

Aceștia se definesc prin relațiile

$$k_R = \frac{\overline{P_{j\,\mathrm{tot}}(t)}}{P_{0\,\mathrm{tot}}} = \frac{\overline{P_{\Sigma\,\mathrm{tot}}(t)}}{P_{0\,\mathrm{tot}}} \tag{5.1}$$

și, respectiv,

$$k_L = \frac{\widetilde{W_{m\,\mathrm{tot}}(t)}}{W_{0\,\mathrm{tot}}} \tag{5.2}$$

în care

$$P_{0\,\mathrm{tot}} = mP_0\,;\; W_{0\,\mathrm{tot}} = \frac{1}{3}m^3W_0 \tag{5.3}$$

sînt puterea Joule disipată și, respectiv, energia magnetică acumulată în cîmpul magnetic staționar (de dispersie) în cele m straturi de n conductoare străbătute de curentul continuu de intensitate I_0. Indicele subscript „tot" semnifică sumarea puterilor și a energiei pentru toate cele m straturi dintr-o crestătură :

$$P_{j\,\mathrm{tot}}(\theta) = \sum_{k=1}^{m} P_j(k,\,\theta)\,;\; P_{\Sigma\,\mathrm{tot}}(\theta) = \sum_{k=1}^{m} P_\Sigma(k,\,\theta), \tag{5.4}$$

$$W_{m\,\mathrm{tot}}(\theta) = \sum_{k=1}^{m} W_m(k,\,\theta),$$

iar tilda indică medierea în timp pe intervalul unei perioade. Datorită simetriei, mediile în timp se pot efectua pe intervalul unei semiperioade prin relații de forma

$$\tilde{f} = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{\Theta}\int_0^{\Theta} f(\theta)\,\mathrm{d}\theta. \tag{5.5}$$

În efectuarea mediilor în timp (5.5) apar expresii de forma

$$\frac{1}{\Theta}\int_0^{\Theta} \frac{\exp(-\pi^2r^2\theta)}{1+\exp(-\pi^2r^2\Theta)}\,\mathrm{d}\theta = \tag{5.6}$$

$$= \frac{1}{\pi^2r^2\Theta}\,\frac{1-\exp(-\pi^2r^2\Theta)}{1+\exp(-\pi^2r^2\Theta)} = \frac{1}{\pi^2r^2\Theta}(1-F_r),$$

$$\frac{1}{\Theta}\int_0^{\Theta} \frac{\exp(-2\pi^2r^2\theta)}{1+\exp(-\pi^2r^2\Theta)}\,\mathrm{d}\theta =$$

$$= \frac{1}{2\pi^2r^2\Theta}\,\frac{1-\exp(-\pi^2r^2\Theta)}{1+\exp(-\pi^2r^2\Theta)} = \frac{1}{2\pi^2r^2\Theta}(1-F_r),$$

cu funcțiile

$$F_r = \frac{2}{1+\exp(\pi^2r^2\Theta)} \quad (r = 1,\,2,\,3,\,\ldots), \tag{5.7}$$

care tind spre zero pentru valori mari ale lui r și Θ.

Se obţin următoarele expresii mediate în timp, normalizate, ale puterii $\widetilde{P}_\Sigma$ şi energiei magnetice $\widetilde{W}_m$ pentru banda conductoare corespunzătoare unui strat:

$$\frac{\widetilde{P_\Sigma(k,\theta)}}{P_0} = 1 + \frac{2}{3\Theta}(1-\mathcal{F}) - \frac{2}{\Theta}k(k-1)(1-\mathcal{F}_i), \tag{5.8}$$

$$\frac{\widetilde{W_m(k,\theta)}}{W_0/3} = 1 + 3k(k-1) - \frac{2}{15\,\Theta}(1-\mathcal{G}) - \tag{5.9}$$

$$-\frac{1}{2\Theta}k(k-1)(1-\mathcal{G}_i),$$

unde prin $\mathcal{F}$ şi $\mathcal{F}_i$, $\mathcal{G}$ şi $\mathcal{G}_i$ s-au notat sumele

$$\mathcal{F} = \frac{6}{\pi^2}\sum_{r=1}^{\infty}\frac{F_r}{r^2}; \quad \mathcal{F}_i = \frac{8}{\pi^2}\sum_{r=1}^{\infty}\frac{F_{2r-1}}{(2r-1)^2}, \tag{5.10}$$

$$\mathcal{G} = \frac{90}{\pi^4}\sum_{r=1}^{\infty}\frac{F_r}{r^4}; \quad \mathcal{G}_i = \frac{96}{\pi^4}\sum_{r=1}^{\infty}\frac{F_{2r-1}}{(2r-1)^4}. \tag{5.11}$$

Au fost folosite sumele [8]

$$\frac{6}{\pi^2}\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{r^2} = 1; \quad \frac{8}{\pi^2}\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{(2r-1)^2} = 1,$$

$$\frac{90}{\pi^4}\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{r^4} = 1; \quad \frac{96}{\pi^4}\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{(2r-1)^4} = 1.$$

Pentru obţinerea factorilor k_R şi k_L se efectuează sumele specificate prin (5.4) pentru întreaga înfăşurare a crestăturii. Se ţine cont de suma [8]

$$\sum_{k=1}^{m} k(k-1) = \frac{1}{3}m(m^2-1)$$

şi se obţin:

— factorul de majorare a rezistenţei înfăşurării:

$$k_R = 1 + \frac{2}{3}\frac{m^2}{\Theta} - \frac{2}{3\Theta}(\mathcal{F} + (m^2-1)\mathcal{F}_i); \tag{5.12}$$

— factorul de micșorare a inductivității de dispersie a înfășurării :

$$k_L = 1 - \frac{1}{6\Theta} + \frac{1}{30m^2\Theta}(1 + 4\mathcal{G} + 5(m^2 - 1)\mathcal{G}_i). \tag{5.13}$$

În expresiile (5.12) și 5.13) pot fi introduse corecții pentru considerarea interstițiilor dintre conductoare ($c \neq nb$) și a porțiunii de conductoare aflate în afara crestăturii [1], [5]. Totodată, expresiile amintite pot fi utilizate pentru calculul înălțimii optime a crestăturii etc. Aceste considerații se îndepărtează însă de scopul lucrării, și anume de stricta prezentare a rezolvării problemei de cîmp electromagnetic cvasistaționar inductiv periodic prin separare de variabile.

6. DEMONSTRAREA FORMULEI DREYFUS

Factorul de majorare a rezistenței înfășurării, calculat de Dreyfus și utilizat în toate manualele de mașini electrice, are expresia

$$k_{Rj} = 1 + \frac{4}{3\pi} m^2\xi^2, \tag{6.1}$$

unde ξ, numit factor de refulare este dat de

$$\xi = a\sqrt{\pi\mu\sigma f} \tag{6.2}$$

pentru cazul neglijării interstițiilor dintre barele conductoare ($c = nb$). În mărimea $\delta = 1/\sqrt{\pi\mu\sigma f}$ se recunoaște adîncimea de pătrundere corespunzătoare fundamentalei curentului dreptunghiular $i(t)$ prin conductoare. Dacă se observă că

$$\frac{1}{\Theta} = \frac{2\tau}{T} = 2\mu\sigma a^2 f = \frac{2}{\pi}\xi^2, \tag{6.3}$$

rezultă imediat din compararea relațiilor (5.12) și (6.1) că cele două expresii ale factorului de creștere diferă prin corecția

$$k_{Rd} = \frac{2}{3\Theta}(\mathcal{F} + (m^2 - 1)\mathcal{F}_i). \tag{6.4}$$

Formula Dreyfus (6.1) va fi valabilă în ipoteza suplimentară a anulării acestei corecții ($\mathcal{F} \cong \mathcal{F}_i \cong 0$), ceea ce implică frecvențe ale fundamentalei inferioare unei frecvențe-limită : $f < f_{\text{lim}}$. Rezultă că expresia (6.1) a factorului de creștere reprezintă aproximația de frecvențe joase a expresiei exacte (5.12), valabilă pentru orice frecvență.

Dacă sumele $\mathcal{F}$ și $\mathcal{F}_i$ se aproximează cu primii termeni:

$$\mathcal{F} \cong \frac{12}{\pi^2} \exp(-\pi^2\Theta); \quad \mathcal{F}_i \cong \frac{16}{\pi^2} \exp(-\pi^2\Theta),$$

aproximație justificată pentru $\pi^2\Theta \geqslant 2{,}71$ prin faptul că al doilea termen în $\mathcal{F}$ și $\mathcal{F}_i$ reprezintă 10^{-3} și, respectiv, 10^{-8} din primul, atunci corecția (6.4) devine

$$k_{Rd} \cong \frac{8/3}{\pi^2\Theta}(4m^2 - 1) \exp(-\pi^2\Theta): \tag{6.5}$$

— pentru $m = 2$, $k_{Rd} \cong \frac{40}{\pi^2\Theta} \exp(-\pi^2\Theta) < 10^{-3}$ dacă $\pi^2\Theta > 8{,}76$ ori $\xi < 1{,}35$;

— pentru $m = 4$, $k_{Rd} \cong \frac{166}{\pi^2\Theta} \exp(-\pi^2\Theta) < 10^{-3}$ dacă $\pi^2\Theta > 9{,}75$ ori $\xi < 1{,}26$;

— pentru $m = 2$, $k_{Rd} < 10^{-2}$ dacă $\pi^2\Theta > 6{,}43$ ori $\xi < 1{,}55$;

— pentru $m = 4$, $k_{Rd} < 10^{-2}$ dacă $\pi^2\Theta > 7{,}68$ ori $\xi < 1{,}42$;

— pentru $m = 2$, $k_{Rd} < 10^{-1}$ dacă $\pi^2\Theta > 4{,}49$ ori $\xi < 1{,}85$.

Aceste sumare calcule permit aprecierea aproximării rezultatelor obținute cu formula simplificată (6.1).

În mod similar cu (6.1) se poate obține o aproximație de joasă frecvență pentru factorul de micșorare a inductivității k_L, dat prin (5.13), care este

$$k_{Lj} = 1 - \frac{1}{3\pi}\xi^2 + \frac{\xi^2}{15\pi m^2}. \tag{6.6}$$

7. CONCLUZII

Din punct de vedere tehnic, problema pierderilor suplimentare la bobinajele mașinii de curent continuu a fost demult rezolvată în mod satisfăcător. Mărirea preciziei de calcul a pierderilor prezintă mai degrabă un interes teoretic și de principiu. De o oarecare utilitate poate fi dependența pierderilor de frecvența de comutație în măsura în care această frecvență depășește 50 Hz. Ca atare, utilitatea acestei lucrări rezidă mai mult în implicațiile sale *teoretice* și de *principiu*.

În ceea ce privește aspectele teoretice, după cunoștina autorului, aceasta este prima lucrare publicată în domeniul cîmpului electromagnetic *cvasistaționar inductiv periodic*, în care, pe un model clasic general acceptat (cel linear anelectric invariabil în timp), sînt determinate univoc structura și evoluția cîmpului și a puterilor în cuprinsul unei perioade. Totodată nu sînt cunoscute alte încercări de a rezolva această problemă de cîmp de tip

difuzie, cu condiții de frontieră periodic variabile în timp, prin metoda separării variabilelor. Problema practică rezolvată permite aprecierea superiorității acestei metode față de cea a dezvoltării în serie Fourier pentru interpretarea rezultatelor și prelucrarea lor numerică. În același timp se permite aprecierea dificultăților în utilizarea acestei metode pentru cazul unor condiții de frontieră cu forme de undă periodice complexe (de exemplu curent cu alternanțe trapezoidale).

Aspectele principiale sînt legate de cunoașterea exactă a factorilor medii de majorare a rezistenței și de micșorare a inductivității porțiunii de înfășurare (la bobinaje diametrale), plasate în crestătură, pentru viteză de comutare infinit rapidă a curentului, caz în care acești factori își ating valorile lor extreme : valoare-limită superioară pentru k_R și respectiv limită inferioară pentru k_L. Cunoașterea acestor expresii *exacte* permite afirmarea cu precizie *specificabilă* a condițiilor de valabilitate în care sînt atinse aceste valori extreme.

Calculul exact al acestor pierderi suplimentare este omis în manualele de mașini. Sînt indicate numai rezultate cu referiri la lucrările lui Dreyfus. Lucrarea acoperă această omisiune, prezentînd o analiză metodică, sistematică și mai generală, pusă în acord cu lucrări recente din domeniul cîmpului electromagnetic cvasistaționar, în general și periodic, în particular.

Deoarece aspectele de proiectare sînt cunoscute, dată fiind și neglijarea intervalului finit de comutare, acestea nu au fost practic scoase în evidență în lucrare. Ele vor fi analizate detaliat într-o lucrare viitoare, în care pierderile vor fi calculate pornind de la structura cîmpului magnetic al barelor străbătute de curentul alternativ cu alternanțe trapezoidale.

BIBLIOGRAFIE

1. I. S. Gheorghiu, Al. Fransua, *Tratat de mașini electrice*, vol. I, *Mașini de curent continuu*, București, Edit. Academiei, 1968.
2. R. Răduleț, A. Ifrim, *Über den momentanen Verlustfaktor körperlicher stromdurchflossener Leiter*, Rev. Roum. Sci. Techn.-Électrotechn. Énerg. **13**, *2*, 1968.
3. L. Dreyfus, *Zusätzliche Kommutierungsverluste bei Gleichstrommaschinen*, Elektrotechnik und Maschinenbau, **32**, *14*, 281—286 (1914); **32**, *15*, 307—311 (1914).
4. — *Die Theorie der zusätzlichen Kommutierungsverluste von Gleichstrommaschinen*, Archiv fur Elektrotechnik, **3**, *10/11*, 272—315 (1915).
5. R. Richter, *Mașini electrice*, vol. 1, București, Edit. tehnică, 1958.
6. M. Vasiliu, *Teoreme de unicitate pentru regimuri periodice ale cîmpului electromagnetic* (în curs de apariție).
7. R. Răduleț, A. Țugulea, A. Timotin, *Teoreme de unicitate pentru regimuri variabile ale cîmpului electro-magnetic*, St. cerc. energ. electr., **21**, *1*, 109—128 (1971).

STUDIUL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ÎN MAȘINILE ELECTRICE CU APLICAȚIE LA MOTORUL CU HISTEREZIS

N. GALAN

621.313.392

Se consideră un model idealizat pe baza căruia s-a studiat cîmpul electromagnetic în mașinile electrice.
Noul model idealizat include anizotropia de material, fenomenul de histerezis și curenții turbionari ai armăturii rotorice în mișcare, iar printr-un calcul iterativ permite evaluarea saturației sistemului magnetic al mașinii electrice.
Rezultatele acestui studiu se aplică la motorul cu histerezis cu cîmp tangențial, permițînd determinarea parametrilor rotorici. Relațiile găsite sînt verificate experimental.

1. INTRODUCERE

Pentru calcularea parametrilor oricărei mașini electrice este necesară cunoașterea repartiției spațiale a cîmpului electromagnetic în diferitele zone ale mașinii sau în zone echivalente. Aplicarea ecuațiilor lui Maxwell la calculul cîmpului din mașinile electrice întîmpină o serie de dificultăți, deoarece în mașinile electrice cîmpurile studiate sînt tridimensionale într-un mediu cuprinzînd zone strîns legate între ele și cu diferite constante electrice și magnetice.

Din aceste motive se fac o serie de ipoteze simplificatoare care permit obținerea unor soluții utile în calculele practice, adică rezolvarea ecuațiilor lui Maxwell se face pe modele idealizate. În prezent, în literatura de specialitate există preocuparea de a se găsi un model idealizat destul de complet pe baza căruia să se studieze un număr mare de mașini electrice [2]—[5].

Se poate considera că mașina electrică este formată din mai multe zone, cum ar fi zona întrefierului, zona crestăturilor etc. Aceste zone se prezintă sub forma unor coji cilindrice, a căror axă coincide cu axa mașinii. Evident, acest fapt se reflectă în construirea modelului idealizat prin considerarea zonelor de mai sus ca domenii cu permeabilitatea magnetică și conductivitatea electrică constante. Unul dintre elementele noi

introdus în construirea modelului idealizat constă în echivalarea unei zone neomogene cu o zonă anizotropă [3]. O astfel de echivalare este suficient de exactă pentru mărimile globale (flux magnetic, t.e.m. etc.), însă nu pentru repartiţia spaţială a cîmpului magnetic. Această situaţie nu afectează importanţa acestei echivalări, deoarece maşinile electrice se studiază pe baza unor parametri globali.

Zonele care prezintă fenomenul de histerezis se pot caracteriza prin permeabilitate magnetică complexă, care se determină pe baza ciclului de histerezis dat. Permeabilitatea magnetică complexă introdusă este echivalentă cu înlocuirea ciclului de histerezis real cu un ciclu de histerezis ideal de forma unei elipse.

Este posibil ca o aceeaşi parte constructivă a maşinii (jugul statorului, jugul rotorului etc.) să fie împărţită în mai multe zone, pentru a se putea considera că fiecare zonă are permeabilitatea magnetică constantă. În acest fel, o zonă unde saturaţia prezintă importanţă poate fi aproximată cu mai multe subzone cu permeabilitate magnetică constantă. Iniţial se poate calcula cîmpul magnetic considerînd o singură zonă şi apoi, în funcţie de variaţia inducţiei magnetice din această zonă, se poate face o împărţire în subzone, iar dacă aceasta nu este satisfăcătoare se va face o nouă împărţire în subzone. În acest fel, cîmpul magnetic în zonele saturate poate fi calculat cu o aproximaţie destul de bună. Ca rezultat al celor arătate mai sus, maşina electrică va fi considerată ca fiind formată din mai multe zone. În lucrarea [2], maşina se consideră a fi formată din cinci zone.

Zonele maşinii vor fi considerate anizotrope, deoarece pe lîngă zonele crestate pot exista şi alte zone anizotrope, datorită materialului din care este confecţionată zona, de exemplu utilizarea tablei laminate la rece.

Pentru studiul cîmpului electromagnetic se va considera un model idealizat care să includă şi motorul cu histerezis.

2. MODELUL IDEALIZAT

Pentru studiul cîmpului electromagnetic este necesar să se calculeze potenţialul magnetic vector, deoarece acesta permite determinarea relativ simplu atît a mărimilor cîmpului magnetic ($\boldsymbol{H}$ şi $\boldsymbol{B}$), cît şi a cîmpului electric ($\boldsymbol{E}$ şi $\boldsymbol{D}$). Pentru maşinile electrice cu întrefier uniform se va considera un model idealizat format din $m - 1$ zone, aşa cum este indicat în figura 1. Zonele crestate ale maşinii reale se vor echivala cu zone anizotrope, fapt acceptat în multe lucrări care se ocupă de această problemă [2], [3].

Zona k, care reprezintă întrefierul, este, evident, o zonă izotropă, avînd permeabilitatea magnetică μ_0, iar fiecare dintre cele $k - 1$ zone care aparţin rotorului vor fi caracterizate de două permeabilităţi magnetice, adică de două componente ale tensorului permeabilitate magnetică : după direcţia tangenţială şi după direcţia radială. Într-unele din aceste zone se consideră că şi conductivitatea electrică este diferită de zero, adică nu se neglijează curenţii turbionari, ceea ce prezintă importanţă pentru rotorul masiv. Toate zonele rotorice se consideră solidare şi se rotesc cu viteza unghiulară $\dot{\theta}$.

Toate cele $m - k - 1$ zone statorice se consideră anizotrope, avînd conductivitatea electrică egală cu zero.

Se vor considera două sisteme de referinţă : unul fix faţă de stator (F.S.), iar altul fix faţă de rotor (F.R.). În zona întrefierului se va considera o spiră parcursă de curentul electric $i = I\sqrt{2} \cos \omega t$, avînd sensul

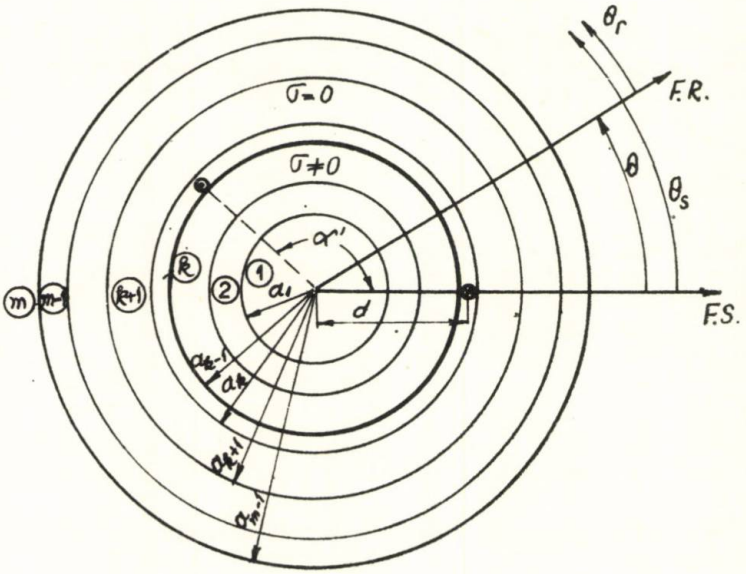


Fig. 1. — Model idealizat cu un număr oarecare de zone.

ca în figura 1. Dimensiunile geometrice ale modelului idealizat şi alte elemente necesare calculului cîmpului electromagnetic sînt indicate în aceeaşi figură.

3. ECUAŢIA DIFERENŢIALĂ A POTENŢIALULUI MAGNETIC VECTOR

După cum se ştie, studiul maşinilor electrice se poate face relativ uşor dacă se cunoaşte cîmpul electromagnetic atît în sistemul de referinţă fix faţă de stator, cît şi în sistemul de referinţă fix faţă de rotor. Este suficient să se cunoască cîmpul electromagnetic într-unul din sistemele de referinţă, deoarece trecerea de la un sistem de referinţă la alt sistem de referinţă în mişcare se face cu ajutorul relaţiilor de transformare cunoscute.

Prezenţa termenilor suplimentari în aceste relaţii de transformare face ca operaţiile cu mărimile $\boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{D}$ să fie mai dificile. Se preferă să se opereze cu potenţialul magnetic vector $\boldsymbol{A}$, care poate fi calculat în ipoteze al căror grad de generalitate este satisfăcător pentru problemele de interes tehnic.

Dacă potenţialul magnetic vector este cunoscut într-un sistem de referinţă, atunci poate fi regăsit uşor în oricare alt sistem de referinţă fie fix, fie mobil, cînd se cunoaşte legătura dintre vechile coordonate

şi noile coordonate. Acest fapt rezultă din formulele de transformare la trecerea dintr-un sistem de referinţă S la un alt sistem de referinţă S', care se deplasează faţă de primul cu viteza $v \ll c$, astfel că avem relaţiile

$$A_x = A'_x;\ A_y = A'_y;\ A_z = A'_z. \tag{1}$$

Ipoteza de bază care se face la calculul cîmpului magnetic din maşinile electrice şi care se admite şi în lucrarea de faţă este aceea că cîmpul magnetic este plan-paralel, această ipoteză prezentîndu-se sub forma

$$A_r = A = 0;\ A_z \neq 0. \tag{2}$$

Pentru a ţine seama de efectul curburii, s-au considerat coordonatele cilindrice. Componenta A_z este perpendiculară pe direcţia de mişcare şi în acest caz satisface relaţia (2) independent de viteza v. După cum este cunoscut, potenţialul magnetic vector satisface ecuaţiile

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \boldsymbol{A} &= \boldsymbol{B}, \\ \operatorname{div} \boldsymbol{A} &= 0. \end{aligned} \tag{3}$$

Cîmpul magnetic fiind plan-paralel, ecuaţia

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J}, \tag{4}$$

în coordonate cilindrice, devine

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rH_\theta) - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta} H_r = J_z. \tag{5}$$

Între mărimile cîmpului electromagnetic şi componenta axială a potenţialului magnetic vector există următoarele relaţii:

$$\begin{aligned} B_r &= \mu_r H_r = \frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \theta}, \\ B_\theta &= \mu_\theta H_\theta = -\frac{\partial A_z}{\partial r}, \\ J_z &= \sigma E_z = -\sigma \frac{\partial A_z}{\partial t}. \end{aligned} \tag{6}$$

Din (5) şi (6) rezultă

$$\frac{1}{\mu_\theta}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial A_z}{\partial r}\right)+\frac{1}{\mu_r}\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A_z}{\partial \theta^2}=\sigma\frac{\partial A_z}{\partial t} \tag{7}$$

sau

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial A_z}{\partial r}\right)+\frac{1}{\alpha^2}\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A_z}{\partial \theta^2}=\mu_\theta\,\sigma\frac{\partial A_z}{\partial t}, \tag{8}$$

unde

$$\alpha=\sqrt{\mu_r/\mu_\theta},$$

care este coeficientul de anizotropie în cazul cîmpului magnetic plan-paralel. Prin particularizarea ecuaţiei diferenţiale (8) se obţin ecuaţiile diferenţiale cunoscute pentru medii izotrope sau pentru mediile în care se neglijează curenţii turbionari.

4. POTENŢIALUL MAGNETIC VECTOR AL SPIREI PARCURSE DE CURENT

Potenţialul magnetic vector al unui conductor filiform infinit lung parcurs de curentul $i=I\sqrt{2}\cos\omega t$ are o singură componentă, A_z, a cărui expresie în sistemul de referinţă fix faţă de stator este de forma

$$A'_z=i\frac{\mu_0}{2\pi}\sum_{n\in N}G_n(r)\cos n\theta_s, \tag{9}$$

unde

$$G_n(r)=\begin{cases}\dfrac{1}{n}\left(\dfrac{r}{d}\right)^n & \text{dacă } t\leqslant d \text{ şi } n>0,\\[2ex] \dfrac{1}{n}\left(\dfrac{d}{r}\right)^n & \text{dacă } r\geqslant d \text{ şi } n>0,\\[2ex] -\ln d & \text{dacă } r\leqslant d \text{ şi } n=0,\\ -\ln r & \text{dacă } r\geqslant d \text{ şi } n=0,\end{cases} \tag{10}$$

sau

$$A'_z=I\frac{\mu_0\sqrt{2}}{4\pi}\sum_{n\in N}G_n(r)\,[\cos(\omega t-n\theta_s)+\cos(\omega t+n\theta_s)]. \tag{11}$$

În complex, relația (11) devine

$$\boldsymbol{A}'_z = I \frac{\mu_0 \sqrt{2}}{4\pi} \sum_{n \in N} G_n(r) \left[e^{j(\omega t - n\theta_s)} + e^{j(\omega t + n\theta_s)} \right]. \tag{12}$$

Între $\boldsymbol{A}'_z$ și $\boldsymbol{A}'_z$ există relația

$$A'_z = \text{real}\,(\boldsymbol{A}'_z). \tag{13}$$

Din figura 1 rezultă

$$\theta_s = \theta_r + \dot{\theta} \cdot t, \tag{14}$$

în care caz expresia (12) se poate scrie în sistemul de referință fix față de rotor, care se rotește cu viteza unghiulară $\dot{\theta}$ în raport cu sistemul fix față de stator:

$$\boldsymbol{A}'_z = A_0 \sum_{n \in Z} G_n(r)\, e^{j(s_n \omega t - n\theta_r)}, \tag{15}$$

unde

Z este mulțimea numerelor întregi,

$$s_n = \frac{\omega - n\dot{\theta}}{\omega}; \quad s_{-n} = \frac{\omega + n\dot{\theta}}{\omega} = 2 - s_n; \quad A_0 = \frac{I}{2} \frac{\mu_0 \sqrt{2}}{2\pi}.$$

Noua expresie a potențialului magnetic vector al conductorului filiform parcurs de curentul i se deosebește de expresia (9) atît ca formă, cît și din punctul de vedere al posibilităților de interpretare; astfel, potențialul magnetic vector sub forma (12) reprezintă o sumă de unde care pot fi ușor trecute dintr-un sistem de referință în alt sistem de referință.

De precizat că funcția $G_n(r)$ este definită pentru $n \geqslant 0$, iar în cazul cînd $n < 0$ atunci se ia egal cu modulul $|n|$.

Pentru o spiră formată din două conductoare care fac unghiul la centru α' și sînt parcurse de curentul i în sensul indicat în figura 1, potențialul magnetic vector are expresia

$$\boldsymbol{A}'_z = 2A_0 \sum_{n \in Z} G_n(r) \sin \frac{n}{2} \alpha' \, e^{j(\omega t - n\theta_s)} \tag{16}$$

în sistemul fix față de stator, iar în sistemul fix față de rotor expresia rămîne la fel, schimbîndu-se doar pulsația, adică ω devine $s_n \omega$. În expresia (16) nu a intervenit decalajul suplimentar, deoarece sistemul de referință fix față de stator a fost rotit cu unghiul $\frac{\alpha'}{2}$ în sensul corespunzător.

5. SOLUȚIILE GENERALE ALE POTENȚIALULUI MAGNETIC VECTOR

Ecuația diferențială (8) are aceeași formă în sistemul de referință fix atît față de stator, cît și față de rotor. Operațiile vor fi efectuate în sistemul de referință fix față de rotor, deoarece este convenabil din punctul de vedere al punerii condițiilor de trecere.

Considerînd o zonă rotorică oarecare de indice $i \in [1, 2, \ldots, k-1]$, în care conductivitatea electrică este diferită de zero, potențialul magnetic vector satisface ecuația diferențială (8), iar soluția se află prin metoda separării variabilelor, adică se caută o soluție de forma

$$A_{zi} = \sum_{n \in Z} R_n(r)\, H_n(\theta_r)\, e^{j s_n \omega t}, \tag{17}$$

unde funcțiile $R_n(r)$ și $H(\theta_r)$ satisfac următoarele ecuații diferențiale:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left[r\frac{d}{dr}R_n(r)\right] + \left(\gamma_{ni}^2 - \frac{n^2}{r^2\alpha^2}\right)R_n(r) = 0 \quad \left(p' = \frac{n}{\alpha_i}\right), \tag{18}$$

$$\frac{d^2}{d\theta_r^2}H_n(\theta_r) + n^2 H_n(\theta_r) = 0\,; \quad \gamma_{ni}^2 = -j\sigma_i\mu_{\theta,i}\, s_n\, \omega.$$

După operații elementare, soluția potențialului magnetic vector se poate pune sub forma

$$A_{zi} = \sum_{n \in Z} [K_{p'}^{(i)} J_{p'}(\gamma_{ni} r) + L_{p'}^{(i)} Y_{p'}(\gamma_{ni} r)]\, e^{j(s_n \omega t - n\theta_r)}. \tag{19}$$

Dacă în zona considerată i conductivitatea electrică este zero, atunci soluția are forma

$$A_{zi} = \sum_{n \in Z} [K_{p'}^{(i)} r^{p'} + L_{p'}^{(i)} r^{-p'}]\, e^{j(s_n \omega t - n\theta_r)}. \tag{20}$$

În zona $i = 1$, care include punctele $r = 0$, este necesar ca $L_p^{(1)} = 0$ pentru ca potențialul magnetic vector să rămînă finit și în aceste puncte.

Pentru a se ține seama de singularitatea logaritmică, potențialul magnetic vector în întrefier se caută sub forma

$$A_{zk} = A'_{zk} + A''_{zk}, \tag{21}$$

unde A'_{zk} are forma (15), iar A''_{zk} verifică ecuația lui Laplace în toate punctele domeniului.

Pentru zonele statorice, soluția potențialului magnetic vector va fi de forma (20), deoarece în aceste zone se presupune conductivitatea electrică egală cu zero.

Pentru un calcul unitar, soluția se va pune sub forma

$$A_{zi} = \sum_{n \in Z} [K_{p'}^{(i)} E_{p'}(r) + L_{p'}^{(i)} F_{p'}(r)] \, e^{j(s_n \omega t - n\theta_r)}, \tag{22}$$

unde funcțiile $E_{p'}$ și $F_{p'}$ sînt definite în modul următor:

$$E_{p'}(r) = \begin{cases} J_{p'}(\gamma_{ni} r) & \text{dacă } \sigma_i \neq 0, \\ r^{p'} & \text{dacă } \sigma_i = 0, \end{cases}$$

$$F_{p'}(r) = \begin{cases} Y_{p'}(\gamma_{ni} r) & \text{dacă } \sigma_i \neq 0, \\ r^{-p'} & \text{dacă } \sigma_i = 0. \end{cases} \tag{23}$$

Astfel expresia (22) va lua forma (19) dacă $\sigma_i \neq 0$ și forma (20) dacă $\sigma_i = 0$.

Soluția (19) aduce elemente noi cu privire la distribuția curenților turbionari și a cîmpului magnetic în zona care prezintă anizotropie de material; astfel adîncimea de pătrundere este determinată de componenta tangențială a permeabilității magnetice, iar ordinul funcției Bessel este determinat de coeficientul de anizotropie α_i, adică variația cîmpului magnetic după rază diferă în mod esențial la diferite tipuri de anizotropii. Acest ultim fapt este valabil și pentru soluția (20).

6. DETERMINAREA CONSTANTELOR DE INTEGRARE

Pentru determinarea constantelor de integrare, pe fiecare suprafață de separație a zonelor se pun condițiile de continuitate a componentei normale a inducției magnetice și a componentei tangențiale a intensității cîmpului magnetic.

Aceste condiții se exprimă în funcție de potențialul magnetic vector sub următoarea formă:

$$A_{i+1} = A_i,$$

$$\frac{1}{\mu_{0,i+1}} \frac{\partial A_{i+1}}{\partial r} = \frac{1}{\mu_{0,i}} \frac{\partial A_i}{\partial r}, \quad \text{pentru } r = a_i, \; i \in [1, 2, \ldots, m]. \tag{24}$$

Din condițiile (24) rezultă un sistem linear de ecuații algebrice în care necunoscutele sînt constantele de integrare.

Pentru a fi îndeplinite condițiile (24) pentru orice θ_r și t, rezultă că funcțiile care reprezintă potențialul magnetic vector trebuie să aibă aceeași formă în θ_r și t. Se confirmă astfel modul de construire a soluției pentru ecuația diferențială (8).

Ecuațiile (24), scrise explicit pentru suprafețele care mărginesc întrefierul în cazul în care $d = a_k$, devin

$$K_{p'}^{(k-1)} E_{p'}(a_{k-1}) + L_{p'}^{(k-1)} F_{p'}(a_{k-1}) = \left[K_n^{(k)} + \frac{A_0}{n a_k^n}\right] a_{k-1}^n + L_n^{(k)} a_k^n,$$

$$\frac{\mu_0}{\mu_{\theta,k-1}}\left[K_{p'}^{(k-1)} E'_{p'}(a_{k-1}) + L_{p'}^{(k-1)} F'_{p'}(a_{k-1})\right] = n\left[K_n^{(k)} + \frac{A_0}{n a_k^n}\right] a_{k-1}^{n-1} - n L_n^{(k)} a_{k-1}^{-n-1},$$

$$\left[K_n^{(k)} + \frac{A_0}{n a_k^n}\right] a_k^n + L_n^{(k)} a_k^n = K_{p'}^{(k+1)} a_k^{p'} + L_{p'}^{(k+1)} a_k^{-p'}, \tag{25}$$

$$n\left[K_n^{(k)} + \frac{A_0}{n a_k^n}\right] a_k^{n-1} - n L_n^{(k)} a_k^{-n-1} - \frac{A_0}{a_k} = \frac{\mu_0 p'}{\mu_{\theta,k+1}}\left[K_{p'}^{(k+1)} a_k^{p'-1} - L_{p'}^{(k+1)} a_k^{-p'-1}\right].$$

Dacă pe suprafața interioară a statorului există o densitate de curent lineară, care în cazul general are expresia

$$J_1 = \sum_{n \in Z} J_n \, e^{j(s_n \omega t - n\theta_r)}, \tag{26}$$

atunci în relațiile (24) se modifică o singură ecuație, și anume ecuația care exprimă corelația dintre intensitățile cîmpului magnetic din zonele adiacente suprafeței ce conține densitatea de curent J_1, adică

$$H_\theta^{(k)} - H_\theta^{(k+1)} = J_1. \tag{27}$$

În acest caz, ecuațiile (24) pentru suprafețele care mărginesc întrefierul devin

$$K_{p'}^{(k-1)} E_{p'}(a_{k-1}) + L_{p'}^{(k-1)} F_{p'}(a_{k-1}) = M_n a_{k-1}^n + N_n a_{k-1}^{-n},$$

$$\frac{\mu_0}{\mu_{\theta,k-1}}\left[K_{p'}^{(k-1)} E'_{p'}(a_{k-1}) + L_{p'}^{(k-1)} F'_{p'}(a_{k-1})\right] = n\left[M_n a_{k-1}^{n-1} - N_n a_{k-1}^{-n-1}\right],$$

$$M_n a_k^n + N_n a_k^{-n} = K_{p'}^{(k+1)} a_k^{p'} + L_{p'}^{(k+1)} a_k^{p'}, \tag{28}$$

$$\frac{n}{\mu_0}\left[M_n a_k^{n-1} - N_n a_k^{-n-1}\right] - J_n = \frac{p'}{\mu_{\theta,k+1}}\left[K_{p'}^{(k+1)} a_k^{p'-1} - L_{p'}^{(k+1)} a_k^{-p'-1}\right].$$

Sistemele de ecuații (25) și (28) sînt echivalente dacă

$$M_n = K_n^{(k)} + \frac{A_0}{n a_n^k}; \quad N_n = L_n^{(k)}; \quad J_n = \frac{2A_0}{a_k \mu_0}. \tag{29}$$

O consecință imediată a relațiilor de mai sus constă în aceea că din punctul de vedere al repartiției cîmpului electromagnetic o spiră parcursă de curent poate fi echivalată cu o pînză de curent de forma (26). Așa cum rezultă din analiza ecuațiilor (25) și (28), relațiile (29) sînt posibile întotdeauna.

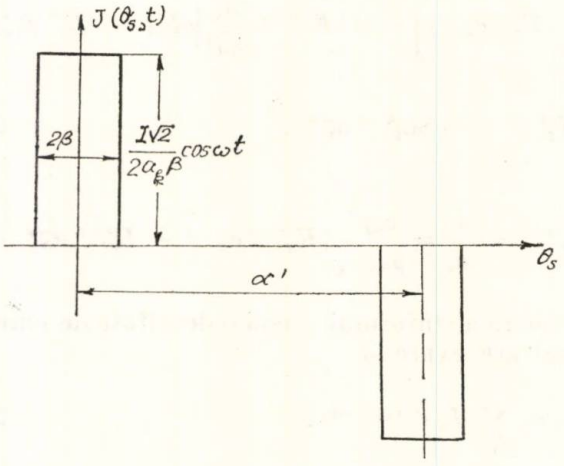


Fig. 2. — Echivalarea spirei parcurse de curent cu o densitate de curent.

Același rezultat se obține urmînd o altă cale, și anume se echivalează spira parcursă de curent cu o densitate de curent uniform repartizată pe intervalul 2β, așa cum este indicat în figura 2. Această pînză de curent se poate descompune în serie Fourier în sistemul de referință fix față de stator și se obține

$$J(\theta_s, t) = \sum_{n \in Z} \frac{I\sqrt{2}}{a_k \pi} \sin n \frac{\alpha'}{2} \frac{\sin n\beta}{n\beta} e^{j(\omega t - n\theta_s)}. \tag{30}$$

În cazul conductoarelor filiforme, $\beta \to 0$ și avem

$$\lim_{\beta \to 0} \frac{\sin n\beta}{n\beta} = 1.$$

Din cele arătate mai sus rezultă că potențialul magnetic vector pentru zona i se poate pune sub forma

$$A_i = \sum_{n \in Z} A_n(r, \omega t - n\theta_s). \tag{31}$$

7. FORMA MATRICEALĂ A SOLUȚIEI POTENȚIALULUI MAGNETIC VECTOR

În cazul în care modelul idealizat cuprinde un număr mare de zone, este util să se dea o formă matriceală soluției potențialului magnetic vector. Dacă se sistematizează și se scriu explicit ecuațiile (24), se obține

$$[D_n]\,[K_n, L_n] = [I_n], \tag{32}$$

unde

$$[D_n] = \begin{vmatrix} E_{p'}(a_1) & E_{p'}(a)_1 - F_{p'}(a_1) & 0 & \dots & 0 \\ g_1 E'_{p'}(a_1) & E'_{p'}(a_1) - F'_{p'}(a_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & E_{p'}(a_2) & F_{p'}(a_2) - E_{p'}(a_2) - F_{p'}(a_2) & 0 \dots & 0 \\ 0 & g_2 E'_{p'}(a_2) & g_2 F'_{p'}(a_2) - E'_{p'}(a_2) - F'_{p'}(a_2) & 0 \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{p'}(a_3) \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 \dots & \dots & \dots & 0 & a_{m-1}^{n}\, a_{m-1}^{-n} - a_{m-1}^{-n} \\ 0 \dots & \dots & \dots & 0 & -n a_{m-1}^{-n-1} \end{vmatrix}, \tag{33}$$

$$\left(g_k = \frac{\mu_{0,k+1}}{\mu_{0,k}}\right)$$

care este matricea sistemului (24), al cărui determinant este tocmai determinantul principal al sistemului. Celelalte matrice care intervin în relația (32) sînt matrice-coloană, astfel:

$$[K_n,\ L_n]_t = \|\, K_n^{(1)}\ K_n^{(2)}\ L_n^{(2)}\ \dots\ L_n^{(m)} \,\|, \tag{34}$$

$$[I_n]_t = \|\, 0 \dots 0 \underset{2k-4}{A_0 G_n(a_{k-1})} \underset{2k-3}{A_0 G'_n(a_{k-1})} \underset{2k-2}{A_0 G(a_k)} \underset{2k-1}{A_0 G'(a_k)}\, 0 \dots 0 \,\|.$$

Dacă se definește o matrice de forma

$$[S_n(r)] = \begin{vmatrix} E_{p'}(r) & 0 & 0 & 0 \dots & 0 \\ 0 \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & E_{p'}(r) & F_{p'}(r) & 0 \dots & 0 \\ 0 \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 \dots & 0 & E_p(r) & F_{p'}(r) \ 0 \dots 0 \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 \dots & \dots & \dots & \dots & r^{-n} \end{vmatrix}, \tag{35}$$

atunci

$$[A_n] = [S_n(r)]\,[K_n, L_n]\,e^{j(\omega t - n\theta_s)}, \tag{36}$$

unde

$$[A_n]_t = ||A_{1n}\ 0\ A_{2n}\ 0\ \ldots\ 0\ A_{mn}||. \tag{37}$$

Elementele matricei (37) reprezintă soluţia potenţialului magnetic vector în zonele a căror indice este egal cu indicele elementelor matricei. Din relaţia (32) rezultă

$$[K_n, L_n] = [D_n]^{-1}\,[I_n]. \tag{38}$$

Înlocuind (38) în (36), se obţine

$$[A_n] = [S_n(r)]\,[D_n]^{-1}\,[I_n]\,e^{j(\omega t - n\theta_s)}, \tag{39}$$

iar pentru o spiră se obţine

$$\sum_{n\in Z} A_n = [A_z] = \sum_{n\in Z} [S_n(r)]\,[D_n]^{-1}\,[I_n]\,e^{j(\omega t - n\theta_s)}. \tag{40}$$

În cazul în care spirele parcurse de curent sînt echivalate cu pînze de curent, atunci

$$[I_n] \to [J_n] = ||\,0\ \ldots\ 0\ \underset{2k-1}{J_{ns}}\ 0\ \ldots\ 0\,|| \tag{41}$$

şi relaţiile de mai sus rămîn neschimbate. Forma matriceală prezintă importanţă cînd modelul idealizat are un număr mare de zone.

8. MOTORUL TRIFAZAT CU HISTEREZIS CU CÎMP TANGENŢIAL

Constructiv rotorul acestui tip de motor se compune dintr-un ax pe care este fixată o bucşă din material nemagnetic; pe această bucşă este dispusă o piesă cilindrică realizată dintr-un material care prezintă un pronunţat fenomen de histerezis. Această piesă cilindrică formează stratul activ al rotorului. Între elementele constructive ale rotorului nu există mişcări relative. Statorul este similar cu cel al motoarelor de curent alternativ trifazate. În figura 3 se dă modelul idealizat corespunzător acestui tip de motor şi care este un caz particular al modelului studiat. Cîmpul magnetic se consideră plan-paralel şi se neglijează influenţa crestăturilor.

Motorul fiind trifazat, pînza de curent statorică în sistemul de referinţă fix faţă de stator se poate pune sub forma

$$J_{1s} = J_m\,e^{j(\omega t - p\theta_s)}, \tag{42}$$

unde

$$J_m = \frac{3w_1 k_w I_m}{\pi a_3} = kI. \tag{43}$$

Zona activă (2), care prezintă fenomenul de histerezis, va fi caracterizată prin permeabilitatea complexă $\mu_m e^{-j\gamma} = \underline{\mu}$, unde $\mu_m = B_m/H_m$,

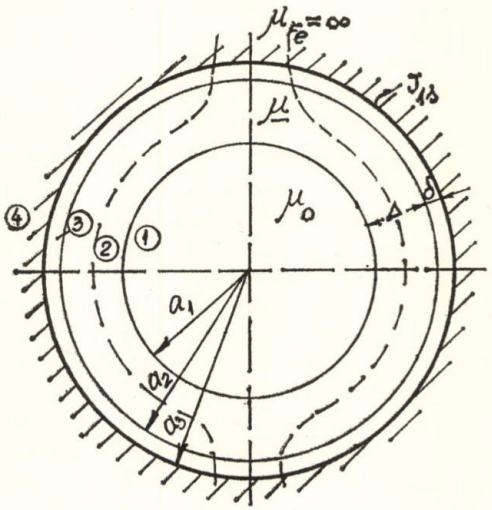


Fig. 3. — Model idealizat pentru motorul cu histerezis cu cîmp tangenţial.

iar γ este unghiul de întîrziere magnetică. Permeabilitatea magnetică complexă se determină cu ajutorul ciclului de histerezis cunoscut pentru un material dat.

Aplicînd rezultatele obţinute în paragrafele precedente, se obţine potenţialul magnetic vector în zona activă (2), care, după operaţii simple, poate fi pus sub forma

$$\underline{A}_{z2}(r,\ \theta_s) = \frac{2J_m a_3}{p(\varepsilon_2^p + \varepsilon_2^{-p})}\,\mu_0\,\frac{\underline{h}_0[(r/a_1)^p - (a_1/r)^p] + (r/a_1)^p + (a_1/r)^p}{(\varepsilon_1^p + \varepsilon_1^{-p})[(x\underline{h}_0 + 1)\,\mathrm{th}\,(p\ln\varepsilon_2) + 1 + x/\underline{h}_0]}\,e^{j(\omega t - p\theta_s)}, \tag{44}$$

pentru $a_1 \leqslant r \leqslant a_2$, unde s-au făcut notaţiile

$$\underline{h}_0 = \frac{\underline{\mu}}{\mu_0};\quad \varepsilon_1 = a_2/a_1;\quad \varepsilon_2 = a_3/a_2;\quad x = \mathrm{th}\,(p\ln\varepsilon_1).$$

Fluxul magnetic util printr-o spiră cu pas diametral aparţinînd primei faze va fi

$$\Phi_s = \int_{S_r} \boldsymbol{B}\,\mathrm{d}\boldsymbol{A} = \int_{S_r} \mathrm{rot}\,\boldsymbol{A}\,\mathrm{d}\boldsymbol{A} = \int_r \boldsymbol{A}\,\mathrm{d}\boldsymbol{l} = 2L\,A_{z2}(a_2,\ 0), \tag{45}$$

unde L este lungimea activă a mașinii.

Ecuația de tensiuni pentru înfășurarea considerată va fi

$$\underline{U} = R\underline{I} + jX_\sigma \underline{I} + jw_1 k_w \underline{\Phi}_s = R\underline{I} + jX_\sigma \underline{I} + \underline{Z}_h \underline{I}, \tag{46}$$

unde impedanța $\underline{Z}_h$ are expresia

$$Z_h = Z_0 \frac{2(h_0 x + 1)}{(\varepsilon_2^p + \varepsilon_2^{-p})\,[(xh_0+1)\,\mathrm{th}\,(p \ln \varepsilon_2)+1+x/h_0]}, \text{ cu } Z_0 = \frac{6}{\pi} \mu_0 L (w_1 k_w)^2 \omega.$$

De remarcat faptul că neglijarea pierderilor în fierul statoric nu afectează definiția impedanței $\underline{Z}_h$, deoarece aceste pierderi se caracterizează printr-o rezistență R_w care reprezintă o ramură transversală față de tensiunea de alimentare.

Impedanța $\underline{Z}_h$ caracterizează rotorul în schema echivalentă și studiul acestei impedanțe prezintă interes în determinarea caracteristicilor de funcționare ale motorului.

O problemă importantă în teoria acestui tip de motor constă în a determina variația parametrilor R_h și X_h în funcție de grosimea zonei active, reprezentată în relațiile de mai sus de parametrul $\varepsilon_1 = a_2/a_1 = 1 + \Delta/a_1$ sau $x = \mathrm{th}\,(p \ln \varepsilon_1)$.

În figura 4 s-a reprezentat variația acestor parametri în funcție de variabila x, care implicit este determinată de grosimea Δ a zonei active pentru o geometrie dată a motorului. Calculele s-au făcut numai pentru $\gamma = 30°$, deoarece valoarea unghiului γ nu influențează sensibil alura curbelor și deci concluziile se păstrează și pentru alte valori ale unghiului de întîrziere magnetică.

În figura 5 s-a reprezentat variabila x în funcție de grosimea relativă a zonei active. Cu ajutorul familiilor de curbe de mai sus se determină ușor variația parametrilor R_h/Z_0 și X_h/Z_0 în funcție de grosimea relativă a zonei active. Se constată că acești parametri variază în limite mari în raport cu grosimea relativă.

Cunoscînd influența acestor parametri asupra caracteristicilor de funcționare ale motorului și asupra performanțelor motorului, se poate determina o grosime optimă a zonei active, fapt important în proiectare. Această grosime optimă se referă la performanțele tehnice ale motorului și nu are în vedere costul materialelor din care se realizează zona activă.

Deoarece costul acestor materiale este relativ ridicat, rezultă că la determinarea grosimii optime trebuie avut în vedere și acest aspect. O particularitate a parametrilor rotorici R_h și X_h constă în aceea că influența întrefierului asupra acestor parametri nu este aceeași ca la celelalte mașini electrice. Pentru a scoate în evidență acest aspect, s-au trasat curbele R_h/Z_0, $X_h/Z_0 = f(\delta/a_2)$, de unde rezultă că influența întrefierului asupra acestor parametri depinde de proprietățile materialului zonei active. Astfel, la permeabilități magnetice mici ($\mu_m/\mu_0 = 10$), parametrii rotorici variază cu întrefierul foarte puțin, adică, dacă întrefierul relativ variază de la 0,005 la 0,03, atunci rezistența relativă variază de la 1,01 la 0,895 și reactanța relativă de la 2,44 la 2,32.

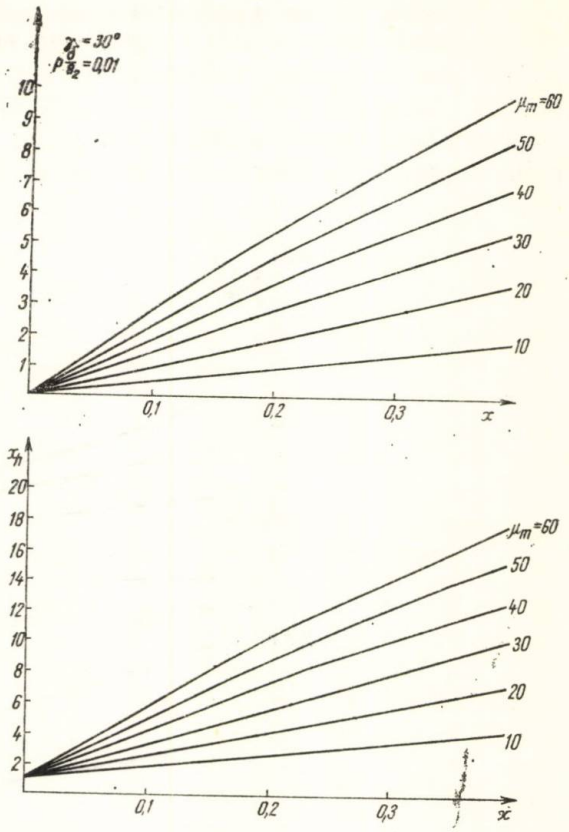


Fig. 4. — Parametrii rotorici relativi funcție de grosimea zonei active.

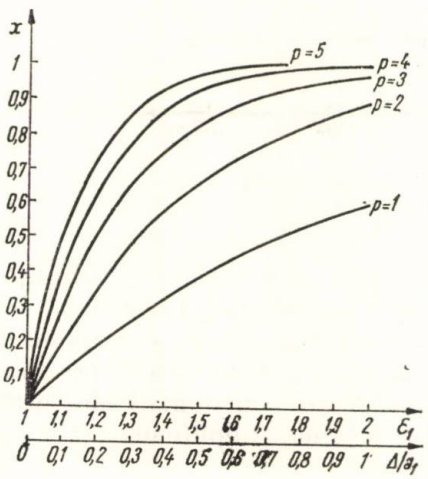


Fig. 5. — Curbele $x = f(\varepsilon, p)$.

În cazul în care materialul zonei active are o permeabilitate magnetică mare, influența întrefierului este mai pronunțată; astfel, pentru $\mu_m/\mu_0 = 80$, la aceeași variație a întrefierului, rezistența variază de la 6,94 la 3,85 și reactanța de la 13,9 la 11,07. Acest fapt se explică simplu dacă urmărim traseul liniilor de cîmp (fig. 3). Se constată că liniile cîmpului magnetic parcurg o lungime mare prin zona activă, care este de

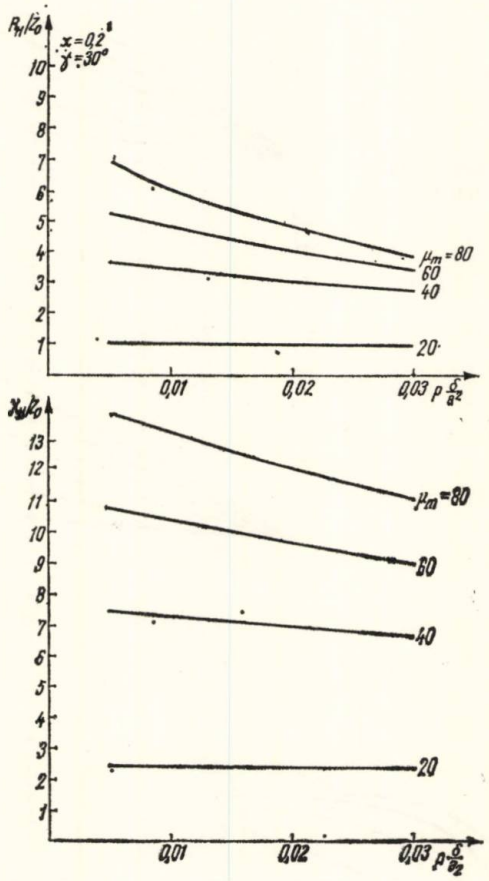


Fig. 6. — Parametrii rotorici funcție de întrefierul relativ.

permeabilitate mică ($\mu_m/\mu_0 = 10...80$), prin urmare reluctanța acestei porțiuni din circuitul magnetic este sensibil mai mare decît reluctanța corespunzătoare întrefierului, iar la o variație mare a întrefierului reluctanța totală va varia în limite relativ mici. Acest aspect prezintă importanță în construcția acestui motor, valorile mai mari ale întrefierului, fără să afecteze esențial parametrii rotorici, simplificînd tehnologia realizării și montării rotorului.

Încercările experimentale executate pe motorul cu histerezis trifazat au condus la datele din tabela 1, încercările făcîndu-se la mai multe valori ale tensiunii de alimentare.

Datele motorului sînt următoarele : $Z_0 = 5{,}7\ \Omega$; $x = 2{,}49$ şi $pK_c \frac{\delta}{a_2} = 0{,}0224$. Valorile parametrilor rotorici, calculate cu formulele (47) sînt $R_h = 72{,}5\ \Omega$ şi $X_h = 167\ \Omega$.

Tabela 1

$U(V)$	$R_h(\Omega)$	$X_h(\Omega)$
160	73,6	169
140	**66**	**166**
120	68	154

Parametrii variază puţin cu tensiunea de alimentare, ceea ce se explică prin aceea că sistemul magnetic este nesaturat, deoarece zona activă este de permeabilitate mică ($h_0 = 130\ e^{-j\gamma}$) şi ar fi necesari curenţi mari prin înfăşurările statorice pentru a se atinge valorile cîmpului magnetic de saturaţie.

Se remarcă o concordanţă bună între datele experimentale şi cele teoretice. În acest studiu s-a considerat că variaţia în timp a mărimilor este sinusoidală. Această ipoteză este în concordanţă cu oscilograma t.e.m. indusă într-o înfăşurare statorică şi cu oscilograma curenţilor din cele trei înfăşurări (fig. 7).

9. CONCLUZII

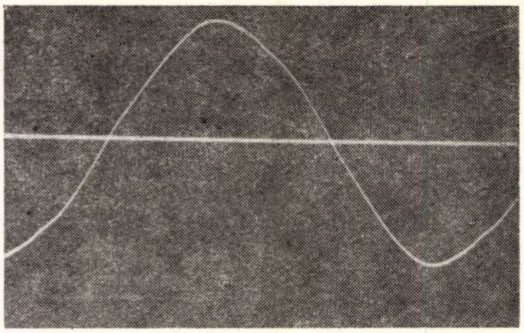
Pentru studiul cîmpului electromagnetic în maşinile electrice s-a considerat un model idealizat care generalizează modelele cunoscute pînă în prezent. Noul model idealizat include anizotropia de material, fenomenul de histerezis şi curenţii turbionari ai armăturii rotorice în mişcare, iar printr-un calcul iterativ permite evaluarea saturaţiei sistemului magnetic al maşinii electrice. S-a stabilit ecuaţia diferenţială a potenţialului magnetic vector pentru medii anizotrope, a cărui soluţie s-a determinat prin metoda separării variabilelor.

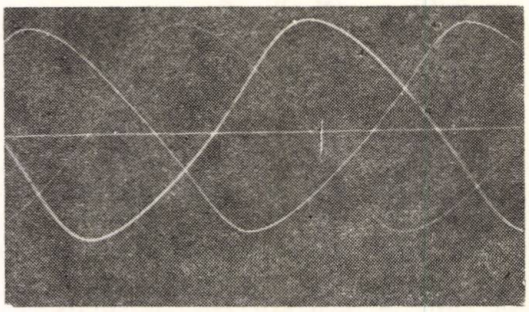
Se arată că factorul de anizotropie α_i modifică repartiţia cîmpului magnetic şi a curenţilor turbionari în direcţia razei, iar adîncimea de pătrundere a curenţilor turbionari este determinată de permeabilitatea magnetică după direcţia tangenţială.

Rezultatele acestui studiu aplicate la motorul trifazat cu histerezis a permis determinarea parametrilor rotorici care prezintă interes în studiul acestui tip de motor.

Se scoate în evidenţă variaţia acestor parametri în funcţie de întrefierul maşinii şi de grosimea relativă a zonei active pentru diferite tipuri de materiale. Relaţiile găsite şi familiile de curbe trasate permit un studiu de optimizare a dimensiunilor zonei active.

Între datele experimentale şi cele teoretice există o bună concordanţă.





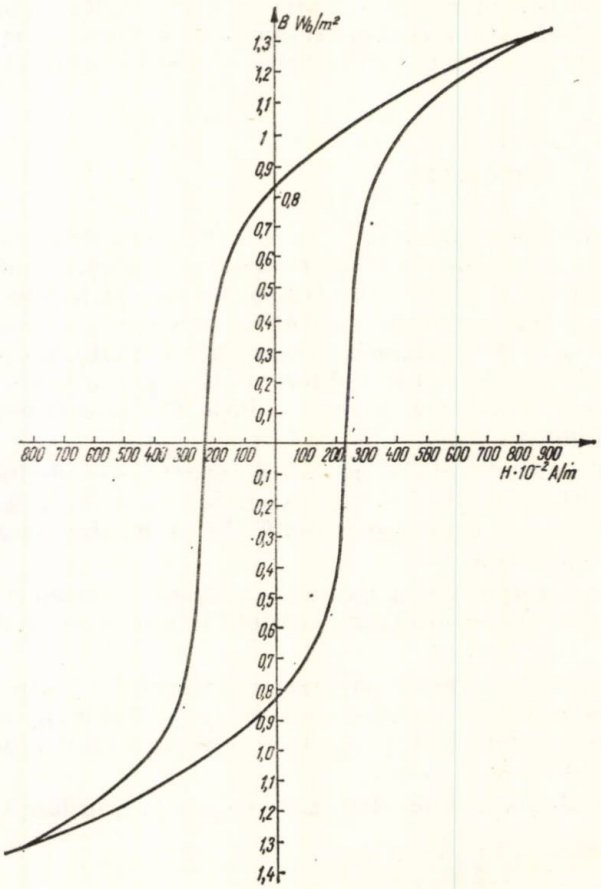


Fig. 7. — Oscilograma t.e.m. (*a*), oscilograma curenților (*b*) și ciclul de histerezis al materialului utilizat (*c*).

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleț, A. Țugulea, A. Timotin, *Teoreme de unicitate pentru regimuri variabile ale cîmpului electromagnetic*, St. cerc. energ. electr., **21**, *1*, 109—128 (1971).
2. C. V. Jones, R. C. Gibson, *Correlation of the air-gap vector potential of on induction motor with the magnetizing current*, Proc. IEE, *3*, 385—390 (1969).
3. A. L. Cullen, T. H. Barton, *A simplified electromagnetic theory of the induction motor using the concept of wave impedance*, Proc. IEE, **105C**, 331—336 (1958).
4. L. S. Piggot, *A theory of the operation of cylindrical induction motors with squirrel-cage rotors*, Proc. IEE, **109 C**, 270—282 (1962).
5. H. Wen, *Induktionsvargange in anisotropen Medien*, A. für E., **52**, *2*, 80—92 (1968).
6. G. Buhgolt, *Rasciot elektriceskih i magnitnîh polei*, Moskva, 1961.

STUDIUL UNUI MOTOR ASINCRON LINIAR

DOINA PASCALE și I. PUFLEA

621.313.39

Motorul asincron liniar constituie o soluție remarcabilă pentru rezolvarea problemelor de transport. Lucrarea conține un studiu teoretic al motorului liniar bazat pe rezolvarea ecuațiilor cîmpului electromagnetic, determinîndu-se astfel caracteristicile principale și unii parametrii constructivi necesari proiectării motorului. S-a obținut o evaluare suficient de precisă a influenței efectului de capăt transversal asupra caracteristicilor mașinii studiate; astfel este posibilă corectarea performanțelor de tracțiune ale acestui tip de motor. Studiul dependenței caracteristicii forță-alunecare de dimensiunile porțiunilor de indus din zona capetelor de bobine permite o apreciere a valorii optime a lărgimii părții laterale a indusului situată în afara întrefierului.

1. INTRODUCERE

În principiu un motor asincron trifazat liniar se compune din două armături inductoare care poartă înfășurări trifazate de curent alternativ, armături care, rigidizate între ele, alunecă în lungul unei plăci conductoare ce constituie indusul mașinii.

Ținînd seama de simetria plană și de topologia specifică, studiile teoretice și experimentale au arătat că motorul liniar poate constitui o soluție de viitor în multe domenii.

Lucrarea de față se înscrie pe linia rezolvării unor probleme teoretice specifice motorului liniar. Prin integrarea ecuațiilor lui Maxwell se obțin expresiile analitice ale mărimilor electromagnetice din indus, a forței dezvoltate de motor și a unor parametri constructivi care prezintă importanță în funcționarea motorului; pe baza teoriei dezvoltate se determină unele caracteristici și parametri ai unui motor liniar proiectat.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 177—199, 1973

2. CALCULUL MĂRIMILOR ELECTROMAGNETICE DIN INDUS ŞI A FORŢEI DEZVOLTATE DE MOTOR

2.1. MODELUL DE CALCUL

Scopul lucrării îl constituie obţinerea de relaţii analitice care să permită o bună înţelegere a funcţionării motorului liniar şi o apreciere cantitativă a influenţei fenomenului de capăt transversal (de lăţime finită) asupra parametrilor principali ai motorului.

Ipotezele de calcul adoptate sînt următoarele : permeanţa magnetică a regiunilor din afara întrefierului este nulă ; permeabilitatea magnetică a miezurilor feromagnetice ale inductorului este infinită (pentru a se putea folosi superpoziţia mărimilor prin liniarizarea circuitului magnetic al motorului) ; se admite că în întrefier şi în lamă liniile inducţiei magnetice sînt orientate în lungul axei Oz normală pe banda-indus ; se neglijează dependenţa de coordonata z a inducţiei magnetice în întrefier şi a mărimilor din lamă, a cărei grosime suficient de mică permite neglijarea efectului de refulare în direcţia axei Oz a liniilor de curent indus ; se consideră nule componentele după Oz ale intensităţii cîmpului electric şi ale densităţii curentului din lamă ; se consideră că modulul densităţii de linie J_s a pînzelor de curent echivalente cu solenaţiile polifazate ale înfăşurării inductoare constituie o undă alunecătoare în lungul axei $O'x'$ de succesiune directă, de forma

$$J_s = A_m \sin (\beta x' - \omega' t),$$

unde

$$\omega' = 2\pi f,$$

$$\beta = \frac{\pi}{\tau}.$$

La o maşină asincronă, fundamentala cîmpului prezintă importanţă deosebită ; armonicile fac posibilă apariţia forţelor suplimentare şi măresc căderea de tensiune. De aceea este justificat şi uzual să se considere ca reactanţă utilă sau principală numai X_{m1}, care corespunde undei principale a inducţiei în întrefier, iar reactanţa care corespunde tuturor celorlalte unde ale cîmpului să se considere ca reactanţă de scăpări diferenţiale. Adoptarea acestei ipoteze permite, printre altele, stabilirea unei scheme echivalente cu ajutorul căreia se trece de la regimul de curent constant (în care se face studiul) la regimul de tensiune constantă (regimul real).

2.2. CALCULUL INDUCȚIEI MAGNETICE INDUCTOARE DIN ÎNTREFIER

Expresia inducției magnetice de excitație B_δ din întrefier rezultă din aplicarea legii circuitului magnetic unui contur, imobil față de referențialul $O'x'y'z'$ atașat inductorului (fig. 1):

$$\frac{\partial B_\delta}{\partial x'} = \frac{\mu_0}{\delta} J_s. \tag{1}$$

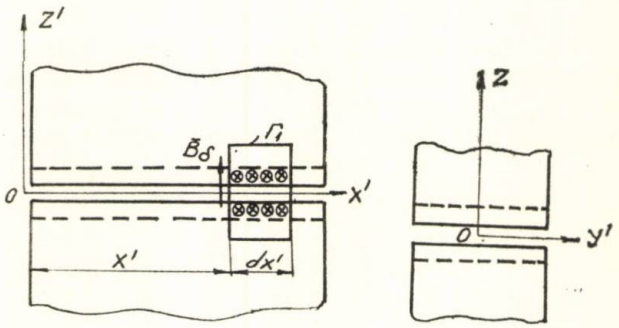


Fig. 1. — Secțiune prin inductor (pentru calculul inducției magnetice inductoare din întrefier B_δ).

Integrînd ecuația (1) și ținînd seama de expresia lui J_s, se obține

$$B_\delta(x', t) = \frac{\mu_0 A_m \tau}{\pi \delta} \cos\left(\frac{\pi x'}{\tau} - \omega' t\right) + f(t). \tag{2}$$

Funcția $f(t)$ se determină din legea fluxului magnetic aplicată unei suprafețe închise ce îmbracă una dintre armăturile statorice, corelată cu condiția ca fluxul în afara întrefierului să fie nul. Se obține deci ecuația

$$\int_{x'=0}^{b} B_\delta(x', t)\, \mathrm{d}x' = 0, \tag{3}$$

din care rezultă funcția $f(t)$:

$$f(t) = \frac{2\mu_0 A_m \tau^2}{\pi^2 \delta b} \sin\frac{\pi b}{2\tau} \cos\left(\frac{\pi b}{2\tau} - \omega' t\right). \tag{4}$$

Utilizînd notațiile

$$B'_{\delta m} = \frac{\mu_0 A_m \tau}{\pi \delta}, \tag{5}$$

$$B''_{\delta m} = \frac{2\mu_0 A_m \tau^2}{\pi^2 \delta b} \sin\frac{\pi b}{2\tau}, \tag{6}$$

expresia inducţiei de excitaţie ia forma următoare :

$$B_\delta(x', t) = B'_{\delta_m} \cos\left(\frac{\pi x'}{\tau} - \omega' t\right) - B''_{\delta_m} \cos\left(\frac{\pi b}{2\tau} - \omega' t\right). \tag{7}$$

Se obţine deci pentru inducţia magnetică inductoare din întrefier o undă alunecătoare modulată [1].

2.3. STABILIREA ŞI INTEGRAREA ECUAŢIILOR SATISFĂCUTE DE MĂRIMILE ELECTROMAGNETICE DIN INDUS

A. *Zona activă I* (fig. 2). Curenţii induşi în lamă produc un cîmp magnetic de reacţie H_r; aplicînd legea circuitului magnetic pe contururile Γ_2 şi Γ_3 (fig. 2), se obţin relaţiile de legătură dintre densitatea de curent din indus şi cîmpul magnetic de reacţie generat de aceasta :

$$\frac{\partial B_r}{\partial x} = -\frac{\mu_0 \Delta}{\delta} J_y, \tag{8}$$

$$\frac{\partial B_r}{\partial y} = \frac{\mu_0 \Delta}{\delta} J_x. \tag{9}$$

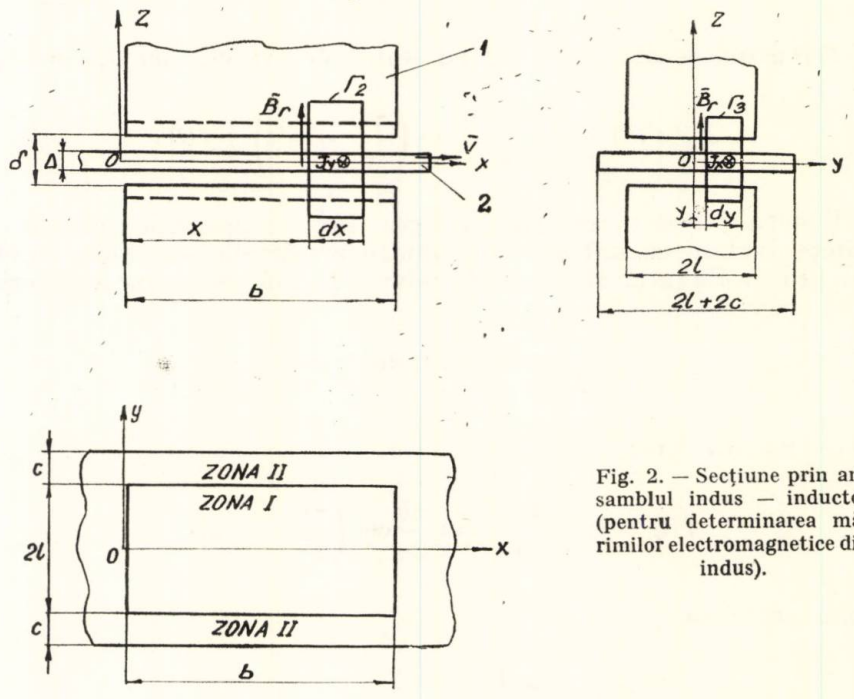


Fig. 2. — Secţiune prin ansamblul indus — inductor (pentru determinarea mărimilor electromagnetice din indus).

Deoarece cîmpul rezultant din întrefier se obţine din superpoziţia cîmpului de excitaţie şi a cîmpului de reacţie :

$$\bar{B} = \bar{B}_\delta + \bar{B}_r, \tag{10}$$

utilizînd legea inducţiei electromagnetice, rezultă

$$\text{rot}\, \boldsymbol{J} = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \overline{B}_\delta}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\boldsymbol{B}}_r}{\partial t}\right). \tag{11}$$

Din relaţiile (8), (9) şi (11) şi din legea fluxului magnetic se obţine ecuaţia satisfăcută de $\overline{\boldsymbol{B}}_r$:

$$\Delta \overline{\boldsymbol{B}}_r - \frac{k^2}{\omega^2}\frac{\partial \overline{B}_r}{\partial t} = \frac{k^2}{\omega^2}\frac{\partial \overline{B}_\delta}{\partial t}, \tag{12}$$

în care

$$\omega = s\omega' = 2\pi s f, \tag{13}$$

$$k^2 = \frac{\mu_0 \omega \Delta}{\delta \rho}; \tag{14}$$

Deoarece mărimile J_x, J_y, B_δ şi B_r variază armonic în timp, integrăm ecuaţiile (8), (9) şi (12) în complex, scriindu-le deci sub forma

$$\dot{J}_y = -\frac{\delta}{\mu_0 \Delta}\frac{\partial \dot{B}_r}{\partial x}, \tag{8'}$$

$$\dot{J}_x = \frac{\delta}{\mu_0 \Delta}\frac{\partial \dot{B}_r}{\partial y}, \tag{9'}$$

$$\frac{\partial^2 \dot{B}_r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{B}_r}{\partial y^2} + jk^2 \dot{B}_r = -jk^2\left(B'_{\delta_m} e^{j\frac{\pi x}{\tau}} - \dot{B}''_{\delta_m}\right). \tag{12'}$$

B. *Zona II.* În zona II, de sub capetele de bobine, neglijăm cîmpul de excitaţie şi cîmpul magnetic de reacţie. Folosind şi teorema continuităţii liniilor de curent, rezultă că în această zonă densitatea de curent satisface ecuaţia lui Laplace:

$$\Delta \overline{\boldsymbol{J}}' = 0 \tag{15}$$

sau

$$\frac{\partial^2 J'_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 J'_x}{\partial y^2} = 0, \tag{16}$$

$$\frac{\partial^2 J'_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 J'_y}{\partial y^2} = 0. \tag{17}$$

Ecuaţiile (8′), (9′), (12′), (16) şi (17) au ca soluţii mărimile electromagnetice din indus, de forma

$$\dot{B}_r = \dot{B}_\delta'' + \dot{W}\, e^{j\frac{\pi x}{\tau}} + \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{M}_n' \sin \lambda_n x + \dot{N}_n' \cos \lambda_n x)\,(\dot{M}_n'' \operatorname{ch} \dot{\gamma}_n y + \dot{N}_n'' \operatorname{sh} \dot{\gamma}_n y), \tag{18}$$

$$\dot{J}_x = \frac{\delta}{\mu_0 \Delta} \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{M}_n' \sin \lambda_n x + \dot{N}_n' \cos \lambda_n x)\, \dot{\gamma}_n (\dot{M}_n'' \operatorname{sh} \dot{\gamma}_n y + \dot{N}_n'' \operatorname{ch} \dot{\gamma}_n y), \tag{19}$$

$$\dot{J}_y = -\frac{\delta}{\mu_0 \Delta}\left[j\frac{\pi}{\tau} \dot{W}\, e^{j\frac{\pi x}{\tau}} + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n (\dot{M}_n' \cos \lambda_n x + \dot{N}_n' \sin \lambda_n x)\,(\dot{M}_n'' \operatorname{ch} \dot{\gamma}_n y + \dot{N}_n'' \operatorname{sh} \dot{\gamma}_n y)\right], \tag{20}$$

$$\dot{J}_x' = \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{P}_n \operatorname{sh} \lambda_n' y + \dot{Q}_n \operatorname{ch} \lambda_n' y) \sin \lambda_n' x, \tag{21}$$

$$\dot{J}_y' = \sum_{n=1}^{\infty} -(\dot{Q}_n \operatorname{sh} \lambda_n' y + \dot{P}_n \operatorname{ch} \lambda_n' y) \cos \lambda_n' x \tag{22}$$

(vezi anexa de calcul), unde s-au făcut notaţiile

$$\dot{\gamma}_n^2 = \lambda_n^2 - jk^2, \tag{23}$$

$$\dot{W} = -\frac{k^2}{k^2 + j\frac{\pi^2}{\tau^2}} B_{\delta m}'. \tag{24}$$

Constantele de integrare s-au determinat cu ajutorul următoarelor condiţii la limită şi de continuitate:

$$\dot{J}_x|_{y=0} = 0, \tag{25}$$

$$\dot{J}_y'|_{y=\pm(l+c)} = 0, \tag{26}$$

$$\dot{J}_x|_{y=\pm l} = \dot{J}_x'|_{y=\pm l}, \tag{27}$$

$$\dot{J}_y|_{y=\pm l} = \dot{J}_y'|_{y=\pm l} \tag{28}$$

(vezi anexa de calcul), și s-au obținut pentru $\dot{B}_r$ și $\dot{J}_y$ expresiile

$$\dot{B}_r = \dot{B}_\delta'' + \dot{W}\,e^{j\lambda x} - j\dot{W}\,\frac{1}{\operatorname{ch}\dot{\gamma}l + \frac{\dot{\gamma}}{\lambda}\operatorname{sh}\dot{\gamma}l\,\operatorname{th}\lambda c}\,\sin\lambda x\,\operatorname{ch}\dot{\gamma}y, \tag{29}$$

$$\dot{J}_y = \frac{\delta\lambda}{\mu_0\Delta}\,j\dot{W}\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\dot{\gamma}l + \frac{\dot{\gamma}}{\lambda}\operatorname{sh}\dot{\gamma}l\,\operatorname{th}\,\lambda c}\cos\lambda x\,\operatorname{ch}\dot{\gamma}y - e^{j\lambda x}\right). \tag{30}$$

2.4. CALCULUL FORȚEI DEZVOLTATE DE MOTOR

Din motive de simetrie, forța care se exercită asupra indusului din modelul de calcul considerat are componentă nenulă numai după axa Ox și lama este antrenată deci în această direcție. Calculul forței se face cu ajutorul formulei

$$F = \frac{\Delta}{2}\,\mathrm{Re}\left\{\int_{y=-l}^{y=l}\int_{x=0}^{x=b}\dot{J}_y\,\dot{B}_\delta^*\,dx\,dy\right\} \tag{31}$$

(vezi anexa de calcul), care conduce la expresia

$$F = \frac{lb\rho}{2\tau\Delta}\,A_m^2\,\frac{sf}{(sf)^2 + \left(\frac{\pi\rho\delta}{2\mu_0\Delta\tau^2}\right)^2}\,\mathrm{Re}\left\{\left(1 + j\frac{k^2}{\lambda^2}\right)\left[\left(1 -\right.\right.\right.$$

$$-\frac{1}{2}\,\frac{\frac{\operatorname{sh}\gamma l}{\dot{\gamma}l}}{\operatorname{ch}\dot{\gamma}l + \frac{\dot{\gamma}}{\lambda}\operatorname{sh}\dot{\gamma}l\,\operatorname{th}\lambda c}\right)\left(1 - e^{j\frac{\lambda b}{2}}\left(\frac{\sin\frac{\lambda b}{2}}{\frac{\lambda b}{2}}\right)^2\right) +$$

$$+\frac{1}{2}\,\frac{\frac{\operatorname{sh}\dot{\gamma}l}{\dot{\gamma}l}}{\operatorname{ch}\dot{\gamma}l + \frac{\dot{\gamma}}{\lambda}\operatorname{sh}\dot{\gamma}l\,\operatorname{th}\lambda c}\left(e^{j\frac{\lambda b}{2}}\,\frac{\sin^2\frac{\lambda b}{2}}{\frac{\lambda^2 b^2}{4}} - e^{j\lambda b}\,\frac{\sin\lambda b}{\lambda b}\right)\right]\Bigg\}. \tag{32}$$

Folosind notaţiile

$$G' = \frac{2\mu_0 \Delta \tau^2}{\pi \rho \delta}, \tag{33}$$

$$L\left(\frac{c}{\tau}\right) = \mathrm{Re}\left\{\left(1 + j\frac{k^2}{\lambda^2}\right)\left[\left(1 - \frac{1}{2}\,\frac{\mathrm{sh}\,\dot{\gamma}l/\dot{\gamma}l}{\mathrm{ch}\,\dot{\gamma}l + \frac{\dot{\gamma}}{\lambda}\mathrm{sh}\,\dot{\gamma}l\,\mathrm{th}\,\lambda c}\right)\times\right.\right.$$

$$\times\left(1 - \mathrm{e}^{j\frac{\lambda b}{2}}\,\frac{\sin^2\frac{\lambda b}{2}}{\frac{\lambda^2 b^2}{4}}\right) + \frac{1}{2}\,\frac{\frac{\mathrm{sh}\,\dot{\gamma}l}{\dot{\gamma}l}}{\mathrm{ch}\,\dot{\gamma}l + \frac{\dot{\gamma}}{\lambda}\mathrm{sh}\,\dot{\gamma}l\,\mathrm{th}\,\lambda c}\times$$

$$\left.\left.\times\left(\mathrm{e}^{j\frac{\lambda b}{2}}\,\frac{\sin^2\frac{\lambda b}{2}}{\lambda^2 b^2/4} - \mathrm{e}^{j\lambda b}\,\frac{\sin\lambda b}{\lambda b}\right)\right]\right\}, \tag{34}$$

relaţia (32) se mai poate scrie şi sub forma

$$F = \frac{lb\rho}{2\tau\Delta}\,A_m^2\,\frac{sf}{(sf)^2 + \frac{1}{G'^2}}\left[1 - L\left(\frac{c}{\tau}\right)\right], \tag{35}$$

unde $L\left(\frac{c}{\tau}\right)$ constituie o măsură a reducerii forţei dezvoltate de motor datorită efectului de stator plan scurt şi a efectului de capăt transversal.

În cazul în care lungimea inductorului este un număr întreg de dubli paşi polari ($b = 2p\,\tau$), expresia (34) se simplifică :

$$L\left(\frac{c}{\tau}\right) = \mathrm{Re}\left\{\left(1 + \frac{k^2}{\lambda^2}j\right)\left(1 - \frac{1}{2}\,\frac{\frac{\mathrm{sh}\,\dot{\gamma}l}{\dot{\gamma}l}}{\mathrm{ch}\,\dot{\gamma}l + \frac{\dot{\gamma}}{\lambda}\mathrm{sh}\,\dot{\gamma}l\,\mathrm{th}\,\frac{\pi}{\tau}c}\right)\right\}, \tag{36}$$

iar forţa se poate calcula cu formula

$$F = F_0\left[1 - L\left(\frac{c}{\tau}\right)\right], \tag{37}$$

unde

$$F_0 = \frac{lb\rho}{2\tau\Delta} A_m^2 \frac{sf}{(sf)^2 + \dfrac{1}{G'^2}}. \tag{38}$$

Semnificaţia mărimilor F_0 şi $L(c/\tau)$ rezultă imediat din relaţia

$$\lim_{\substack{l\to\infty \\ c\to\infty}} L\left(\frac{c}{\tau}\right) = 0, \tag{39}$$

deci $F = F_0$, care conduce la concluzia că F_0 reprezintă forţa dezvoltată de motor cînd liniile de curent indus sînt paralele cu direcţia conductoarelor statorice, iar factorul $\left[1 - L\left(\dfrac{c}{\tau}\right)\right]$ efectuează reducerea forţei consecutive curburii liniilor de curent, determinată de lăţimea finită a indusului.

3. CALCULUL REZISTENŢEI ECHIVALENTE DE FAZĂ A INDUSULUI

Pentru calculul rezistenţei echivalente de fază a indusului se folosesc următoarele relaţii : expresia forţei dezvoltate în motor în funcţie de pierderile rotorice :

$$F = \frac{m_1 R_2' I_2'^2}{2\tau sf}, \tag{40}$$

în care R_2' reprezintă rezistenţa echivalentă de fază a indusului raportată la primar, iar I_2' curentul indus raportat la înfăşurarea primară, apoi expresia (37) a forţei dezvoltate de motor în funcţie de pătura de curent primară în cazul $b = 2p\tau$, şi amplitudinea medie a undei progresive directe a inducţiei de reacţie (B_2) în funcţie de curentul indus, care are expresia cunoscută din teoria maşinilor electrice clasice :

$$B_2 = \frac{m_1 w_1 k_{w_1} \mu_0 \sqrt{2}\, I_2'}{\pi p \delta''}, \tag{41}$$

valoare obţinută prin medierea în raport cu variabila y pe intervalul $(-l, l)$ a undei alunecătoare directe din inducţia de reacţie (B_{rd}). Cum

$$B_{rd} = \dot{W} e^{j\lambda x}\left[1 - \frac{1}{2} \frac{1}{\operatorname{ch}\dot{\gamma} l + \dfrac{\dot{\gamma}}{\lambda} \operatorname{sh}\dot{\gamma} l \operatorname{th}\lambda c} \operatorname{ch}\dot{\gamma} y\right], \tag{42}$$

rezultă

$$B_2 = \frac{sf}{\sqrt{(sf)^2 + \frac{1}{G'^2}}} \frac{\mu_0 \tau A_m}{\pi \delta} \left| 1 - \frac{1}{2} \frac{\operatorname{sh} \dot{\gamma} l}{\dot{\gamma} l} \frac{1}{\operatorname{ch} \dot{\gamma} l + \frac{\dot{\gamma}}{\lambda} \operatorname{sh} \quad l \operatorname{th} \lambda c} \right|^2 . \quad (43)$$

Din relaţiile (40), (41), (43) rezultă următoarea expresie a rezistenţei R'_2:

$$R'_2 = m_1 (w_1 k_{w_1})^2 \frac{2\rho(2l)}{p\tau\Delta} \frac{1 - L\left(\frac{c}{\tau}\right)}{\left| 1 - \frac{1}{2} \frac{\operatorname{sh} \dot{\gamma} l}{\dot{\gamma} l} \frac{1}{\operatorname{ch} \dot{\gamma} l + \frac{\dot{\gamma}}{\lambda} \operatorname{sh} \dot{\gamma} l \operatorname{th} \frac{\pi}{\tau} c} \right|^2} . \quad (44)$$

Introducînd notaţia

$$K_R = \frac{1 - L\left(\frac{c}{\tau}\right)}{\left| 1 - \frac{1}{2} \frac{\operatorname{sh} \dot{\gamma} l}{\dot{\gamma} l} \frac{1}{\operatorname{ch} \dot{\gamma} l + \frac{\dot{\gamma}}{\lambda} \operatorname{sh} \dot{\gamma} l \operatorname{th} \frac{\pi}{\tau} c} \right|^2} , \quad (45)$$

se obţine pentru rezistenţa echivalentă de fază a indusului relaţia

$$R'_2 = m_1 (w_1 k_{w_1})^2 \frac{2\rho(2l)}{p\tau\Delta} K_R . \quad (46)$$

4. INTERPRETAREA FORMULELOR DE CALCUL OBŢINUTE

4.1. EFECTUL DE STATOR PLAN SCURT

Efectul de stator plan scurt constă în apariţia unei unde de excitaţie staţionare, care, suprapunîndu-se undei de excitaţie progresive directe, determină o modulare a amplitudinii acesteia [1], [2]:

$$B_\delta = \frac{\mu_0 A_m \tau}{\pi \delta} \cos\left(\frac{\pi x'}{\tau} - \omega' t\right) + \frac{2\mu_0 A_m \tau^2}{\pi^2 \delta b} \sin\frac{\pi b}{2\tau} \cos\left(\frac{\pi b}{2\tau} - \omega' t\right).$$

Acest fenomen este cauzat de existenţa unui stator plan de lungime finită. Principalele consecinţe ale lui sînt următoarele : sistemul de curenţi de fază şi sistemul tensiunilor de fază sînt nesimetrice (punctul neutru este deplasat); există o circulaţie de puteri active între faze prin intermediul cîmpului electromagnetic; fluxurile dentare nu formează un sistem simetric şi deci dinţii statorici nu sînt solicitaţi din punct de vedere magnetic în mod uniform.

Pentru a reduce modulația cîmpului magnetic progresiv se apelează la înfășurări speciale, nesimetrice din punct de vedere constructiv, dar care realizează o mai bună simetrie electromagnetică.

4.2. CÎMPUL DE REACȚIE PROGRESIV INVERS

Efectul de capăt transversal a făcut obiectul multor studii teoretice. În general se admite ca ipoteză de calcul că mărimile electromagnetice din întrefier au expresii de forma $a = A \sin\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau}\right)$, deci că sînt unde alunecătoare directe.

În lucrarea de față, calculele efectuate confirmă numai în parte această ipoteză. Ele conduc la următoarea expresie a inducției magnetice de reacție :

$$\dot{B}_r = \dot{B}_\delta'' + \dot{W}\, e^{j\lambda x} + \dot{M}_1 \sin \lambda x \operatorname{ch} \dot{\gamma} y$$

sau

$$\dot{B}_r = \dot{B}_\delta'' + \dot{W}\, e^{j\lambda x} + \frac{\dot{M}_1}{2j} e^{j\lambda x} \operatorname{ch} \dot{\gamma} y - \frac{\dot{M}_1}{2j} e^{-j\lambda x} \operatorname{ch} \dot{\gamma} y,$$

din care rezultă pentru structura cîmpului de reacție concluziile următoare : există o undă alunecătoare directă de amplitudine $\left| \dot{W} + \frac{\dot{M}_1}{2j} \operatorname{ch} \dot{\gamma} y \right|$, corespunzătoare undei alunecătoare inductoare ; există o undă pulsatorie de amplitudine $|\dot{B}_\delta''|$, corespunzătoare componentei pulsatorii a cîmpului de excitație, care se anulează odată cu aceasta cînd $b = 2p\tau$; există și o undă alunecătoare inversă de amplitudine $\left| \frac{\dot{M}_1}{2} \operatorname{ch} \dot{\gamma} y \right|$.

Deși ipoteza amintită mai sus a existenței în întrefier numai a undelor alunecătoare directe conduce la rezultate compatibile cu condițiile la limită și de continuitate, totuși admiterea ei duce la neglijarea în calcule a undei inverse a inducției de reacție, care induce în înfășurarea de excitație tensiuni electromotoare și deci curenți care, fără să contribuie la producerea forței, măresc pierderile în primar și deci înrăutățesc randamentul mașinii.

4.3. STUDIUL DEPENDENȚEI CARACTERISTICII FORȚĂ-ALUNECARE DE DIMENSIUNILE PORȚIUNILOR DE INDUS DIN ZONA CAPETELOR DE BOBINĂ

În timp ce în indusul clasic în colivie impedanța mare dintre bare determină căi de curent de forma unor paralelograme, în rotorul-pătură al motorului liniar numai capetele păturii și constrîngerile impuse de prezența oțelului statoric restrîng curgerea naturală a curentului.

Forma liniilor de curent se poate stabili cu ajutorul funcţiilor de punct J_x şi J_y. Figurile 3, 4 şi 5 indică forma generală a liniilor de curent din indus.

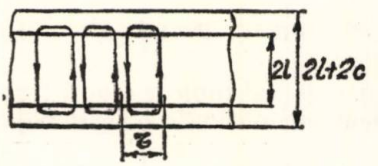


Fig. 3. — Forma generală a liniilor densităţii de curent din indus pentru $\tau/l < 1$.

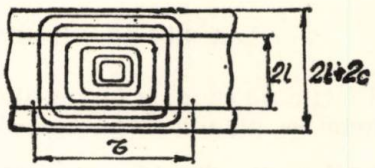


Fig. 4. — Forma generală a liniilor densităţii de curent din indus pentru $\tau/l > 1$.

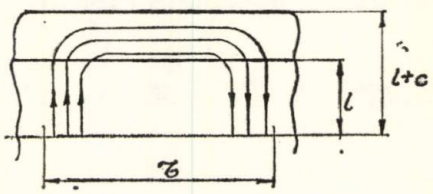


Fig. 5. — Forma generală a liniilor densităţii de curent din indus pentru valori mari ale dimensiunii c.

La lăţimi l mai mari decît pasul polar, liniile densităţii de curent sînt aproape peste tot în zona activă a indusului, perpendiculare pe direcţia mişcării indusului. Ca urmare, pe unităţile de lungime ale liniei de curent se dezvoltă forţe Laplace aproximativ egale între ele şi egale cu forţa ce s-ar dezvolta pe unitatea de lungime a liniei de curent cînd $l \to \infty$. Acesta este cazul motorului de mică viteză; la viteze mici, pasul polar este mic şi, cum mărimea suprafeţei inductoare este determinată în esenţă de puterea motorului, rezultă că pentru o putere dată micşorarea lui τ se compensează prin creşterea lui l.

În practică, interesează motoarele liniare de mare viteză la care pasul polar este cel puţin egal cu l. La aceste motoare, depăşirea unilaterală ϱ trebuie aleasă cu multă grijă, deoarece, dacă dimensiunea ϱ este mică, curbura liniilor de curent în zona activă este însemnată şi, cum la producerea forţei utile contribuie numai J_y, forţa dezvoltată în punctele periferice ale lamei-indus scade; pe de altă parte, dacă ϱ este mare, liniile de curent se extind în prea mică măsură. Spre marginea benzii conductoare deci există material neutilizat, consecinţele economice fiind importante pentru indusuri de lungimi mari (cum sînt şinele de cale ferată). Rezultă ca primă concluzie că valoarea lui ϱ trebuie să fie suficient de mare pentru a permite „îndreptarea" liniilor de curent, dar şi suficient de mică pentru ca materialul să fie bine utilizat.

Problema determinării parametrului constructiv ϱ al maşinii este deci o problemă deosebit de importantă. Ea implică:

— determinarea dependenţei forţei de depăşirea unilaterală ϱ;

— adoptarea unui criteriu care să decidă valoarea optimă a dimensiunii ϱ.

Criteriul de optimizare adecvat îl constituie criteriul cheltuielilor minime pentru obținerea unității de forță. Matematic, criteriul enunțat înseamnă determinarea variației costului motorului cu parametrul ϱ și aflarea valorii lui ϱ corespunzătoare minimului funcției. Pentru aceasta însă trebuie cunoscută o serie de date referitoare la intensitatea traficului pe linie, la puterea instalată necesară, la lungimea liniei și la caracterul producției de motoare liniare. Astfel de estimări sînt greu de făcut la ora actuală și de aceea criteriul de optimizare al parametrului ϱ rămîne o problemă în studiu. În cele de urmează, apreciem valoarea optimă a parametrului ϱ pe baza considerentelor legate de performanțele de tracțiune ale motorului. Astfel, dimensiunea optimă pentru zona indusului de sub capetele de bobine se va alege cu ajutorul curbei $F = f(\varrho)$ (unde F reprezintă forța de tracțiune a motorului), considerîndu-se ca valoare optimă a dimensiunii ϱ valoarea pentru care creșterea în continuare a forței devine nesemnificativă.

5. DETERMINAREA UNOR CARACTERISTICI ȘI PARAMETRI AI MOTORULUI LINIAR

Teoria motorului liniar asincron cu indusul în formă de bandă prezentată mai sus permite deducerea unor relații importante pentru aprecierea performanțelor motorului și pentru proiectarea lui. Determinăm mai departe forța dezvoltată de motor cu ajutorul relației (37), rezistența echivalentă pe fază a indusului-bandă, factorul de calitate al mașinii, caracteristica de tracțiune a motorului și caracteristica necesară determinării parametrului ϱ optim, $F = f\left(\frac{c}{\tau}\right)$, pentru un motor asincron liniar de 30 kW, tensiunea nominală 500 V și viteza 120 km/h (ca model de calcul).

a) Bazele de calcul ale determinării rezistenței echivalente pe fază a indusului au fost enunțate anterior. A rezultat

$$R'_2 = R'_{20} K_R ,$$

în care

$$R'_{20} = m_1 (w_1 k_{w_1})^2 \frac{2\rho(2l)}{p\Delta\tau}$$

și

$$K_R = \left[1 - L\left(\frac{c}{\tau}\right)\right] \left| 1 - \frac{1}{2} \frac{\operatorname{sh} \dot{\gamma} l}{\dot{\gamma} l} \frac{1}{\operatorname{ch} \dot{\gamma} l + \frac{\dot{\gamma}}{\lambda} \operatorname{sh} \dot{\gamma} l \operatorname{th} \frac{\pi}{\tau} c} \right|^{-2} .$$

La lăţimi obişnuite ale indusului, capetele benzii şi constrîngerile impuse de prezenţa armăturii statorice determină o creştere a rezistenţei cu factorul k_R supraunitar. Rezultă deci că în schema echivalentă a motorului, datorită efectului de capăt transversal de care se ţine seamă prin intermediul coeficientului $K_R > 1$, rezistenţa R'_2 se majorează în cazul motorului liniar cu factorul K_R faţă de rezistenţa R'_{20} din cazul motorului asincron liniar ideal.

Din relaţiile (45) şi (46) rezultă că pentru motorul de 30 kW considerat mai sus rezistenţa echivalentă pe fază a indusului are valoarea de 1,54 Ω, corespunzătoare unui factor de majorare al rezistenţei $K_R = 2{,}42$.

b) Factorul de calitate al maşinii are expresia

$$G = \frac{X_m}{R'_{20}}, \tag{47}$$

dedusă fără dificultate din schema echivalentă a motorului.

Semnificaţia sa fizică este următoarea: constanta de timp a circuitului secundar are expresia

$$T = \frac{L_u}{R'_2/s} = \frac{X_m}{R'_{20}} \frac{1}{2\pi f K_R}, \tag{48}$$

deci

$$G = 2\pi f K_R T. \tag{49}$$

Rezultă că factorul de calitate este o mărime proporţională cu constanta de timp a circuitului secundar.

Se constată că atenuarea fenomenului de margine de intrare reclamă un factor de calitate G mic; de altă parte, factorul de putere al motorului:

$$\cos \varphi = \frac{sG}{\sqrt{1 + (sG)^2}},$$

reclamă un factor de calitate mare.

Calculele şi experienţa arată că cele două cerinţe contradictorii sînt satisfăcute optim pentru $G = 20...30$ [5], [6]. Avînd în vedere că valoarea lui G este determinată la frecvenţă şi viteză date (adică la un pas polar dat), precum şi la ρ dat (impus de necesităţile economice), de raportul $\frac{\Delta}{\rho}$, rezultă că alegerea mărimii G în intervalul 20—30 depinde de valoarea acestui factor constructiv al motorului.

Pentru motorul considerat ca exemplu rezultă $G = 25{,}8$.

c) Caracteristica de tracţiune a motorului s-a trasat utilizînd relaţiile (37)—(39). Datorită volumului mare de calcule, s-a recurs la pro-

gramarea pe calculator. S-a ridicat astfel curba $F = f(s)$ pentru valori ale alunecării s a mașinii cuprinse în intervalul [0,1] (fig. 6). Caracteristica rezultată reflectă calitățile de tracțiune bune ale acestui tip de motor.

d) Pentru a deduce valoarea optimă a parametrului $\frac{c}{\tau}$, s-au trasat curbele $L = f\left(\frac{c}{\tau}\right)$ și $\frac{F}{F_0} = f\left(\frac{c}{\tau}\right)$, care permit aprecierea valorii optime a dimensiunii c a lamei indus corespunzătoare zonei de sub capetele de bobine.

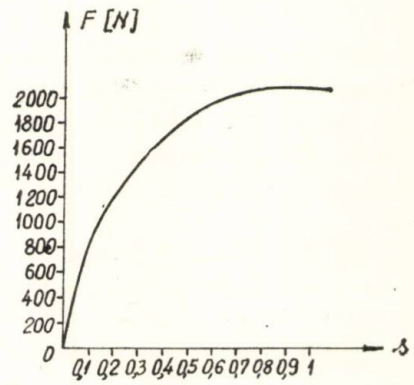


Fig. 6. — Caracteristica de tracțiune a motorului.

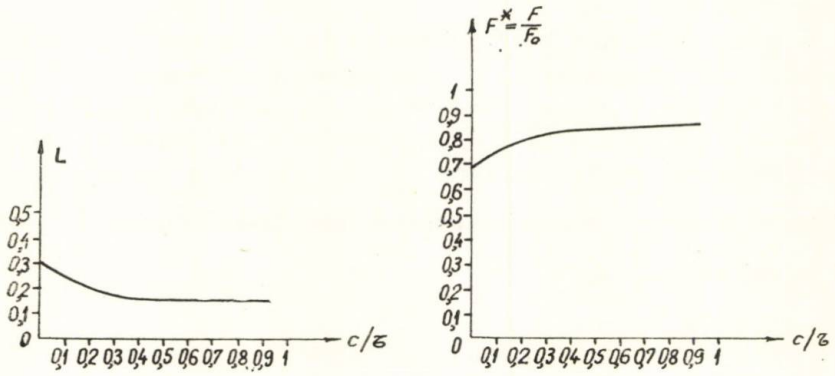


Fig. 7. — Dependența factorului L, respectiv a forței raportate F/F_0, de raportul c/τ.

Curbele trasate (fig. 7) pe baza programării pe calculator dau posibilitatea determinării valorii parametrului $\frac{c}{\tau}$ pe baza criteriului stabilit anterior de obținere a creșterii maxime economice a forței de tracțiune. Se poate observa că realizarea unui indus pentru motorul ales cu $\frac{c}{\tau} = 0{,}4$ duce la o creștere a forței de tracțiune F cu 14% față de valoarea F_0 corespunzătoare unei dimensiuni $c = 0$. Creșterea în continuare a para-

metrului $\frac{c}{\tau}$ este neeconomică, deoarece creşterea forţei devine neimportantă faţă de cheltuielile suplimentare impuse de creşterea lăţimii indusului.

O valoare apropiată a acestui parametru, şi anume $\frac{p}{\pi}$, a fost obţinută în [4].

6. CONCLUZII

Studiul teoretic al motorului liniar bazat pe integrarea ecuaţiilor lui Maxwell, folosind modelul de calcul descris anterior, a condus la determinarea unor caracteristici şi parametri ai maşinii necesari proiectării sale.

Ţinîndu-se seama de efectul de capăt transversal, s-a putut obţine o evaluare suficient de precisă a influenţei sale asupra caracteristicilor maşinii.

Utilizînd modelul teoretic expus, s-au determinat parametrii unui motor considerat ca model şi s-au trasat cîteva caracteristici importante, dîndu-se posibilitatea unor confruntări cu rezultatele obţinute anterior.

Deosebit de utilă pentru proiectare este posibilitatea aprecierii valorii optime a dimensiunii c a indusului, corespunzătoare zonei de sub capetele de bobine.

Majorarea rezistenţei echivalente pe fază a indusului datorită efectului de capăt transversal s-a evaluat prin introducerea factorului K_R, care are o valoare ce nu permite neglijarea lui fără a introduce erori mari.

De asemenea calculul forţei motorului ţinînd cont de efectul de capăt transversal permite o apreciere mai exactă a performanţelor de tracţiune ale acestui tip de motor, corecţia introdusă de factorul $\left[1 - L\left(\frac{c}{\tau}\right)\right]$ fiind destul de însemnată.

ANEXĂ DE CALCUL

1. INTEGRAREA ECUAŢIEI

$$\frac{\partial^2 \dot{B}_r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{B}_r}{\partial y^2} + jk^2 \dot{B}_r = - jk^2 (B'_{\delta m} e^{j\frac{\pi x}{\tau}} - \dot{B}''_{\delta m}). \qquad (A.1)$$

Ecuaţia este liniară, neomogenă, cu derivate parţiale. Soluţia generală este o sumă de doi termeni :

— soluţia particulară a ecuaţiei neomogene, $\dot{B}_{r_1}$;

— soluţia generală a ecuaţiei omogene, $\dot{B}_{r_2}$.

Soluția particulară este de forma

$$\dot{B}_{r_1} = \dot{V} + \dot{W} e^{j\frac{\pi x}{\tau}}. \tag{A.2}$$

Constantele complexe se determină prin identificare:

$$\dot{V} = \dot{B}_\delta'', \tag{A.3}$$

$$\dot{W} = -\frac{k^2}{k^2 + j\frac{\pi^2}{\tau^2}} B'_{\delta m}. \tag{A.4}$$

Soluția generală a ecuației omogene:

$$\frac{\partial^2 \dot{B}_{r_2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{B}_{r_2}}{\partial y^2} + jk^2 \dot{B}_{r_2} = 0, \tag{A.5}$$

se determină prin metoda separării variabilelor:

$$\dot{B}_{r_2} = X(x) \cdot Y(y), \tag{A.6}$$

$$Y(y)\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + X(x)\frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} + jk^2 X(x)\, Y(y) = 0,$$

$$\frac{1}{X(x)}\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} = -\frac{1}{Y(y)}\frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} - jk^2 = -\lambda_n^2,$$

$$\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} = -\lambda_n^2 X(x), \tag{A.7}$$

$$\frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} = (\lambda_n^2 - jk^2) Y(y). \tag{A.8}$$

Cu notația

$$\dot{\gamma}_n^2 = \lambda_n^2 - jk^2, \tag{A.9}$$

ecuația (A.8) devine

$$\frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} = \dot{\gamma}_n^2 Y(y). \tag{A.10}$$

Soluţiile ecuaţiilor (7) şi (10) sînt, respectiv,

$$X(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{M}'_n \sin \lambda_n x + \dot{N}'_n \cos \lambda_n x), \tag{A.11}$$

$$Y(y) = \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{M}''_n \operatorname{ch} \dot{\gamma}_n y + \dot{N}''_n \operatorname{sh} \dot{\gamma}_n y). \tag{A.12}$$

Din relaţiile (6), (11), (12) rezultă

$$\dot{B}_{r_2} = \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{M}'_n \sin \lambda_n x + \dot{N}'_n \cos \lambda_n x)(\dot{M}''_n \operatorname{ch} \dot{\gamma}_n y + \dot{N}''_n \operatorname{sh} \dot{\gamma}_n y). \tag{A.13}$$

Soluţia generală a ecuaţiei (1) este deci:

$$\dot{B}_r = \dot{B}''_8 + \dot{W} e^{j\frac{\pi x}{\tau}} + \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{M}'_n \sin \lambda_n x + \dot{N}'_n \cos \lambda_n x)(\dot{M}''_n \operatorname{ch} \dot{\gamma}_n y + \dot{N}''_n \operatorname{sh} \dot{\gamma}_n y). \tag{A.14}$$

2. JUSTIFICAREA CONDIŢIILOR LA LIMITĂ ŞI DE CONTINUITATE

a) $$\dot{J}_x|_{y=0} = 0. \tag{A.15}$$

Simetria problemei determină paritatea funcţiilor în variabila y, fapt exprimat matematic de relaţia (15).

b) $$\dot{J}'_y|_{y=\pm(l+c)} = 0. \tag{A.16}$$

Teorema continuităţii liniilor de curent, scrisă sub formă locală pe suprafaţa $y = l + c$, este

$$\operatorname{div}_s \dot{\boldsymbol{J}}' = 0. \tag{A.17}$$

Relaţia (17) exprimă egalitatea componentelor normale ale lui $\dot{\boldsymbol{J}}'$ la suprafaţa $y = \pm (l + c)$ din indus şi aer; cum în aer $\sigma = 0$ şi deci

$$\dot{J}'_{\text{aer}}|_{y=\pm(l+c)} = 0,$$

rezultă relaţia

c) $$\dot{J}_x|_{y=\pm l} = \dot{J}'_x|_{y=\pm l}. \tag{A.17'}$$

Legea inducției electromagnetice scrisă sub formă locală pe suprafața $y = \pm l$, $\rho \operatorname{rot}_s \dot{\bar{J}} = 0$ exprimă egalitatea componentelor tangențiale ale densității de curent în cele două zone mărginite de suprafața $y = \pm l$, deci matematic relația (17).

d) $$\dot{J}_y|_{y=\pm l} = \dot{J}'_y|_{y=\pm l}. \tag{A.18}$$

Legea conservării sarcinii electrice scrisă sub formă locală pe suprafața $y = \pm l$ este $\operatorname{div}_s \dot{\bar{J}} = j\omega\rho_s$. Conform teoremei relaxației, orice repartiție inițială de sarcini într-un metal se stinge după cîțiva timpi de relaxație $\left(\tau_r = \frac{\varepsilon}{\sigma}\right)$.

Acumulările de sarcini fiind practic imposibile în conductor, rezultă $\rho_s = 0$, deci $\operatorname{div}_s \dot{\bar{J}} = 0$ și deci relația (18).

3. DEDUCEREA RELAȚIEI

$$F = \frac{\Delta}{2} \operatorname{Re}\left\{\int_{y=-l}^{l}\int_{x=0}^{b} \dot{J}_y \dot{B}_\delta^* \, dx \, dy\right\}. \tag{A.19}$$

Forța efectivă instantanee exercitată asupra unității de volum din indus este

$$\bar{f}_v = \bar{J}(t) \times \bar{B}(t). \tag{A.20}$$

Avînd în vedere că

$$\bar{J} = \bar{i} J_x + \bar{j} J_y, \tag{A.21}$$

$$\bar{B} = \bar{k} B, \tag{A.22}$$

rezultă deci pentru densitatea de volum a forței instantanee active (orientată în direcția mișcării, deci a versorului $\bar{i}$) expresia

$$f_{vx}(t) = J_y(t) \cdot b(t). \tag{A.23}$$

Pentru întreaga lamă:

$$F(t) = \Delta \int_{y=-l}^{l}\int_{x=0}^{b} j_y(t)\, b(t)\, dx\, dy. \tag{A.24}$$

Mișcarea lamei în intervalul de timp $nT = \frac{n}{f} = n\frac{2\pi}{\omega}$, în care n este foarte mare, este dictată de forța medie dezvoltată în acest timp:

$$F = \frac{1}{nT}\int_{t=0}^{nT} F(t)\, dt \tag{A.25}$$

sau

$$F = \Delta \frac{1}{n\,T} \int_{t=0}^{nT} \int_{y=-l}^{l} \int_{x=0}^{b} j_y(t)\, b(t)\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y\, \mathrm{d}t. \tag{A.26}$$

Intervertind ordinea de integrare, rezultă

$$F = \Delta \int_{y=-l}^{l} \int_{x=0}^{b} \left[\frac{1}{n\,T} \int_{0}^{nT} j_y(t)\, b(t)\, \mathrm{d}t \right] \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y. \tag{A.27}$$

Funcţiile $j(t)$ şi $b(t)$ au o variaţie armonică şi timp; valoarea medie a produsului lor pe un număr întreg de perioade poate fi exprimat în funcţie de imaginile lor în complex nesimplificat

$$\frac{1}{n\,T} \int_{0}^{nT} j_y(t)\, b(t)\, \mathrm{d}t = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \dot{J}_y\, \dot{B}^* \}, \tag{A.28}$$

deci

$$F = \frac{\Delta}{2} \operatorname{Re} \left\{ \int_{y=-l}^{l} \int_{x=0}^{b} \dot{J}_y\, \dot{B}^*\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y \right\}. \tag{A.29}$$

La producerea forţei contribuind numai inducţia magnetică excitată de înfăşurarea inductoare, formula utilizată va fi

$$F = \frac{\Delta}{2} \operatorname{Re} \left\{ \int_{y=-l}^{l} \int_{x=0}^{b} \dot{J}_y\, \dot{B}_s^*\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y \right\}. \tag{A.30}$$

4. IMPUNEREA CONDIŢIILOR LA LIMITĂ ŞI DE CONTINUITATE

S-a ajuns la următoarele identităţi:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\dot{M}'_n \sin \lambda_n x + \dot{N}'_n \cos \lambda_n x)\, \dot{\gamma}_n\, \dot{N}''_n \equiv 0, \tag{A.31}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} [\dot{Q}_n \operatorname{sh} \lambda'_n(l+c) + \dot{P}_n \operatorname{ch} \lambda'_n(l+c)] \cos \lambda'_n x \equiv 0, \tag{A.32}$$

$$\frac{\delta}{\mu_0 \Delta} \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{M}'_n \sin \lambda_n x + \dot{N}'_n \cos \lambda_n x)\, (\dot{M}''_n \operatorname{sh} \dot{\gamma}_n l + \dot{N}''_n \operatorname{ch} \dot{\gamma}_n l)\, \dot{\gamma}_n \equiv$$

$$\equiv \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{P}_n \operatorname{sh} \lambda'_n l + \dot{Q}_n \operatorname{ch} \lambda'_n l) \sin \lambda'_n x, \tag{A.33}$$

$$\frac{\delta}{\mu_0 \Delta}\left[j\frac{\pi}{\tau}\dot{W}\,e^{j\frac{\pi x}{\tau}} + \sum_{n=1}^{\infty}\lambda_n(\dot{M}'_n\cos\lambda_n x + \dot{N}'_n\sin\lambda_n x)(\dot{M}''_n\,\mathrm{ch}\,\dot{\gamma}_n l + \right.$$

$$\left. + \dot{N}''_n\,\mathrm{sh}\,\dot{\gamma}_n l) \equiv \sum_{n=1}^{\infty}(\dot{Q}_n\,\mathrm{sh}\,\lambda'_n l + \dot{P}_n\,\mathrm{ch}\,\lambda'_n l)\cos\lambda'_n l\right\}. \tag{A.34}$$

Din prima identitate se obține

$$\dot{N}''_n = 0, \text{ pentru } n = 1, 2, 3, \ldots \tag{A.35}$$

Folosind notațiile

$$\dot{M}''_n \cdot \dot{M}'_n = \dot{M}_n, \tag{A.36}$$

$$\dot{N}''_n \cdot \dot{N}'_n = \dot{N}_n, \tag{A.37}$$

identitățile pot fi scrise astfel:

$$\frac{\delta}{\mu_0 \Delta}\sum_{n=1}^{\infty}(\dot{M}_n\sin\lambda_n x + \dot{N}_n\cos\lambda_n x)\,\dot{\gamma}_n\,\mathrm{sh}\,\dot{\gamma}_n l \equiv$$

$$\equiv \sum_{n=1}^{\infty}(\dot{P}_n\,\mathrm{sh}\,\lambda'_n l + \dot{Q}_n\,\mathrm{ch}\,\lambda'_n l)\sin\lambda'_n x, \tag{A.38}$$

$$\frac{\delta}{\mu_0 \Delta}\left[j\frac{\pi}{\tau}\dot{W}\,e^{j\frac{\pi x}{\tau}} + \sum_{n=1}^{\infty}(\dot{M}_n\cos\lambda_n x + \dot{N}_n\sin\lambda_n x)\,\lambda_n\,\mathrm{ch}\,\dot{\gamma}_n l\right] \equiv$$

$$\equiv \sum_{n=1}^{\infty}[\dot{Q}_n\,\mathrm{sh}\,\lambda'_n l + \dot{P}_n\,\mathrm{ch}\,\lambda'_n l]\cos\lambda'_n x. \tag{A.39}$$

Pentru $n = 1$ se obține

$$\lambda_1 = \lambda'_1 = \lambda = \frac{\pi}{\tau}, \tag{A.40}$$

$$\dot{M}_1 = -j\,\dot{W}\frac{1}{\mathrm{ch}\,\dot{\gamma} l + \frac{\dot{\gamma}}{\lambda}\,\mathrm{sh}\,\dot{\gamma} l\,\mathrm{th}\,\lambda c}. \tag{A.41}$$

Pentru $n = 2, 3, 4, \ldots$, rezultă

$$\dot{M}_n = \dot{N}_n = \dot{P}_n = \dot{Q}_n = 0, \tag{A.42}$$

pentru că sistemul de ecuaţii care determină valorile acestor constante este un sistem algebric liniar, omogen, cu determinantul principal diferit de zero.

Cu aceste valori ale constantelor de integrare, mărimile $\dot{B}_r$, $\dot{J}_y$ au ca expresii de calcul relaţiile

$$\dot{B}_r = \dot{B}_\delta'' + \dot{W}\,e^{j\lambda x} - j\dot{W}\,\frac{1}{\operatorname{ch}\dot{\gamma}l + \frac{\dot{\gamma}}{\lambda}\operatorname{sh}\dot{\gamma}l\,\operatorname{th}\lambda c}\sin\lambda x\,\operatorname{ch}\dot{\gamma}y, \tag{A.43}$$

$$\dot{J}_y = \frac{\delta\lambda}{\mu_0\Delta}j\dot{W}\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\dot{\gamma}l + \frac{\dot{\gamma}}{\lambda}\operatorname{sh}\dot{\gamma}l\,\operatorname{th}\lambda c}\cos\lambda x\,\operatorname{ch}\dot{\gamma}y - e^{j\lambda x}\right). \tag{A.44}$$

NOTAŢII

$O'x'y'z'$ — sistemul cartezian de coordonate fix în raport cu inductorul;
$Oxyz$ — sistemul cartezian de coordonate fix în raport cu indusul,
b — lungimea armăturii inductoare;
$2l$ — lăţimea armăturii inductoare;
$2l + 2c$ — lăţimea indusului;
U — valoarea efectivă a tensiunii de alimentare pe fază;
ω' — pulsaţia tensiunii de alimentare;
ρ — rezistivitatea electrică a materialului indusului;
δ — mărimea întrefierului;
Δ — grosimea indusului;
f — frecvenţa tensiunii de alimentare $f = \frac{\omega'}{2\pi}$;
τ — pasul polar al înfăşurării inductoare;
v_s — viteza de sincronism, $v_s = 2f\tau$;
v — viteza indusului;
s — alunecarea indusului $s = \frac{v_s - v}{v_s}$;
ω — pulsaţia mărimilor electromagnetice din indusul maşinii $\omega = s\omega'$;
I_1 — valoarea efectivă a curentului dintr-o fază a înfăşurării inductoare;
A_m — valoarea maximă a păturii de curent;
m_1 — numărul de faze al înfăşurării inductoare;
w_1 — numărul de spire pe fază al înfăşurării inductoare;
k_{w1} — factorul de înfăşurare;
p — numărul de perechi de poli;
J_s — densitatea liniară a pînzei de curent;
B — inducţia magnetică inductoare din întrefier;
J — densitatea de curent din indusul maşinii;
J_x, J_y — componentele densităţii de curent;

B_r — inducția magnetică de reacție;
F — forța dezvoltată de motor;
R_2' — rezistența echivalentă a unei faze a înfășurării secundare raportată la înfășurarea primară;
I_2' — intensitatea curentului echivalent de fază a înfășurării secundare raportat la înfășurarea primară;
R_1 — rezistența echivalentă a unei faze din înfășurarea inductoare;
X_{σ_1} — reactanța de scăpări a unei faze din înfășurarea inductoare;
X_{m_1} — reactanța utilă de magnetizare.

BIBLIOGRAFIE

1. E. R. Laithwaite, *Induction Machines for special Purposes*, Londra, G. Newnes, Ltd., 1966.
2. R. Răduleț, A. Ifrim, *Zugkraft linearer Induktionsmotoren mit Ankerlamelle*, Rev. Roum. Sci. Techn.-Électrotechn. Énerg., **15**, *1*, 3—15, (1970).
3. I. S. Gheorghiu, Al. Fransua, *Tratat de mașini electrice*, vol. III, *Mașini asincrone*, București, Edit. Academiei, 1971.
4. A. Wiart, *Séparation des variables dans l'Étude des courants de moteurs linéaires ou rotatifs à courants de Foucault*, R.G.E., **80**, *1*, 1971.
5. Barwell Laithwaite, *Application of linear induction motors to high-speed transport systems*, PIEE, **116**, *5* (1969).
6. H. Bolton, *Transverse edge effects in sheet-rotor induction motors*, PIEE, **116**, *5* (1969).
7. M. Poloujadoff, J. C. Sabonnadière, *Perfectionnement à la théorie des moteurs d'induction linéaires destinés à la traction*, C.R. Acad. Sc. (B), Paris, **363**, *12* (1966).
8. S. A. Nasar, *Electromagnetic fields and forces in a linear induction motors taking into account edge effects*, PIEE, **116**, *4* (1969).
9. M. Poloujadoff, Ph. Reyx, *Etude théorétique et expérimentale de l'influence des sections de retour sur le fonctionnement des moteurs à induction linéaire à l'inducteur court*, C.R. Acad. Sc. Paris, **363**, *14*, (1966).
10. T. W. Preston, A. B. J. Reece, *Transverse edge effects in linear induction motors*, PIEE, **116**, *6* (1969).

TRANSPUNEREA PE MODELUL DE REGIMURI TRANZITORII A LINIILOR ELECTRICE AERIENE TRIFAZATE

N. GOLOVANOV și CARMEN GOLOVANOV

621.315.1 : 621.3.015.3

Pe baza ecuațiilor de propagare ale liniilor electrice lungi, sînt indicate schema echivalentă și relațiile respective pentru un multipol elementar, necesare studiului pe modelul de regimuri tranzitorii al unei linii trifazate.
Linia electrică este modelată printr-o conexiune în lanț a unor multipoli. Cu ajutorul transformatei Z sînt determinate relațiile de calcul ale modelului de linie.
Comparînd ecuațiile liniilor electrice reale cu ecuațiile deduse pentru modelul de linie, este posibil a determina erorile care intervin la modelarea liniei.

1. INTRODUCERE

Dezvoltarea sistemelor energetice, utilizarea unor tensiuni de valori din ce în ce mai ridicate, creșterea lungimii liniilor de transport și condițiile de siguranță ale funcționării sistemului energetic impun o cunoaștere aprofundată a fenomenelor care au loc în fiecare dintre etapele principale : producere, transport și distribuție a energiei electrice. În acest sens, studiul fenomenelor care conduc la supratensiuni prezintă o importanță deosebită. În cazul liniilor de transport de foarte înaltă tensiune și distanțe de transport relativ mari, supratensiunile care apar în sistem în urma unor modificări voite sau impuse ale configurației sistemului prezintă un interes deosebit, ele avînd o pondere importantă în rezolvarea problemelor legate de coordonarea izolației.

Pentru studiul fenomenelor tranzitorii care conduc la supratensiuni în sistem, sînt utilizate în mod curent : metode de investigare directe prin experimentări în sistem, și metode indirecte, fie prin realizarea unui model matematic al elementelor din sistem și al relațiilor dintre acestea, fie prin reprezentarea elementelor sistemului pe un model de regimuri tranzitorii.

În lucrarea de faţă este analizat unul dintre aspectele importante ale utilizării modelului de regimuri tranzitorii în studiul supratensiunilor interne, şi anume reprezentarea liniei. Modelarea corectă a liniei prezintă o importanţă deosebită în obţinerea unor valori ale supratensiunilor cît mai apropiate de realitate.

2. REPREZENTAREA LINIEI PE MODELUL DE REGIMURI TRANZITORII

Liniile electrice aeriene din punct de vedere electric sînt circuite oscilante cu constante uniform distribuite. Deşi ele prezintă o schemă electrică relativ simplă, care poate fi caracterizată printr-un număr redus de parametri, pot apărea fenomene extrem de complicate care nu pot fi amănunţit studiate decît cu mijloace speciale de calcul. Aceste fenomene prezintă o puternică influenţă asupra alegerii şi funcţionării aparaturii din staţiile sau de pe liniile aeriene [1].

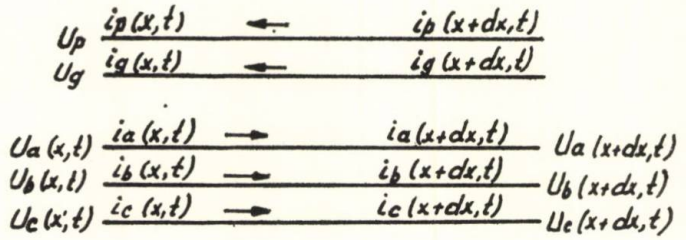
În cazul utilizării modelului de regimuri tranzitorii pentru studiul supratensiunilor, în reprezentarea liniei se impune condiţia principală ca modelul să prezinte practic acelaşi răspuns la frecvenţă ca şi linia reală. În acest sens apare necesar ca pe modelul de linie să fie reproduse corect impedanţa caracteristică, cuplajul dintre faze, durata de propagare şi variaţiile parametrilor liniei în funcţie de frecvenţă [2].

Reprezentarea liniei pe modelul de regimuri tranzitorii se face prin lanţuri de multipoli (cvadripoli în cazul circuitelor monofazate). Această reprezentare a liniei cu elemente uniform distribuite prin lanţuri de multipoli este mai corectă cînd dezvoltarea în serie Fourier a curbelor de tensiune nu conţine componente de înaltă frecvenţă şi cînd linia este modelată printr-un număr pe cît posibil mai mare de multipoli. Dealtfel numărul de multipoli se alege în funcţie de cea mai înaltă armonică ce este de dorit a fi regăsită nedeformată în curba tensiunii determinată pe model. Pentru un număr suficient de cvadripoli apare o deformare neglijabilă a fenomenelor reale. În acest sens, teoria cvadripolilor [3] indică faptul că pot apărea deformări inacceptabile cînd perioada componentelor principale ale fenomenului tranzitoriu este mai mică decît durata de propagare în 15 elemente ale liniei. Se consideră de asemenea [4] că armonicile de frecvenţă $f \cong 0{,}2\, f_0$, unde $f_0 = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}}$ este frecvenţa proprie a unui cvadripol, prezintă deja reduceri inacceptabile.

Ca elemente ale multipolului sînt utilizate în mod obişnuit capacităţi, inductanţe şi rezistenţe pentru modelarea parametrilor corespunzători ai liniei. Una dintre condiţiile importante pentru obţinerea unor performanţe corespunzătoare pe modelul de regimuri tranzitorii este ca toţi multipolii care modelează linia să fie strict identici prin elementele lor, pentru a permite propagarea nedeformată a undelor de supratensiune în punctele de racord ale multipolilor succesivi. Pentru a obţine rezultate corecte pe model, este necesar a transpune nu numai valorile parametrilor corespunzătoare frecvenţei industriale, ci şi legea lor de variaţie cu frecvenţa. În acest sens, bobinele care modelează inductanţele liniei trebuie să prezinte un factor de calitate apropiat de cel al

liniei reale, pentru a obține atenuări ale fenomenelor tranzitorii apropiate de cele reale.

Modelarea liniei prin schema sa trifazată prezintă avantajul esențial al posibilității de a ține seama de cuplajele dintre faze, permite studiul



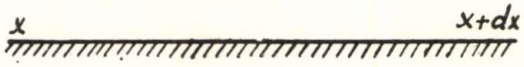


Fig. 1. — Element infinit mic al unei linii trifazate.

comod al influenței momentului de comutație al întreruptorului pe fiecare dintre cele trei faze, precum și luarea în considerație a circuitului de întoarcere prin pămînt. În figura 1 este reprezentat un element infinit mic al unei linii trifazate cu două conductoare de protecție.

În studiul fenomenelor tranzitorii pe linie se utilizează în mod obișnuit ecuațiile de propagare, scrise sub forma matriceală [5]

$$-\frac{\partial[u]}{\mathrm{d}x} = [R][i] + [L]\frac{\partial[i]}{\partial t}, \tag{1}$$

$$-\frac{\partial[i]}{\partial x} = [G][u] + [c]\frac{\partial[u]}{\partial t},$$

unde

$[R]$, $[L]$, $[C]$, $[G]$ reprezintă matrice care conțin rezistențele, inductivitățile, capacitățile și, respectiv, perditanțele lineice (în cazul considerat, aceste matrice sînt pătratice de ordinul 5),

$[u]$ — matricea tensiunilor dintre fiecare conductor și pămînt (o matrice-coloană de ordinul 5),

$[i]$ — matricea curenților din fiecare conductor (o matrice-coloană de ordinul 5).

După cum se știe [6], în cazul liniei cu pierderi, cu conductoare al căror diametru nu permite a se neglija efectul pelicular, și în prezența solului de conductivitate finită, ecuațiile de propagare scrise sub forma (1) pentru valorile instantanee ale mărimilor de linie nu au putut fi demonstrate. Deoarece parametrii liniei depind de frecvență, ecuațiile de pro-

pagare cu parametri lineici constanți pot fi considerate ca fiind valabile doar pentru o frecvență dată, respectiv doar în cazul unui regim armonic permanent. Rezultă deci că, pentru o anumită frecvență f, ecuațiile de propagare pot fi scrise sub forma

$$-\frac{\mathrm{d}[\underline{U}]}{\mathrm{d}x} = [\underline{Z}]\,[\underline{I}],$$

$$-\frac{\mathrm{d}[\underline{I}]}{\mathrm{d}x} = [\underline{Y}]\,[\underline{U}], \tag{2}$$

cu

$$[\underline{Z}] = [R] + j\omega\,[L],$$

$$[\underline{Y}] = j\omega\,[C]. \tag{3}$$

În studiile legate de determinarea supratensiunilor interne, pierderile active transversale și efectul corona nu au un caracter determinant [7]. Putem considera deci $[G] \cong [0]$.

Avînd în vedere că în studiul supratensiunilor prezintă interes în special fenomenele care au loc pe conductoarele active, ecuațiile (2) pot fi scrise numai pentru sistemul tensiunilor și al curenților de fază. În cazul uzual în care conductoarele de protecție sînt legate galvanic la fiecare stîlp, relațiile (2) pot fi scrise sub forma [7]

$$-\frac{\mathrm{d}[\underline{U}_f]}{\mathrm{d}x} = [\underline{Z}'][\underline{I}_f],$$

$$-\frac{\mathrm{d}[\underline{I}_f]}{\mathrm{d}x} = [\underline{Y}']\,[\underline{U}_f], \tag{4}$$

cu

$$[\underline{Z}'] = [\underline{Z}_f] - [\underline{Z}_{fcp}]\,[\underline{Z}_{cp}]^{-1}\,[\underline{Z}_{cpf}], \tag{5}$$

unde

$[\underline{Z}_f]$ este o matrice pătratică de ordinul 3, conținînd impedanțele proprii și mutuale ale celor 3 faze active ale liniei,

$[\underline{Z}_{fcp}]$ — matrice dreptunghiulară cu 3 rînduri și două coloane, conținînd impedanțele mutuale dintre conductoarele active și conductoarele de protecție,

$[\underline{Z}_{cp}]$ — matrice pătratică de ordinul 2, conținînd impedanțele proprii și mutuale ale conductoarelor de protecție,

$[\underline{Z}_{cpf}]$ — matrice dreptunghiulară cu două rînduri și 3 coloane, conținînd impedanțele mutuale dintre conductoarele de protecție și conductoarele active,

iar

$$[\underline{Y}'] = j\omega[C'], \tag{6}$$

cu

$$[\underline{C}'] = [\alpha']^{-1}, \tag{7}$$

unde matricea coeficienților de potențial raportați la conductoarele active $[\alpha']$ este dată de o expresie similară cu (5).

În cazul obișnuit al unei linii cu conductoare dispuse în același plan orizontal, matricea $[\underline{Z}']$ poate fi scrisă sub forma

$$[Z'] = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} & \underline{C} \\ \underline{B} & \underline{D} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{B} & \underline{A} \end{bmatrix}, \tag{8}$$

cu

$$\begin{aligned}
\underline{A} &= \underline{Z}_{aa} - \frac{\underline{Z}_{pp}(\underline{Z}_{ap}^2 + \underline{Z}_{aq}^2) - 2\underline{Z}_{aq}\underline{Z}_{ap}\underline{Z}_{pq}}{Z_{pp}^2 - Z_{pq}^2}, \\
\underline{B} &= \underline{Z}_{ab} - \frac{\underline{Z}_{bp}(\underline{Z}_{pp} - \underline{Z}_{pq})(\underline{Z}_{ap} + \underline{Z}_{aq})}{\underline{Z}_{pp}^2 - \underline{Z}_{pq}^2}, \\
\underline{C} &= \underline{Z}_{ac} - \frac{2\underline{Z}_{ap}\underline{Z}_{aq}\underline{Z}_{pp} - \underline{Z}_{pq}(\underline{Z}_{ap}^2 + \underline{Z}_{aq}^2)}{Z_{pp}^2 - Z_{pq}^2}, \\
\underline{D} &= \underline{Z}_{aa} - \frac{2\underline{Z}_{bp}^2(\underline{Z}_{pp} - \underline{Z}_{pq})}{Z_{pp}^2 - Z_{pq}^2},
\end{aligned} \tag{9}$$

unde indicii a, b, c sînt atașați fazelor active, iar p și q conductoarelor de protecție.

În relațiile (7) s-a avut în vedere că în cazul unei linii cu conductoare dispuse în același plan orizontal sînt valabile următoarele relații :

$$\begin{aligned}
&\underline{Z}_{aa} = \underline{Z}_{bb} = \underline{Z}_{cc}, \\
&\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{ba} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{cb}, \\
&\underline{Z}_{ac} = \underline{Z}_{ca}, \\
&\underline{Z}_{ap} = \underline{Z}_{pa} = \underline{Z}_{cq} = \underline{Z}_{qc}, \\
&\underline{Z}_{aq} = \underline{Z}_{qa} = \underline{Z}_{cp} = \underline{Z}_{pc}, \\
&\underline{Z}_{bp} = \underline{Z}_{pb} = \underline{Z}_{bq} = \underline{Z}_{qb}, \\
&\underline{Z}_{pq} = \underline{Z}_{qp}, \\
&\underline{Z}_{pp} = \underline{Z}_{qq}.
\end{aligned} \tag{10}$$

Matricea coeficienţilor de potenţial poate fi scrisă în acest caz sub forma

$$[\alpha'] = \begin{bmatrix} A' & B' & C' \\ B' & D' & B' \\ C' & B' & A' \end{bmatrix}, \tag{11}$$

în care elementele componente prezintă expresii de forma (9).

În cazul liniei cu conductoare dispuse în acelaşi plan orizontal, avînd în vedere forma (11) a matricei coeficienţilor de potenţial şi ţinînd cont de relaţiile (6) şi (7), se deduce că matricea $[Y']$ este de forma

$$[\underline{Y}'] = \begin{bmatrix} \underline{E} & \underline{F} & \underline{G} \\ \underline{F} & \underline{H} & \underline{F} \\ \underline{G} & \underline{F} & \underline{E} \end{bmatrix}, \tag{12}$$

unde

$$\begin{aligned} \underline{E} &= \frac{j\omega}{2}\left\{\frac{1}{A' - C'} - \frac{D'}{2B'^2 - (A' + C')\,D'}\right\}, \\ \underline{F} &= j\omega\,\frac{B'}{2B'^2 - (A' + C')D'}, \\ \underline{G} &= -\frac{j\omega}{2}\left\{\frac{1}{A' - C'} + \frac{D'}{2B'^2 - (A' + C')\,D'}\right\}, \\ \underline{H} &= -j\omega\,\frac{A' + C'}{2B'^2 - (A' + C')\,D'}. \end{aligned} \tag{13}$$

Avînd în vedere ecuaţiile de propagare scrise sub forma (4), rezultă ecuaţia de propagare de ordinul 2 de forma

$$\frac{\mathrm{d}^2[\underline{U}_f]}{\mathrm{d}x^2} = [\underline{Z}'][\underline{Y}'][\underline{U}_f], \tag{14}$$

sau

$$\frac{\mathrm{d}^2[\underline{U}_f]}{\mathrm{d}x^2} - [\underline{\gamma}^2][\underline{U}_f] = [0], \tag{15}$$

unde matricea $[\underline{\gamma}^2]$ este de forma

$$[\underline{\gamma}^2] = [\underline{Z}'][\underline{Y}'] = \begin{bmatrix} \underline{a} & \underline{d} & \underline{c} \\ \underline{b} & \underline{e} & \underline{b} \\ \underline{c} & \underline{d} & \underline{a} \end{bmatrix}, \tag{16}$$

cu

$$\begin{aligned} \underline{a} &= \underline{AE} + \underline{BF} + \underline{CG}, \\ \underline{b} &= \underline{BE} + \underline{DF} + \underline{BG}, \\ \underline{c} &= \underline{CE} + \underline{BF} + \underline{AG}, \\ \underline{d} &= \underline{AF} + \underline{BH} + \underline{CF} \\ \underline{e} &= \underline{BF} + \underline{DH} + \underline{BF}. \end{aligned} \tag{17}$$

Pentru a evita dificultăţile de rezolvare matematică a ecuaţiei matriceale (15) cu elemente cuplate (după cum se vede, matricea $[\gamma^2]$ nu este diagonală), se caută o transformare în care este posibilă decuplarea fazelor. În cazul liniilor care prezintă o simetrie de tip Fortesque (linii pentru care toate elementele diagonale ale matricelor $[\underline{Z}_f]$ şi $[\underline{Y}_f]$ sînt egale între ele şi toate elementele nediagonale ale acestor matrice sînt egale între ele) se poate aplica metoda componentelor simetrice. Matricea de transformare se obţine, în cazul general al unei linii n-fazate, cu vectori de ordinul n compuşi din rădăcinile de ordinul n ale unităţii. Se obţine astfel o decuplare a fazelor, valorile tensiunilor $\underline{U}_{sk}$ şi ale curenţilor $\underline{I}_{sk}$ în sistemul de componente simetrice fiind date de relaţiile [9]

$$\begin{aligned} \underline{U}_{sk} &= \frac{1}{n} \sum_{m=1}^{n} e^{-2\pi j \frac{(m-1)k}{n}} \cdot \underline{U}_{fm}, \\ \underline{I}_{sk} &= \frac{1}{n} \sum_{m=1}^{n} e^{-2\pi j \frac{(m-1)}{n}} \cdot \underline{I}_{fm} \quad (k = 0, 1, 2, \ldots, n-1). \end{aligned} \tag{18}$$

În cazul general al liniilor care nu prezintă o simetrie de tip Fortesque, este posibil a adopta în scopul decuplării fazelor unei linii multifilare metoda componentelor modale [10]—[15]. În acest sens, ecuaţia matriceală (15) se scrie sub forma

$$\frac{d^2 [\underline{U}_m]}{dx^2} - [\underline{\nu}^2] [\underline{U}_m] = [0], \tag{19}$$

cu

$$[\underline{U}_f] = [T] [\underline{U}_m], \tag{20}$$

unde matricea $[T]$ este matricea de transformare în sistemul de componente modale şi urmează a fi determinată din condiţia ca matricea $[\underline{\nu}^2]$ să fie diagonală, cu

$$[\underline{\nu}^2] = [T]^{-1} [\underline{\gamma}^2] [T]. \tag{21}$$

Avînd în vedere forma relaţiei (15) şi ţinînd cont de condiţia ca matricea $[\underline{\nu}^2]$ să fie o matrice diagonală, se deduce [16], [17] că matricea $[\underline{\nu}^2]$ se construieşte cu valorile proprii ale matricei $[\gamma^2]$, iar matricea $[T]$

se construieşte cu vectori proporţionali cu vectorii proprii ai matricei $[\underline{\gamma}^2]$. Determinarea elementelor matricei $[\underline{\nu}^2]$, precum şi a elementelor matricei de transformare $[T]$, se face după metodica următoare [18]:

a) se rezolvă ecuaţia de ordinul n (în cazul general) în λ:

$$\det([\underline{\gamma}^2] - \lambda[1]) = 0, \tag{22}$$

obţinîndu-se astfel cele n valori proprii ale matricei $[\underline{\gamma}^2]$, respectiv $[\underline{\nu}^2]$;

b) se rezolvă pentru fiecare valoare a lui k ($k = 1, 2, \ldots, n$) sistemul de ecuaţii în t:

$$([\underline{\gamma}^2] - \lambda_k[1])[t_i] = [0] \quad (i = 1, 2, \ldots, n), \tag{23}$$

în care $[t_i]$ este o matrice-vector de ordin n;

c) se compune matricea de transformare $[T]$ cu vectori proporţionali cu vectorii $[t_i]$ determinaţi mai sus.

Pentru cazul general al unei linii nesimetrice, deducerea valorilor proprii ridică dificultăţi, care pot fi însă depăşite utilizînd soluţii aproximative [19].

Utilizarea componentelor modale în studiul supratensiunilor interne pleacă de la următoarele ipoteze:

a) în cazul liniilor de transport de energie electrică există şi sînt liniar independenţi toţi vectorii proprii ai matricei $[\underline{\gamma}^2]$;

b) în cazul liniilor de transport de energie electrică există radicalul de ordinul 2 al tuturor valorilor proprii ai matricei $[\underline{\gamma}^2]$.

Pentru linia cu configuraţia orizontală a conductoarelor în cazul în care acestea nu suferă o rotaţie a fazelor şi deci matricea $[\underline{\gamma}^2]$ este de forma indicată în (16), rezolvarea ecuaţiei de ordinul 3, rezultată din relaţia (22), conduce la obţinerea următoarelor valori proprii ai matricei $[\underline{\gamma}^2]$:

$$\underline{\lambda}_2 = \underline{a} - \underline{c}$$

$$\underline{\lambda}_{1.3} = \frac{(\underline{e} + \underline{a} + \underline{c}) \pm \sqrt{(\underline{e} - \underline{a} - \underline{c})^2 + 8\,\underline{b}\underline{d}}}{2}. \tag{24}$$

Aceste expresii ale valorilor proprii ale matricei $[\underline{\gamma}^2]$ permit deducerea pentru fiecare caz concret a vectorilor proprii $[t_i]$ şi apoi a matricei de transformare $[T]$.

În cazul transpunerii pe modelul de regimuri tranzitorii a liniilor electrice aeriene, se admite în mod uzual [20] că prin rotaţia fazelor se obţine o simetrizare a liniei. În această ipoteză, influenţa conductoarelor de protecţie asupra fiecărui conductor este aceeaşi, iar matricea (8) poate fi scrisă sub forma

$$[\underline{Z}'] = \begin{bmatrix} \underline{P} & \underline{M} & \underline{M} \\ \underline{M} & \underline{P} & \underline{M} \\ \underline{M} & \underline{M} & \underline{P} \end{bmatrix}, \tag{25}$$

unde

$$\underline{P} = \frac{2\underline{A} + \underline{D}}{3} = \underline{Z}_{aa} - \frac{2\underline{Z}_{pp}(\underline{Z}_{ap}^2 + \underline{Z}_{aq}^2 + \underline{Z}_{bq}^2) - 2\underline{Z}_{pq}(\underline{Z}_{bp}^2 + 2\underline{Z}_{aq}\underline{Z}_{ap})}{3(\underline{Z}_{pp}^2 - \underline{Z}_{pq}^2)},$$

$$\underline{M} = \frac{\underline{B} + \underline{C}}{2} = \frac{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{ac}}{2} - \frac{\underline{Z}_{bp}(\underline{Z}_{pp} - \underline{Z}_{pq})(\underline{Z}_{ap} + \underline{Z}_{aq})}{2(\underline{Z}_{pp}^2 - \underline{Z}_{pq}^2)} - \tag{26}$$

$$- \frac{\underline{Z}_{pq}(\underline{Z}_{ap} + \underline{Z}_{aq})^2 - 2\underline{Z}_{a.}\underline{Z}_{aq}(\underline{Z}_{pp} + \underline{Z}_{pq})}{2(\underline{Z}_{pp}^2 - \underline{Z}_{pq}^2)}.$$

Relații asemănătoare rezultă pentru matricea coeficienților de potențial $[\alpha']$ și pe această bază se construiește matricea admitanțelor $[\underline{Y}']$:

$$[\underline{Y}'] = \begin{bmatrix} \underline{P}' & \underline{M}' & \underline{M}' \\ \underline{M}' & \underline{P}' & \underline{M}' \\ \underline{M}' & \underline{M}' & \underline{P}' \end{bmatrix}. \tag{27}$$

În ipoteza considerată, ecuațiile de propagare (4) pot fi scrise sub forma uzuală

$$-\frac{\mathrm{d}[\underline{U}_f]}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} \underline{Z}_0 + 2\underline{Z}_1 & \underline{Z}_0 - \underline{Z}_1 & \underline{Z}_0 - \underline{Z}_1 \\ \underline{Z}_0 - \underline{Z}_1 & \underline{Z}_0 + 2\underline{Z}_1 & \underline{Z}_0 - \underline{Z}_1 \\ \underline{Z}_0 - \underline{Z}_1 & \underline{Z}_0 - \underline{Z}_1 & \underline{Z}_0 + 2\underline{Z}_1 \end{bmatrix}[\underline{I}_f],$$

$$-\frac{\mathrm{d}[\underline{I}_f]}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} \underline{Y}_0 + 2\underline{Y}_1 & \underline{Y}_0 - \underline{Y}_1 & \underline{Y}_0 - \underline{Y}_1 \\ \underline{Y}_0 - \underline{Y}_1 & \underline{Y}_0 + 2\underline{Y}_1 & \underline{Y}_0 - \underline{Y}_1 \\ \underline{Y}_0 - \underline{Y}_1 & \underline{Y}_0 - \underline{Y}_1 & \underline{Y}_0 + 2\underline{Y}_1 \end{bmatrix}[\underline{U}_f], \tag{28}$$

unde

$\underline{Z}_0 = \underline{P} + 2\underline{M}$ este impedanța de secvență homopolară a liniei,

$\underline{Z}_1 = \underline{P} - \underline{M}$ — impedanța de secvență directă (egală cu cea indirectă) a liniei,

$\underline{Y}_0 = j\omega C_0$ — admitanța de secvență homopolară a liniei,

$\underline{Y}_1 = j\omega C_1$ — admitanța de secvență directă (egală cu cea indirectă) a liniei.

Avînd în vedere relațiile (28), se deduce schema echivalentă a unui tronson infinit mic al unei linii electrice aeriene (fig. 2) [21].

Reprezentarea liniei pe modelul de regimuri tranzitorii se realizează prin conectarea succesivă a unor multipoli de forma celor indicați în figura 2.

3. SOLUŢIILE ECUAŢIILOR DE PROPAGARE PE LINII MULTIFILARE

Relaţiile (28) permit deducerea matricei $[\underline{\gamma}^2]$ pentru cazul liniei electrice aeriene simetrice sub forma

$$[\underline{\gamma}^2] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} \underline{Z}_0\underline{Y}_0 + 2\underline{Z}_1\underline{Y}_1 & \underline{Z}_0\underline{Y}_0 - \underline{Z}_1\underline{Y}_1 & \underline{Z}_0\underline{Y}_0 - \underline{Z}_1\underline{Y}_1 \\ \underline{Z}_0\underline{Y}_0 - \underline{Z}_1\underline{Y}_1 & \underline{Z}_0\underline{Y}_0 + 2\underline{Z}_1\underline{Y}_1 & \underline{Z}_0\underline{Y}_0 - \underline{Z}_1\underline{Y}_1 \\ \underline{Z}_0\underline{Y}_0 - \underline{Z}_1\underline{Y}_1 & \underline{Z}_0\underline{Y}_0 - \underline{Z}_1\underline{Y}_1 & \underline{Z}_0\underline{Y}_0 + 2\underline{Z}_1\underline{Y}_1 \end{bmatrix}. \tag{29}$$

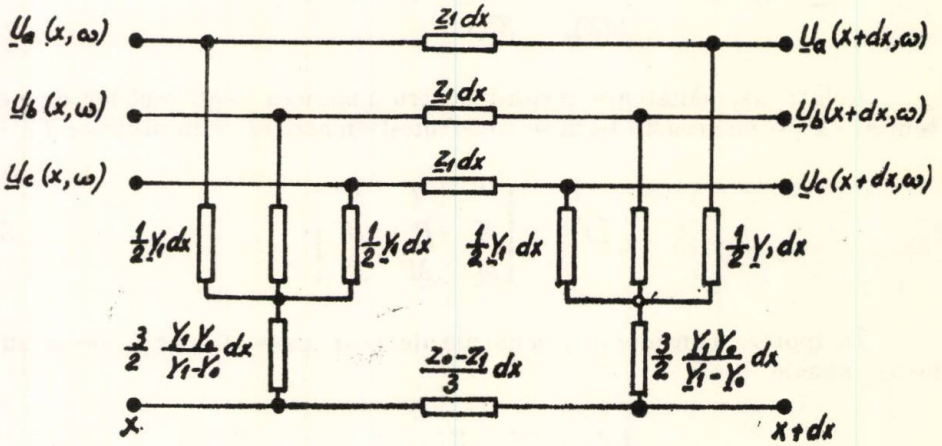


Fig. 2. — Schema echivalentă a unui tronson infinit mic al unei linii electrice aeriene.

Valorile proprii ale matricei $[\underline{\gamma}^2]$, deduse conform relaţiei (22), rezultă

$$\begin{aligned} \underline{\lambda}_1 &= \underline{Z}_0\underline{Y}_0, \\ \underline{\lambda}_2 &= \underline{\lambda}_3 = \underline{Z}_1\underline{Y}_1. \end{aligned} \tag{30}$$

Matricea $[\underline{\nu}^2]$ va fi deci de forma

$$[\underline{\nu}^2] = \begin{bmatrix} \underline{Z}_0\underline{Y}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_1\underline{Y}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_1\underline{Y}_1 \end{bmatrix}. \tag{31}$$

Rezolvarea sistemului în t (23) conduce la soluţiile

$$\begin{aligned} t_{11} &= t_{21} = t_{31} = a, \\ t_{12} &+ t_{22} + t_{32} = 0, \\ t_{13} &+ t_{23} + t_{33} = 0, \end{aligned} \tag{32}$$

soluţii care permit scrierea matricei $[T]$ de forma

$$[T] = \begin{bmatrix} a & t_{12} & t_{13} \\ a & t_{22} & t_{23} \\ a & -(t_{12}+t_{22}) & -(t_{13}+t_{23}) \end{bmatrix}. \tag{33}$$

Punînd condiţiile suplimentare $t_{22} = 0$ şi conservarea puterii în sistemul de componente modale $[T]_t[T] = [1]$, rezultă matricea $[T]$:

$$[T] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{\frac{3}{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & 0 & -\sqrt{2} \\ 1 & -\sqrt{\frac{3}{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}. \tag{34}$$

Din condiţia de conservare a puterii rezultă că trebuie să fie îndeplinite relaţiile

$$\sum_i t_{il} t_{kl} = \begin{cases} 1, & \text{pentru } i = k, \\ 0, & \text{pentru } i \neq k. \end{cases} \tag{35}$$

Cu condiţia indicată rezultă

$$[T]^{-1} = [T]_t. \tag{36}$$

Avînd în vedere forma (31) a matricei $[\underline{\nu}^2]$, soluţiile ecuaţiei matriceale (19) devin

$$\begin{aligned} \underline{U}_{m1}(x, \omega) &= K_{11} e^{-\underline{\nu}_0 x} + K_{12} e^{\underline{\nu}_0 x}, \\ \underline{U}_{m2}(x, \omega) &= K_{21} e^{-\underline{\nu}_1 x} + K_{22} e^{\underline{\nu}_1 x}, \\ \underline{U}_{m3}(x, \omega) &= K_{31} e^{-\underline{\nu}_1 x} + K_{32} e^{\underline{\nu}_1 x}, \end{aligned} \tag{37}$$

unde constantele de integrare se determină din condiţiile la limită, iar

$$\begin{aligned} \underline{\nu}_0 &= \sqrt{\underline{Z}_0 \underline{Y}_0}, \\ \underline{\nu}_1 &= \sqrt{\underline{Z}_1 \underline{Y}_1}. \end{aligned} \tag{38}$$

Pentru a trece în sistemul tensiunilor de fază, se utilizează transformarea (20).

Considerînd cunoscute condiţiile la sfîrşitul liniei date prin expresiile tensiunilor şi ale curenţilor şi calculînd constantele de integrare, în sistemul tensiunilor de fază se obţine [22]

$$\begin{aligned}[\underline{U}_f(x, \omega)] &= [\underline{A}][\underline{U}_f(l, \omega)] + [\underline{B}][\underline{I}_f(l, \omega)], \\ [\underline{I}_f(x, \omega)] &= [\underline{C}][\underline{U}_f(l, \omega)] + [\underline{A}][\underline{I}_f(l, \omega)],\end{aligned} \tag{39}$$

în care

$$\begin{aligned}[\underline{A}] &= [G_0] \operatorname{ch} \underline{\nu}_0(l - x) + [G_1] \operatorname{ch} \underline{\nu}_1(l - x), \\ [\underline{B}] &= [G_0] \sqrt{\frac{\underline{Z}_0}{\underline{Y}_0}} \operatorname{sh} \underline{\nu}_0(l - x) + [G_1] \sqrt{\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Y}_1}} \operatorname{sh} \underline{\nu}_1(l - x), \\ [\underline{C}] &= [G_0] \sqrt{\frac{\underline{Y}_0}{\underline{Z}_0}} \operatorname{sh} \underline{\nu}_0(l - x) + [G_1] \sqrt{\frac{\underline{Y}_1}{\underline{Z}_1}} \operatorname{sh} \underline{\nu}_1(l - x),\end{aligned} \tag{40}$$

unde

$$\begin{aligned}[G_0] &= \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \\ [G_1] &= \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.\end{aligned} \tag{41}$$

Relaţiile (39) permit obţinerea expresiilor tensiunilor şi ale curenţilor în orice punct al liniei în cazul în care sînt cunoscute expresiile tensiunilor şi ale curenţilor la sfîrşitul liniei. Expresiile deduse fiind funcţie de frecvenţă, în cazul în care se impune deducerea variaţiei în timp a mărimilor respective este necesară utilizarea transformatei inverse Fourier.

În cazul în care sînt date condiţiile de funcţionare la începutul liniei ($x = 0$), soluţia ecuaţiilor de propagare rezultă sub forma

$$\begin{aligned}[\underline{U}_f(l, \omega)] &= [\underline{A}_0][\underline{U}_f(0, \omega)] - [\underline{B}_0]\,[\underline{I}_f(0, \omega)], \\ [\underline{I}_f(l, \omega)] &= [\underline{C}_0]\,[\underline{U}_f(0, \omega)] + [\underline{A}_0][\underline{I}_f(0, \omega)],\end{aligned} \tag{42}$$

unde

$$\begin{aligned}[\underline{A}_0] &= [G_0] \operatorname{ch} \underline{\nu}_0 l + [G_1] \operatorname{ch} \underline{\nu}_1 l, \\ [\underline{B}_0] &= [G_0] \sqrt{\frac{\underline{Z}_0}{\underline{Y}_0}} \operatorname{sh} \underline{\nu}_0 l + [G_1] \sqrt{\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Y}_1}} \operatorname{sh} \underline{\nu}_1 l, \\ [\underline{C}_0] &= [G_0] \sqrt{\frac{\underline{Y}_0}{\underline{Z}_0}} \operatorname{sh} \underline{\nu}_0 l + [G_1] \sqrt{\frac{\underline{Y}_1}{\underline{Z}_1}} \operatorname{sh} \underline{\nu}_1 l.\end{aligned} \tag{43}$$

4. STABILIREA ECUAȚIILOR DE FUNCȚIONARE PENTRU UN MULTIPOL

Reprezentarea liniei electrice aeriene pe modelul de regimuri tranzitorii se face, după cum s-a indicat mai sus, printr-un lanț de multipoli, fiecare dintre aceștia avînd schema electrică (fig. 3) realizată pe baza

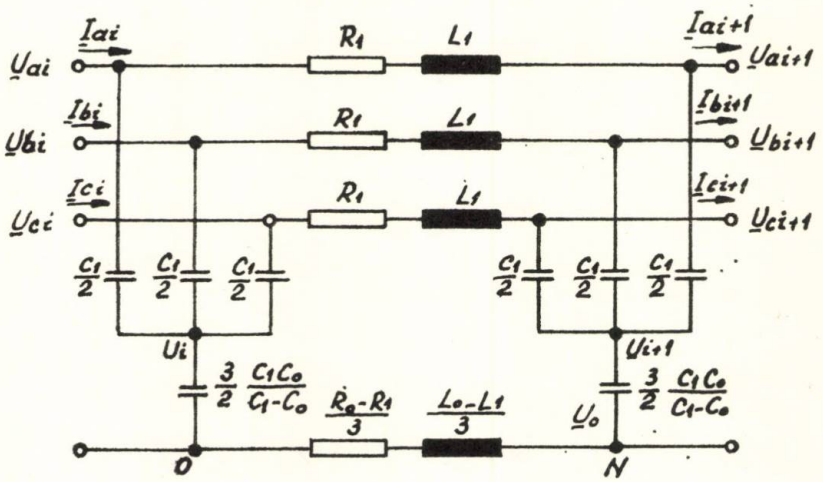


Fig. 3. — Schema electrică a unui multipol.

schemei echivalente a tronsonului infinit mic de linie (fig. 2). Mărimile $\underline{U}_{fi}$ și $\underline{I}_{fi}$, care corespund tensiunilor, respectiv curenților din modelul de linie, sînt funcții continue de timp, dar discrete relativ la i, unde i este ordinul multipolului considerat.

Dacă se adoptă drept potențial de referință potențialul punctului O, după efectuarea calculelor rezultă

$$\underline{U}_i = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{\underline{Y}_0}{\underline{Y}_1}\right)(\underline{U}_{ai} + \underline{U}_{bi} + \underline{U}_{ci}). \tag{44}$$

În mod identic, considerînd potențialul $\underline{U}_0$ ca potențial de referință, se deduce

$$\underline{U}_{i+1} = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{\underline{Y}_0}{\underline{Y}_1}\right)(\underline{U}_{ai+1} + \underline{U}_{bi+1}\,\underline{U}_{ci+1}). \tag{45}$$

Diferența de potențial dintre punctele N și O rezultă

$$\underline{U}_0 = \frac{\underline{Z}_0 - \underline{Z}_1}{3}\left\{(\underline{I}_{ai+1} + \underline{I}_{bi+1} + \underline{I}_{ci+1}) + \frac{\underline{Y}_0}{2}(\underline{U}_{ai+1} + \underline{U}_{bi+1} + \underline{U}_{ci+1})\right\}. \tag{46}$$

Pentru circuitul din figura 3, în cazul primei faze se poate scrie

$$\underline{U}_{ai+1} = \underline{U}_{ai} - \underline{Z}_1\left\{\underline{I}_{ai+1} + (\underline{U}_{ai+1} - \underline{U}_{i+1})\frac{\underline{Y}_1}{2}\right\} - \underline{U}_0. \tag{47}$$

Introducînd în relaţia (47) relaţiile (45) şi (46) şi notînd

$$1 + \frac{\underline{Z}_1\underline{Y}_1}{2} = \operatorname{ch} \underline{\nu}_1,$$

$$1 + \frac{\underline{Z}_0\underline{Y}_0}{2} = \operatorname{ch} \underline{\nu}_0, \tag{48}$$

$$\underline{Z}_{1c} = \frac{\underline{Z}_1}{\operatorname{sh} \underline{\nu}_1},$$

$$\underline{Z}_{0c} = \frac{\underline{Z}_0}{\operatorname{sh} \underline{\nu}_0},$$

relaţia (47) se poate scrie sub forma

$$\underline{U}_{ai} = \underline{U}_{ai+1} \operatorname{ch} \underline{\nu}_1 + \frac{1}{3}(\underline{U}_{ai+1} + \underline{U}_{bi+1} + \underline{U}_{ci+1})(\operatorname{ch} \underline{\nu}_0 - \operatorname{ch} \underline{\nu}_1) +$$

$$+ \underline{I}_{ai+1}\,\underline{Z}_{1c} \operatorname{sh} \underline{\nu}_1 + \frac{1}{3}(\underline{I}_{ai+1} + \underline{I}_{bi+1} + \underline{I}_{ci+1})(\underline{Z}_{0c} \operatorname{sh} \underline{\nu}_0 - \underline{Z}_{1c} \operatorname{sh} \underline{\nu}_1). \tag{49}$$

În mod identic se scriu relaţii de forma (49) şi pentru celelalte două faze. Relaţiile obţinute se pot scrie matriceal astfel:

$$[\underline{U}_{fi}] = \{[G_0] \operatorname{ch} \underline{\nu}_0 + [G_1] \operatorname{ch} \underline{\nu}_1\}\,[\underline{U}_{fi+1}] +$$
$$+ \{[G_0]\,\underline{Z}_{0c} \operatorname{sh} \underline{\nu}_0 + [G_1]\,\underline{Z}_{1c} \operatorname{sh} \underline{\nu}_1\}[\underline{I}_{fi+1}] \tag{50}$$

şi în mod identic

$$[\underline{I}_{fi}] = \left\{[G_0] \frac{1}{\underline{Z}_{0c}} \operatorname{sh} \underline{\nu}_0 + [G_1] \frac{1}{\underline{Z}_{1c}} \operatorname{sh} \underline{\nu}_1\right\}[\underline{U}_{fi+1}] +$$

$$+ \{[G_0] \operatorname{ch} \underline{\nu}_0 + [G_1] \operatorname{ch} \underline{\nu}_1\}\,[\underline{I}_{fi+1}]. \tag{51}$$

Ecuaţiile de funcţionare ale multipolului π pot fi scrise şi sub forma de mai jos, dedusă din relaţiile (50) şi (51):

$$[\underline{U}_{fi+1}] = \{[G_0] \operatorname{ch} \underline{\nu}_0 + [G_1] \operatorname{ch} \underline{\nu}_1\}\,[\underline{U}_{fi}] -$$
$$- \{[G_0]\,\underline{Z}_{0c} \operatorname{sh} \underline{\nu}_0 + [G_1]\,\underline{Z}_{1c} \operatorname{sh} \underline{\nu}_1\}\,[\underline{I}_{fi}],$$
$$[\underline{I}_{fi+1}] = \left\{[G_0] \frac{\operatorname{sh} \underline{\nu}_0}{\underline{Z}_{0c}} + [G_1] \frac{\operatorname{sh} \underline{\nu}_1}{\underline{Z}_{1c}}\right\}[\underline{U}_{fi}] + \tag{52}$$
$$+ \{[G_0] \operatorname{ch} \underline{\nu}_0 + [G_1] \operatorname{ch} \underline{\nu}_1\}\,[\underline{I}_{fi}].$$

5. STABILIREA ECUAȚIILOR DE FUNCȚIONARE PENTRU UN LANȚ DE MULTIPOLI

Avînd în vedere că modelele de regimuri tranzitorii uzual utilizate conțin elemente de tip ⊓ din care este posibil a ansambla circuitul dorit, lanțul de multipoli care reprezintă linia prezintă schema indicată în figura 4.

Pentru generalizarea ecuațiilor de propagare (50), (51), (52) în cazul unui lanț cu n multipoli, se va utiliza în cele ce urmează transformata Z [23]. În acest scop, din prima relație (52), scrisă pentru multipolul de ordinul $i+1$, se deduce următoarea expresie a curentului:

$$[\underline{I}_{fi+1}] = \{[G_0]\,\underline{Z}_{0c}\,\mathrm{sh}\,\underline{\nu}_0 + [G_1]\underline{Z}_{1c}\,\mathrm{sh}\,\underline{\nu}_1\}^{-1} \cdot \\ \cdot \{([G_0]\,\mathrm{ch}\,\underline{\nu}_0 + [G_1]\,\mathrm{ch}\,\underline{\nu}_1)\,[\underline{U}_{fi+1}] - [\underline{U}_{fi+2}]\}. \tag{53}$$

Relația (53), introdusă în relația (50), conduce la ecuația de diferențe finite redată mai jos:

$$[\underline{U}_{fi+2}] - 2\{[G_0]\,\mathrm{ch}\,\underline{\nu}_0 + [G_1]\,\mathrm{ch}\,\underline{\nu}_1\}\,[\underline{U}_{fi+1}] + [U_{fi}] = [0]. \tag{54}$$

Ecuația (54) va fi rezolvată în raport cu variabila discretă i cu ajutorul transformatei Z. În domeniul imaginar al transformatei Z, ecuația (54) devine

$$\{\xi^2[1] - 2\xi([G_0]\,\mathrm{ch}\,\underline{\nu}_0 + [G_1\,\mathrm{ch}\,\underline{\nu}_1 + [1]\}\,[U^*(\xi)] = \\ = \{\xi^2[1] - 2\xi([G_0]\,\mathrm{ch}\,\underline{\nu}_0 + [G_1]\,\mathrm{ch}\,\underline{\nu}_1)\}\,[\underline{U}_{f0}] + \xi[\underline{U}_{f1}], \tag{55}$$

unde ξ este operatorul transformatei Z, iar asteriscul indică faptul că este vorba de transformata în domeniul-imagine a unei funcții discrete.

Avînd în vedere relația

$$[G_0] + [G_1] = [1], \tag{56}$$

după cîteva transformări simple, relația (55) poate fi scrisă sub forma

$$[U^*(\xi)] = \left\{\frac{\xi(\xi - \mathrm{ch}\,\nu_0)}{\xi^2 - 2\xi\,\mathrm{ch}\,\nu_0 + 1}\,[G_0] + \frac{\xi(\xi - \mathrm{ch}\,\nu_1)}{\xi^2 - 2\xi\,\mathrm{ch}\,\nu_1 + 1}\,[G_1]\right\}[\underline{U}_{f0}] + \\ + \left\{\frac{\xi\,\mathrm{sh}\,\underline{\nu}_0}{\xi^2 - 2\xi\,\mathrm{ch}\,\underline{\nu}_0 + 1} \cdot \frac{1}{\mathrm{sh}\,\nu_0}\,[G_0] + \frac{\xi\,\mathrm{sh}\,\nu_1}{\xi^2 - 2\xi\,\mathrm{ch}\,\nu_1 + 1} \cdot \frac{1}{\mathrm{sh}\,\underline{\nu}_1}\,[G_1]\right\}[\underline{U}_{f1}] - \\ - \left\{\frac{\xi\,\mathrm{sh}\,\underline{\nu}_0}{\xi^2 - 2\xi\,\mathrm{ch}\,\underline{\nu}_0 + 1}\,\frac{\mathrm{ch}\,\underline{\nu}_0}{\mathrm{sh}\,\underline{\nu}_0}\,[G_0] + \frac{\xi\,\mathrm{sh}\,\underline{\nu}_1}{\xi^2 - 2\xi\,\mathrm{ch}\,\underline{\nu}_1 + 1}\,\frac{\mathrm{ch}\,\underline{\nu}_1}{\mathrm{sh}\,\underline{\nu}_1}\,[G_1]\right\}[\underline{U}_{f0}]. \tag{57}$$

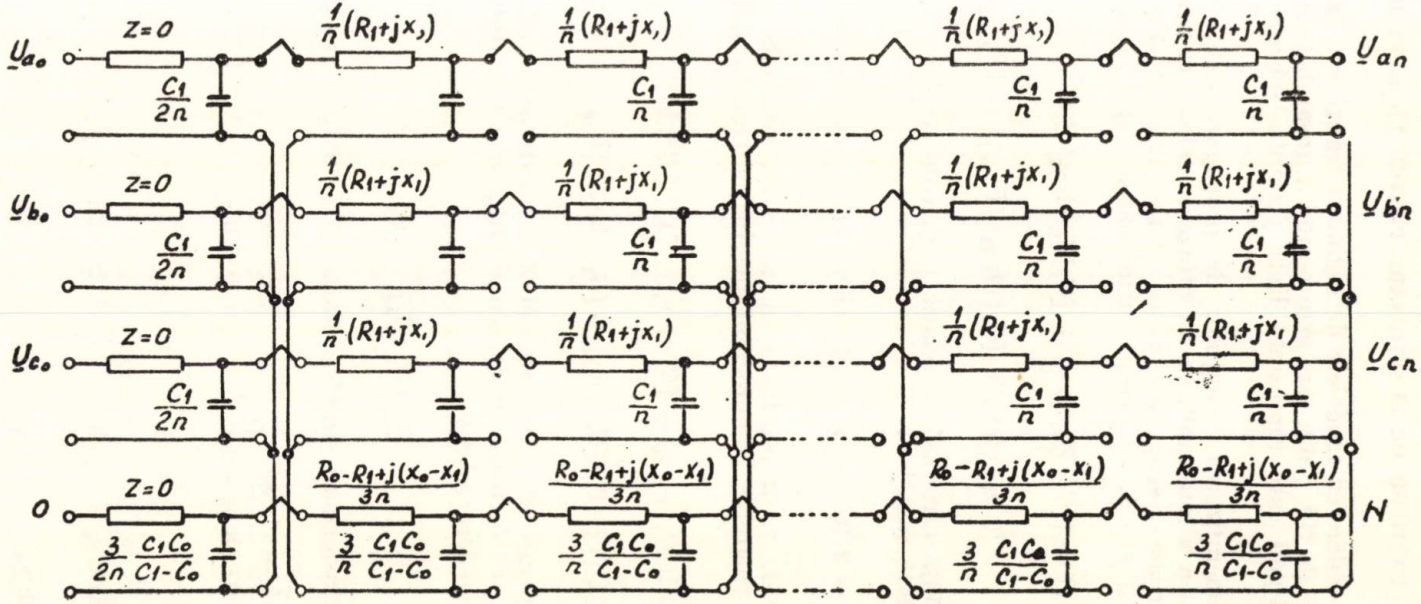


Fig. 4. — Schema electrică de modelare a liniei.

În domeniul real al variabilei discrete i se deduce

$$[\underline{U}_{fi}] = \{[G_0] \operatorname{ch} \underline{\nu}_0 i + [G_1] \operatorname{ch} \underline{\nu}_1 i\} [\underline{U}_{f0}] + \\ + \left\{ [G_0] \frac{\operatorname{sh} \underline{\nu}_0 i}{\operatorname{sh} \underline{\nu}_0} + [G_1] \frac{\operatorname{sh} \underline{\nu}_1 i}{\operatorname{sh} \underline{\nu}_1} \right\} [U_{f1}] - \\ - \left\{ [G_0] \frac{\operatorname{sh} \underline{\nu}_0 i \operatorname{ch} \underline{\nu}_0}{\operatorname{sh} \underline{\nu}_0} + [G_1] \frac{\operatorname{sh} \underline{\nu}_1 i \operatorname{ch} \underline{\nu}_1}{\operatorname{sh} \underline{\nu}_1} \right\} [U_{f0}]. \tag{58}$$

Din prima relație (52), pentru $i = 0$ se deduce expresia matricei $[\underline{U}_{f1}]$, care, introdusă în relația matriceală (58), conduce după cîteva transformări la rezultatul

$$[\underline{U}_{fi}] = \{[G_0] \operatorname{ch} \underline{\nu}_0 i + [G_1] \operatorname{ch} \underline{\nu}_1 i\} [\underline{U}_{f0}] - \\ - \{[G_0] \underline{Z}_{0c} \operatorname{sh} \underline{\nu}_0 i + [G_1] \underline{Z}_{1c} \operatorname{sh} \underline{\nu}_1 i\} [\underline{I}_{f0}] \tag{59}$$

și în mod identic

$$[\underline{I}_{fi}] = - \left\{ \frac{1}{\underline{Z}_{0c}} [G_0] \operatorname{sh} \underline{\nu}_0 i + \frac{1}{\underline{Z}_{1c}} [G_1] \operatorname{sh} \underline{\nu}_1 i \right\} [\underline{U}_{f0}] + \\ + \{[G_0] \operatorname{ch} \underline{\nu}_0 i + [G_1] \operatorname{ch} \underline{\nu}_1 i\} [\underline{I}_{f0}]. \tag{60}$$

În funcție de mărimile de la ieșirea multipolului de ordinul n, relațiile (59) și (60) se scriu sub forma finală

$$[\underline{U}_{fi}] = \{[G_0] \operatorname{ch} \underline{\nu}_0 (n - i) + [G_1] \operatorname{ch} \underline{\nu}_1 (n - i)\} [\underline{U}_{fn}] + \\ + \{[G_0] \underline{Z}_{0c} \operatorname{sh} \underline{\nu}_0 (n - i) + [G_1] \underline{Z}_{1c} \operatorname{sh} \underline{\nu}_1 (n - i)\} [\underline{I}_{fn}], \\ [\underline{I}_{fi}] = \left\{ \frac{1}{\underline{Z}_{0c}} [G_0] \operatorname{sh} \underline{\nu}_0 (n - i) + \frac{1}{\underline{Z}_{1c}} [G_1] \operatorname{sh} \underline{\nu}_1 (n - i) \right\} [\underline{U}_{fn}] + \\ + \{[G_0] \operatorname{ch} \underline{\nu}_0 (n - i) + [G_1] \operatorname{ch} \underline{\nu}_1 (n - i)\} [\underline{I}_{fn}]. \tag{61}$$

6. CONCLUZII

Relațiile deduse (59), (60), respectiv (61), permit studiul teoretic al fenomenelor de propagare pe un lanț de multipoli. Fiind cunoscute condițiile la limită ale liniei, este posibilă determinarea tensiunilor și a curenților în orice punct al liniei în domeniul-imagine Fourier.

Relațiile stabilite pentru lanțul de multipoli permit studiul erorilor care apar la modelarea liniei prin elemente discrete, precum și deducerea numărului necesar de multipoli în condiții de eroare admisă pentru frecvență și fază.

BIBLIOGRAFIE

1. W. Frey, *Die elektrischen Eigenschaften der Freileitungen und ihre Berechnung*, Bull. SEV, **54** *12*, 446—450 (1963).
2. G. Gervais, *Étude des surtensions de manoeuvre sur modèle analogique. Performances requises pour le modèle*, Bull. de la Direction des Etudes et Recherches E.d.F., Série B, *3*, 25—32 (1970).
3. W. Klein, *Grundlagen der Theorie elektrischer Schaltungen*, Berlin, Akademie-Verlag, 1961.
4. H. Stephanides, *Lösung von Überspannungsschutzproblemen durch Anlagemodele*, Bull. SEV, **55**, *6*, 256—260 (1964).
5. C. I. Mocanu, *Transmisia energiei electromagnetice pe linii lungi trifazate cu construcție asimetrică în regim dezechilibrat*, St. cerc. energ., **8** *4*, 573—598 (1958).
6. R. Răduleț, Al. Timotin, A. Țugulea, *O teorie generală a parametrilor lineici tranzitorii ai liniilor electrice lungi și cu pierderi în prezența solului*, St. cerc. energ. electr., **16**, 3, 417—449 (1966).
7. N. Popovici, A. Popescu, A. Cristovici, *Metodă și program de calcul al parametrilor liniilor electrice aeriene trifazate*, Energetica, **18**, *5*, 202—209 (1970).
8. M. C. Perz, *Natural Modes of Power Line Carrier on Horizontal Three-Phase Lines*, IEEE Trans. Power App. and Syst., **83**, 679—686 (1964).
9. M. H. Zahar-Itkin, *O faznom i modalnom metodah rasceota volnovîh proțesov v liniah elektroperedaci*, Elektricestvo, *4*, 18—23 (1971).
10. D. E. Hfdman, *Propagation on overhead transmission lines*, P. I, *Theory of modal analysis*, P. II, *Earth conduction effects and practical rezults*, IEEE Trans. Power App. and Syst., **84**, 200—211 (1965).
11. C. I. Mocanu, *Asupra transmisiunii energiei electromagnetice pe o linie electrică lungă multifilară*, St. cerc. energ., **14**, *4*, 853—868 (1964).
12. R. Zwahlen, *Die Entkopplung der Leitungsgleichungen in mehrphasigen Netzen*, Archiv für Elektrotechnik, **47**, 318—332 (1963).
13. L. M. Wedepohl, *Application of matrix methods to solution of traveling wave phenomene in polyphase systems*, Proc. IEE, *12*, 2200 (1963).
14. A. J. McElroy, R. M. Porter, *Digital calculation of transients in electrical networks*, IEEE Trans. Power App. and Syst., **82**, 88—96 (1963).
15. H. B. Thorén, K. L. Carlsson, *A Digital Computer Program for the Calculation of Switching and Lightning Surges on Power Systems*, IEEE Trans. Power App. and Syst., **89**, *2*, 212—218 (1970).
16. R. Zurmühl, *Matrizen und ihre technischen Anwendung*, 4. Aufl., Berlin, Springer-Verlag, 1964.
17. E. Wagner, *Vereinfachte Berechnung der Modalparameter von Hochspannungsfreileitungen mit nebeneinanderliegenden Leitern*, Archiv für Elektrotechnik, **52**, *4*, 240—261 (1969).
18. M. V. Kostenko, L. S. Perelman, *K rasceotu volnovîh proțesov v mnogoprovodnîh liniah*, Izv. AN SSSR „Energhetika i Transport", *6* (1963).
19. R. Bellman, *Vvedenie v teorii matrit*, Moskva, „Nauka", 1969.
20. C. Gary, G. Gervais, *Calcul de la réponse transitoire d'une ligne triphasée à un échelon unité de tension*, Bull. de la Direction des Etudes et Recherches E.d.F., Série B, *2*, 53—82 (1968).
21. R. Uram, R. W. Miller, *Mathematical analysis and solution of transmission-linie transients*, IEEE Trans. Power App. and Syst., **83**, *11*, 1116—1137 (1964).
22. J. Péricard, *Etudes des lignes polyphasées dissymétriques à l'aide du calcul matriciel*, RGE **68**, 163 (1959).
23. R. Vich, *Z. Transformation. Theorie und Anwendung*, Berlin, VEB Verlag Technik, 1964.

SCHEME DE CONEXIUNI ȘI DE MANEVRE CE TREBUIE EVITATE ÎN VEDEREA REDUCERII PROBABILITĂȚII APARIȚIEI DE SUPRATENSIUNI INTERNE

M. STEIN, A. CRISTOVICI și D. MARK

621.316.1.004.64

Se scot în evidență situații în care există pericolul apariției unor supratensiuni interne periculoase în diferite scheme de funcționare normale sau incidentale ale rețelelor de înaltă tensiune și modul în care acestea pot fi evitate sau cel puțin reduse.

1. INTRODUCERE

Una dintre sursele de defect care determină apariția unui număr mare de întreruperi, urmate în cele mai multe cazuri de consecințe grave, o reprezintă diferitele supratensiuni interne care apar în exploatarea instalațiilor electrice.

În anumite condiții, în special în schema de racord adînc pentru alimentarea consumatorilor, pot apărea avarii extinse datorite supratensiunilor interne, fiind necesare măsuri de reducere la minim a frecvenței și a amplitudinii acestora.

Supratensiunile interne pot fi limitate atît prin alegerea judicioasă a schemelor de conexiuni, cît și prin stabilirea unor regimuri de funcționare sau a unei succesiuni bine determinate în care urmează a se executa anumite manevre.

În prezenta lucrare se vor scoate în evidență unele situații în care există pericolul apariției unor supratensiuni interne care trebuie să se aibă în vedere atît la concepția schemei primare, cît și în exploatare.

2. STAȚIILE DE RACORD ADÎNC

2.1. SCHEME DE FUNCȚIONARE

Prin „stații de racord adînc" se vor înțelege instalații de înaltă tensiune ca aceea din figura 1, în care, în vederea alimentării radiale a

unor consumatori, se instalează în apropierea acestora transformatoare racordate bloc cu cîte o linie electrică la barele de alimentare din sistem, fără întreruptoare la bornele de înaltă tensiune a transformatoarelor.

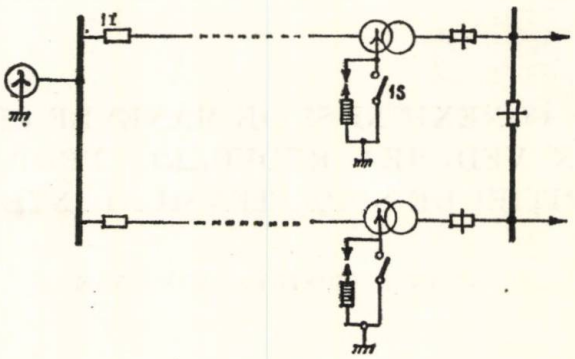


Fig. 1. — Schema unei staţii de „racord adînc".

2.2. SUPRATENSIUNI CARE POT APĂREA ÎN CAZUL PIERDERII SIMETRIEI LONGITUDINALE A SCHEMEI

Nesimetrii longitudinale pot apărea într-una din următoarele situaţii :

a) comutarea nesimultană sau într-un regim incomplet a întreruptoarelor 1T ;

b) ruperea unui conductor al liniilor de racord.

În cazul reţelelor care funcţionează cu neutrul efectiv legat la pămînt, este din ce în ce mai des întîlnită soluţia dezlegării de la pămînt a unor puncte neutre în vederea reducerii curenţilor de defect monofazic.

În cazul funcţionării transformatorului cu separatorul 1S (fig. 1) deschis, pot apărea pe el supratensiuni interne periculoase. Schema echivalentă trifazată într-un asemenea caz este prezentată în figura 2, iar schema echivalentă de calcul în figura 3.

În figura 2 s-au considerat capacităţile faţă de pămînt (C_0) şi capacităţile echivalente în stea a capacităţilor dintre faze (C) rezultate din transfigurarea triunghiului în cazul ideal al liniei simetrice.

În figura 3 în schema echivalentă de calcul se vede că circuitul se închide prin admitanţa la pămînt a fazei întrerupte.

În schemă s-au neglijat rezistenţele şi conductanţele liniei şi transformatorului, deoarece din punct de vedere practic acestea nu influenţează calculul.

Pentru schema din figura 3 se pot scrie următoarele relaţii :

$$\underline{U}_0 = \frac{\underline{U}_R \underline{Y}_R + \underline{U}_S \underline{Y}_S + \underline{U}_T \underline{Y}_T}{\underline{Y}_R + \underline{Y}_S + \underline{Y}_T + \underline{Y}_0}$$

sau

$$\underline{U}_0 = \frac{a^2\,\underline{U}\,(\underline{Y}_C + \underline{Y}_L) + a\,\underline{U}\,(\underline{Y}_C + \underline{Y}_L)}{2(\underline{Y}_C + \underline{Y}_L) + \dfrac{\underline{Y}_0\,(\underline{Y}_C + \underline{Y}_L)}{\underline{Y}_0 + \underline{Y}_L + \underline{Y}_C}},$$

respectiv

$$\underline{U}_0 = -\,\underline{U}\,\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1 + \dfrac{\underline{Y}_0}{2\,\underline{Y}_0 + 2\,(\underline{Y}_C + \underline{Y}_L)}}\cdot \tag{1}$$

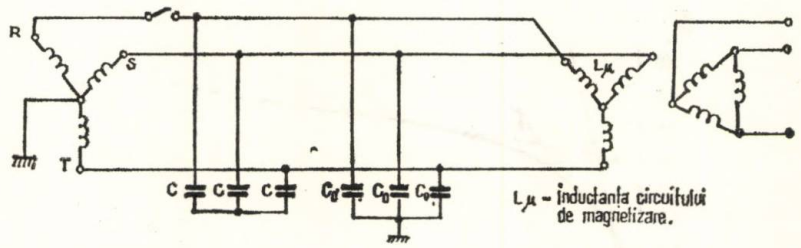


Fig. 2. — Schema echivalentă trifazată a unui „racord adînc", cu întrerupătorul 1I închis numai pe două faze.

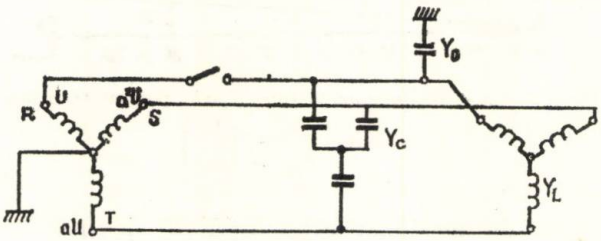


Fig. 3. — Schema echivalentă de calcul cu neglijarea rezistențelor și a conductanțelor liniei și transformatorului.

Se vede că pentru $3\underline{Y}_0 + 2\,\underline{Y}_C + 2\underline{Y}_L = 0$ apare rezonanță, respectiv

$$j\,C_0\,\omega = \frac{-2}{3}\cdot j\left(C\omega - \frac{1}{L\mu\,\omega}\right). \tag{2}$$

Pentru linii de înaltă tensiune în cablu radial monofazat $C = 0$, și atunci relația (2) devine

$$C_0\omega = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{L\mu\,\omega}. \tag{3}$$

Astfel, cînd condițiile (2) sau (3) sînt realizate pe neutrul transformatorului pot apărea tensiuni considerabile, care sînt limitate doar de feno-

menul de saturaţie pe ramura de magnetizare a transformatorului şi într-o oarecare măsură de rezistenţele din circuit.

Curba de magnetizare tipică pentru transformatori este arătată în figura 4 (curba *a*). Dacă în porţiunea liniară reactanţa relativă este de circa $\frac{0{,}8}{1} = 0{,}8$, în regim de saturaţie, la care se ajunge la creşteri de tensiuni mai mari de 1,4 U_n, reactanţa relativă scade pînă în jurul valorii de $\frac{1{,}4}{14} = 0{,}1$, adică de circa 8 ori.

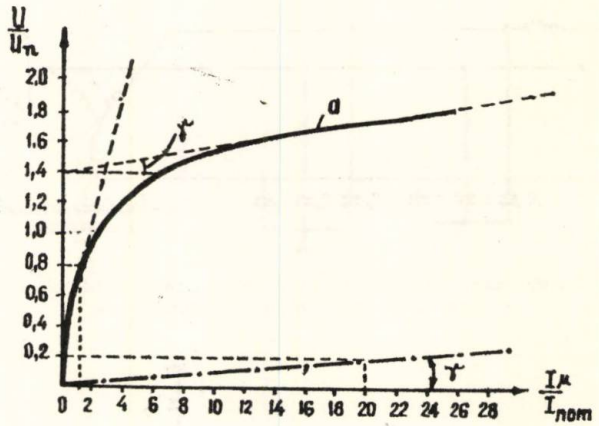


Fig. 4. — Curba de magnetizare tipică pentru transformatoare: $\frac{U}{U_n} = f\left(\frac{I_\mu}{I_n}\right)$.

Ţinînd seama de acest aspect, relaţia (2) devine

$$\underline{Y}_0 = \frac{2}{3} \cdot (8\,\underline{Y}_L + \underline{Y}_C) \tag{4}$$

şi

$$\underline{Y}_0 = \frac{16}{3} \cdot \underline{Y}_L = 5{,}33\,\underline{Y}_L\,. \tag{5}$$

Cunoscînd admitanţele Y_0, Y_C şi Y_L ale schemei, se poate determina domeniul în care pot apărea tensiuni periculoase.

În cazul cînd se consideră că două dintre faze sînt întrerupte, relaţia (1) devine

$$\underline{U}_0 = aU \frac{1}{1 \pm \dfrac{2\underline{Y}_0}{\underline{Y}_0 + (\underline{Y}_C + \underline{Y}_L)}}, \tag{6}$$

de unde la rezonanța :

$$\underline{Y}_0 = \frac{\underline{Y}_L + \underline{Y}_C}{3}, \tag{7}$$

respectiv pentru

$$\underline{Y}_C = 0$$

$$\underline{Y}_0 = \frac{\underline{Y}_L}{3}. \tag{8}$$

Comparînd cu relațiile (2) și (3), se vede că în acest caz $\underline{Y}_0$ pentru condiția de rezonanță scade de două ori, alura fenomenului menținîndu-se aceeași.

În cazul întreruperii unei faze, tensiunea pe faza întreruptă în aval de întreruptorul 1L va fi dată de relația

$$\underline{V}'_R = \underline{V}_R \cdot \frac{\underline{X}_\mu \underline{Y}_C l (1 - x) - 1 + j \dfrac{\underline{X}_\mu}{Z_0}}{\underline{X}_\mu \underline{Y}_C l (2 + x) - 2 - j \dfrac{\underline{X}_\mu}{Z_0}}, \tag{9}$$

unde

$\underline{V}_R$ și V'_R sînt tensiunile pe faza R în aval și amonte de punctul de întrerupere,

$\underline{X}_\mu$ — reactanța de magnetizare a transformatorului,

$\underline{Y}_c$ — admitanța capacitivă specifică pe secvența directă a liniei de racord pe km,

l — lungimea liniei de racord în km,

$x = \dfrac{\underline{Y}_{C0}}{\underline{Y}_C}$ — raportul dintre admitanța capacitivă homopolară și directă a liniei de racord,

$\underline{Z}_0$ — impedanța de legare la pămînt a neutrului transformatorului.

În cazul întreruperii a două faze, tensiunea pe fazele deconectate va fi

$$\underline{V}'_S = \underline{V}'_T = \underline{V}_S \frac{\underline{X}_\mu \underline{Y}_C l \cdot (1 - x) - 1 + j \dfrac{\underline{X}_\mu}{\underline{Z}_0}}{\underline{X}_\mu \underline{Y}_C l \cdot (1 + 2x) - 1 - j) \dfrac{\underline{X}_\mu}{Z_0}}, \tag{9'}$$

cu notațiile de mai sus.

2.3. MĂSURI DE LUAT PENTRU REDUCEREA PERICOLULUI DE APARIŢIE A UNOR SUPRATENSIUNI DE TIPUL ARĂTAT

Deoarece fenomenul arătat apare numai dacă neutrul transformatorului funcţionează izolat de la pămînt şi în gol, trebuie prevăzută o automatizare care să blocheze manevrele cu întreruptorul 1I dacă în prealabil separatorul 1S nu a fost închis şi dacă transformatorul este în gol *).

Pentru ca acest blocaj să poată fi automatizat, separatorul 1S trebuie să fie un aparat comandat de la distanţă, avînd capacitatea de închidere corespunzătoare curentului de defect maxim prin neutrul transformatorului respectiv. Un astfel de aparat se fabrică în prezent în ţară sub denumirea „Separator de scurtcircuitare".

Blocarea trebuie să se facă atît pentru manevrele manuale (voite), cît şi la cele prin automatică. La declanşarea prin protecţie a întreruptorului 1I se prevede emiterea unui impuls de anclanşare netemporizat de închidere a separatorului 1S, deschiderea întreruptorului 1I urmînd a se efectua la un timp minim egal cu $t_s + \Delta t$, în care t_s este timpul de închidere al separatorului (circa 0,100 s) şi Δt un interval de siguranţă, care se stabileşte de la caz la caz.

Declanşarea prin protecţie nu se blochează faţă de poziţia separatorului 1S, ci se temporizează numai peste timpul de închidere al acestuia, deoarece, în caz de refuz la închidere al separatorului, nu s-ar mai produce declanşarea întreruptorului 1I.

În cazurile cînd întreruptorul 1I este prevăzut cu RAR, acesta trebuie să fie trifazic, iar închiderea să fie permisă numai cu condiţia ca 1S să fie închis la impulsul de la protecţie dat odată cu comanda de deschidere a întreruptorului 1I.

3. RACORDAREA GRUPURILOR ÎN SISTEM „BLOC"

3.1. GRUPURI RACORDATE „BLOC" CU LINIA

În unele situaţii apare ca necesară sau justificată tehnic-economic o racordare a blocurilor generatoare printr-o linie de o anumită lungime la barele unei staţii. Asemenea cazuri pot apărea atunci cînd nu se justifică amenajarea unei staţii lîngă centrală, deoarece nu se doreşte amenajarea unor instalaţii extinse lîngă centrală (fig. 5). În astfel de cazuri

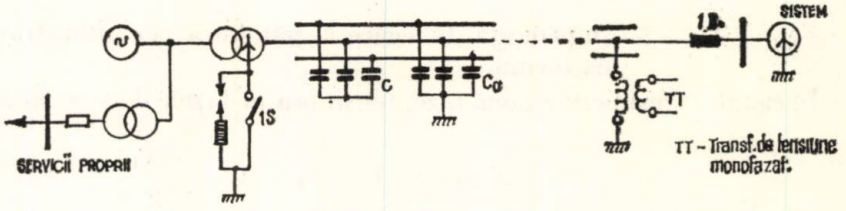


Fig. 5. — Grup generator racordat „bloc" prin transformator şi linie aeriană la barele unei staţii de sistem.

*) În cazul unei sarcini pe secundarul transformatorului sau a legării directe la pămînt a punctului neutru, reactanţele $L\mu$ sînt şuntate, ceea ce determină dispariţia practică a fenomenului.

se evită instalarea de întreruptoare la bornele de înaltă tensiune ale transformatorului de bloc și se reduce la minim și restul aparatajului amplasat în zonă.

Pentru sincronizare se prevede în stația de sistem, pe o singură fază, pe linia de racord a blocului, un transformator de tensiune monofazat, racordat între aceasta și pămînt.

3.2. SUPRATENSIUNI DATORITE NESIMETRIEI LONGITUDINALE LA ACEASTĂ SCHEMĂ

Dacă se deconectează întreruptorul 1I (de exemplu pentru un defect pe barele sistemului), se produce o nesimetrie longitudinală, arătată în schema din figura 6.

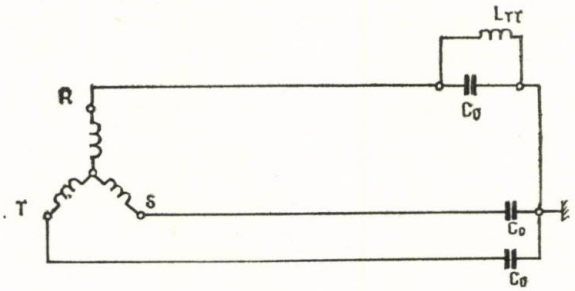


Fig. 6. — Schema echivalentă a racordului din figura 5.

În calcul, pe lîngă rezistențe și conductanțe, s-au neglijat C și $L\mu$ (capacitatea dintre faze a liniei și inductanța de magnetizare a transformatorului), neinfluențînd rezultatele calculului.

Pentru această schemă se pot scrie relațiile

$$\underline{U}_0 = \underline{U}\,\frac{(\underline{Y}_0 + \underline{Y}_L) + a^2\,\underline{Y}_0 + a\,Y_0}{(\underline{Y}_0 + \underline{Y}_L) + 2\,\underline{Y}_0}\,, \tag{10}$$

în care

$$\underline{Y}_0 = j\,C_0\omega \text{ și } \underline{Y}_L = -\,\frac{j}{L_{TT}\,\omega}$$

sau, efectuînd reducerile posibile,

$$\underline{U}_0 = U\,\frac{1}{1 + \dfrac{3\underline{Y}_0}{\underline{Y}_L}}\,. \tag{10'}$$

Se vede că pentru $|\underline{Y}_L| = 3\,|\underline{Y}_0|$ apare în circuit rezonanță și U_0 poate să ia valori foarte mari, care nu sînt limitate decît de rezistența R_{TT} a transformatorului de tensiune și de saturația circuitului magnetic al acestuia.

Domeniul periculos se deduce cu aceeaşi relaţie ca şi pentru cazul întreruperii a două faze în situaţia arătată la punctul 2 (relaţia (8)), cu deosebirea că în acest caz Y_L reprezintă admitanţa înfăşurării transformatoarelor de tensiune.

Chiar dacă se ia în consideraţie şi rezistenţa R_{TT} a transformatorului de tensiune, condiţia $3 \mid Y_0 \mid = \mid Y'_L \mid$ pentru care tensiunea U_0 creşte foarte mult are acelaşi aspect. Ţinînd seama de raportul real dintre conductanţa şi susceptanţa transformatoarelor de tensiune, care la construcţiile obişnuite este de circa 1 : 100, rezultă că această rezistenţă nu influenţează fenomenul.

Limitarea într-o oarecare măsură a supratensiunilor se poate produce numai prin efectul saturării circuitelor magnetice ale transformatorului de tensiune.

Chiar în cazul cînd în schema considerată se prevăd trei transformatoare de tensiune racordate între fază şi pămînt, care sînt protejate prin siguranţe fuzibile (în reţelele de medie tensiune), la arderea siguranţei pe una dintre faze se va produce o nesimetrie longitudinală, pentru care se scrie relaţia

$$\underline{U}_0 = \underline{U} \cdot \frac{(\underline{Y}_0 + \underline{Y}_L) + a^2 (\underline{Y}_0 + \underline{Y}_L) + a \underline{Y}_0}{2 (\underline{Y}_0 + \underline{Y}_L) + \underline{Y}_0}, \tag{11}$$

respectiv

$$\underline{U}_0 = -\frac{a}{2} \frac{U}{\frac{3 \underline{Y}_0}{2 \underline{Y}_L} + 1}. \tag{11'}$$

Rezonanţa apare în acest caz pentru

$$3 \underline{Y}_0 - 2 \underline{Y}_L = 0,$$

ca şi în cazul din figura 2 cu observaţia că $\underline{Y}_L$ reprezintă admitanţa transformatorului de tensiune.

În afara schemelor discutate, în cazul racordării grupurilor în schema considerată pot apărea supratensiuni şi de natura celor arătate la punctul (2) în cazul cînd între generator şi transformatorul de bloc este intercalat un întreruptor (2I), care este deschis în timpul pornirii blocului prin propriul său transformator de servicii proprii (fig. 7). Înaintea conectării

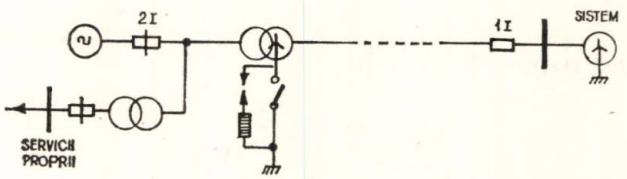


Fig. 7. — Grup racordat ca în figura 5, dar cu întrerupătorul între generator şi transformator de bloc.

sarcinii pe transformatoarele de servicii proprii vom avea aceeaşi situaţie ca aceea descrisă la punctul 2, cu deosebirea că de data aceasta admitanţa ramurii de magnetizare $\underline{Y}_L$ va fi mai mare, deoarece cele două ramuri

de magnetizare (ale transformatorului de bloc și ale transformatorului de servicii proprii) vor fi în paralel (reactanțele de scurtcircuit se neglijează).

Evident că un asemenea regim poate fi periculos și mai ales poate schimba domeniul lungimilor l periculoase ale liniei de racord.

În cazul grupurilor racordare prin transformatoare cu trei înfășurări, condițiile de apariție ale creșterilor de tensiune pe transformatoarele respective se cumulează și trebuie analizate sub aspectele lor specifice.

3.3. MĂSURI DE LUAT ÎN VEDEREA REDUCERII PERICOLULUI DE APARIȚIE A UNOR SUPRATENSIUNI DE TIPUL ARĂTAT

În cazul racordării grupurilor ca în figura 5 trebuie evitată prevederea unui singur transformator de tensiune între fază și pămînt, respectiv a siguranțelor în cazul prevederii a trei transformatoare de tensiune. O asemenea schemă poate fi tolerată din motive economice, cînd există certitudine că ne găsim în afara domeniului periculos.

Pentru evitarea supratensiunilor ce pot lua naștere prin apariția unui regim nesimetric datorită rămînerii într-un număr incomplet de faze la conectarea sau la deconectarea întreruptorului 1I, situația este mai favorabilă în cazul grupurilor decît în cazul racordurilor adînci, deoarece la deconectarea prin protecție a întreruptoarelor 1I sau a întreruptoarelor 1I și 2I în cazul schemei figura 7 transformatorul de bloc rămîne conectat un timp suficient pe sarcina serviciilor proprii prin intermediul transformatorului de servicii proprii, ceea ce determină înlăturarea practică a fenomenului.

În consecință este necesar a se evita manevre voite cu întreruptorul 1I sau 2I înainte de legare la pămînt a neutrului transformatorului de bloc prin separatorul 1S. Blocajul corespunzător este similar celui descris la punctul 2.

4. GRUPURI LEGATE LA BARE DIRECT PRIN TRANSFORMATORUL DE BLOC

4.1. SUPRATENSIUNI CARE POT APĂREA ÎN ASTFEL DE CAZURI

În cazul legării directe la bare a blocurilor generator-transformator pot apărea supratensiuni dacă nu se respectă o succesiune anumită a operațiilor de conectare și de deconectare a blocurilor. Deosebit de grave pot fi consecințele unor asemenea supratensiuni în zone cu o atmosferă puternic poluată.

Astfel, la sincronizarea la bare a întreruptorului 1I apare o diferență de potențial egală cu $\Delta U = U_g - U_s$, care, în cazul opoziției de fază, poate să ajungă la $2U_f = 1{,}15\ U$ (fig. 8).

Dacă în timpul operațiilor de sincronizare pe legătura dintre transformator și întreruptorul 1I apare o punere la pămînt monofazică (în punctul A), diferența de potențial poate ajunge în regim stabilizat pînă la $2{,}73\ U_f = 1{,}58\ U$ dacă separatorul 1S este deschis.

Asemenea situații pot apărea și în cazul unor defecte în sistem care determină deconectarea prin protecție a întreruptorului 1I, cînd, datorită unor conectări în rețea, probabilitatea punerilor la pămînt în

porţiunea dintre 1I şi transformator devine mai mare. Asemenea defecte conduc în cel mai bun caz la amorsarea şi la distrugerea descărcătorilor de pe neutrul transformatorului, dar şi la posibilitatea conturnării întreruptorului 1I între bornele de intrare şi de ieşire, cu toate consecinţele

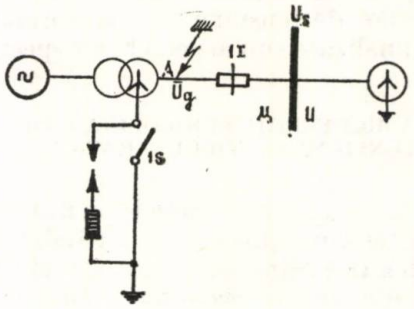


Fig. 8. — Grup racordat prin transformator de bloc la barele colectoare ale unei staţii cu defect monofazic în punctul A.

grave care pot decurge de aici. Evident că în afara tensiunilor care pot apărea în regim staţionar, în asemenea situaţii supratensiunile tranzitorii pot avea valori considerabile mai mari.

Un alt regim de funcţionare care poate conduce la avarii datorită supratensiunilor interne este următorul : într-o centrală care funcţionează cum este arătat în schema din figura 9 şi are loc un defect în sistem care ar determina deschiderea întreruptorului 3I şi 5I înaintea întreruptorului 4I chiar cu o diferenţă de timp foarte redusă, pot apărea oscilaţii ale punctului neutru pe transformatorul blocului. Aceste oscilaţii apar pentru valori reduse ale capacităţii C_0, ca, de exemplu, aceea a barelor colectoare. Schema echivalentă pentru acest caz este dată în figura 10. S-ar părea că în această schemă nu ar putea apărea fenomene de rezonanţă ; totuşi, asemenea fenomene au fost determinate atît prin calcul, cît şi prin încercări. Fenomenul se poate produce datorită faptului că fiecare dintre cele trei reactanţe se compun din două elemente : reactanţa inductivă neliniară şi reactanţa capacitivă liniară. În funcţie de gradul de saturaţie, admitanţa rezultată poate fi inductivă sau capacitivă, aşa cum se vede din figura 11, curba $U = f(\mathrm{I})$.

La un moment dat t, cînd schema rămîne aşa cum este reprezentată în figura 10, curenţii pe cele trei faze vor fi diferiţi, regim care poate fi staţionar.

Saturaţia pe miezurile celor trei transformatoare de tensiune fiind diferită, şi admitanţele pot fi unele capacitive, iar altele inductive, şi atunci tensiunea pe neutrul transformatorului :

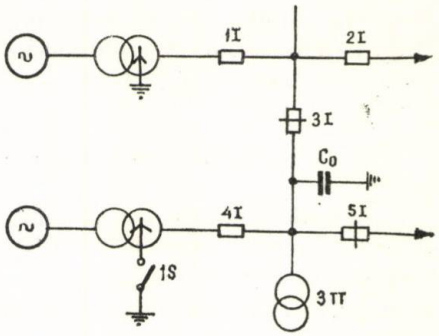
$$U_0 = \frac{\underline{U}\,(\underline{Y}_R + a^2 Y_S + a\,\underline{Y}_T)}{\underline{Y}_R + \underline{Y}_S + \underline{Y}_T},$$

poate creşte foarte mult.

Oscilaţii ale neutrului pot apărea şi pe armonica a treia sau pe subarmonici.

Petersen [1] indică domeniile în care se pot produce asemenea oscilaţii, precum şi amplitudinile acestuia (fig. 12).

Fig. 9. — Schema unei centrale debitînd direct pe barele colectoare, avînd capacitatea față de pămînt C_0 în care deschiderea întrerupătoarelor 3I și 5I se produce înaintea întrerupătorului 4I.



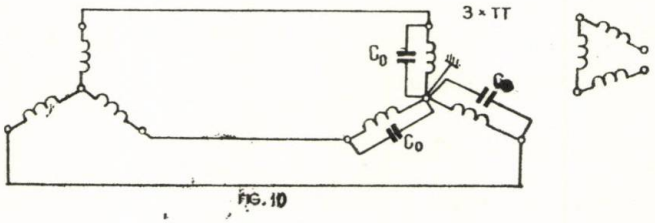


FIG. 10

Fig. 10. — Schema echivalentă de calcul a schemei din figura 9.

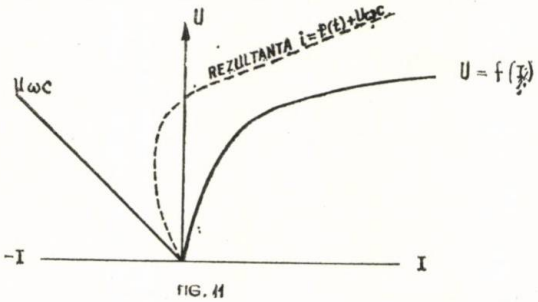


FIG. 11

Fig. 11. — Curbele $U = f(I)$ pe reactanța inductivă neliniară a transformatoarelor de tensiune și pe reactanța capacitivă lineară a barelor.

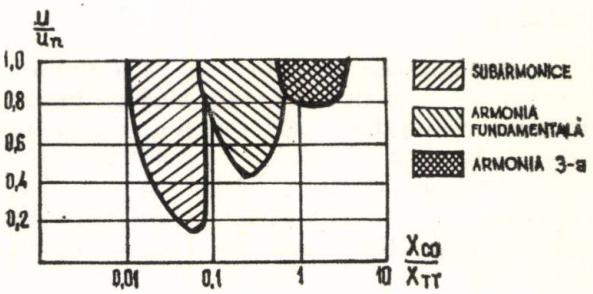


Fig. 12. — Domeniile în care se pot produce oscilații ale neutrului pe armonica 3 sau pe subarmonici.

4.2. MĂSURI DE LUAT ÎN VEDEREA REDUCERII PERICOLULUI DE APARIȚIE A UNOR SUPRATENSIUNI DE TIPUL ARĂTAT

În cazurile schemelor arătate este necesar ca orice manevră voită sau prin protecție a întreruptorului 1I să fie făcută numai după închiderea separatorului 1S. Nu se poate admite funcționarea blocului cu între-

ruptorul 1I deschis şi cu neutrul izolat, chiar pentru perioade scurte de timp. Din acest motiv trebuie să se asigure întîi deconectarea blocurilor racordate pe bare care funcţionează cu neutrul izolat.

5. DETERMINAREA DOMENIILOR PERICULOASE

Domeniile periculoase pentru cazurile analizate se pot determina pornind de la următoarele condiţii :

Orice creştere a tensiunii care depăşeşte 0,821 pe fazele sănătoase în cazul defectelor nesimetrice este periculoasă. Această condiţie, definită prin Stas 6489-67, corespunde la o deplasare a punctului neutru de maximum 0,222 U, respectiv 0,382 U_f.

Pentru determinarea domeniilor periculoase se trasează curba de variaţie a raportului $\frac{U_0}{U_f}$ funcţie de raportul $\frac{Y_L}{Y_0}$.

Raportul $\frac{Y_C}{Y_0} = \frac{\omega C}{\omega C_0}$ este o constantă pentru un anumit tip de linie, deci deplasarea punctului neutru va fi funcţie de capacitatea faţă de pămînt a liniei, respectiv de lungimea acesteia şi de inductanţa transformatorului.

Expresia (1) se scrie în valori relative astfel :

$$\underline{U}_0 = \frac{\underline{U}_0}{\underline{U}} = -\frac{1}{2 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{Y_C}{Y_0} + \dfrac{Y_L}{Y_0}}}. \qquad (1')$$

Pentru generalizarea curbei vom considera o valoare medie a raportului $\frac{Y_C}{Y_0} = \alpha$.

Capacitatea faţă de pămînt a liniilor aeriene în funcţie de capacitatea de serviciu a acesteia variază între [0,6 şi 0,7 C_s pentru aşezare în plan orizontal a conductoarelor şi între 0,55 şi 0,6 C_s pentru linie dublu circuit cu aşezare brad a conductoarelor [2].

Capacitatea dintre faze pentru aceleaşi linii variază în limitele 0,13—0,1 şi 0,15—0,13 C_s. Valorile superioare ale capacităţilor faţă de pămînt, respectiv minime între faze, corespund liniilor cu conductoare de protecţie.

Cum Y_C reprezintă admitanţa capacitivă între faze transformată din triunghi în stea, raportul

$$\alpha = \frac{Y_C}{Y_0} = \frac{C}{C_0} = \frac{3 \cdot 0{,}1}{0{,}7} \cdot \cdot \cdot \frac{3 \cdot 0{,}13}{0{,}6} = 0{,}43 \ldots 0{,}65,$$ adică în medie putem

considera $\alpha = 0{,}5$.

Pentru această valoare a lui α, în figura 13 s-a trasat în unități relative curba $U_0 = f\left(\frac{Y_L}{Y_C}\right)$.

Trasînd pe diagramă domeniul cuprins între $\pm$ 0,383 (domeniul de deplasare limită admis al neutrului), se obține zona pentru care raportul nesimetriei nu produce o creștere periculoasă a tensiunii pe neutru.

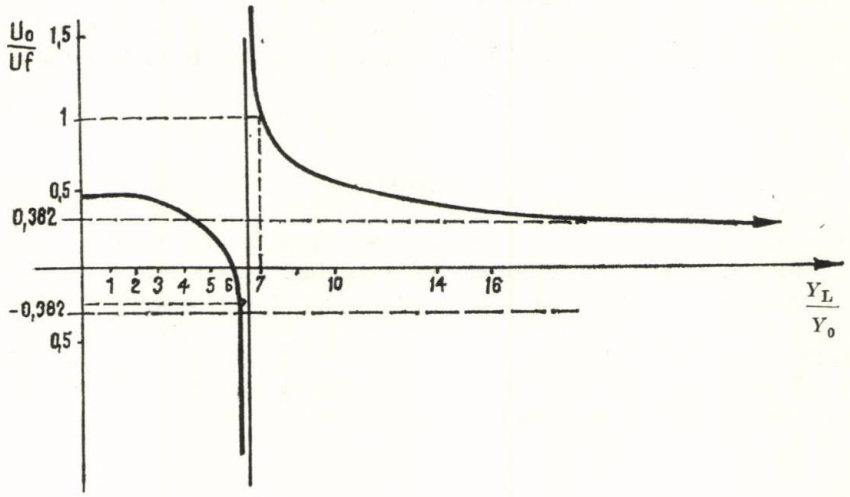


Fig. 13. — Curba $U_0 = f\left(\frac{Y_L}{Y_C}\right)$.

Din cercetarea curbei se disting două domenii periculoase :

— primul domeniu este cuprins între valoarea zero a raportului $\frac{Y_L}{Y_0}$ și valoarea 0,382 la care taie orizontala ;

— al doilea domeniu începe de la valoarea pentru care U_0 ia valoarea — 0,382 și continuă pînă la infinit.

În al doilea domeniu se trece prin zona de rezonanță, în care tensiunea teoretic poate atinge valoare infinită (ținînd seama de influența rezistențelor, maximul scade la valori finite).

Din analizarea curbei se pot trage unele concluzii privind funcționarea transformatoarelor cu neutrul izolat în rețele cu neutrul efectiv legat la pămînt.

Prima concluzie se referă la raportul $\frac{Y_L}{Y_0}$, cuprins între 0 și valoarea pentru care U_0 scade sub 0,382. $\frac{Y_L}{Y_0} = 0$ poate însemna fie admitanța de magnetizare a transformatorului egal cu 0, deci scurtcircuit la borne, fie admitanța față de pămînt a liniei infinită, adică linie lungă în gol racordată la transformator.

Rezultă că în cazul unei nesimetrii există întotdeauna posibilitatea apariției unor supratensiuni staționare care să conducă la o deplasare a punctului neutru mai mare decît cea admisă.

Pentru rapoartele $\frac{Y_L}{Y_0}$ pentru care tensiunea U_0 creşte peste — — 0,382 pînă la infinit, vom avea în permanenţă un domeniu de funcţionare periculos.

Aspectele abordate în prezenta lucrare nu epuizează toate schemele de conexiuni şi de manevre legate de probabilitatea apariţiei de supratensiuni interne. Prin prezentarea acestora s-a urmărit atragerea atenţiei asupra schemelor sau manevrelor periculoase care pot fi evitate cu mijloace relativ simple sau pur şi simplu printr-o succesiune corectă a manevrelor.

BIBLIOGRAFIE

1. H. A. Petersen, *Transients în Power Systems*, New York, J. Willey, 1951.
2. * * * *Memoratorul inginerului electrician*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1971.
3. M. Stein, D. Mark, A. Cristovici, *Protecţia neutrelor transformatoarelor din reţele de înaltă tensiune*. A II-a Conferinţă a electricienilor, 23—26 septembrie 1969.
4. A. Cristovici, D. Mark, M. Stein, *Limitarea curenţilor de scurtcircuit în cazul defectelor nesimetrice cu puneri la pămînt*, Comunicare la Sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din IPB, 1970.

INFLUENȚA PARAMETRILOR TRĂSNETULUI ASUPRA MĂRIMII ȘI FORMEI TENSIUNILOR CARE SOLICITĂ IZOLAȚIA LINIILOR ELECTRICE AERIENE DE ÎNALTĂ TENSIUNE

G. DRĂGAN, D. S. NECȘULESCU și A. CRISTOVICI

621.315.1: 621.015

Se analizează influența amplitudinii, a pantei și a locului de cădere a trăsnetului pe linie asupra parametrilor tensiunii care solicită izolația liniilor electrice aeriene. Analiza s-a efectuat cu ajutorul unui program DECLA pentru calculator numeric.

1. INTRODUCERE

Cercetările privind mecanismul loviturii trăsnetelor [8], [9], [11], [12] și măsurătorile din ultimul timp privind parametrii trăsnetelor, [4]—[7] au fost folosite pînă în prezent mai ales pentru calculul numărului de declanșări ale liniilor electrice aeriene (LEA) [1], [3], [4]. Articolul de față își propune să valorifice aceste rezultate la studiul varietății mărimii și al formei tensiunilor care solicită izolația liniilor electrice aeriene de înaltă tensiune (110 și 220 kV) în funcție de amplitudinea și de panta curentului de trăsnet incident. Se prezintă numeroase rezultate ale calculelor efectuate pe un calculator numeric pentru linii de înaltă tensiune cu o structură tipică, pentru care s-a considerat un domeniu de variație uzual al valorilor rezistențelor prizelor de legare la pămînt ale stîlpilor.

2. PROGRAMUL DE CALCUL AL SUPRATENSIUNILOR ATMOSFERICE CARE SOLICITĂ IZOLAȚIA LINIILOR ELECTRICE AERIENE DE ÎNALTĂ TENSIUNE (PROGRAMUL DECLA)

Programul de calcul DECLA, cu ajutorul căruia au fost realizate calculele din acest articol, a fost elaborat pentru calculatorul cifric „ELLIOTT-4120" și conceput în limbajul ALGOL. Programul DECLA reprezintă o variantă simplificată a programului DECL, cu ajutorul căruia

se calculează numărul mediu de declanșări ale liniilor electrice aeriene de înaltă tensiune [1].

Calculele se efectuează pe baza metodei undelor călătoare [8], [11], [12]. Se consideră cazurile loviturii de trăsnet în mijlocul deschiderii ($i = 1$) și în stîlp ($i = 2$) și tensiunile care rezultă se înregistrează pentru ambele cazuri atît în locul distanței minime dintre conductorii activi și de protecție (VD), cît și la lanțul de izolatoare cel mai solicitat (VI) (fig. 1).

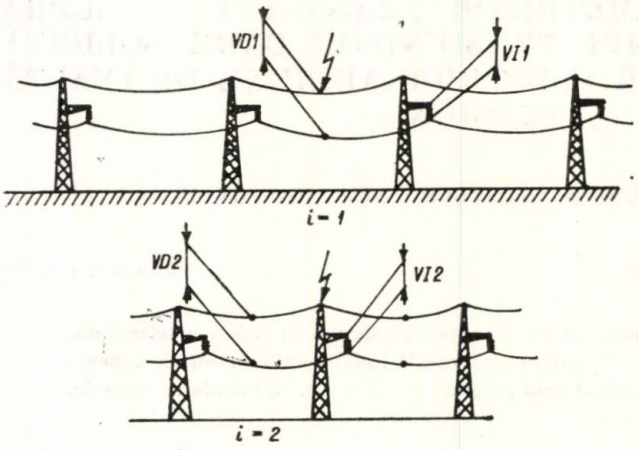


Fig. 1. — Cazurile-limită ale loviturii de trăsnet în LEA, considerate în algoritmul programului DECLA: $i = 1$ — lovitură de trăsnet în mijlocul deschiderii; $i = 2$ — lovitură de trăsnet în stîlp.

În consecință, s-au înregistrat următoarele tensiuni produse de loviturile de trăsnet în linia electrică aeriană (se utilizează pe tot parcursul articolului notații cu litere mari, folosite la scrierea în ALGOL-60 a programului pentru a ușura eventuala lui folosire):

VI 1 — tensiunea pe lanțul de izolatoare în cazul loviturii de trăsnet în mijlocul deschiderii;

VD 1 — tensiunea în mijlocul deschiderii în cazul loviturii de trăsnet în același loc;

VI 2 — tensiunea pe lanțul de izolatoare în cazul loviturii de trăsnet în stîlp;

VD 2 — tensiunea în mijlocul deschiderii la lovitură de trăsnet în stîlp.

O ipoteză de bază a algoritmului programului de calcul este independența parametrilor care intervin în calcule (impedanțe caracteristice și rezistențe) de valoarea amplitudinii curentului de trăsnet, această ipoteză conducînd, după cum se va vedea, la o bună concordanță a rezultatelor obținute cu rezultatele studiului pe model fizic. Din această ipoteză rezultă relația de directă proporționalitate dintre tensiunea care solicită izolația și amplitudinea curentului de trăsnet pentru aceeași formă a curentului de trăsnet și pentru aceleași condiții. Această concluzie a simplificat mult calculele, deoarece se pot studia tensiunile VI 1, VD 1, VI 2 și VD 2 pentru un curent de trăsnet de 1 kA, și rezultatele pentru curent de trăsnet cu amplitudinea a (kA) se obțin prin înmulțirea cu valoarea numerică a a tensiunilor de mai sus.

Unda de curent de trăsnet folosită în acest program este de forma $\tau_f/40$ μs (τ_f fiind durata frunții undei de curent de trăsnet) pentru a se putea compara rezultatele de calcul cu cele din literatura americană.

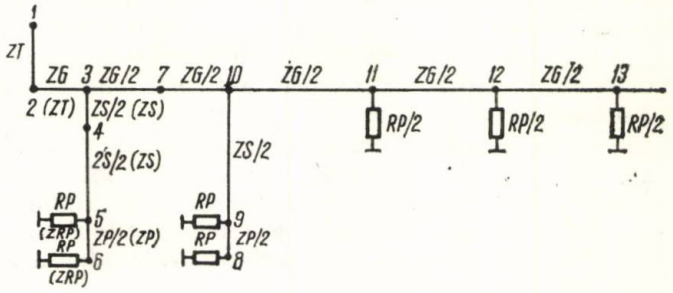


Fig. 2. — Topologia pentru calculul tensiunilor care solicită izolația LEA.

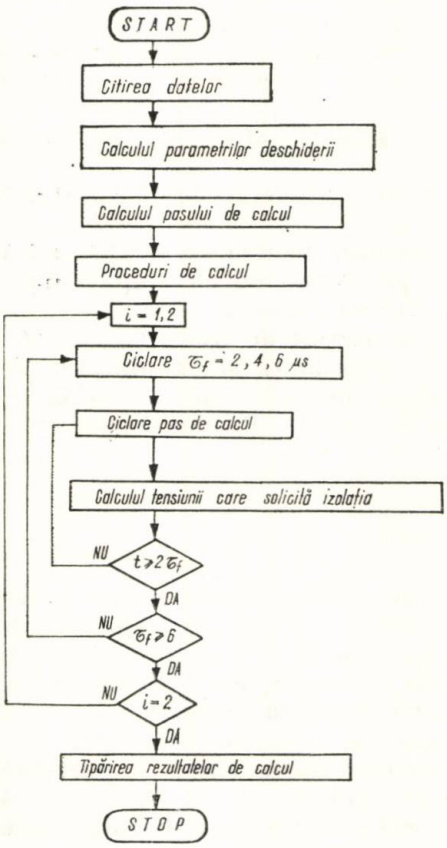


Fig. 3. — Schema logică a programului DECLA : $i = 1$ — lovitură de trăsnet în mijlocul deschiderii ; $i = 2$ — lovitură de trăsnet în stîlp ; τ_f — durata frunții undei de curent de trăsnet.

În urma analizei rezultatelor se constată însă că folosirea unei unde de forma $\tau_f/50$ μs nu schimbă concluziile acestui articol. Pentru durata frunții undei de curent τ_f s-au considerat valorile 2,4 și 6μ s (fig. 2).

Schema logică a algoritmului programului de calcul pe calculatorul numeric este prezentată în figura 3.

Calculul cuprinde următoarele etape :

a) calculul parametrilor deschiderii LEA ;

b) calculul pasului de calcul ;

c) completarea topologiei ;

d) calculul tensiunilor în diferite noduri ale topologiei.

a. Parametrii electrici ai deschiderilor care se utilizează în calcul sînt :

— impedanța caracteristică a conductoarelor de protecție (ZG) și active (ZA) ;

— impedanța de undă mutuală dintre conductoarele active și de protecție (ZAG) ;

— coeficientul de cuplaj (CAG).

b. Pasul de calcul se alege egal cu durata de propagare cea mai mică dintre două noduri vecine rezultate din completarea topologiei. În majoritatea cazurilor, pasul de calcul reprezintă timpul de propagare dintre vîrful stîlpului și traversa inferioară. La stîlpii cu două conductoare de

protecție, această distanță e relativ neînsemnată față de înălțimea stîlpului și se neglijează, astfel încît pasul de calcul se ia în acest caz egal cu durata de propagare prin priza de pămînt.

c. Topologia reprezintă o schemă echivalentă a liniei electrice aeriene pentru cazurile din figura 1 și este rezumată la noduri de reflexie și refracție, impedanțe caracteristice și durata de propagare (fig. 2).

La realizarea acestei scheme s-a avut în vedere faptul că linia este simetrică în raport cu locurile loviturii trăsnetului, considerate ca fiind reprezentative (cazurile $i = 1$ și $i = 2$ din figura 1), ceea ce a permis punerea în paralel a celor două părți simetrice ale liniei.

În figura 2 s-au făcut următoarele notații:

ZT — impedanța caracteristică a canalului trăsnetului;

ZS — impedanța caracteristică a stîlpului;

ZP — impedanța caracteristică echivalentă a prizei stîlpului;

RP — rezistența prizei stîlpului;

4 — nodul în care se înregistrează tensiunea ce solicită lanțul de izolatoare de pe traversa inferioară (cel mai solicitat);

7 — nodul în care se înregistrează tensiunea care solicită izolația la mijlocul deschiderii dintre conductorul de protecție și conductorul activ cel mai apropiat în cazul $i = 2$.

Completarea topologiei se realizează prin calcul automat pe baza unor date de intrare.

d. Calculul tensiunilor în diferite noduri se efectuează cu ajutorul metodei undelor călătoare.

Avînd în vedere că calculele se efectuează pentru curenți de 1 kA și că tensiunile care rezultă sînt direct proporționale cu amplitudinea curentului, rezultatele se pot interpreta în două feluri:

— ca tensiuni rezultate în cazul unui curent de trăsnet de 1 kA;

— ca coeficienți (cu dimensiune de impedanță și cu unitatea de măsură kV/kA), care, înmulțiți cu amplitudinea curentului de trăsnet, conduc la valoarea tensiunii care solicită izolația. Pentru comoditate, acești coeficienți se vor denumi și nota ca și cum ar fi tensiuni.

3. REZULTATELE CALCULELOR

În figurile 4, 5, 6 și 7 sînt prezentate rezultatele calculelor pentru linii electrice aeriene de 110 kV, avînd rezistențe medii de dispersie ale prizelor stîlpilor de 5Ω (fig. 4), 10 Ω (fig. 5) și 30 Ω (fig. 6), precum și pentru linii de 220 kV cu rezistența medie de dispersie a prizelor de 5 Ω (fig. 7). În aceste figuri s-a reprezentat cu linie punctată pentru $\tau_f = 2\mu s$, cu linie întreruptă pentru $\tau_f = 4\ \mu s$ și cu linie plină pentru $\tau_f = 6\ \mu s$.

Pentru analiza rezultatelor, o dată de intrare foarte importantă este lungimea deschiderii; în caz că aceasta este de 300 m, înseamnă că unda se propagă de la un stîlp la priza de legare la pămînt a stîlpului vecin și înapoi în circa 2,5 μs (în această durată a fost inclusă și durata de propagare prin stîlpul vecin și priza lui).

Analizînd rezultatele, se constată micșorări bruște ale tensiunii din circa 2,5 în 2,5 μs, care se explică prin unda de tensiune reflectată cu schimbare de semn la stîlpii vecini loviturii de trăsnet. Această constatare

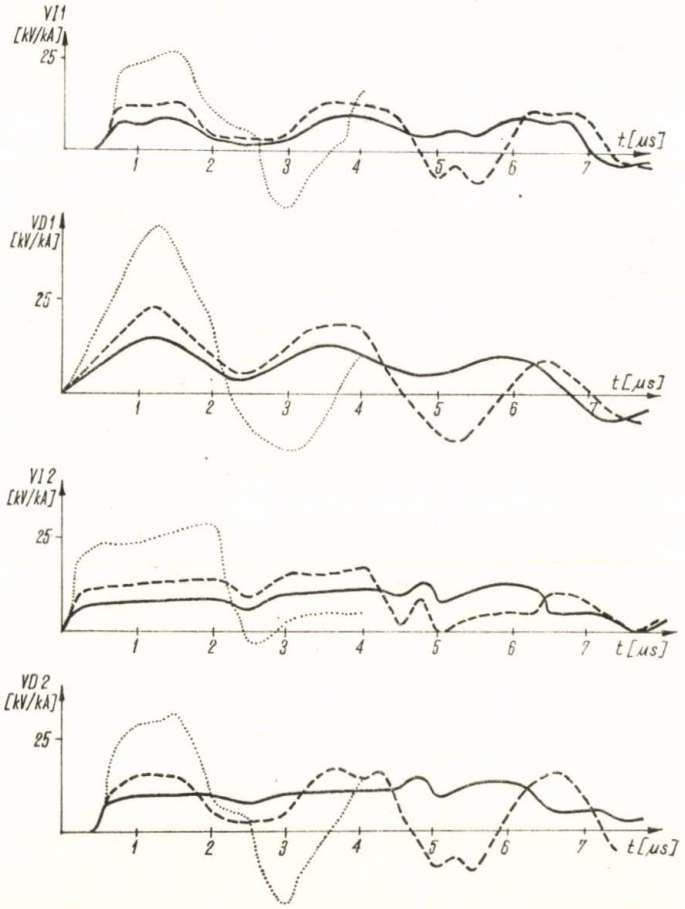


Fig. 4. — Tensiunile care apar datorită loviturilor de trăsnet în LEA de 110 kV ($Rp = 5\Omega$).

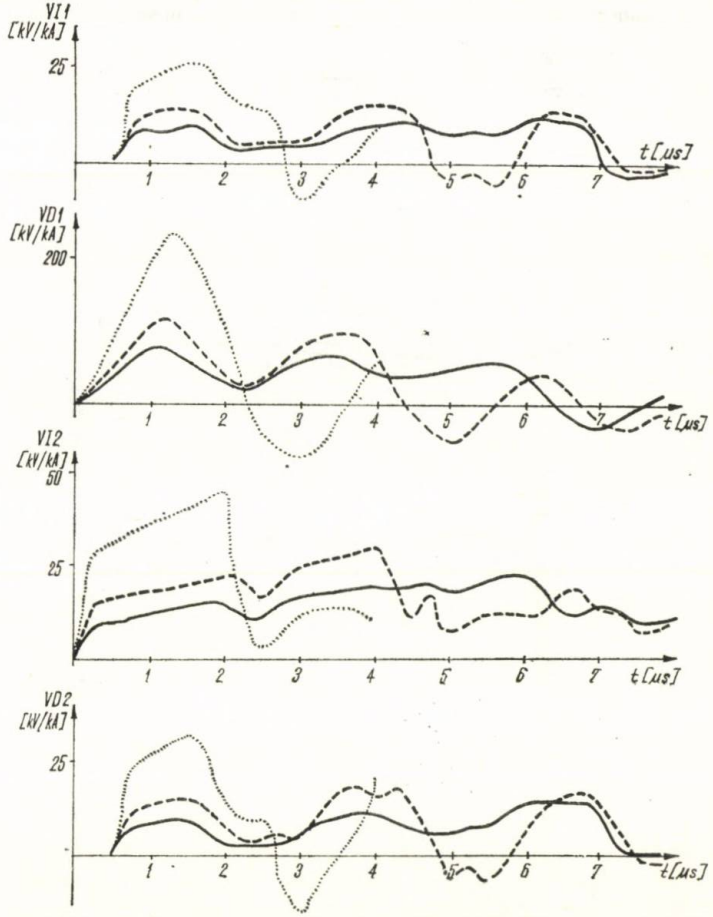


Fig. 5. — Tensiunile care apar datorită loviturilor de trăsnet în LEA de 110 kV ($Rp = 10\,\Omega$).

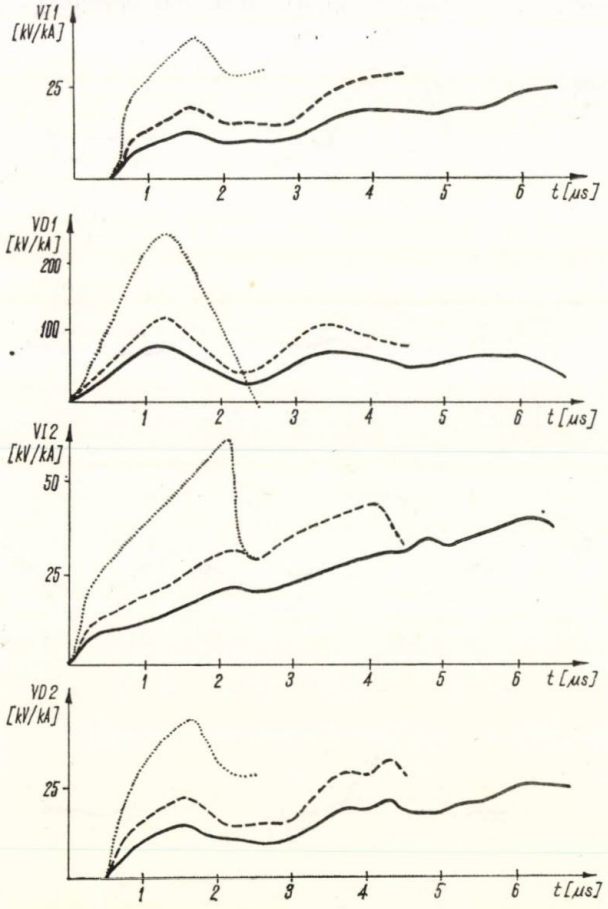


Fig. 6. — Tensiunile care apar datorită loviturilor de trăsnet în LEA de 110 kV ($Rp = 30\ \Omega$).

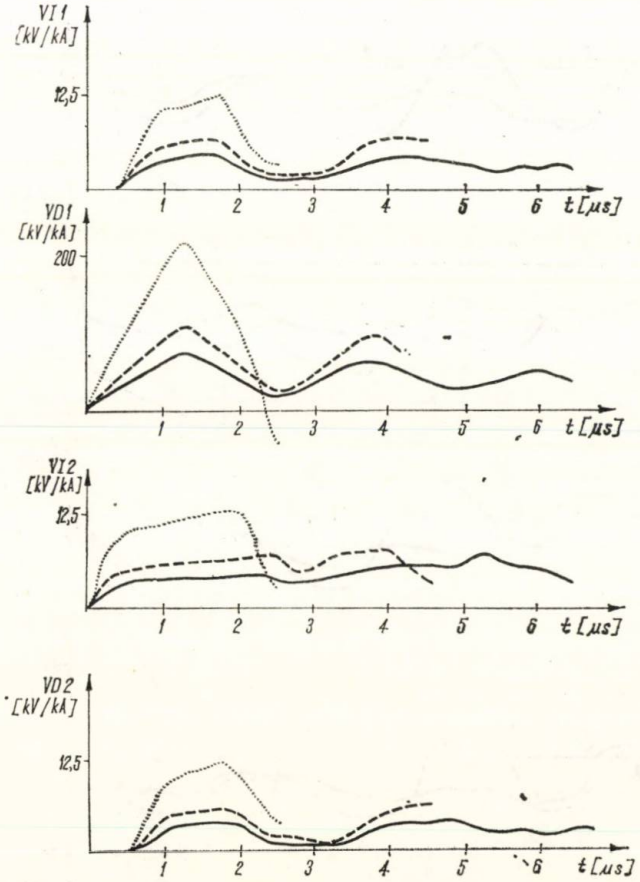


Fig. 7. — Tensiunile care apar datorită loviturilor de trăsnet în LEA de 220 kV ($Rp = 5\ \Omega$).

este importantă, deoarece permite prevederea rezultatelor pentru lungimi ale deschiderilor diferite de 300 m.

Oscilațiile tensiunii, cu o frecvență determinată în principal de lungimea deschiderii, sînt mai evidente după ce a trecut un timp $t = \tau_f$ (fig. 4—7) și apar în acest caz oscilații amortizate. Aceasta a făcut să se limiteze calculele la $\tau_f + 0{,}5$ μs, deoarece pentru $t > \tau_f$ rezultatele prezintă o formă regulată și sînt previzibile.

În toate cazurile, valoarea maximă a tensiunii care solicită izolația apare înainte de $\tau_f + 0{,}5$ μs. Durata spatelui undei de curent de trăsnet are ca consecință o influență redusă asupra formei undei de tensiune și astfel rezultatele obținute cu unde de curent $\tau_f / 40$ μs sînt comparabile cu cele care se obțin cu unde de curent $\tau_f/50$ μs.

Pe baza rezultatelor din figurile 4—7 s-au determinat amplitudinile tensiunilor care solicită izolația, precum și durata de timp T_f dintre momentul în care apare tensiunea de impuls pe izolația respectivă și momentul apariției maximului tensiunii.

În tabela 1, aceste rezultate sînt prezentate sub forma unui raport în care numărătorul reprezintă amplitudinea tensiunii în kV/kA, iar numitorul durata T_f corespunzătoare în μs. Rezultatele din tabela 1 sînt prezentate de asemenea în figura 8.

Se constată o alură asemănătoare a variației tensiunilor cu durata frunții undei de curent τ_f, diferențele fiind determinate de locul înregistrării tensiunii, de locul loviturii de trăsnet și de tensiunea nominală.

Concluzii practice importante se pot trage din analiza variației tensiunii VD 1 (tensiunea care solicită izolația în mijlocul deschiderii la lovitură de trăsnet în același loc) pentru diferite valori uzuale ale rezistenței *Rp* a prizelor de legare la pămînt a stîlpilor.

Se constată că, practic, VD 1 nu depinde de *Rp*. Luînd în considerare faptul că VD 1 reprezintă cauza pincipală a descărcărilor în deschidere, se poate trage concluzia că măsurile luate la stîlpi (schimbarea rezistenței prizelor de pămînt în limite uzuale sau modificarea numărului de izolatoare) nu influențează practic numărul de descărcări în deschidere. La concluzii asemănătoare s-a ajuns prin studiul pe model fizic [13].

Din figura 6 se constată de asemenea că tensiunile cele mai mari apar la locul loviturii trăsnetului (VI 2 și VD 1).

În figura 9 s-au reprezentat aceste tensiuni (VI 2 și VD 1) în unități relative, luînd ca bază valoarea tensiunilor respective pentru $\tau_f = \min$. Se constată că variația cu durata frunții curentului de trăsnet τ_f este mai mare la VD 1 (cînd τ_f crește de la 1 la 6 μs, VD 1 scade cu 76%) decît la VI 2 (pentru aceeași variație, VI 2 scade cu 45—64%).

Aceste rezultate evidențiază influența deosebit de importantă a duratei frunții curentului de trăsnet, influență care nu poate fi în nici un caz neglijată. Din păcate, datele existente actualmente în literatură privitor la probabilitatea apariției amplitudinii și a duratei frunții curentului de trăsnet, precum și cu privire la corelația lor sînt sărace în literatura de specialitate [3]—[5] și nici nu concordă satisfăcător între ele.

Tabela 1

Valorile maxime ale tensiunilor care solicită izolația și momentul de apariție a acestor valori maxime

LINII DE 110 kV

R Ω	$\tau_{\mu s}$ / kV/kA	2	4	6
5	VI1	25,4/1,0	13,4/3,25	9,9/5,75
	VD1	226/1,25	113/1,25	75/1,25
	VI2	30,4/2	17,8/4	14,4/4,75
	VD2	30,8/1,0	16,6/3,7	12,1/6
10	VI1	28,3/1,1	16,1/3,25	13/5,75
	VD1	226/1,3	113/1,2	75,4/1,2
	VI2	44,5/2	29,5/4	23,6/6
	VD2	33,5/1	19,6/3,8	15,1/6
30	VI1	38,7/1,1	28,3/3,75	24,8/6,1
	VD1	226,7/1,25	113,3/1,25	77,6/1,25
	VI2	61,5/2,1	44,7/4,1	38,8/6,2
	VD2	43,7/1,1	31,4/3,75	26,6/6,2
	LINII DE 220 kV			
5	VI1	11,9/1,25	6,3/3,75	4,2/3,75
	VD1	211,3/1,3	107,8/1,25	65,4/1,5
	VI2	13,7/2	8,05/4	6,9/5,25
	VD2	11,9/1,25	6,1/3,75	4,67/4,1

Vor fi necesare eforturi suplimentare pe linia cunoașterii acestor parametri pentru a se putea realiza o mai mare exactitate a calculului numărului de declanșări a liniilor electrice aeriene.

În figura 8 s-au reprezentat rezultatele obținute pe model geometric de linie electrică aeriană de 500 kV [5], [10] pentru tensiunile luate în considerare în articolul de față și considerînd $Rp = 0$ și 55 Ω. Se constată că se obțin rezultate analoage cu cele obținute pe calculator cifric, diferențele fiind explicabile prin faptul că este vorba de o structură de linie de 500 kV, pe cînd rezultatele obținute pe calculator cifric sînt pentru 110 și 220 kV.

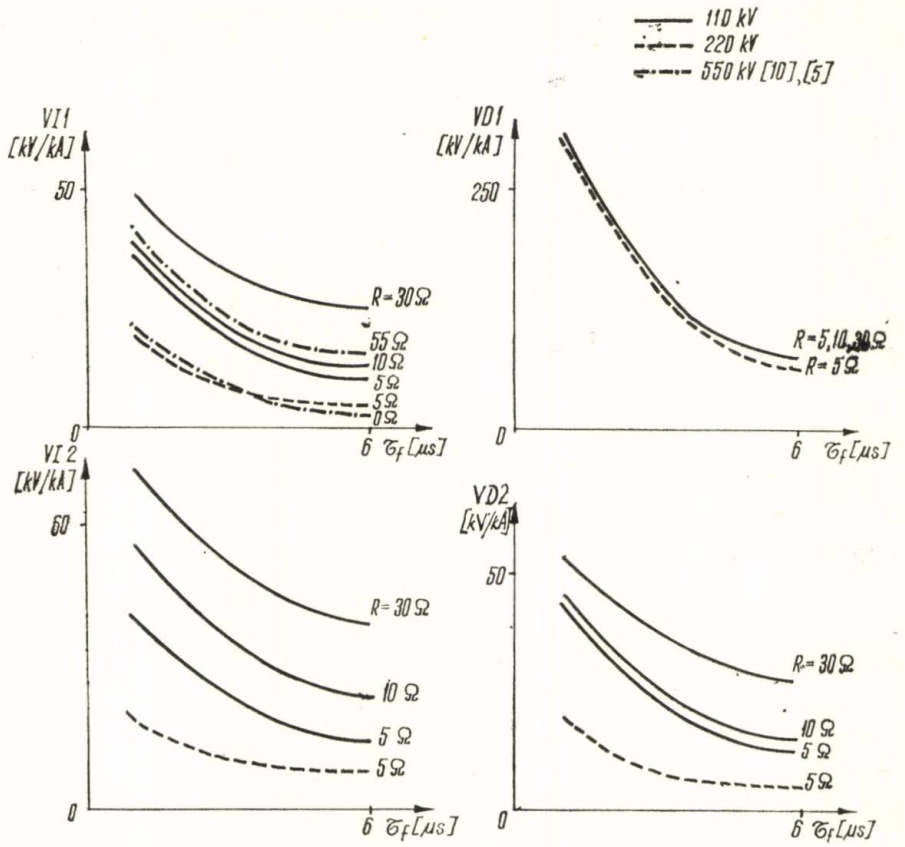


Fig. 8. — Variația tensiunilor care solicită izolația în funcție de durata frunții undei de curent de trăsnet.

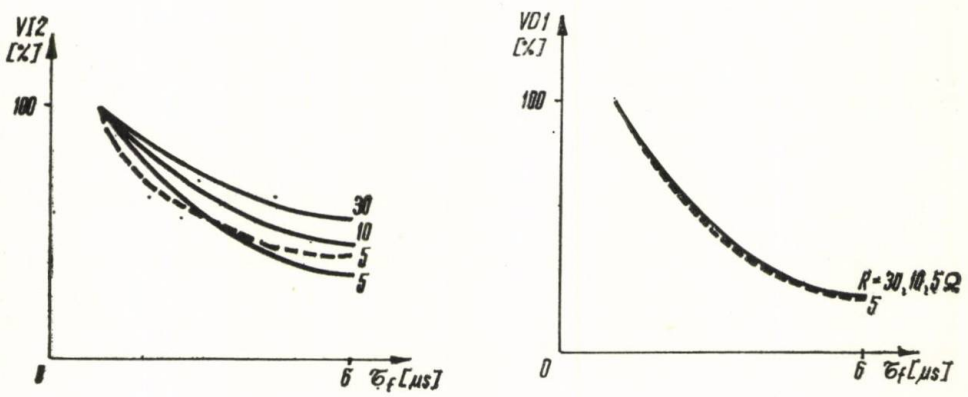


Fig. 9. — Variația procentuală a tensiunilor VI2 și VD1 în funcție de durata frunții undei de curent de trăsnet, luînd ca bază valoarea pentru $\tau_f = 1$ μs.

4. ANALIZA REZULTATELOR OBȚINUTE DIN PUNCTUL DE VEDERE AL FORMEI UNDELOR DE TENSIUNE CARE SOLICITĂ IZOLAȚIA LEA

Din figurile 4—7 se constată că se pot trage unele concluzii generale privind forma undelor de tensiune care solicită izolația.

Fruntea undelor de tensiune se poate caracteriza astfel:

— la VD 1, practic $Tf \approx 1{,}2$ μs pentru cazul deschiderilor obișnuite ale liniei ($d = 250 \ldots 400$ m); pentru deschideri în afara acestui domeniu, Tf diferă în mare măsură de τ_f (pentru $d = 600$ m, $Tf > 2{,}5$ μs). În general se poate spune că Tf pentru VD 1 practic nu variază cu τ_f;

— la VI 1, VI 2 și VD 2, fruntea se caracterizează prin:

a) creșterea foarte rapidă pe durata $t \in [0-2]\ t_{st}$, unde t_{st} este durata de propagare de la vîrful stîlpului pînă la suprafața solului ($t_{st}\,[\mu s] = \dfrac{h}{300}$, h [m] fiind înălțimea stîlpului);

b) durata frunții $T_f \approx \tau_f$ (corelație aproximativ liniară).

Forma spatelui undelor de tensiune se poate caracteriza ca fiind o undă oscilantă amortizată cu perioada T:

— pentru lovitură de trăsnet în stîlp ($i = 1$):

$$T = T_1\,[\mu s] \approx \frac{2\,d}{300},$$

d[m] fiind lungimea medie a deschiderilor;

— pentru lovitură de trăsnet în mijlocul deschiderii ($i = 2$):

$$T = T_2\ [\mu s] \approx \frac{d}{300};$$

— pentru lovitură de trăsnet în deschidere, $T \in [T_2 - T_1]$; pentru $d = 300$ m, $T \in [1-2]$μs.

În calculele din acest articol, amortizarea rezultă numai datorită refracțiilor la stîlpii vecini locului loviturii de trăsnet și, în consecință, amortizarea undelor oscilante care reprezintă spatele este în realitate mai mare datorită pierderilor active.

Pe baza acestor rezultate se poate stabili forma tipică a undelor de tensiune de impuls de trăsnet care solicită izolația LEA.

Solicitarea care determină distanțele dintre conductori în deschidere este lovitura de trăsnet în jurul mijlocului deschiderii; în consecință, forma tipică a undelor de impuls în acest caz este dată de VD 1, care pentru cazul deschiderilor obișnuite ($d \in [250 - 400]$ m) se caracterizează prin:

— $T_f \approx 1{,}2$ μs;

— spatele este o undă oscilantă amortizată cu perioada în jur de 1 μs.

Solicitarea care determină dimensionarea izolației stîlpilor este dată atît de loviturile de trăsnet în stîlp, cît și în deschidere, și, în consecință, forma tipică a undelor de impuls pentru cazul deschiderilor obișnuite ($d \in [250 - 400]$ m) se caracterizează prin:

— $T_f \approx \tau_f$,

— spatele este o undă oscilantă amortizată cu perioada în domeniul 1 — 2 μs.

5. COMPARAREA UNDELOR TIPICE DE TENSIUNE DE IMPULS DE TRĂSNET PROPUSE CU UNDELE STANDARD DE IMPULS

Izolația se încearcă cu undă de impuls standard 1,2/50 μs, de aceeași formă cu a undei standard de curent de trăsnet.

Din măsurătorile statistice [6], [7] se obține valoarea medie pentru τ_f de circa 2,2 μs și valoarea medie a duratei semiamplitudinii de circa 40 — 50 μs. Rezultă că între unda cea mai frecventă de curent de trăsnet și unda standard corespunzătoare nu sînt diferențe prea mari. Ținînd cont însă de cercetările mai recente, ipoteza corelației liniare dintre unda de curent de trăsnet și unda de tensiune care solicită izolația, ipoteză făcută cînd s-a standardizat unda de tensiune de încercare la impuls, nu se mai verifică.

Forma undei de tensiune de impuls de trăsnet care solicită izolația LEA se cunoaște mai precis începînd cu primele calcule efectuate în SUA în 1949 pe calculator analogic [9] și cu măsurătorile pe model fizic geometric al loviturii de trăsnet în LEA [10]. Rezultatele obținute pe aceste căi, prezentate în [5] și [6], dau o bună concordanță cu rezultatele obținute pe baza algoritmului pentru calculator numeric folosit pentru calculele din acest articol.

Undele de tensiune obținute diferă de unda standard. După cum se știe, comportarea izolației LEA se determină pentru unda standard de 1,2/50μs sub forma caracteristicii tensiune-timp.

Ținînd cont de cele de mai sus, pentru a cunoaște comportarea reală a izolației LEA și pentru determinarea parametrilor descărcării (tensiunea și timpul de descărcare) e necesar să se stabilească :

— comportarea izolației stîlpilor LEA la T_f diferit de 1,2 μs ;

— comportarea izolației LEA la unde de tensiune cu spate oscilant cu perioada 1—2 μs.

În această problemă, cercetările sînt abia la început. Din rezultatele cunoscute din literatură se pot trage însă concluzii utile. De exemplu, în [2] se prezintă rezultatele probelor cu unde de tensiune nestandard (din care unele se aseamănă mult cu cele din figurile 4—7, de exemplu unda 1,15/9,5 μs, cu spate exponențial, și unda 6,6/10,5μs, cu spate oscilant sinusoidal).

Probele s-au limitat la distanțe de străpungere de 20 inch. Prezentăm totuși unele concluzii interesante :

1) probele cu unde de impuls standard sînt suficiente în general și corespund scopurilor industriale ;

2) rezultatele obținute în special pentru unde negative nestandard se deosebesc în cea mai mare parte de cele pentru unde standard și reclamă continuarea probelor cu unde nestandard.

Calculele și concluziile din acest articol sînt valabile pentru linii electrice aeriene de 110 și 220 kV. Pentru tensiuni mai mari e necesară completarea programului de calcul cu considerarea componentei capacitive a tensiunii care solicită izolația conform teoriei lui C.F. Wagner [8].

Mai notăm că în analiză nu s-a luat în considerare cazul loviturii directe de trăsnet în conductoarele active ale liniilor electrice aeriene. Avînd însă în vedere că probabilitatea loviturii directe de trăsnet în conductoarele active e mică și că cele mai multe dintre aceste lovituri de trăsnet

conduc la descărcare pe izolația liniei, nu s-a considerat necesară obținerea de informații suplimentare cu privire la comportarea izolației liniei la solicitarea acestor unde.

6. CONCLUZII

a. Forma undelor de tensiune care solicită izolația liniei în cazul loviturilor de trăsnet diferă mult de unda standard. Aceste unde de tensiune au forme tipice, care s-au stabilit pentru linii de 110 și 220 kV (pct. 4). Se consideră necesar să se continue studiul pentru a se stabili forma undelor după producerea conturnării inverse pe izolația LEA, avînd în vedere că undele care se vor propaga pe conductorul activ vor solicita izolația stîlpilor vecini.

b. Sînt necesare concluzii definitive privind comportarea izolației liniilor pentru unde de tensiune nestandard care apar în practică.

c. Durata frunții undei de curent de trăsnet are influență importantă asupra tensiunii care solicită izolația.

d. Programul de calcul DECLA pentru calculatorul cifric se poate considera ca fiind bine verificat de rezultatele obținute pe modelul geometric de linie electrică aeriană.

BIBLIOGRAFIE

1. D. Necșulescu, A. Cristovici, *Program de calcul pe calculator cifric al numărului de declanșări a liniilor electrice aeriene de înaltă tensiune*, Construcții și montaje energetice, *8* (1971).
2. H. Linck, *Protective caracteristic of 20-inch rod gap*, AIEE Trans. on PAS, *2* (1965).
3. J. M. Clayton, F. S. Young, *Estimating lighting performance of transmission lines*, AIEE Trans. on PAS, *11* (1964).
4. * * * *Rukovodiașcie ukazania po zașcite ot perenapriajenii elektriceskih setei 3—500 kV*, Elektriceskie stanții, *4*, *6*, *7* (1964).
5. * * * *EHV Transmission line reference book*, Edison Electric Institute, 1968.
6. * * * *Electrical transmission and distribution reference book*, Westinghouse Elec. Corp., 1964.
7. A. S. Alizade, D. A. Kuliev, V. A. Kalantarov, *Issledovanie krutizni i amplitudi toka priamih udarov molnii na liniah elektroperedaci*, Elektricestvo, *7* (1968).
8. C. F. Wagner, A. R. Hileman, *A new approach to the calculation of the lightning performance of transmission lines*, P. III, *A simplified method: stroke to tower*, AIEE Trans. on PAS, *10* (1960).
9. E. L. Harder, J. M. Clayton, *Transmission line design and performance based on direct lightning strokes*, AIEE Trans., P. I, 1949.
10. F. A. Fisher, J. G. Anderson, J. H. Hugenguth, *Determination of lightning response of transmission lines by means of geometrical models*, AIEE Trans. on PAS, *2*(1960).
11. G. Drăgan, *Determinarea supratensiunilor în cazul căderii trăsnetului pe vîrful unui stîlp al liniei aeriene*, St. cerc. energ., *3* (1959).
12. G. Drăgan, *Contribuții la determinarea supratensiunilor în cazul căderii trăsnetului pe conductorul de protecție al unei linii aeriene de înaltă tensiune*, Bul. Inst. politehnic, **XXI**, *1* (1959).
13. C. Dinculescu, D. Cristescu, *Asupra formei supratensiunilor atmosferice pe liniile de înaltă tensiune*, St. cerc. energ. electr., *3* (1970).

ASUPRA CONCEPTELOR DE STARE ŞI DE REALIZARE A SISTEMELOR LINIARE

VLAD IONESCU

51:62.50

Se încearcă o formalizare generală a conceptelor de stare şi de realizare a sistemelor liniare, concepte care la nivel formal se pot asocia factorizărilor unei clase cauzale. Această formalizare nu face apel la nici un fel de proprietăţi operatoriale dinainte impuse, cum ar fi ipoteza netezimii, ci îşi propune să uzeze de un instrument algebric, în speţă factorizările canonice ale homomorfismelor care descriu funcţiile de intrare/ieşire asociate stării zero, corespunzătoare diverselor momente de timp. În final se expun unele dificultăţi legate de problema realizării sistemelor netede. continue în timp, dificultăţi complet depăşite în cazul sistemelor liniare invariante în timp. Este abordată de asemenea numai din punct de vedere algebric problema finitudinii.

1. INTRODUCERE

În [1] sînt date pentru prima dată o formulare şi o dezvoltare riguroasă a conceptelor de stare şi de realizare, concepte care ocupă o poziţie centrală în teoria sistemelor dinamice în general şi care devin extrem de operante în cadrul clasei sistemelor liniare, în special datorită facilităţilor de ordin formal.

Un stimulent puternic în investigarea teoretică şi aplicativă a sistemelor liniare l-a reprezentat introducerea teoriei structurilor algebrice, în speţă a $K[z]$-modulelor, care a permis „substituirea" în ultimă instanţă a procesului dinamic la nivel formal, cu operaţiile de compoziţie la nivelul structurilor algebrice induse.

În cele ce urmează vom expune cîteva extinderi şi precizări legate de conceptele enunţate prin optica teoriei algebrice.

2. CONSIDERAŢII PRELIMINARE

Un *sistem liniar* Σ se defineşte prin modelul formal descris de octuplul

$$\Sigma = (T, U, \Omega, Y, \Gamma, X, \varphi, \eta),$$

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 245—263, 1973

în care

$$T \subset R \ (\leqslant),$$

U, Ω, Y, Γ, X sînt spații K-liniare (K un cîmp arbitrar)

și unde:

$\Omega \subset \{ \omega \mid \omega : T \to U \}$, *nevidă* și posedînd proprietatea de *concatenaritate*, numită *clasa intrărilor*,

$\Gamma \subset \{ \gamma \mid \gamma : T \to Y \}$, *clasa ieșirilor*,

— $\varphi : T \times T \times X \times \Omega \to X$, *funcția de tranziție a stărilor*,

adică

$$x(t) = \varphi(t; \tau, x, \omega),$$

cu

$\varphi(t; \tau, . , .) : X \times \Omega \to X$, *K-liniară* pentru orice pereche $(t, \tau) \in T \times T$, avînd proprietățile [1] de orientabilitate, consistență, compozabilitate și cauzalitate,

— $\eta : T \times X \to Y$, *funcția de ieșire*, adică $y(t) = \eta(t, x(t))$, și unde $\eta(t, .) : X \to Y$ este *K—liniară*.

Rezultă

$$\varphi(t; \tau, x, \omega) = \varphi(t; \tau, x + 0{,}0 + \omega) = \varphi(t; \tau, x, 0) +$$

$$+ \varphi(t; \tau, 0, \omega) = \Phi(t, \tau)\, x + \Gamma(t, \tau)\, \omega,$$

unde

$$\Phi(. , .) \quad \text{și} \quad \Gamma(. , .)$$

sînt operatori difiniți de aplicațiile

$$(t, \tau) \mapsto [X \to X]^{*)},$$

$$(t, \tau) \mapsto [\Omega \to X] \to (t \geqslant \tau).$$

Din proprietățile funcției φ rezultă

$\Phi(t, t) = I$, operatorul identic $X \to X$,

$$\Phi(t, \theta) \circ \Phi(\theta, \tau) = \Phi(t, \tau) \quad (t > \theta > \tau),$$

$\Gamma(t, t) = 0$, operatorul nul $\Omega \to X$.

De asemenea

$$\eta(t, x) = C(t)\, x,$$

*) $[. \to .]$ clasa operatorilor K-liniari.

unde

$$t \mapsto C(t) \in [X \to Y]$$

este bine definit.

Tranziţiile $T \times X \times \Omega \to \Gamma$ sînt descrise atunci de

$$y(t) = \pi_t \gamma = C(t)\ \Phi(t, \tau)\ x + C(t)\ \Gamma(t, \tau)\ \omega\ (t \geqslant \tau)$$

sau, cu notaţii evidente,

$$y(t) = L_\Sigma(t, \tau)\ x + R_\Sigma(t, \tau)\ \omega.$$

Observaţie. $R_\Sigma(t, \tau)$ operează de fapt asupra segmentului de intrare $\omega_{(\tau, t)}$, ceea ce rezultă din proprietatea de cauzalitate a aplicaţiei φ, iar $R_\Sigma(t, t) = 0$ din proprietatea de consistenţă a aceleiaşi aplicaţii.

Avînd în vedere că starea zero se poate considera unică indiferent de convenţia făcută asupra stărilor, rezultă că aplicaţia

$$(t, \tau) \mapsto R_\Sigma(t, \tau) \in [\Omega \to Y]$$

caracterizează tranziţiile intrare/ieşire indiferent de modul de construcţie a lui X, corespunzător stării iniţiale zero.

Se poate formula atunci următoarea problemă fundamentală: *dîndu-se* T, U, Ω, Y, Γ *cu proprietăţile amintite şi o aplicaţie* $R(.\ ,\ .)$ *de tipul*

$$(T \times T)^e \ni (t, \tau) \mapsto R(t, \tau) \in [\Omega \to \Gamma],$$

unde

$$(T \times T)^e = \{(t, \tau) \mid t \geqslant \tau,\ t, \tau \in T\}$$

cu proprietăţile de consistenţă şi de cauzalitate, să se determine un triplet (X, φ, η) *astfel ca* $\Sigma = (T, U, \Omega, Y, \Gamma, X, \varphi, \eta)$ *să fie un sistem liniar.*

Problema enunţată poartă numele de *problema generală a realizării.*

3. MODELUL τ-CAUZAL

Fie Σ un sistem liniar şi $\tau \in T$ arbitrar, numit *momentul prezent.* Fie de asemenea

$$\Omega_\tau^e = \{\omega \in \Omega \mid \overline{\text{suport}}\ \omega \subset (-\infty, \tau], \text{ compact}\},$$

$$\Gamma_\tau^e = \{\gamma|_{(\tau, \infty) \cap T} \mid \gamma \in \Gamma\}.$$

Construcţia unei mulţimi de tipul Ω_τ^e tot ca spaţiu K-liniar este posibilă, datorită proprietăţii de concatenaritate.

Evident, pentru fiecare $\omega \in \Omega_\tau^e$ există $s_\omega \in T$, pentru care ω este nulă dacă $s \leqslant s_\omega$.

Fie

$$f_{\tau\Sigma}^e : \Omega_\tau^e \to \Gamma_\tau^e$$

prin egalitatea

$$f^c_{\tau\Sigma}(\omega)(t) \stackrel{\Delta}{=} \eta(t, \varphi(t; s_\omega, 0, \omega)) \quad (t > \tau),$$

numită *funcția de tranziție cauzală intrare/ieșire la momentul* τ, *asociată stării zero*. Se vede imediat că

$$f^c_{\tau\Sigma}(\omega)(t) = R_\Sigma(t, s_\omega)\,\omega, \quad t > \tau, \quad \omega \in \Omega^c_\tau$$

și de asemenea că

$$f^c_{\tau\Sigma}(\omega) = \eta(.\,, \varphi(.\,; \tau, x(\tau), 0)) = C(.)\,x(.)$$

$$x(\tau) = \varphi(\tau; s_\omega, 0, \omega) = \Gamma(\tau, s_\omega)\,\omega.$$

Datorită compacticității suportului lui ω, se poate scrie în definitiv

$$f^c_{\tau\Sigma}(\omega) = C(.)\,\Phi(., \tau)\,x(\tau) \text{ pe } (\tau, \infty) \cap T$$

$$x(\tau) = \Gamma(\tau, \bar{s})\,\omega$$

și

$$\bar{s} = \inf T.$$

Fie introduse aplicațiile

$$\overline{B}^c_{\tau\Sigma} : \omega \mapsto x,$$

$$\overline{C}^c_{\tau\Sigma} : x \mapsto \gamma$$

prin egalitățile

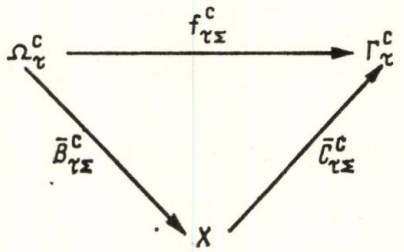
$$\overline{B}^c_{\tau\Sigma}(\omega) = \Gamma(\tau, \bar{s})\,\omega,$$

$$\overline{C}^c_{\tau\Sigma}(x) = C(.)\,\Phi(.\,, \tau)\,x.$$

Atunci, în definitiv,

$$f^c_{\tau\Sigma} = \overline{C}^c_{\tau\Sigma} \circ \overline{B}^c_{\tau\Sigma},$$

ceea ce corespunde factorizării aplicației $f^c_{\tau\Sigma}$, exprimată de diagrama care comută :



Perechea $(\overline{B}^c_{\tau\Sigma}, \overline{C}^c_{\tau\Sigma})$ poartă numele de *model* τ*-cauzal*. Dacă $\overline{B}^c_{\tau\Sigma}$ este *surjectivă*, Σ este τ*-complet accesibil*; dacă $\overline{C}^c_{\tau\Sigma}$ este *injectivă*, Σ este τ*-complet observabil*. În fine, dacă Σ este τ-complet accesibil și τ-complet observabil, el este τ*-canonic cauzal*, ceea ce revine la faptul că $f^c_{\tau\Sigma}$ este *factorizată canonic*.

Dacă Σ este τ-canonic cauzal pentru orice $\tau \in T$, el este *canonic cauzal*. Se vede însă că pentru fiecare $\tau \in T$ avem un triplet $(\Omega_\tau^c, \Gamma_\tau^c, f_{\tau\Sigma}^c)$ sau, altfel spus, sistemul Σ generează *clasa cauzală*

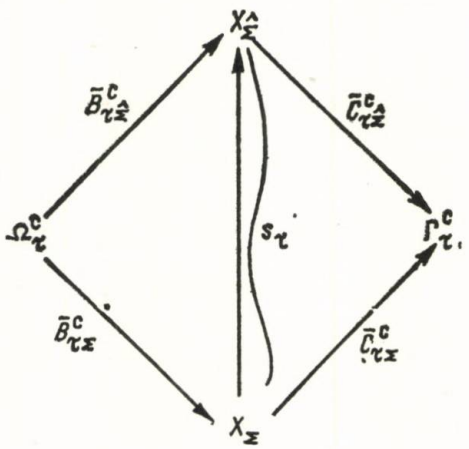
$$\mathcal{F}_\Sigma^c = (f_{\tau\Sigma}^c)_{\tau \in T}.$$

Concluzii esențiale. Spațiul X posedă proprietatea remarcabilă că prin el se factorizează întreagă clasă cauzală $\mathcal{F}_\Sigma^c$.

Această concluzie permite totodată și clarificarea conceptului de stare.

4. IZOMORFISM

Două sisteme Σ și $\hat{\Sigma}$ se zic *τ-izomorfe* față de același triplet (T, Ω, Γ) dacă următoarea diagramă comută:



s_τ fiind un *K-izomorfism* între X_Σ și $X_{\hat{\Sigma}}$.

Se vede că

$$\bar{B}^c_{\tau\hat{\Sigma}} = s_\tau \circ \bar{B}^c_{\tau\Sigma},$$

$$\bar{C}^c_{\tau\hat{\Sigma}} = \bar{C}^c_{\tau\Sigma} \circ s_\tau^{-1},$$

de unde

$$f^c_{\tau\hat{\Sigma}} = \bar{C}^c_{\tau\hat{\Sigma}} \circ \bar{B}^c_{\tau\hat{\Sigma}} = \bar{C}^s_{\tau\Sigma} \circ \bar{B}^c_{\tau\Sigma} = f^c_{\tau\Sigma},$$

cu alte cuvinte la momentul τ cele două aplicații intrare/ieșire coincid.

Două sisteme Σ și $\hat{\Sigma}$ se zic *izomorfe* (sau T-izomorfe) dacă există o familie de K-izomorfisme $(s_\tau)_{\tau \in T}$ care fac să comute toate diagramele de tipul celei de mai sus pentru orice $\tau \in T$. În acest caz rezultă

$$f^c_{\tau\hat{\Sigma}} = f^c_{\tau\Sigma}$$

pentru orice $\tau \in T$, adică

$$\mathcal{F}^c_{\hat{\Sigma}} = \mathcal{F}^c_{\Sigma},$$

sau, altfel spus, Σ şi $\hat{\Sigma}$ generează una şi aceeaşi clasă cauzală.

Observaţie. Reciproca nu este adevărată, adică, dacă două sisteme Σ şi $\hat{\Sigma}$ generează aceeaşi clasă cauzală, ele nu sînt izomorfe.

5. SISTEME NESINGULARE

Un sistem Σ este *nesingular* dacă, oricare ar fi $\tau' > \tau$ în T, $\Phi(\tau', \tau)$ are o inversă :

$$\Phi(\tau, \tau') \triangleq \Phi^{-1}(\tau', \tau).$$

Aceasta revine la următoarele : oricare ar fi faza (τ, x_τ) şi dacă $\emptyset \neq T_\tau \triangleq \{\sigma \in T \mid \sigma < \tau\}$, atunci pentru orice $\sigma \in T_\tau$ există x_σ *unic*, astfel încît regimul liber iniţializat în (σ, x_σ) ajunge în x_τ la momentul τ.

Această afirmaţie este evidentă, întrucît

$$x_\sigma = \Phi^{-1}(\tau, \sigma)\ x_\tau = \Phi(\sigma, \tau)\ x_\tau.$$

Referitor la observaţia de mai sus şi la nesingularitate avem următoarea

Teoremă. Dacă Σ şi $\hat{\Sigma}$ sînt *nesingulare*, *canonice* şi generează aceeaşi clasă cauzală, ele sînt *izomorfe*. Mai mult, clasa de izomorfisme $(s_\tau)_{\tau \in T}$ este bine determinată prin cunoaşterea unui singur element al acesteia.

Demonstraţie. Prima parte a teoremei este evidentă, datorită faptului că oricare două factorizări canonice ale unui K-homomorfism sînt K-izomorfe.

Fie $\sigma, \tau \in T$, de exemplu $\sigma < \tau$. Atunci

$$\overline{C}^c_{\tau\Sigma} = \overline{C}^c_{\tau\hat{\Sigma}} \circ s_\tau,$$

$$\overline{C}^c_{\sigma\Sigma} = \overline{C}^c_{\sigma\hat{\Sigma}} \circ s_\sigma$$

sau, explicit,

$$C_\Sigma(t)\, \Phi_\Sigma(t, \tau) = C_{\hat{\Sigma}}(t)\, \Phi_{\hat{\Sigma}}(t, \tau) \circ s_\tau \quad (t > \tau),$$

$$C_\Sigma(t)\, \Phi_\Sigma(t, \sigma) = C_{\hat{\Sigma}}(t)\, \Phi_{\hat{\Sigma}}(t, \sigma) \circ s_\sigma \quad (t > \sigma,\ \tau > \sigma).$$

Cum

$$\Phi_\Sigma(t, \sigma) = \Phi_\Sigma(t, \tau)\, \Phi_\Sigma(\tau, \sigma),$$

$$\Phi_{\hat{\Sigma}}(t, \sigma) = \Phi_{\hat{\Sigma}}(t, \tau)\, \Phi_{\hat{\Sigma}}(\tau, \sigma),$$

rezultă

$$C_{\hat{\Sigma}}(t)\,\Phi_{\hat{\Sigma}}(t,\tau)\circ s_\tau = \overline{C}_{\hat{\Sigma}}(t)\,\Phi_{\hat{\Sigma}}(t,\tau)\,\Phi_{\hat{\Sigma}}(\tau,\sigma)\circ s_\sigma\circ\Phi_{\hat{\Sigma}}(\sigma,\tau)\ (t>\tau),$$

adică

$$\overline{C}^c_{\tau\hat{\Sigma}}\circ s_\tau = \overline{C}^c_{\tau\hat{\Sigma}}\circ\Phi_{\hat{\Sigma}}(\tau,\sigma)\circ s_\sigma\circ\Phi_\Sigma(\sigma,\tau).$$

Cum

$$\ker \overline{C}^c_{\tau\hat{\Sigma}} = 0,$$

rezultă

$$s_\tau = \Phi_{\hat{\Sigma}}(\tau,\sigma)\circ s_\sigma\circ\Phi_\Sigma(\sigma,\tau)\ (\tau>\sigma),$$

ceea ce demonstrează teorema.

6. REALIZARE

Vom spune că:

— sistemul Σ realizează aplicația $f^c_\tau \in [\,\Omega^c_\tau \to \Gamma^c_\tau\,]$ dacă $f^c_{\tau\Sigma} = f^c_\tau$;

— sistemul Σ realizează clasa cauzală $\mathcal{F}^c = \{f^c_\tau \mid \tau\in T, f^c_\tau \in [\Omega^c_\tau \to \Gamma^c_\tau]\}$

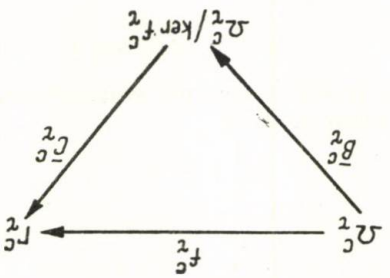
dacă

$$\mathcal{F}^c_\Sigma = \mathcal{F}^c$$

Față de cele expuse în paragraful 4, se poate enunța următoarea *Teoremă* (de unicitate). Două realizări *canonice* Σ și $\hat{\Sigma}$ ale aceleiași clase cauzale sînt izomorfe.

Să abordăm acum *problema generală a realizării unei clase cauzale* $\mathcal{F}^c$.

Pentru orice $f^c_\tau \in \mathcal{F}^c$ este valabilă factorizarea canonică naturală descrisă de diagrama



Spațiul cît $\Omega^c_\tau/\ker f^c_\tau$ reprezintă mulțimea claselor de echivalență $[\omega]_\tau$ modulo $\ker f^c_\tau$ în sensul de echivalență:

$$\omega\sim\omega' \Leftrightarrow \omega-\omega'\in\ker f^c_\tau,$$

ceea ce corespunde la faptul că

$$f_\tau^e(\omega) = f_\tau^e(\omega').$$

Avem de asemenea :

— surjecția $\overline{B}_\tau^e : \omega \mapsto [\omega]_\tau$;
— injecția $\overline{C}_\tau^e : [\omega]_\tau \mapsto \gamma = f_\tau^e(\omega), \forall\, \omega \in [\omega]_\tau$.
Se va nota

$$X_\tau = \Omega_\tau^e / \ker f_\tau^e = \{x_\tau\} = \{[\omega]_\tau\},$$

care, evident, este un K-spațiu liniar și care se va numi *spațiul stărilor existente la momentul* τ.

Aceasta înseamnă că :

a) oricare ar fi $x_\tau \in X$, există cel puțin un $\omega \in \Omega_\tau^e$ care realizează accesul acestei stări ($\omega \in [\omega]_\tau = x_\tau$) ;

b) dacă $x_\tau \neq x'_\tau$, atunci $\gamma \neq \gamma'$, unde $\gamma = \overline{C}_\tau^e(x_\tau)$ și $\gamma' = \overline{C}_\tau^e(x'_\tau)$, adică la stări diferite corespund ieșiri diferite (generate de regimurile libere corespunzătoare).

Fie acum aplicația

$$X_\tau \to X_{\tau'},$$

cu $\tau < \tau'$, definită de

$$[\omega]_\tau \to [\hat{\omega}]_{\tau'},$$

unde

$$\hat{\omega} = \begin{cases} \omega \text{ pe } T \cap (-\infty, \tau], \\ 0 \text{ pe } (\tau, \tau'] \cap T, \end{cases}$$

cu $\omega \in [\omega]_\tau$ arbitrar.

Aplicația este definită. Într-adevăr, fie

$$\omega = \omega' \bmod \ker f_\tau^e ;$$

atunci avem și

$$\hat{\omega} = \hat{\omega}' \bmod \ker f_{\tau'}^e,$$

aceasta rezultînd din proprietatea de cauzalitate, asociată cu condiția $\tau < \tau'$. Sau, altfel exprimat, dacă

$$\gamma = \gamma',$$

atunci și

$$\gamma \mid_{T \cap (\tau', \infty)} = \gamma' \mid_{T \cap (\tau', \infty)}.$$

Această aplicație va fi notată cu $\Phi(\tau', \tau)$ și, prin modul cum a fost definită, se vede că exprimă *tranziția liberă a stărilor din* X_τ *în* $X_{\tau'}$. Se vede ușor că

$$\forall\, \tau', \tau \in T \Rightarrow \Phi(\tau', \tau) \in [X_\tau \to X_{\tau'}].$$

De asemenea se arată fără dificultate că

$$\Phi\ (t,\ t) = I\ (\mathrm{t} \in T),$$

$$\Phi\ (t,\ \theta\ )\ \Phi(\theta,\ \tau) = \Phi\ (t,\ \tau)\ (t > \theta > \tau).$$

Fie introduse mulţimile

$$X = \bigcup_{\tau \in T} X_\tau,$$

adică *mulţimea stărilor generate de clasa* $\mathcal{F}^c$, care *nu* este în mod necesar un K-spaţiu liniar, şi, respectiv,

$$[T \times X] = \{(\tau,\ x_\tau) \mid \tau \in T,\ x_\tau \in X_\tau\}$$

mulţimea fazelor generate de clasa $\mathcal{F}^c$, care de asemenea *nu* este în mod necesar un K-spaţiu liniar.

Atunci se introduc aplicaţiile :

a) $\varphi : T \times [T \times X] \times \Omega \to X$,

prin

$$\varphi\ (t;\ \tau,\ x_\tau,\ \omega) = \Phi\ (t,\ \tau)\ x_\tau + \overline{B}_t^c\ (\overline{\omega}_{(\tau,\ t]}),$$

cu

$$\overline{\omega}_{(\tau,\ t]} = \begin{cases} 0 & s \leqslant \tau, \\ \omega_{(\tau,\ t]} & \tau < s \leqslant t\,; \end{cases}$$

b) $\eta : [T \times X] \to Y$,

prin

$$\eta\ (t,\ x_t) = \overline{C}_t^c\ (x_t)\ (t).$$

Aplicaţia φ este K-liniară în x_τ şi ω. Ea este :
— *orientată*, adică definită pentru $t \geqslant \tau$;
— *consistentă*, deoarece

$$\varphi\ (\tau;\ \tau,\ x_\tau,\ \omega) = x_\tau\,;$$

— *compozabilă.*

Fie $t > \theta > \tau$; atunci :

$$\varphi\ (t;\ \theta,\ \varphi\ (\theta;\ \tau,\ x_\tau,\ \omega),\ \omega) = \Phi\ (t,\ \theta)\ \varphi\ (\theta;\ \tau,\ x_\tau,\ \omega) + \overline{B}_t^c\ (\overline{\omega}_{(\theta,\ t]}) =$$

$$= \Phi\ (t,\ \theta)\ \Phi\ (\theta,\ \tau)\ x_\tau + \Phi\ (t,\ \theta) \circ \overline{B}_t^c\ (\overline{\omega}_{(\tau,\ \theta]}) + \overline{B}_t^c\ (\overline{\omega}_{(\theta,\ t]})\,;$$

dar

$$\Phi(t, \theta)\ \overline{B}^c_\theta(\overline{\omega}_{(\tau,\theta]}) = \overline{B}^c_t(\hat{\overline{\omega}}_{(\tau,\theta]}),$$

unde se reamintește că, în concordanță cu definiția lui Φ, $\hat{\overline{\omega}}_{(\tau,\theta]}$ este prelungirea pe $(\theta, t]$ prin zero a lui $\overline{\omega}_{(\tau,\theta]}$,
așa că

$$\overline{B}^c_t(\overline{\omega}_{(\tau,\theta]}) + \overline{B}^c_t(\overline{\omega}_{(\theta,t]}) = \overline{B}^c_t(\overline{\omega}_{(\tau,t]})$$

și deci

$$\varphi(t;\ \theta,\ \varphi(\theta;\ \tau,\ x_\tau,\ \omega),\ \omega) = \Phi(t,\ \tau)\ x_\tau + \overline{B}^c_t(\overline{\omega}_{(\tau,t]}) = \varphi(t;\tau,\ x_\tau,\ \omega);$$

— *cauzală*, ceea ce rezultă imediat din definiție.

Aplicația $\eta(t, .)$ este de asemenea liniară.

Observație importantă. $\Sigma = (T, U, \Omega, Y, \Gamma, X, \varphi, \eta)$, construit mai sus, nu este un sistem liniar în sensul definiției date în paragraful 2, deoarece X nu este obligatoriu un K-spațiu liniar. Evident, se pot construi „prelungiri", care nu sînt unice și care depind de condiții suplimentare introduse în formalismul acestor sisteme, condiții care impun considerarea unor subclase de sisteme liniare.

O realizare completă se poate obține în cazul *sistemelor liniare invariante în timp*.

7. SISTEME LINIARE INVARIANTE ÎN TIMP

Σ-liniar este un sistem invariant în timp [1] dacă, în plus,
— T este un grup abelian;
— Ω este închisă față de operatorul de translație în timp z^θ:

$$z^\theta : \omega \to \omega',\ \omega'(t) = \omega(t + \theta);$$

— $\varphi(t + \theta;\ \tau + \theta,\ x,\ z^{-\theta}\omega) = \varphi(t;\ \tau,\ x,\ \omega)$ pentru orice $\theta \in T$;
— $\eta(t, .)$ nu depinde de t, adică

$$\eta\ (t,\ x) = C\ x.$$

Condițiile de invarianță în timp dau

$$\Phi(t + \theta,\ \tau + \theta)\ x + \Gamma(t + \theta,\ \tau + \theta)\ z^{-\theta}\ \omega = \Phi(t,\ \tau)\ x + \Gamma(t,\ \tau)\ \omega,$$

adică

$$\Phi(t, \tau) = \Phi(t + \theta,\ \tau + \theta),$$

$$\Gamma(t, \tau) = \Gamma(t + \theta,\ \tau + \theta)\ z^{-\theta}.$$

Dacă în prima relaţie se face $\theta = -\tau$, se obţine

$$\Phi(t, \tau) = \Phi(t - \tau, 0).$$

Deoarece T este grup abelian, $\bar{s} = -\infty$, de unde

$$\Gamma(\tau, -\infty) = \Gamma(0, -\infty)\, z^{\tau}.$$

Proprietatea de invarianţă se pune în evidenţă şi prin

$$\overline{B}^{e}_{\tau\Sigma}(\Omega^{e}_{\tau}) = \overline{B}^{e}_{0\Sigma}(\Omega^{e}_{0}) \quad \forall\, \tau,$$

$$\ker \overline{C}^{e}_{\tau\Sigma} = \ker \overline{C}^{e}_{0\Sigma} \quad \forall \tau.$$

Într-adevăr, fie

$$x \in \operatorname{dom} \overline{B}^{e}_{\tau\Sigma} \Rightarrow x = \overline{B}^{e}_{\tau\Sigma}(\omega) = \Gamma(\tau, -\infty)\,\omega = \Gamma(0, -\infty)\, z^{\tau}\,\omega,\ z^{\tau}\,\omega \in \Omega^{e}_{0},$$

$$x \in \operatorname{dom} \overline{B}^{e}_{0\Sigma} \Rightarrow x = \overline{B}^{e}_{0\Sigma}(\omega) = \Gamma(0, -\infty)\omega = \Gamma(0, -\infty)\, z^{\tau}(z^{-\tau}\,\omega) =$$

$$= \Gamma(\tau, -\infty)\, z^{-\tau}\,\omega,\ \omega z^{-\tau}\,\omega \in \Omega^{e}_{\tau},$$

de unde egalitatea celor două domenii ale operatorilor.

Fie acum

$$x \in \ker \overline{C}^{e}_{\tau\Sigma} \Rightarrow C\,\Phi(t - \tau, 0)\, x = 0\ (t > \tau \Leftrightarrow ;\ t - \tau > 0),$$

de unde $x \in \ker \overline{C}^{e}_{0\Sigma}$ şi reciproc. Cu alte cuvinte, *proprietăţile cauzale de accesibilitate şi de observabilitate sînt invariante în timp.*

Pentru funcţia intrare/ieşire avem

$$f^{e}_{\tau\Sigma} = C\Phi(. - \tau, 0)\ \Gamma(0, \infty)\, z^{\tau},$$

de unde

$$f^{e}_{0\Sigma}(z^{\tau}\,\omega) = z^{\tau} f^{e}_{0\Sigma}(\omega),$$

adică *întreaga clasă cauzală generată de un sistem liniar invariant în timp se reduce la un singur element.*

Concluzie privind realizarea: dîndu-se $f^{e} \in [\Omega^{e} \to \Gamma^{e}]$, cu $\Omega^{e} \triangleq \Omega^{e}_{0}$, $\Gamma^{e} \triangleq \Gamma^{e}_{0}$, z-invariantă, adică

$$f^{e}(z^{\tau}\,\omega) = z^{\tau} f^{e}(\omega),$$

spaţiul K-liniar al stărilor este dat de

$$X = \Omega^{e}/\ker f^{e},$$

realizîndu-se abstract un sistem liniar invariant, în acord cu definiţia dată.

8. SISTEME LINIARE FINIT DIMENSIONALE ŞI REALIZAREA LOR

Un sistem liniar Σ este finit dimensional dacă

$$\dim X < \infty,$$

iar prin definiţie

$$\dim \Sigma \triangleq \dim X.$$

Dacă

$$\Omega \subset \{\omega \mid \omega : T \to K^r\} \text{ şi } \Gamma \subset \{\gamma \mid \gamma : T \to K^m\}$$

şi dacă prin convenţie $\dim \Sigma = n$, atunci

$$\Phi(t, \tau) - n \times n\text{-matrice},$$

$$\Gamma(t, \tau) \in [\Omega \to K^n],$$

$$C(t) - m \times n\text{-matrice}.$$

În cazul finit dimensional, *canonicitatea* este echivalentă cu *minimalitatea*, adică funcţionează următoarea

Teoremă. Dacă $f_\tau^c \in \mathcal{F}^c$ admite o factorizare canonică printr-un spaţiu finit dimensional, aceasta are dimensiunea minimă.

Reciproc : factorizarea printr-un spaţiu finit dimensional de dimensiune minimă este canonică.

Demonstraţie. a) *Implicaţie directă*

Fie $(X, \overline{B}_\tau^c, \overline{C}_\tau^c)$ o factorizare canonică a lui f_τ^c şi $(\hat{X}, \hat{\overline{B}}_\tau^c, \hat{\overline{C}}_\tau^c)$ o altă factorizare arbitrară, unde $\dim X$, $\dim \hat{X}$, $< \infty$.

Să presupunem prin absurd că $\dim \hat{X} < \dim X$ şi fie $e_1, \ldots, e_n$ o bază în X şi, corespunzător, $\omega_1, \ldots, \omega_n \in \Omega_\tau^c$, astfel ca $\overline{B}_\tau^c(\omega_i) = e_i$ $(i = 1, \ldots, n)$.

Atunci $\hat{\overline{B}}_\tau^c(\omega_1), \ldots, \hat{\overline{B}}_\tau^c(\omega_n)$ sînt K-liniar independenţi în X, căci în caz contrar avem $\lambda^1, \ldots, \lambda^n$, nu toţi nuli ca $0 = \lambda^1 \hat{\overline{B}}_\tau^c(\omega_1) + \ldots + \lambda^n \hat{\overline{B}}_\tau^c(\omega_n) = \hat{\overline{B}}_\tau^c(\lambda^1 \omega_1 + \ldots + \lambda^n \omega_n)$, adică $f_\tau^c(\lambda^1 \omega_1 + \ldots + \lambda^n \omega_n) = 0$, ceea ce este absurd.

Deci

$$\dim X \leqslant \dim \operatorname{dom} \hat{\overline{B}}_\tau^c \leqslant \dim \hat{X},$$

inegalitate care contrazice ipoteza făcută la început.

b) *Implicaţia reciprocă*

Fie acum $(X, \overline{B}_\tau^c, \overline{C}_\tau^c)$ o factorizare canonică şi $(\hat{X}, \hat{\overline{B}}_\tau^c, \hat{\overline{C}}_\tau^c)$ o realizare minimală. Evident, avem

$$\dim X \leqslant \dim \operatorname{dom} \hat{\overline{B}}_\tau^c \leqslant \dim \hat{X}$$

şi

$$\dim X \geqslant \dim \hat{X},$$

de unde

$$\operatorname{dom} \hat{\overline{B}}_\tau^c = \hat{X},$$

adică $\hat{\overline{B}}_\tau^c$ este o *surjecţie*, şi în acelaşi timp

$$\dim X = \dim \hat{\mathbf{X}}.$$

Rezultă totodată că $\hat{\overline{B}}_\tau^c(\omega_1), \ldots, \hat{\overline{B}}_\tau^c(\omega_n)$ este o bază a lui $\hat{X}$.

Fie $\hat{x} \in \ker \hat{\overline{C}}_\tau^c$; atunci

$$\hat{x} = \mu^1 \hat{\overline{B}}_\tau^c(\omega_1) + \ldots + \mu^n \hat{\overline{B}}_\tau^c(\omega_n),$$

de unde

$$f_\tau^c(\mu^1 \omega_1 + \ldots + \mu^n \omega_n) = 0,$$

adică

$$\mu^1 \overline{B}_\tau^c(\omega_1) + \ldots + \mu^n \overline{B}_\tau^c(\omega_n) = 0,$$

şi în definitiv

$$\mu^1 = \ldots = \mu^n = 0,$$

adică $\hat{x} = 0$ sau

$$\ker \hat{\overline{C}}_\tau^c = \{0\},$$

de unde rezultă că $\hat{\overline{C}}_\tau^c$ este o *injecţie*.

Dintre sistemele liniare finit dimensionale, două subclase sînt remarcabile: sistemele liniare finit dimensionale *netede* şi sistemele liniare finit dimensionale *discrete*.

Pentru *sistemele liniare finit dimensionale netede* avem:

$$T = R^1,$$

$\Omega = \{\omega \mid \omega : T \to R^r$, continue pe porţiuni, mărginite$\}$ (organizat ca L^∞),

$$\Gamma = \{\gamma \mid \gamma : T \to R^m, \text{ continue}\},$$

$$X = R^n,$$

$(\tau, x, \omega) \mapsto \varphi(\,;\tau, x, \omega)$, o aplicație continuă de la $T \times X \times \Omega$ în $C^1(T \to X)$ în topologia corespunzătoare, $\eta(\,.\,, x)$, continuă.

Atunci din

$$x(t) = \Phi(t, \tau)\, x + \Gamma(t, \tau)\, \omega$$

se obține

$$\dot{x}(t) = \dot{\Phi}(t, \tau)\, x + \overbrace{\dot{\Gamma}(t, \tau)\, \omega}$$

și, făcînd $t \to \tau$ cu τ arbitrar datorită *continuității*, rezultă

$$\dot{x} = A(t)\, x + B(t)\, u(t),$$

$$y(t) = C(t)\, x(t),$$

cu

$$t \mapsto A(t) \in \{n \times n\text{-matrice}\}, \quad t \mapsto B(t) \in \{n \times r\text{-matrice}\},$$

$$t \mapsto C(t) \in \{m \times n\text{-matrice}\},$$

aplicații continue a căror definire este evidentă.

Rezultă de asemenea că $\Phi(t, \tau)$ este matricea fundamentală a ecuației omogene $\dot{x} = A(t)\, x$. Așadar,

$$\varphi(t\,;\tau, x, \omega) = \Phi(t, \tau)\, x + \int_{\tau}^{t} \Phi(t, \sigma)\, B(\sigma)\, u(\sigma)\, \mathrm{d}\sigma,$$

$$\eta(t, x) = \Omega(t)\, x.$$

Pentru *sistemele liniare finit dimensionale discrete* avem :

$T = Z$, mulțimea numerelor întregi.

Se obține

$$x(t+1) = \Phi(t+1, t)\, x(t) + \Gamma(t+1, t)\, (\omega(t), \omega(t+1)) =$$

$$= \Phi(t+1, t)\, x(t) + \Gamma_1(t+1, t)\, \omega(t) + \Gamma_2(t+1, t)\, \omega(t+1)$$

și unde, datorită consistenței, $\Gamma_2 \equiv 0$.

Punînd

$$A(t) \triangleq \Phi(t+1, t),$$

$$B(t) \triangleq \Gamma_1(t+1, t),$$

se obţine în definitiv

$$x(t+1) = A(t)\, x\,(t) + B(t)\;\; u(t),$$

$$y(t) = C(t)\;\; x\;\; (t),$$

cu

$$t \in Z.$$

În cazul *invariant în timp*, pentru ambele subclase A, B, C sînt *matrice constante*, de dimensiuni corespunzătoare.

Pentru sistemele liniare finit dimensionale invariante în timp, netede sau discrete, problema realizării lor este definitiv soluţionată şi, în consecinţă, se vor scoate în evidenţă numai aspectele care se înscriu ca o continuare a modului de tratare abordat pînă acum.

Vom începe cu cazul sistemelor *netede*.

Dîndu-se sistemul $\Sigma = (A\;(\cdot), B(\cdot),\; C(\cdot))$, aplicaţia continuă

$$(T \times T)^c \ni (t,\; s) \mapsto W^c{}_{\Sigma}(t,\; s) \in \mathbf{Hom}_K\;(,U\;\; Y),$$

definită de

$$W^c{}_{\Sigma}\,(t,\; s) = C(t)\;\Phi(t,\; s)\;\; B(s) \quad (t \geqslant s),$$

se numeşte *răspuns cauzal la impuls*.

Dîndu-se acum un răspuns cauzal arbitrar, adică aplicaţia continuă

$$W^c : (T \times T)^c \to \mathbf{Hom}_K\;(U,\; Y),$$

se cere să se determine *sistemul canonic finit dimensional* Σ, astfel încît

$$W^c = W^c_{\Sigma} \quad \text{pe} \quad (T \times T)^c.$$

De observat că răspunsul cauzal la impuls caracterizează întreaga clasă cauzală

$$\mathcal{F}^c_J = \left(\int_{-\infty}^{\tau} W^c\,(.\,,\, s)\;\; u\,(s)\;\; \mathrm{d}s \right)_{\tau \in J \subset T}$$

unde J este un interval deschis arbitrar, care poate fi chiar T.

Următoarea teoremă [1], [2] este elocventă în ceea ce priveşte finitudinea (dar nu şi canonicitatea) :

Teoremă. $W^c : (T \times T)^c \to \mathbf{Hom}_K\,(U,\; Y)$ este realizabilă printr-un sistem liniar finit dimensional neted dacă şi numai dacă există aplicaţiile continue

$$M : T \to \mathbf{Hom}_K\,(U,\;\; ?),$$

$$N : T \to \mathbf{Hom}_K\,(\,?,\;\; Y)$$

(unde „?" este un K -spaţiu de dimensiune finită), astfel ca

$$W^c(t, s) = M(t)\, N(s) \quad (t \geqslant s).$$

De asemenea, în [3] este dat algoritmul pentru care factorizarea lui W^c conduce la construcţia modelului τ-canonic.

În cazul invariant, toate modelele τ-canonice sînt izomorfe, după cum s-a arătat. În acest sens, rezultatul cel mai remarcabil este dat de următoarea

Teoremă. Dacă $W^c(.\ ,\ .)$ admite o factorizare (orientată) diferenţiabilă prin $M(.)$ şi $N(.)$ şi

$$W^c(t, s) = W^c(t-s, 0),$$

atunci există

$$\Sigma = (A, B, C)$$

unic, cu aproximaţia unui izomorfism care este *canonic*, deci şi *minimal*.

Demonstraţie. Conform cu [3], dacă W^c admite o factorizare orientată, atunci admite o factorizare orientată *minimală*, aşa că

$$\mathcal{A}(t) = \int_0^t N(\sigma)\, N^T(\sigma)\, \mathrm{d}\sigma$$

şi

$$\mathcal{O}(t) = \int_0^t M^T(\sigma)\, M(\sigma)\, \mathrm{d}\sigma$$

sînt strict pozitiv definite, deci inversabile (datorită minimalităţii factorizării).

Pe de altă parte,

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} W^c(t-s, 0) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} M(t)\, N(s) = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s} W^c(t-s, 0) = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s} M(t)\, N(s),$$

de unde

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} M(t)\, N(s) + M(t) \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s} N(s) = 0$$

sau încă

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} M(t)\, N(s)\, N^T(s) + M(t) \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s} N(s)\right) N^T(s) = 0.$$

Integrînd în raport cu s de la 0 la θ, se obţine

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} M(t)\, \mathcal{A}(\theta) + M(t)\, \mathcal{A}_1(\theta) = 0,$$

cu

$$\mathcal{A}_1(\theta) = \int_0^{\theta} \dot{N}(s)\ N^T(s)\ ds$$

sau

$$\dot{M}(t) + M(t)\ \mathcal{A}_1(\theta)\ \mathcal{A}^{-1}(\theta) = 0.$$

Punînd

$$A \triangleq -\mathcal{A}_1(\theta)\ \mathcal{A}^{-1}(\theta),$$

rezultă

$$M(t) = M(0)\ e^{At}.$$

Cum

$$W^c(t,\ s) = W^c(t-s,\ 0),$$

rezultă în final

$$W^c(t,s) = M(t-s)\ N(0) = M(o)\ e^{A(t-s)}\ N(0),$$

de unde

$$B = N(0);\ C = M(0).$$

Mai rămîne de arătat că A nu depinde de θ. Fie

$$A(\theta) = -\mathcal{A}_1(\theta)\ \mathcal{A}^{-1}(\theta);$$

atunci

$$A(\theta)\ \mathcal{A}(\theta) + \mathcal{A}_1(\theta) = 0.$$

Întrucît $A(.)$ este derivabilă, din modul cum a fost definită avem

$$\frac{d\,A}{d\theta}\mathcal{A}(\theta) + A(\theta)\frac{d\mathcal{A}}{d\theta} + \frac{d\mathcal{A}_1}{d\theta} = 0$$

şi, explicitînd,

$$\frac{dA}{d\theta}\mathcal{A}(\theta) + A(\theta)\ N(\theta)\ N^T(\theta) + \frac{dN}{d\theta}N^T(\theta) = 0;$$

or, din

$$W^c(t,\ s) = M(o)\ e^{A(t-s)}\ N(0)$$

rezultă

$$N(s) = e^{-As}\ N(0),$$

de unde

$$\frac{dA}{d\theta}\mathcal{A}(\theta) + A(\theta)N(\theta)N^T(\theta) - A(\theta)N(\theta)N^T(\theta) = 0,$$

adică

$$\frac{dA}{d\theta}\mathcal{A}(\theta) = 0,$$

şi, cum $\mathcal{A}(\theta)$ este inversabilă, avem în definitiv

$$\frac{dA}{d\theta} = 0,$$

adică A = const în raport cu θ.

Teorema este complet demonstrată.

Trecînd la cazul *sistemelor liniare discrete invariante în timp*, Ω^c şi Γ^c se organizează în K[z]-modulele :

$$\Omega^c = K^r[z],$$

$$\Gamma^c = K^m[[z^{-1}]],$$

cu timpul prezent ales $\tau = 0$, datorită invarianţei. Atunci funcţia de tranziţie cauzală intrare/ieşire asociată stării zero este un *homomorfism* de $K[z]$-module :

$$f^c \in Hom_{K[z]}(\Omega^c, \Gamma^c).$$

Deoarece Ω^c este un $K[z]$-modul de tip finit, dom f^c este un $K[z]$ modul de tip finit şi, conform teoremei factorilor invarianţi, rezultă

$$\text{dom } f^c = (\overset{p}{\underset{k=1}{\oplus}} K[z]\gamma_k) \oplus L_\Gamma,$$

unde suma directă din paranteză este partea torsionată a descompunerii, iar L_Γ partea liberă. Atunci avem următoarea

Teoremă. Dacă partea liberă lipseşte, f^c are o realizare canonică finit dimensională.

Demonstraţie. Deoarece $\overline{C}^c$ este un izomorfism între X şi dom f^c, rezultă

$$X = \overset{p}{\underset{K=1}{\oplus}} K[z]\varphi_K,$$

unde

$$\delta_1 | \delta_2 | \ldots . | \delta_p$$

sînt factorii invarianţi.

Atunci, evident,

$$A = \operatorname{diag}\ (C_{\delta i})_{1 \leqslant i \leqslant p},$$

unde $C_{\delta i}$ sînt companioanele matriceale generate de factorii invarianţi

$$B = [\overline{B}^c(e_1) \ldots \overline{B}^c(e_r)],$$

$e_1, \ldots, e_r$ fiind baza $K[z]$-modulului liber Ω^c, şi, în fine,

$$C = [\overline{C}^c(\overline{\varphi}_1)(1) \ldots \overline{C}^c(\overline{\varphi}_n)(1)],$$

$\overline{\varphi}_1, \ldots \overline{\varphi}_n$ fiind baza K-spaţiului X, generat de $K[z]$-modulul complet torsionat de tip finit X.

Pentru cazul general liniar neted sau discret, nu este construită pînă în prezent o teorie a realizării [1].

9. CONCLUZII

Faţă de cele expuse se pot trage următoarele concluzii :

1. Conceptele de stare şi de realizare sînt inseparabile, ambele asociindu-se din punct de vedere algebric factorizărilor unei clase cauzale. Aceste factorizări generează întotdeauna, în cazul invariant în timp, o structură de K-spaţiu vectorial, considerat ca spaţiu al stărilor, în conformitate cu structura de model formal a sistemelor liniare.

2. Problema finitudinii sistemelor din punctul de vedere al realizării acestora se reduce la posibilitatea unei factorizări prin K-spaţii de dimensiune finită.

În cazul general al unei clase cauzale oarecare, construcţia modelului formal este extrem de dificilă, datorită variaţiei dimensiunii spaţiului stărilor cu momentul (τ) faţă de care se realizează factorizarea.

3. Din punct de vedere operant, problema realizării se concentrează asupra sistemelor netede şi discrete, problemă complet soluţionată în cazul invariant în timp şi care capătă o tratare elegantă strict algebrică [1], [4].

4. Pentru sistemele liniare finit dimensionale invariante, conceptul de stare capătă expres o dublă semnificaţie, el exprimînd fie *categoria istoriilor anterioare, echivalente ca efect*, fie *capacitatea* maximală de stocare în ceea ce priveşte informaţia legată de mărimile de ieşire, dublă semnificaţie asociată dualităţii epimorfism-monomorfism.

BIBLIOGRAFIE

1. R. E. Kalman, P. L. Falb, M. A. Arbib, *Topics in Mathematical System Theory*, McGraw-Hill, 1969.

2. R. Brockett, *Finite Dimensional Linear Systems*, John Wiley, 1970.

3. Vl. Ionescu, *Asupra construcţiei modelului τ-canonic al unui sistem liniar neted finit dimensional*, St. cerc. electr. energ., *4* (1972).

4. Vl. Ionescu, *Sisteme liniare*, Bucureşti, Edit. Academiei, (1973).

O METODĂ PENTRU COMPARAREA PERFORMANȚELOR SISTEMELOR SUBOPTIMALE

L. LUPAȘ

621.316.7.001

Se prezintă o metodă pentru compararea performanțelor sistemelor suboptimale liniare derivate din problema optimală liniar-pătratică. Algoritmul propus se poate utiliza la compararea performanțelor sistemelor suboptimale (optimale) la care performanța obținută este caracterizată de o formă pătratică pozitiv definită.

1. INTRODUCERE

În cadrul unui sistem automat real este deosebit de util de a cunoaște deprecierea performanței atît față de performanța optimală cît și față de o altă performanță suboptimală dată.

În literatura de specialitate se cunosc unele rezultate care permit compararea performanțelor suboptimale cu cea optimală fie prin utilizarea unei condiții suficiente dacă se cunoaște performanța optimală [1], fie utilizînd o anumită evaluare dacă se cunoaște numai comanda suboptimală [2], [3].

În cele ce urmează se va prezenta un algoritm care permite determinarea gradului de depreciere a performanței unei comenzi suboptimale, performanță de tip pătratic, în raport cu o altă performanță de același tip.

Fie un sistem liniar descris de

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)\,u(t), \\ x(t_0) &= x_0, \\ y(t) &= C(t)\,x(t), \end{aligned} \tag{1}$$

unde $x(t)$ reprezintă un vector n-dimensional, $u(t)$ un vector r-dimensional, $y(t)$ un vector m-dimensional, iar $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$ matrice de

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 265–270, 1973

forma $n \times n$, $n \times r$ şi, respectiv, $m \times n$, cu elemente continue pe intervalul $[t_0, t_f]$. Se urmăreşte minimizarea funcţionalei

$$J(u) = x^T(t_f) F x(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} [y^T(t) Q(t) y(t) + u^T(t) R(t) u(t)] dt, \quad (2)$$

unde matricele F, $Q(t)$ şi $R(t)$ sînt matrice simetrice pozitiv definite de forma $n \times n$, $m \times m$ şi, respectiv, $r \times r$, iar matricele $Q(t)$ şi $R(t)$ matrice cu elemente continue pe intervalul $[t_0, t_f]$. Se presupune că t_f este fixat şi nu există restricţii asupra comenzii.

După cum este cunoscut [4], comanda optimală $u^*(t)$ este dată de relaţia

$$u^*(t) = -R^{-1}(t) B^T(t) K(t) x(t), \quad (3)$$

unde matricea $K(t)$ este soluţia unică, pozitiv definită, a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati:

$$\dot{K}(t) + A^T(t) K(t) + K(t) A(t) - K(t) B(t) R^{-1}(t) B^T(t) K(t) + C^T(t) Q(t) C(t) = 0, \quad (4)$$

$$K(t_f) = F.$$

Valoarea optimală a funcţionalei (2) este

$$J(u^*) = x^T(t_0) K(t_0) x(t_0). \quad (5)$$

Fie comanda suboptimală liniară

$$u_s(t) = -M(t) x(t), \quad (6)$$

unde $M(t)$ este matrice arbitrară de forma $r \times n$, cu elemente continue pe intervalul $[t_0, t_f]$. Performanţa suboptimală obţinută prin aplicarea comenzii (6) sistemului (1) este [5]

$$J(u_s) = x^T(t_0) V(t_0) x(t_0), \quad (7)$$

unde matricea cost suboptimală $V(t)$ este soluţia unică, pozitiv definită, a ecuaţiei matriceale diferenţiale liniare

$$\dot{V}(t) = -V(t)[A(t) - B(t) M(t)] - [A(t) - B(t) M(t)]^T V(t) - C^T(t) Q(t) C(t) - M^T(t) R(t) M(t), \quad (8)$$

$$V(t_f) = F.$$

2. COMPARAREA PERFORMANȚELOR SUBOPTIMALE

În esență, compararea unei performanțe suboptimale de forma (7) cu performanța optimală (5) sau compararea a două performanțe suboptimale de forma (7) se reduce la compararea a două matrice constante pozitiv definite. Se urmărește determinarea mărimii scalare pozitive p astfel încît

$$pP - S > 0, \tag{9}$$

$$p = \min,$$

unde matricele P și S sînt matrice simetrice pozitiv definite.

Pentru rezolvarea problemei (9) notăm

$$T \triangleq pP - S = (pI - SP^{-1})\, P > 0. \tag{10}$$

Conform condiției Sylvester de pozitivitate a unei matrice pătratice, este necesar ca toți determinanții formați, considerînd primele i linii și i coloane din matricea T, respectiv det T_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, să fie pozitivi.

Dar

$$\det T_i = \det (pP_i - S_i) = \tag{11}$$

$$= \det [(pI - S_i\, P_i^{-1})\, P] =$$

$$= \det (pI - S_i\, P_i^{-1}) \det P_i.$$

Deoarece matricea P este pozitiv definită, rezultă că

$$\det P_i > 0, \forall i, \tag{12}$$

iar din relațiile (11) și (12) rezultă condiția

$$\det (pI - S_i\, P_i^{-1}) > 0. \tag{13}$$

Valorile p pentru care avem

$$\det (pI - S_i\, P_i^{-1}) = 0 \tag{14}$$

sînt tocmai valorile proprii ale matricei $S_i\, P_i^{-1}$.

Deci pentru rezolvarea problemei (9) se vor calcula toate polinoamele caracteristice ale matricelor de forma $S_i\, P_i^{-1}$, $i = 1, 2, \ldots, n$, și se alege o valoare reală minimă p pentru care toate polinoamele caracteristice sînt pozitive. Existența unei valori p care satisface condițiile (9) este asigurată, deoarece toți coeficienții termenilor de grad maxim ai polinoamelor caracteristice sînt pozitivi.

Pentru determinarea valorii p care îndeplineşte condiţiile (9) se efectuează următoarele etape:

a) se determină polinoamele caracteristice şi valorile proprii ataşate matricelor $S_i P_i^{-1}$, $i = 1, 2, \ldots, n$;

b) se aranjează în ordine crescătoare toate valorile proprii reale ale matricelor $S_i P_i^{-1}$, $i = 1, 2, \ldots, n$;

c) se testează semnul polinoamelor caracteristice pe intervalele dintre două rădăcini reale pînă cînd se obţine o valoare minimă pentru care toate polinoamele caracteristice sînt pozitive.

Observaţie. Dacă se cunoaşte o relaţie de ordine între matricele P şi S, şi anume

$$O < P < S,$$

atunci se poate demonstra [7] că valoarea p care satisface condiţiile (9) este dată de relaţia

$$p = \lambda_{\max} [SP^{-1}].$$

3. APLICAŢIE

Dacă se consideră comanda suboptimală (6) pentru problema optimală liniar-pătratică (1), (2), la care matricele-pondere variază, adică avem $Q_i(t)$, $R_i(t)$, F_i, $i = 1, 2$, pentru două cazuri distincte, performanţele obţinute fiind $J_i(u_i)$, $i = 1, 2$, avem inegalitatea [6]

$$J_1(u_s) \leqslant pJ_2(u_s) \tag{15}$$

dacă pentru orice $t \in [t_0, t_f]$ sînt îndeplinite inegalităţile

$$Q_1(t) - pQ_2(t) + M^T(t)[R_1(t) - pR_2(t)]M(t) \leqslant 0,$$

$$F_1 - pF_2 \leqslant 0. \tag{16}$$

Se constată că, dacă se urmăreşte determinarea valorii minime p care satisface inegalităţile matriceale (16), se poate utiliza algoritmul propus pentru rezolvarea problemei date de relaţiile (9).

4. EXEMPLE DE CALCUL

Pentru determinarea mărimii scalare p care satisface condiţiile (9) s-a scris un subprogram de calcul în limbajul FORTRAN-IV. Programul de calcul elaborat utilizează o subrutină pentru calculul polinomului caracteristic ataşat unei matrice, o subrutină pentru rezolvarea unei ecuaţii polinomiale, o subrutină pentru aranjarea unui set de numere în ordine crescătoare şi o subrutină comună pentru inversarea unei matrice nesingulare [7].

În cele ce urmează se vor da două exemple de calcul. În primul exemplu se compară performanța unei comenzi suboptimale cu performanța optimală, în timp ce în al doilea exemplu se compară performanțele a două sisteme suboptimale pe baza relațiilor (15), (16). În exemplele de mai jos se folosesc notațiile din text.

Exemplul 1. Fie

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad C = [1 \ 2],$$

$$Q = [1]; \qquad R = [1],$$

$$M = [0 \qquad 1{,}5].$$

Matricea-cost optimală este

$$K = \begin{bmatrix} 6{,}5 & 0{,}123 \\ 0{,}123 & 2{,}06 \end{bmatrix},$$

Prin calcul se obține matricea-cost suboptimală:

$$V = \begin{bmatrix} 6{,}8541 & 0{,}125 \\ 0{,}125 & 2{,}166 \end{bmatrix},$$

iar indicele de deteriorare a performanței este

$$p = 1{,}0555.$$

Exemplul 2. Fie

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad Q_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1{,}5 & 0 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}; \quad R_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$F_1 = F_2 = 0.$$

Comanda suboptimală considerată este

$$M = \begin{bmatrix} 1{,}2147 & 0{,}8129 & 0{,}1794 \\ 0{,}3588 & 1{,}9731 & 0{,}7205 \end{bmatrix}.$$

Prin aplicarea algoritmului dat în paragraful 2 se obține gradul de deteriorare a performanței J_1 în raport cu performanța J_2:

$$p = 1{,}7062.$$

5. CONCLUZII

Algoritmul prezentat serveşte la determinarea gradului de suboptimalitate sau la determinarea gradului de deteriorare a performanţei [7].

Trebuie remarcat faptul că pentru compararea performanţelor nu este necesară cunoaşterea unei relaţii de ordine între matricele-cost ale sistemelor considerate.

BIBLIOGRAFIE

1. N. H. Mc Clamroch, *Evaluation of suboptimality and sensitivity in control and filtering processes*, IEEE Trans. Automatic Control, **14**, *3* (1969).
2. N. H. Mc Clamroch, *Duality and bounds for the matrix Riccati equation*, J. Math. Anal. Appl., **25**, *3* (1969).
3. R. Canales, *A lower bound on the performance of optimal regulators*, IEEE Trans. Automatic Control, **15**, *4* (1970).
4. M. Athans, P. L. Falb, *Optimal control*, McGraw-Hill Co., 1966.
5. D. L. Kleinman, M. Athans, *The design of suboptimal linear time-varying systems*, IEEE Trans. Automatic Control, **13**, *2* (1968).
6. L. Lupaş, *Asupra aprecierii performanţelor unor clase de comenzi suboptimale*, St. cerc. energ. şi electr., **21**, *3* (1971).
7. L. Lupaş, *Studiul unor clase de sisteme suboptimale*, teză de doctorat, Institutul politehnic Bucureşti, 1972.

METODĂ DE IDENTIFICARE PENTRU SISTEME AUTOMATE CU REGULATOARE NUMERICE

C. NITU

512.831.62—501.7

Se propune o nouă metodă de identificare a instalației automatizate pentru sistemele automate cu regulatoare numerice.
Metoda se bazează pe utilizarea regulatorului numeric pentru identificare.

Utilizarea tehnicii de calcul în automatizări permite crearea unor sisteme cu posibilități multiple de alegere a algoritmelor de reglare, optimizare, adaptare etc. Astfel, caracteristicile dinamice ale unor procese industriale, ca, de exemplu, în industria chimică sau metalurgică, nu rămîn constante în timp, deoarece valoarea unuia sau a mai multor parametri se schimbă în limite largi. Varierea în timp a caracteristicilor dinamice poate avea loc sub influența celor mai diferite cauze, fie interne, adică determinate de desfășurarea procesului, fie externe, ca, de exemplu, influența parametrilor materiei prime. Indiferent de cauza care provoacă schimbarea valorilor parametrilor, în cazul cînd aceste schimbări sînt esențiale au loc în sistemul automat varieri nedorite ale performanțelor. În aceste cazuri, folosirea regulatoarelor clasice, fără folosirea unor metode speciale, nu poate duce la satisfacerea performanțelor impuse.

Una dintre primele metode pentru îmbunătățirea performanțelor sistemelor automate la care parametrii obiectului variau în timp a fost introducerea unor reacții inverse în vederea obținerii unor legi de reglare mai complexe [1]. O metodă mai răspîndită pentru micșorarea sensibilității performanțelor unui sistem automat față de varierea parametrilor obiectului este introducerea unor neliniarități în legea de reglare. Conform acestei metode, în sistemul de reglare se introduc diferite neliniarități care duc la micșorarea sensibilității, dar numai în anumite limite de variație a parametrilor obiectului [4]. O altă metodă constă în folosirea sistemelor adaptive. Caracteristica principală a unui sistem adaptiv o constituie existența unui criteriu a cărui valoare asigură funcționarea sistemului automat conform cerințelor impuse. Problemele principale în

proiectarea unui sistem adaptiv sînt : determinarea valorii actuale a criteriului de calitate şi acţionarea în funcţie de valoarea acestuia asupra unuia dintre parametrii de acordare ai regulatorului. În majoritatea cazurilor, criteriile de calitate se referă la performanţele procesului tranzitoriu. Deşi sistemele adaptive la care criteriul de calitate se referă la procesul tranzitoriu au o răspîndire relativ mai mare (criterii integrale, controlul timpului de reglare sau a coeficientului de amortizare etc.), se mai întîlnesc sisteme la care criteriul se referă la caracteristicile de frecvenţă (valoare indicelui M_v), la poziţia rădăcinilor ecuaţiei caracteristice (grad de stabilitate) etc.

Deci regulatoarele adaptive au ca scop îmbunătăţirea performanţelor sistemului automat în cazul variaţiei parametrilor funcţiei de transfer a părţii fixe. Deoarece lucrarea se referă la sistemele de reglare în care sînt utilizate regulatoare numerice, pentru aceste sisteme va fi prezentată o nouă metodă pentru identificarea variaţiei parametrilor obiectului automatizat. Pentru ilustrarea metodei propuse, pe un calculator numeric s-a analizat un sistem adaptiv de reglare.

1. METODĂ DE IDENTIFICARE A VARIAŢIEI PARAMETRILOR

Sistemele automate cu regulatoare numerice au, în general, mărimea de comandă sub forma unor impulsuri modulate în amplitudine sau în durată. Caracteristica principală a acestor două moduri de modulare constă în faptul că în intervalul de timp dintre două eşantionări cu perioada T, adică

$$nT \leqslant t < (n+1)\,T$$

la sistemele cu modulare în amplitudine, sau în intervalul de timp cît există un impuls de comandă de durată t_n, adică

$$nT \leqslant T < (nT + t_n)$$

la sistemele cu modulare în durată, mărimea de comandă are o valoare constantă. La sistemele cu modulare în durată, mărimea de comandă are aceeaşi valoare în fiecare perioadă. De exemplu, un releu este conectat un anumit interval de timp în fiecare perioadă. La sistemele cu modulare în amplitudine, mărimea de comandă în fiecare perioadă poate avea altă valoare, dar aceasta este menţinută constantă pe durata unei perioade. De obicei această condiţie se realizează prin utilizarea unei extrapolator, care, în cazul regulatoarelor numerice, în general este un covertor analog-numeric.

Avînd în vedere că regulatoarele numerice, calculatoarele specializate sau cele universale sînt studiate în această lucrare din punctul de vedere al utilizării în automatizarea proceselor lente, se consideră următoarele :

a. Parametrii funcţiei de transfer a obiectului automatizat (factorul de amplificare K_f şi constanta de timp T_f) pot fi consideraţi con-

stanți pe durata unei perioade. Deci în cadrul perioadei T cu numărul de ordine n, adică pentru

$$nT \leqslant t < (n+1)\, T,$$

parametrii obiectului îndeplinesc condițiile

$$K_f = \text{const}; \quad T_f = \text{const},$$

ipoteză care permite să se considere toți parametri constanți pe durata de timp cît mărimea de comandă este constantă în cadrul fiecărei perioade.

b. Deoarece procesele tehnologice analizate sînt considerate a fi lente, din motive de siguranță în exploatare mărimea de comandă nu poate fi constantă pe un interval oricît de mic. Astfel, în cazul sistemelor cu modulare în amplitudine, alegerea duratei minime de acționare, notată cu t_0, coincide cu problema alegerii perioadei de eșantionare. Pentru sistemele cu modulare în durată a mărimii de comandă, durata minimă de acționare depinde și de caracteristicile elementelor de acționare și de execuție. De exemplu, un releu nu poate lucra la orice frecvență sau un motor nu poate fi acționat pe o durată de timp oricît de mică.

c. Deși procesele tehnologice sînt lente, se consideră că, sub acțiunea mărimii de comandă pe durata minimă de timp t_0, mărimea de ieșire are o variație în orice caz mai mare decît sensibilitatea traductoarelor sau a convertorului analog numeric.

Metoda propusă pentru identificarea variației parametrilor obiectului se referă la cazurile cînd se cunosc apriori parametrii instalației automatizate care au o variație lentă în timp. De exemplu, în urma unor cercetări preliminare trebuie să se cunoască schimbarea factorului de amplificare sau o constantă de timp. Prin urmare, metoda propusă are un domeniu strict determinat de utilizare și nu se aplică atunci cînd nu există o informație suficientă asupra caracteristicii dinamice a instalației automatizate sau cînd, în urma cercetărilor preliminare efectuate, rezultă că se schimbă în timp nu numai un singur parametru, ci chiar funcția de transfer a procesului automatizat. Pentru determinarea sub formă numerică, deci cu precizie mare, a variației mărimii de ieșire pe durata minimă de acționare a elementului de execuție, se propune o metodă nouă, care folosește elementele regulatorului numeric și numai unele circuite auxiliare. Prin utilizarea multiplă a elementelor regulatorului numeric se obține un regulator adaptiv cu o structură simplă și cu un preț redus.

Durata minimă de acționare t_0 se fixează în același mod ca și mărimea prescrisă [5], cunoscînd un număr N_0 care va fi definit mai jos. Pentru fixarea duratei minime de acționare este necesar ca la elementul de comparație al regulatorului numeric să se adauge numai comutatoarele pentru fiecare decadă și același element logic ca pentru determinarea erorii (în [6] este descris regulatorul numeric P). Metoda propusă de identificare se bazează pe măsurarea variației mărimii reglate în intervalul

de timp t_0. Variația mărimii reglate X_e se măsoară utilizînd două elemente de inerție (fig. 1), cu funcțiile de transfer de ordinul unu :

$$Y_1(s) = \frac{K_1}{1 + sT_1}; \quad Y_2(s)\frac{K_2}{1 + sT_2}$$

unde K_1, K_2 sînt coeficienți de proporționalitate, iar T_1 și T_2 constante de timp. La intrarea acestor două elemente se aplică mărimea reglată X_e, iar ieșirile lor X_1 și X_2 se transmit la un organ de nul ON, care

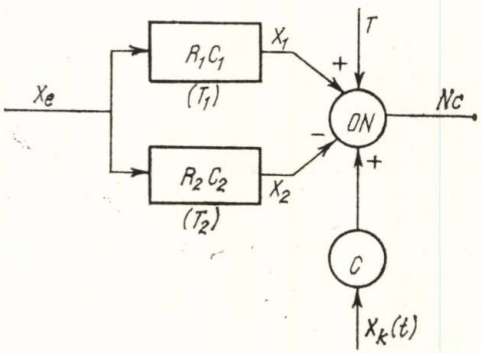


Fig. 1. — Element de măsurat variația mărimii reglate.

realizează operația de scădere a celor două semnale. Tot la acest organ de nul auxiliar se transmite și tensiunea în dinte de ferăstrău $X_k(t)$ printr-un element de divizare c de tip potențiometric. Pentru valori nominale ale parametrilor funcției de transfer a instalației automatizate se poate calcula astfel coeficientul de divizare c, încît organul de nul ON să dea impuls exact la sfîrșitul intervalului de timp t_0. Este evident că, atunci cînd are loc o variație a unuia dintre parametrii funcției de transfer, a obiectului, organul de nul nu va mai da impuls la momentul de timp t_0. În acest caz, numărul de impulsuri N_c care se numără în intervalul de timp determinat de sfîrșitul intervalului t_0 și de sosirea la un alt moment de timp t_1 a impulsului de la organul de nul ON reprezintă tocmai valoarea numerică a abaterii variației mărimii reglate.

Pentru fixarea coeficientului de divizare c de la intrarea organului de nul, se fac următoarele calcule. Se determină transformatele Laplace (fig. 1) :

$$X_1(s) = \frac{A}{s} \cdot Y_f(s) \cdot Y_1(s),$$
$$X_2(s) = \frac{A}{s} \cdot Y_f(s) \cdot Y_2(s), \tag{1}$$

unde $X_1(s)$ și $X_2(s)$ sînt transformatele Laplace ale mărimilor de ieșire ale circuitelor R_1C_1 și R_2C_2; $Y_1(s)$, $Y_2(s)$ funcțiile de transfer ale celor două circuite; $Y_f(s)$ este funcția de transfer a părții fixate (adică a insta-

laţiei automatizate şi care uneori include şi funcţia de transfer a elementului de execuţie), iar A amplitudinea impulsului mărimii de comandă.

În continuare se determină originalul:

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X_1(s) - X_2(s)], \tag{2}$$

şi se calculează coeficientul de divizare c din condiţia ca, pentru valori nominale ale parametrilor obiectului, organul de nul să acţioneze la momentul de timp t_0, adică să se îndeplinească condiţia de intersecţie a mărimii $x(t)$ cu tensiunea sub formă de dinte de ferăstrău $x_k(t)$ la momentul de timp t_0, obţinîndu-se astfel ecuaţia

$$x(t_0) = C \cdot x_k(t_0). \tag{3}$$

Tensiunea sub formă de dinte de ferăstrău se defineşte prin relaţia

$$x_k(t_0) = K \cdot t_0 = K \frac{N_0}{f},$$

unde f este frecvenţa impulsurilor de numărare a regulatorului numeric [6], K coeficientul convertorului numeric-analogic, iar N_0 numărul de impulsuri de frecvenţă f care sosesc în intervalul de timp t_0.

În cazul variaţiei parametrilor funcţiei de transfer a obiectului automatizat, notînd cu t_1 momentul de timp cînd organul de nul dă impuls, va exista relaţia

$$x(t_1) = C \cdot x_k(t_1), \text{ unde } x_k(t_1) = K \frac{N_1}{f} = K \cdot t_1. \tag{4}$$

În acest caz, valoarea numerică N_e a abaterii mărimii reglate de la valoarea nominală va fi

$$N_e = |N_1 - N_0| = |t_1 - t_0| \cdot f. \tag{5}$$

Semnul abaterii mărimii reglate este determinat în acelaşi mod ca semnul erorii [6].

Mărimea N_e este o funcţie de variaţia parametrilor k_f şi T_f ai funcţiei de transfer a instalaţiei automatizate. Astfel, cînd aceşti parametrii au valori nominale, adică valorile pentru care s-a făcut acordarea sistemului automat, $N_e = 0$. În mod identic, atunci cînd unul dintre parametrii îşi schimbă valoarea, atunci $N_e \neq 0$. Prin urmare, mărimea N_e poate fi utilizată în circuitul de adaptare pentru varierea unuia dintre parametrii de acordare ai regulatorului numeric, obţinîndu-se un regulator numeric adaptiv.

Pentru extinderea metodei propuse la cazul cînd mărimea de comandă reprezintă impulsuri modulate în amplitudine, trebuie avut în vedere că în acest caz mărimea A este variabilă în fiecare tact. Din această

cauză, pentru valori nominale ale parametrilor obiectului folosind relația (3) nu se mai obține în fiecare perioadă $t_0 = \text{const}$. Pentru a evita această dificultate se propun două variante:

a) se construiește convertorul numeric-analogic astfel încît coeficientul K să fie proporțional cu amplitudinea A. Astfel se alege $K = C_1 \cdot A$, unde C_1 este un coeficient de proporționalitate. Această metodă se poate realiza prin folosirea semnalului de comandă pentru alimentarea convertorului analog-numeric. În acest caz se obține

$$x_k = K \cdot t = C_1 A \cdot t = C_1 A \cdot \frac{N}{f}, \tag{6}$$

Din ecuațiile (1), (2) se observă că se poate scrie

$$x(t_0) = A \cdot y(t_0), \tag{7}$$

unde $y(t)$ este o mărime de calcul. Înlocuind ecuațiile (6) și (7)în ecuația (3), se obține

$$A \frac{C \cdot C_1}{f} \cdot N_0 = A \cdot y(t_0),$$

de unde rezultă N_0, adică numărul de impulsuri de frecvență f care sosesc în intervalul de timp t_0, obținîndu-se

$$N_0 = \frac{f}{C \cdot C_1} \cdot y(t_0).$$

Prin urmare, folosind această metodă, amplitudinea A a impulsurilor mărimii de comandă nu mai influențează asupra valorilor intervalelor de timp t_0 și t_1. Această metodă are dezavantajul că funcționarea convertorului numeric-analogic este defectuoasă pentru tensiuni mici de alimentare;

b) la organul de nul auxiliar nu se mai transmite semnalul $x_k(t)$, ci semnalul de comandă de amplitudine A printr-un divizor cu coeficientul de transmisie C_2. În acest caz, organul de nul compară semnalul $x_k(t) = C_2 A$ cu semnalul $x(t)$. Coeficientul C_2 se alege astfel ca pentru valorile nominle ale parametrilor funcției de transfer $Y_f(s)$ impulsul de la organul de nul să coincidă cu sfîrșitul intervalului de timp t_0. În cazul cînd parametrii funcției de transfer se deosebesc de valorile lor nominale, valoarea numerică a abaterii se obține în același mod. Această metodă prin care semnalul $x(t)$ se compară cu o constantă se poate utiliza și pentru modularea în durată a impulsurilor mărimii de comandă. De asemenea prin această metodă ecuația pentru determinarea timpului t_1 este mai simplă, iar condițiile de funcționare ale organului de nul auxiliar ON mai ușoare.

1.1. UTILIZAREA METODEI PROPUSE PENTRU DIFERITE FUNCȚII DE TRANSFER A PĂRȚII FIXE A SISTEMULUI AUTOMAT

Pentru metoda expusă de determinare a valorii numerice a variației mărimii de ieșire, vom analiza două cazuri:

a. *Funcția de transfer a părții fixe este* $Y_f(s) = K_f$, *iar regulatorul automat are la ieșire impulsuri modulate în durată.* În acest caz, făcînd calculele corespunzătoare din relația (2), se obține

$$x(t) = A \cdot K_f \cdot (e^{-\frac{t}{T_2}} - e^{-\frac{t}{T_1}}),$$

unde t este timpul măsurat de la începutul perioadei. Prin urmare, această relație se scrie în fiecare tact. Se consideră că instalația automatizată are factorul de amplificare variabil în limitele $K_f \pm \Delta K_f$. Se pune problema alegerii momentului de timp t_0. Pentru aceasta se calculează derivata variabilei $x(t)$, din care rezultă că maximul va fi la momentul de timp, notat cu t_2 și definit de relația

$$t_2 = \frac{T_1 \cdot T_2 \ln \frac{T_2}{T_1}}{T_2 - T_1}.$$

Avînd în vedere această valoare, pentru a alege parametrii T_1 și T_2, se pune condiția $t_0 = \alpha \cdot t_2$ unde α este un coeficient subinitar la alegere. Pentru a determina valoarea numerică N_0 se folosește ecuația (3), care devine

$$C\frac{K}{f} \cdot N_0 = A \cdot K_f(e^{-\frac{t_0}{T_2}} - e^{-\frac{t_0}{T_1}}), \text{ unde } t_0 = \frac{N_0}{f}.$$

Numărul N_0 rezultat din această ecuație se fixează la regulatorul numeric în același mod ca mărimea prescrisă [6]. Pentru determinarea valorii numerice N_c a abaterii mărimii de reglare se folosește relația (5), unde mărimea t_1 se obține din ecuația (4), care devine

$$A(K_f + \Delta K_f) \cdot (e^{-\frac{t_1}{T_2}} - e^{-\frac{t_1}{T_1}}) = C \cdot K \cdot t_1, \tag{8}$$

unde prin ΔK_f s-a notat variația factorului de amplificare a obiectului automatizat. În mod riguros, această ecuație ar trebui să fie scrisă avînd în vedere pragul de cuantificare al convertorului analog-numeric. Avînd în vedere acest factor, este necesar să se rezolve în raport cu N_c ecuația (8), care devine [8]

$$|A(K_f + \Delta K_f) \cdot [e^{-\frac{N+N_c}{f \cdot T_2}} - e^{-\frac{N+N_c}{f \cdot T_1}}] - C \cdot \frac{K}{f} \cdot (N + N_c)| \leqslant a,$$

unde prin a s-a notat valoarea absolută a insensibilității organului de nul.

b. *Funcția de transfer a părții fixe este de ordinul unu.* În cazul cînd funcția de transfer a părții fixe este de ordinul unu, în sistem poate avea loc variația factorului de amplificare k_f sau variația constantei de timp T_f. Pentru ambele cazuri, deducerea expresiei $x(t)$ este identică. Considerînd că funcția de transfer a părții fixe are forma

$$Y_f(s) = \frac{k_f}{1 + S \cdot T_f}, \tag{9}$$

iar condițiile inițiale sînt nule, se obține pentru $x(t)$ expresia

$$x(t) = A \cdot K_f(b \cdot e^{-\frac{t}{T_f}} + c.e^{-\frac{t}{T_1}} - d \cdot e^{-\frac{t}{T_1}}),$$

unde b, c și d sînt niște constante, care se calculează luînd transformata inversă Laplace (relația (2)). Se pune aceeași problemă de determinare a intervalului de timp t_0. În acest scop se pune condiția ca derivata variabilei $x(t)$ să se anuleze și în mod identic se determină t_0. În cazul variației factorului de amplificare pentru determinarea valorii timpului t_1, cînd organul de nul auxiliar dă impuls, se rezolvă ecuația (4). Valoarea numerică N_c^* a abaterii mărimii reglate se calculează prin relația (5).

Utilizarea metodei propuse în cazul cînd variază atît factorul de amplificare, cît și constanta de timp a funcției de transfer a părții fixe este limitată și depinde de sensul și de domeniul de variație a acestora. Într-adevăr, se poate observa că, atunci cînd factorul de amplificare crește, variabila $x(t)$ de asemenea crește, iar atunci cînd T_f crește $x(t)$ scade, ceea ce poate duce la o compensare a efectelor acestor parametri.

1.2. STUDIUL PE CALCULATOARE NUMERICE A UNUI SISTEM DE REGLARE CU REGULATOR NUMERIC ADAPTIV FOLOSIND METODA PROPUSĂ DE IDENTIFICARE

Pentru verificarea experimentală a metodei propuse de identificare s-a ales un sistem de reglare cu partea fixă avînd funcția de transfer (9), iar regulatorul automat, de tip integral, avînd mărimea de comandă $x_c(t)$ definită prin relația (7):

$$x_c(t) = K_R \cdot \sum_{i=1}^{n} \varepsilon[iT], \quad \text{pentru } nT \leqslant t < (n+1) \cdot T,$$

unde K_R este un coeficient de proporționalitate, iar $\varepsilon\,[iT]$ eroarea de reglare. Se poate demonstra că, de exemplu, pentru mărimea $x_1(t)$, în cazul unor condiții inițiale nule, se obține următoarea relație:

$$x_1(t) = K \cdot A\left[1 - \frac{T}{T_f - T_1} \cdot e^{-\frac{t}{T_f}} + \frac{T_1}{T_f - T_1} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}}\right],$$

unde t este timpul măsurat de la începutul perioadei de eșantionare.

În analiza pe calculatorul electronic a performanțelor tranzitorii ale sistemului adaptiv s-a considerat că factorul de amplificare K_f este lent variabil în timp. Considerînd că mărimea de comandă reprezintă impulsuri modulate în amplitudine, s-au considerat următoarele valori pentru parametrii funcției de transfer a părții fixate și ai regulatorului adaptiv: $K_f = 2$; $\Delta K_f = 1$; $T_f = 100$ s; $K_1 = K_2 = 1$; $T_1 = 0{,}005$ s; $T_2 = 0{,}01$ s, iar pragul de cuantificare al convertorului numeric-analogic $a = 1$.

În cazul cînd circuitele de adaptare nu sînt conectate, se obțin procesele tranzitorii prezentate în tabela 1 pentru 9 perioade ($x_i = 100$, $T = 40$ s și $f = 10^4$ Hz). Calculul proceselor tranzitorii s-a făcut prin metoda spațiului stărilor [8].

Tabela 1

x_e \ n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$K_f = 2$	66	133	156	134	97	74	76	93	109
$K_f = 3$	98	166	146	87	61	82	114	121	105

Prin urmare, atunci cînd factorul de amplificare K_f se modifică, are loc o schimbare a procesului tranzitoriu. În funcție de abaterea variației mărimii reglate se poate acționa asupra perioadei de eșantionare T sau asupra factorului de amplificare al regulatorului [7].

Experimental s-a analizat cazul cînd în sistemul adaptiv se adoptă varierea automată a coeficientului de amplificare în funcție de valoarea abaterii mărimii reglate. În acest caz, ecuația care definește mărimea de comandă s-a ales sub forma [7]

$$x_c[nT] = [K_R + (t_0 - t_1) \cdot d] \cdot \sum_{i=1}^{n} \varepsilon[iT],$$

unde d este o constantă. Alegînd aceleași valori pentru parametrii sistemului de reglare și considerînd la fel $K_R = 1$, iar $d = 60$, s-au calculat în mod identic procesele tranzitorii. Dacă se alege drept criteriu de comparație variația valorii suprareglajului σ atunci cînd variază factorul de amplificare, din tabela 1 se observă că pentru $\Delta K_f = +50\,\%$ la sistemul clasic rezultă $\Delta\sigma = +10\,\%$, iar la sistemul adaptiv din calcule $\Delta\sigma = +1\,\%$. Prin urmare, introducerea elementelor de adaptare micșorează variația suprareglajului în cazul variației factorului de amplificare a funcției de transfer a părții fixe, menționîndu-se cu aproximație performanțele tranzitorii.

Același exemplu de utilizare a regulatorului numeric adaptiv s-a analizat și în cazul cînd mărimea de comandă reprezintă impulsuri modulate în durată. Pentru experimentare s-a adoptat varierea automată a perioadei de eșantionare [7], obținîndu-se aceleași rezultate în cazul variației parametrilor funcției de transfer a instalației automatizate.

CONCLUZII

Metoda prezentată de identificare a variației parametrilor funcției de transfer a părții fixe are avantajul că folosește elementele regulatorului numeric, necesitînd în plus numai elementele menționate în figura 1. Această metodă de utilizare a regulatorului automat clasic în identificarea automată a parametrilor funcției de transfer reprezintă o nouă metodă, simplă din punct de vedere constructiv și cu mari perspective de utilizare în automatizările industriale.

BIBLIOGRAFIE

1. S. CĂLIN, *Regulatoare automate. Calculul și construcția*, Edit. didactică și pedagogică, 1967.
2. A. PETRESCU, C. NITU, *Modelarea sistemelor automate cu structură variabilă pe calculatoare electronice*, Automatica și electronica, *6* (1968).
3. I. PAPADACHE ș.a., *Regulatoare electronice unificate*, Edit. tehnică, 1966.
4. *Adaptive Control Systems* (red. Mishkin), McGraw-Hill, 1961.
5. C. NITU, *Element de măsură pentru dispozitive de reglare și control centralizat*, Metrologie aplicată, *10* (1967).
6. C. NITU, *Un nou principiu de construire a regulatoarelor numerice pentru mai multe canale*, Automatica și electronica, 6_4 (1968).
7. C. NITU, *Metode pentru varierea parametrilor de acordare la regulatoare adaptive*, Automatica și electronica, *4* (1972).
8. S. CĂLIN, C. NITU, *Analiza pe calculatoare electronice a sistemelor automate cu regulatoare numerice*, Automatica și electronica, *5* (1972).

A. P. RUDIK, *Iadernie reaktori i prinţip maksimuma Pontreaghina* (Reactoarele nucleare şi principiul maximului al lui Pontreaghin), Moskva, Atomizdat, 1971, 206 p., 41 fig. şi 19 referinţe bibliografice

Avînd în vedere investiţiile iniţiale ridicate necesare construcţiei şi punerii în funcţiune a instalaţiilor energetice nucleare, precum şi problemele importante care apar în exploatarea acestor instalaţii (siguranţa în funcţionare, protecţia mediului ambiant şi a personalului etc.), problemele de optimizare în proiectarea şi exploatarea instalaţiilor energetice nucleare prezintă o deosebită importanţă.

De aceste probleme se ocupă prezenta lucrare, foarte bogată în conţinut cu tot volumul său redus.

Un prim capitol al lucrării prezintă principiul maximului al lui L.S. Pontreaghin ca metodă de rezolvare a problemelor de optimizare. Acesta este un breviar util al principalelor probleme de optimizare, al tipurilor de restricţii şi al modului în care se scriu condiţiile necesare de optim cu ajutorul principiului maximului pentru aceste probleme de optim. Capitolul 1 este dealtfel singurul capitol al acestei lucrări care cuprinde teoria generală. Restul lucrării cuprinde exclusiv aplicaţii.

Autorul împarte aplicaţiile de optimizare a instalaţiilor energetice nucleare în două categorii: probleme privind optimizarea în exploatare (procese tranzitorii optimale) şi probleme privind optimizarea în proiectare (optimizarea spaţială a componentelor).

Dintre problemele de optimizare în exploatare sînt studiate procesele tranzitorii legate de contaminare, reducerea puterii în timp minim, problema de minimax a reducerii puterii şi regimul tranzitoriu cu eliberare minimă de energie. În studiul acestor probleme se urmează calea obişnuită de optimizare după principiul maximului: formularea problemei, scrierea sistemului canonic şi a hamiltonianului, scrierea condiţiilor la limită şi a restricţiilor, precum şi rezultate numerice.

Dintre problemele de optimizare în exploatare se studiază problema distribuţiei optime a regulatoarelor, problema minimului masei critice, problema minimului dimensiunilor critice şi probleme ale maximului de putere. Caracteristica acestor probleme este faptul că variabila independentă de care depind ecuaţiile problemei este o variabilă spaţială; utilizarea principiului maximului se face la fel ca în cazul în care variabila independentă este timpul.

Lucrarea se impune în primul rînd prin caracterul inedit al aplicaţiilor pe care le prezintă, partea teoretică fiind cunoscută din lucrări de nivel superior prezentei lucrări. Aşa cum precizează autorul în primul capitol, de multe ori ecuaţiile problemei de optimizare prezintă discontinuităţi, ceea ce necesită prudenţă în aplicarea rezultatelor teoretice generale. De aceea este bine ca la lectura lucrării, atunci cînd se aplică un rezultat teoretic, să se verifice cu atenţie, în fiecare caz concret, ipotezele teoriei.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 281—283, 1973

Lucrarea este utilă inginerilor energeticieni şi automatişti, fiind una dintre puţinele lucrări care caută să acopere distanţa dintre dezvoltarea puternică a teoriei optimizării şi numărul relativ mic de aplicaţii tehnice.

Vladimir Răsvan

V. D. GOREACENKO, *Metodi teorii ustoicivosti v dinamike iadernîh reaktorov* (Metodele teoriei stabilităţii în dinamica reactoarelor nucleare), Moskva, Atomizdat, 1971, 264 p., 42 fig. şi 460 de referinţe bibliografice

Teoria stabilităţii şi-a găsit de mult timp aplicaţii importante în cele mai diverse domenii ale fizicii şi tehnicii. Metodele teoriei stabilităţii se utilizează pe larg şi în dinamica reactoarelor nucleare, în special pentru calculul stabilităţii regimurilor staţionare ale acestora şi al instalaţiilor energetice nucleare, precum şi pentru calculul stabilităţii sistemelor de reglare automată a parametrilor acestor instalaţii.

Importanţa calculelor de stabilitate este neîndoielnică : încă în faza de proiectare trebuie să existe certitudinea că perturbaţiile regimului staţionar, inevitabile şi, de regulă, greu de evaluat, nu conduc la urmări grave şi că, după trecerea unui timp oarecare, sistemul perturbat se întoarce în starea staţionară din care a fost scos. În multe cazuri, stabilirea faptului că regimul staţionar este stabil este insuficientă; este necesară şi cunoaşterea dimensiunilor perturbaţiilor iniţiale ale regimului staţionar. Într-o astfel de situaţie, teoria liniară a stabilităţii nu dă rezultate şi trebuie rezolvată problema stabilităţii „în mare" pe baza modelului neliniar al instalaţiilor. Aceasta este o problemă mai complicată, iar complexitatea problemei creşte şi prin faptul că modelele matematice suficient de riguroase ale instalaţiilor nucleare sînt descrise de ecuaţii diferenţiale cu argument întîrziat sau de ecuaţii cu derivate parţiale.

Toate acestea necesită folosirea întregului aparat matematic al teoriei stabilităţii.

Scopul prezentei lucrări este tocmai acela de a prezenta modul în care se aplică diversele elemente ale aparatului matematic al teoriei stabilităţii corespunzător cu tipurile de reactoare nucleare.

Organizarea lucrării pe capitole este făcută corespunzător scopului urmărit : după unul sau două capitole teoretice, conţinînd o expunere succintă a unor rezultate din teoria stabilităţii, urmează un capitol de aplicaţii în care se consideră diverse modele de reactoare nucleare, cărora li se studiază stabilitatea, mergînd pînă la obţinerea domeniului de stabilitate în spaţiul parametrilor.

Primele două capitole ale lucrării cuprind, aşa cum e şi firesc, definiţiile generale ale stabilităţii după Leapunov, ale stabilităţii asimptotice şi ale stabilităţii la perturbaţii permanente, precum şi principalele rezultate ale metodei funcţiei Leapunov pentru sistemele de ecuaţiii diferenţiale ordinare.

Urmează capitolul 3, cuprinzînd aplicaţiile metodei funcţiei Leapunov la cele mai simple exemple de reactoare nucleare (adică acelea care permit descrierea prin sisteme de ecuaţii diferenţiale ordinare). Sînt analizate aici următoarele cazuri : reactorul cu preluare de căldură constantă şi proporţională cu temperatura, reactorul omogen cu reacţie neliniară de temperatură, reactorul cu regulator neliniar etc.

În continuare sînt studiate modelele de reactoare nucleare care admit o descriere prin ecuaţii diferenţiale cu argument întîrziat. Se prezintă întîi teoria generală a stabilităţii Leapunov la sistemele cu argument întîrziat (cap. 4, expunerea făcută după N.N. Krasovski), după care

urmează aplicațiile (cap. 5). Menționăm că dintre aplicații cea mai tipică este aceea a reactorului cu combustibil circulant.

Stabilității după prima aproximație (deci a modelelor liniarizate) îi sînt atribuite două capitole : primul (cap. 6) cuprinde expunerea teoriei (criterii algebrice și frecvențiale de stabilitate a sistemelor liniare, cu și fără întîrziere), iar următorul conține un număr de aplicații.

Urmează o prezentare a teoriei și aplicațiilor pentru modele de reactoare descrise de ecuații integrodiferențiale de tip Volterra (cap.8). Expunerea este făcută pe baza lucrărilor lui R. D. Driver, J. J. Levin și J. A. Nohel.

Continuînd complicarea modelelor matematice, se consideră cazul „parametrilor distribuiți", adică al modelelor descrise de ecuații cu derivate parțiale. Teoria (cap. 9) este expusă după lucrările lui V. I. Zubov și A. A. Movcean. Aplicațiile se referă la sisteme liniare.

Toate aplicațiile menționate mai sus s-au referit la utilizarea funcției Leapunov. Este cunoscut faptul că în teoria stabilității reactoarelor nucleare s-au extins mult și metodele frecvențiale. Aceste metode fac obiectul capitolelor 11 (teoria) și 12 (aplicațiile). Expunerea se bazează în special pe criteriul lui V. M. Popov pentru stabilitatea reactoarelor nucleare. Capitolul de aplicații este important, dat fiind că numărul lucrărilor de aplicare a metodelor frecvențiale este mult mai mic decît cel al lucrărilor de teorie.

Ultimul capitol al lucrării se referă la problema mărginirii soluțiilor și la așa-numita „stabilitate practică".

Considerăm că lucrarea se impune mai ales prin numărul mare și prin diversitatea aplicațiilor pe care le conține. Desigur că și breviarele de teorie care precedă clasele de aplicații își au importanța lor.

Bibliografia lucrării este foarte bogată (460 de titluri), existînd la fiecare capitol o bibliografie de bază, iar în încheierea lucrării o bibliografie pe ani, cuprinzînd perioada 1954—1970.

Lucrarea se recomandă inginerilor energeticieni și automatiști care lucrează în domeniul energeticii nucleare, necesitînd din partea cititorului o pregătire mai avansată în domeniul ecuațiilor diferențiale.

Vladimir Răsvan

REZUMATELE ARTICOLELOR APĂRUTE ÎN „REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TECHNIQUES", SÉRIE ÉLECTROTECHNIQUE ET ÉNERGÉTIQUE, N° 1, 1973

AL. TIMOTIN, A. ŢUGULEA — **621.313.322 : 621.3.013.5**

Asupra pătrunderii fluxului magnetic axial în dinţii frontali ai statorului marilor turbogeneratoare. Partea I, Repartiţii medii bidimensionale într-un dinte de formă rectangulară

Se utilizează un model liniar, neomogen şi anizotrop pentru a stabili expresiile analitice ale repartiţiilor medii (în raport cu lărgimea), bidimensionale ale componentelor axiale (transversale) şi radiale (longitudinale) ale inducţiei magnetice într-un dinte frontal al unui turboalternator de mare putere.

Se iau în considerare saturaţia fierului şi pătrunderea laterală a fluxului de dispersiune, dar se neglijează reacţiunea magnetică a curenţilor induşi.

A. MORARU — **621.314.63 : 621.382**

Particularităţi ale schemei cu două redresoare comandate ale sistemelor de excitaţie

Se examinează regimurile de funcţionare şi relaţiile caracteristice ale schemei cu două redresoare comandate cu tiristoare, folosite în sistemele de excitaţie. Se pun în evidenţă regimurile anormale de evitat şi se deduc relaţii pentru calculul caracteristicilor şi al solicitărilor elementelor. În concluzii se fac recomandări privind oportunitatea alegerii schemei, fixarea domeniului de variaţie al unghiurilor de comandă şi tratarea sistemelor de bare, dînd şi o interpretare mai completă reactanţelor de comutaţie.

EMA CONSTANTIN, M. MEMEŞ — **621.315.1.015.38**

Supratensiuni între faze la punerea sub tensiune a liniilor de înaltă tensiune

Se determină pe cale analitică cu ajutorul metodei superpoziţiei supratensiunile dintre faze în momentul punerii sub tensiune a liniilor de înaltă tensiune.

Pentru conexiunea nesimetrică a fazelor, se determină atît momentele de conexiune cele

mai dezavantajoase, cît şi valorile supratensiunilor dintre faze cu factorii cunoscuţi pentru tensiunile dintre faze şi pămînt.

Rezultatele obţinute sînt verificate cu ajutorul unei metode numerice şi cu un analizor al regimului tranzitoriu.

A. NICOLAIDE, N. GOGIOIU, M. ŢAŢA **532.538.31 : 631.313.33 : 661.43**

Studiu asupra pompajului magnetohidrodinamic al mercurului în instalaţiile de electroliză a clorurilor alcaline

Se descrie un nou sistem magnetohidrodinamic pentru a face să circule mercurul în instalaţiile de electroliză a clorurilor alcaline. Acest sistem propus de autori prezintă avantaje în raport cu sistemele cunoscute, în special faptul că nu conţine părţi mobile. Circulaţia mercurului este asigurată de o pompă megnetohidrodinamică cu cîmp magnetic progresiv. Se expun : studiul cîmpului electromagnetic în canal, o metodă simplă pentru calculul pompei, construcţia şi rezultatele obţinute asupra instalaţiei realizate şi încercate în industrie.

VL. IONESCU **51 : 62.50**

Asupra conceptelor de stare şi de realizare a sistemelor liniare

Se încearcă o formalizare generală a conceptelor de stare şi de realizare a sistemelor liniare, concepte care la nivel formal se pot asocia factorizărilor unei clase cauzale. Această formalizare nu face apel la nici un fel de proprietăţi operaţionale dinainte impuse, cum ar fi ipoteza netezimii, ci îşi propune să uzeze de un instrument algebric, în speţă factorizările canonice ale homomorfismelor care descriu funcţiile de intrare/ieşire asociate stării zero, corespunzătoare diverselor momente de timp.

În final se expun unele dificultăţi legate de problema realizării sistemelor netede continue în timp, dificultăţi complet depăşite în cazul sistemelor liniare invariante în timp. Este abordată de asemenea numai din punct de vedere algebric problema finitudinii.

VL. RĂSVAN **62:501.32**

Stabilitatea absolută a unei clase de sisteme automate neliniare cu întîrziere. Partea a II-a, Cazuri critice

Se obţin condiţii suficiente de stabilitate absolută pentru o clasă de sisteme automate cu întîrziere în care neliniaritatea este funcţie de altă neliniaritate.

Cazurile critice sînt studiate în mod unitar, folosind rezultatele din prima parte a lucrării.

C. NEAGA 621.18

Calculul termic al preîncălzitoarelor de aer regenerative

Pornind de la fenomenul transmisiei de căldură în modelul adoptat, se deduce sistemul pe ecuații diferențiale din a cărui rezolvare rezultă temperaturile agenților termici și încărcării în perioadele de încălzire și de răcire ca funcții de timp și spațiu. Folosind relațiile de mediere ale temperaturilor agenților termici la ieșire din schimbător, valori cunoscute pe baza unor considerente economice și tehnologice, se deduc mărimile dimensionale ale schimbătorului.

În final se arată influența diverșilor factori asupra dimensiunilor schimbătorului, elemente necesare în alegerea corectă a lui.

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, CONSTANTIN SILVESTRU 621.43.05

Analiza influenței unor factori funcționali și constructivi asupra genezei oxidului de carbon în motorul cu aprindere prin scînteie

Se folosește o metodă originală de calcul care permite să se pună în evidență neuniformitatea termică și chimică în gazele de ardere în cilindru la finele arderii. Se evidențiază faptul că în anumite situații, prima tranșă care arde nu are temperatura cea mai ridicată la sfîrșitul arderii. Se arată că neuniformitatea termică influențează evident producerea oxidului de carbon numai în cazul dozajelor sărace sau stoichiometrice.

Se cercetează influența dozajului d, a avansului la declanșarea scînteii electrice, a vitezei de ardere și a formei camerei de ardere asupra genezei oxidului de carbon în timpul procesului de ardere, subliniindu-se rolul primordial al dozajului și posibilitățile de reducere în continuare a oxidului de carbon prin corelarea avansului redus, al dozajului corect și al unei forme mai puțin compacte a camerei de ardere.

B. BARBESCU, AL. BARBĂRASĂ 621.436

Asupra dependenței funcționale dintre motorul diesel și turbocompresorul de supraalimentare

Baleiajul motorului diesel supraalimentat prezintă importanță în ceea ce privește atît calitatea umplerii și limitarea solicitărilor termice, cît și caracteristica de absorbție a motorului, deci funcționarea în comun a motorului și turbocompresorului.

Se prezintă o analiză a parametrilor de legătură dintre motor și turbocompresor și se pun în evidență condițiile necesare pentru un acord corect al ansamblului la creșterea gradului de supraalimentare.

C. CRĂCIUNEANU, P. PITULICE 621.926.33-181.2 : 662.933.11

PROPUNEREA UNUI CRITERIU PENTRU ALEGEREA SISTEMULUI DE MĂCINARE ADECVAT UNUI COMBUSTIBIL SOLID

Alegerea tipului de moară potrivit unui combustibil solid depinde, printre altele, de caracteristicile combustibilului, de condiţiile specifice de lucru ale morii şi de parametrii focarului. Din diagrama 1, pe baza caracteristicilor combustibilului, se pot alege orientativ tipurile de mori ce pot fi utilizate. Cu ajutorul coeficientului de selectare calculat pentru tipurile alese, se determină moara adecvată.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 3—8, 1973

ŞT. GHEORGHIU 621.181

CALCULUL TEMPERATURILOR ÎN CAZANELE DE ABUR LA FUNCŢIONARE CU SARCINI PARŢIALE

Se prezintă o metodă de calcul a temperaturilor în cazanele de abur cu circulaţie naturală în ipoteza unei scheme termice obişnuite simplificate. La aplicarea metodei de calcul propuse este necesar calculul termic al cazanului de abur la sarcina nominală.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 9—22, 1973

DAN ANDREESCU 621.165:621.311.22

CONTRIBUŢII LA STUDIUL UTILIZĂRII ABURULUI EXTRAS DIN ETANŞĂRILE TERMINALE ALE TURBINELOR DE MARE PUTERE

Se prezintă o analiză, în ansamblul ciclului, a recuperării energiei aburului extras din etanşările terminale ale turbinelor. Se urmăreşte stabilirea condiţiilor în care recuperarea conduce la o zonă optimă din punctul de vedere al randamentului ciclului, precum şi influenţa soluţiei constructive asupra pierderii de energie utilă.

Metodica realizată şi programată în limbaj FORTRAN permite analizarea rapidă a unui număr mare de variante. Se prezintă o aplicaţie numerică a metodei.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 23—33, 1973

C. FLUERAŞU 631.017

CÎMPUL ELECTROMAGNETIC ARMONIC AL UNEI BOBINE CIRCULARE ÎN PREZENŢA UNUI ECRAN PLAN

Se determină cîmpul electromagnetic al unei bobine circulare parcurse de curent alternativ, situată în prezenţa unui ecran conductor de grosime mică, asimilabil unei pînze de curent cu conductivitate superficială, şi a unei pînze de flux magnetic cu permeabilitate superficială. În continuare se determină schema echivalentă a bobinei, cuprinzînd o rezistenţă echivalentă de pierderi şi o inductivitate echivalentă.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 35—45, 1973

ED. NICOLAU 538.312

RADIAȚIA ELECTROMAGNETICĂ ÎN MEDII ANIZOTROPE

Se recapitulează procedeele de stabilire a cîmpului radiant produs de o distribuție de curenți cunoscută, dispusă într-un mediu omogen, izotrop, nedisipativ și infinit.

Se arată posibilități de integrare a ecuațiilor cîmpului electromagnetic pentru o distribuție de curenți dispusă tot într-un mediu infinit, nedisipativ, dar care este anizotrop.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 47—58, 1973

H. GAVRILĂ 621.3.042.2 : 621.3.017.3

STUDIUL PĂTURILOR ȘI TOLELOR FEROMAGNETICE CU ANIZOTROPIE MAGNETICĂ UNIAXIALĂ ÎN CÎMPURI MAGNETICE ALTERNATIVE DE MICĂ INTENSITATE. II. CÎMPUL MAGNETIC MEDIU ȘI CALCULUL PIERDERILOR

Se studiază proprietățile păturilor și tolelor feromagnetice cu anizotropie magnetică uniaxială, ținînd seama de structura specifică de domenii a materialului feromagnetic.

Cîmpurile magnetice alternative aplicate din exterior se presupun cu valori suficient de mici (sub limita de coercivitate), pentru ca liniile de fixare superficială a pereților dintre domenii să nu sufere deplasări. Folosind expresiile cîmpului electromagnetic local, deduse într-o lucrare anterioară, se obțin expresiile mărimilor care descriu cîmpul magnetic mediu stabilit și proprietățile de material ale sistemului, precum și expresiile pierderilor prin curenți turbionari și ale celor datorate caracterului amortizat al mișcării pereților. Rezultatele obținute se compară cu cele ale altor teorii cunoscute, subliniind îmbunătățirile aduse.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 59—75, 1973

C. I. MOCANU 621.3.011.1 : 538.542 : 537.226.3

CIRCUITE MAGNETICE LINIARE CU PIERDERI PRIN CURENȚI TURBIONARI ÎN REGIM TRANZITORIU

Prin analogie cu parametrii elementului de circuit electric, se definesc parametrii elementului de circuit magnetic în regim cvasistaționar. Efectelor inductiv-electrocinetice (curenți turbionari) le corespund inductivitatea electrică, mărime duală inductivității magnetice corespunzînd efectelor inductiv-magnetice. Se demonstrează că miezul magnetic drept e caracterizat în orice regim cvasistaționar, permanent sau tranzitoriu, de o schemă echivalentă cu elemente conectate în paralel, avînd valori constante ale reluctanței (rezistenței magnetice) și inductivității electrice. În această lucrare se stabilesc schemele echivalente ale miezurilor magnetice drepte, avînd secțiuni circulare și de forma segmentului de cerc.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 77—98, 1973

B. UNGUREANU, S. IONESCU, E. D. CRAINIC, M. I. STAADECKER, L. POP 621.316.11.001.24

ALGORITM ȘI PROGRAM PENTRU CALCULUL REGIMULUI STAȚIONAR DE FUNCȚIONARE A UNUI SISTEM ELECTROENERGETIC PRIN METODA NEWTON

Programele pentru calculul regimului staționar care utilizează metoda Newton au astăzi o largă răspîndire pe plan mondial. Avînd în vedere avantajele metodei, au fost elaborate și date în exploatare la ISPE și DSE programe eficiente în care au fost utilizate procedee noi atît în rezolvarea sistemului de ecuații, cît și pentru ameliorarea procesului iterativ.

În lucrare sînt prezentate algoritmul și programele realizate, precum și concluzii rezultate din utilizarea lor.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 99—110, 1973

E. POTOLEA, MARIA TUDOSE, M. EREMIA 621.313.39.014

UTILIZAREA GRADIENTULUI PROIECTAT LA CALCULUL REGIMURILOR OPTIME ALE SISTEMELOR ELECTRICE

Se studiază posibilitatea determinării unor regimuri de funcţionare optime ale sistemelor electrice prin intermediul programării matematice neliniare neconvexe. În acest scop se aplică o variantă a metodei gradientului proiectat neutilizată pînă în prezent în studiul regimurilor de funcţionare optime.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 111—126, 1973

C. APETREI 621.313.332-81

CARACTERISTICI ALE TURBOGENERATOARELOR SINCRONE TETRAPOLARE

Se arată domeniul de utilizare al turbogeneratoarelor sincrone tetrapolare de mare şi foarte mare putere şi se defineşte maşina geometric asemenea. Se stabileşte variaţia caracteristicilor tehnico-economice ale maşinilor geometric asemenea în raport cu numărul de poli.

Pe baza analizei făcută în lucrare, se scoate în evidenţă necesitatea abaterii de la maşina geometric asemenea, relieflndu-se oportunitatea optimizării construcţiei maşinii cu $2p = 4$.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 127—139, 1973

M. VASILIU 621.313.(021)

FACTORII DE MAJORARE A REZISTENŢEI ŞI DE MICŞORARE A INDUCTIVITĂŢII LA BOBINAJELE MAŞINII DE CURENT CONTINUU. DEMONSTRAREA FORMULEI DREYFUS PENTRU COMUTARE INFINIT RAPIDĂ

Se determină structura şi evoluţia cîmpului magnetic de regim cvasistaţionar inductiv periodic în barele înfăşurării rotorice a maşinii de curent continuu, străbătute, în cazul unei comutări infinit rapide, de curent dreptunghiular. Se evidenţiază modelul liniar anelectric invariabil în timp adoptat şi teorema de unicitate adecvată regimului periodic considerat. Soluţia este determinată prin separarea variabilelor. Se calculează factorii de majorare a rezistenţei şi a inductivităţii datorate repartiţiei neuniforme a curentului pe secţiunea conductorului. Se derivează formula Dreyfus pentru factorul de majorare a rezistenţei şi se precizează condiţiile ei de valabilitate.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 141—155, 1973

N. GALAN 621.313.392

STUDIUL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ÎN MAŞINILE ELECTRICE CU APLICAŢIE LA MOTORUL CU HISTEREZIS

Se consideră un model idealizat pe baza căruia s-a studiat cîmpul electromagnetic în maşinile electrice. Noul model idealizat include anizotropia de material, fenomenul de histerezis şi curenţii turbionari ai armăturii rotorice în mişcare, iar printr-un calcul iterativ permite evaluarea saturaţiei sistemului magnetic al maşinii electrice.

Rezultatele acestui studiu se aplică la motorul cu histerezis cu cîmp tangenţial, permiţînd determinarea parametrilor rotorici. Relaţiile găsite sînt verificate experimental.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 157—176, 1973

DOINA PASCALE, I. PUFLEA 621.313.39

STUDIUL UNUI MOTOR ASINCRON LINIAR

Motorul asincron liniar constituie o soluţie remarcabilă pentru rezolvarea problemelor de transport. Lucrarea conţine un studiu teoretic al motorului liniar bazat pe rezolvarea ecuaţiilor cîmpului electromagnetic, determinîndu-se astfel caracteristicile principale şi unii parametri constructivi necesari proiectării motorului. Am obţinut o evaluare suficient de precisă a influenţei efectului de capăt transversal asupra caracteristicilor maşinii studiate; astfel este posibilă corectarea performanţelor de tracţiune ale acestui tip de motor. Studiul dependenţei caracteristicii forţă-alunecare de dimensiunile porţiunilor de indus din zona capetelor de bobine permite o apreciere a valorii optime a lărgimii părţii laterale a indusului situată în afara întrefierului.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 177—199, 1973

N. GOLOVANOV, CARMEN GOLOVANOV 621.315.1 : 621.3.015.3

TRANSPUNEREA PE MODELUL DE REGIMURI TRANZITORII A LINIILOR ELECTRICE AERIENE TRIFAZATE

Pe baza ecuaţiilor de propagare ale liniilor electrice lungi, sînt indicate schema echivalentă şi relaţiile respective pentru un multipol elementar, necesare studiului pe modelul de regimuri tranzitorii al unei linii trifazate.

Linia electrică este modelată printr-o conexiune în lanţ a unor multipoli. Cu ajutorul transformatei Z sînt determinate relaţiile de calcul ale modelului de linie.

Comparînd ecuaţiile liniilor electrice reale cu ecuaţiile deduse pentru modelul de linie, este posibil a determina erorile care intervin la modelarea liniei.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 201—218, 1973

M. STEIN, A. CRISTOVICI, D. MARK 621.316.1.004.64

SCHEME DE CONEXIUNI ŞI DE MANEVRE CE TREBUIE EVITATE ÎN VEDEREA REDUCERII PROBABILITĂŢII APARIŢIEI DE SUPRATENSIUNI INTERNE

Se scot în evidenţă situaţii în care există pericolul apariţiei unor supratensiuni interne periculoase în diferite scheme de funcţionare normale sau incidentale ale reţelelor de înaltă tensiune şi modul în care acestea pot fi evitate sau cel puţin reduse.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 219—232, 1973

G. DRĂGAN, D. S. NECŞULESCU, A. CRISTOVICI 621.315.1 : 621.015

INFLUENŢA PARAMETRILOR TRĂSNETULUI ASUPRA MĂRIMII ŞI FORMEI TENSIUNILOR CARE SOLICITĂ IZOLAŢIA LINIILOR ELECTRICE AERIENE DE ÎNALTĂ TENSIUNE

Se analizează influenţa amplitudinii, a pantei şi a locului de cădere a trăsnetului pe linie asupra parametrilor tensiunii care solicită izolaţia liniilor electrice aeriene. Analiza s-a efectuat cu ajutorul unui program DECLA pentru calculator numeric. Rezultatele calculului au fost comparate cu unda standardizată de tensiune cu care se încearcă izolaţia.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 233—244, 1973

VL. IONESCU

51 : 62.50

ASUPRA CONCEPTELOR DE STARE ŞI DE REALIZARE A SISTEMELOR LINIARE

Se încearcă o formalizare generală a conceptelor de stare şi de realizare a sistemelor liniare, concepte care la nivel formal se pot asocia factorizărilor unei clase cauzale. Această formalizare nu face apel la nici un fel de proprietăţi operatoriale dinainte impuse, cum ar fi ipoteza netezimii, ci îşi propune să uzeze de un instrument algebric, în speţă factorizările canonice ale homomorfismelor care descriu funcţiile de intrare/ieşire asociate stării zero, corespunzătoare diverselor momente de timp.

În final se expun unele dificultăţi legate de problema realizării sistemelor netede continue în timp, dificultăţi complet depăşite în cazul sistemelor liniare invariante în timp. Este abordată de asemenea numai din punct de vedere algebric problema finitudinii.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 245—263, 1973

L. LUPAŞ

621.316.7.001

O METODĂ PENTRU COMPARAREA PERFORMANŢELOR SISTEMELOR SUBOPTIMALE

Se prezintă o metodă pentru compararea performanţelor sistemelor suboptimale liniare derivate din problema optimală liniar-pătratică. Algoritmul propus se poate utiliza la compararea performanţelor sistemelor suboptimale (optimale) la care performanţa obţinută este caracterizată de o formă pătratică pozitiv definită.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 265—270, 1973

C. NITU

512.831.62-501.7

METODĂ DE IDENTIFICARE PENTRU SISTEME AUTOMATE CU REGULATOARE NUMERICE

Se propune o nouă metodă de identificare a instalaţiei automatizate pentru sistemele automate cu regulatoare numerice. Metoda se bazează pe utilizarea regulatorului numeric pentru identificare.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 271—280, 1973

C. CRĂCIUNEANU, P. PITULICE

621.926.33-181.2 : 662.933.11

CRITÉRIUM PROPOSÉ POUR CHOISIR LE BROYEUR PROPRE À UN COMBUSTIBLE SOLIDE

Les auteurs proposent un diagramme à l'aide duquel on trouve les broyeurs pouvant être utilisés. Une relation permet ensuite de préciser le broyeur adéquat.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 3—8, 1973

ŞT. GHEORGHIU 621.181

DIE BERECHNUNG DER TEMPERATUREN IN DAMPFKESSELN BEI TEILLAST-BETRIEB

Eine Berechnungsmethode der Temperaturen in Naturumlauf-Dampfkesseln bei Teillast-Betrieb, unter Annahme eines üblichen, vereinfachten Wärmeschaltbildes, wird dargestellt. Die wärmetechnische Berechnung des Dampfkessels bei Vollast ist für die Anwendung der vorgeschlagenen Berechnungsmethode notwendig.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 9—22, 1973

ДАН АНДРЕЕСКУ 621.165:621.311.22

К ИЗУЧЕНИЮ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПАРА, ПОЛУЧАЕМОГО ИЗ КОНЕЧНЫХ УПЛОТНЕНИЙ ТУРБИН БОЛЬШОЙ МОЩНОСТИ

Проводится анализ всего цикла рекуперации энергии пара, вытесненного из конечных уплотнений турбин, целью которого является установление условий, в которых рекуперация приводит к оптимальной зоне с точки зрения к.п.д., а также влияния конструктивного решения на потери полезной энергии. Осуществленная и программированная на языке ФОРТРАН методика разрешает ускоренный анализ большого числа решений. Представлено численное приложение метода.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 23—33, 1973

C. FLUERAŞU 631.017

THE ELECTROMAGNETIC FIELD OF A CIRCULAR COIL IN THE PRESENCE OF A PLANE SCREEN

The electromagnetic field of a circular coil through which an a.c. flows, in the presence of a plane screen, is determined by an approximation method which consists in replacing the screen by a current layer with an surface conductivity and an magnetic flux layer with a surface permeability. The equivalent circuit of the coil is determined, which contains a resistor representing the losses in the screen, and an equivalent inductivity.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 35—45, 1973

ED. NICOLAU 538.312

THE ELECTROMAGNETIC RADIATION IN ANISOTROPIC MEDIA

In the first part, a method is presented for the integration of Maxwell's equations for homogeneous, lossless, boundless and isotropic media.

In the second part, some methods are presented for the integration of the same equations for homogeneous, lossless, boundless but anisotropic media.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr, 1, p. 47—58, 1973

H. GAVRILĂ

621.3.042.2 : 621.3.017.3

THE STUDY OF FERROMAGNETIC FILMS AND SHEETS WITH UNIAXIAL MAGNETIC ANISOTROPY IN A.C. MAGNETIC FIELDS OF LOW INTENSITY. II. THE AVERAGE MAGNETIC FIELD AND THE CALCUL OF THE LOSSES

The purpose of this paper is the study of the properties of ferromagnetic films and sheets with uniaxial magnetic anisotropy, taking into account the specific domain structure of ferromagnetic materials. The applied magnetic fields are supposed to have sufficiently low values so that the magnetization of the system can be reversible. Using the expressions of the local electromagnetic fields, obtained in a previous paper, one calculates the magnitudes characteristic for the average magnetic field, and for the material properties of the ferromagnetic films and sheets. One also calculates the eddy-current losses and the losses due to the damped motion of the domain walls. The results are compared to some of the other similar theories, emphasizing the improvements brought in the proposed study.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 59—75, 1973

C. I. MOCANU

621.3.011.1 : 538.542 : 537.226.3

LINEAR MAGNETIC CIRCUITS WITH EDDY CURRENT LOSSES IN TRANSIENT STATE

The magnetic circuit parameters in quasi-steady state are defined in analogy of the electric circuit parameters. The electric inductance corresponding to eddy-current effects is the dual magnitude of the magnetic inductance. The straight magnetic core is characterized in any permanent and transient state by three canonical schemes, whose elements have constant magnetic resistances and electric inductances. In this paper the schemes of the straight magnetic cores with circular cross-section are established.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 77—98, 1973

B. UNGUREANU, S. IONESCU, E. D. CRAINIC, M. I. STAADECKER, L. POP

621.316.11.001.24

ALGORITHM AND PROGRAMME FOR THE SOLVING OF THE LOAD FLOW OF A POWER SYSTEM, BY MEANS OF NEWTON'S METHOD

The programmes concerning the solving of the load flow problem which are based on Newton's method, are the most widely used in the world.

Taking into account this method advantages, at the Institute for Power Studies and Projects (ISPE) and at the Direction for Power System (DSE) were elaborated and put into practice efficient programmes including also new procedures, both in solving the system of the equations describing the load flow problem and in improving the iterative process.

Finally are described the algorithm and the programmes involved, as well as the conclusions resulting from their utilization.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 99—110, 1973

E. POTOLEA, MARIA TUDOSE, M. EREMIA

621.313.39.014

THE UTILIZATION OF THE GRADIENT PROJECTED METHOD TO THE OPTIMAL LOAD FLOWS OF THE POWER SYSTEMS

This paper studies the possibility of solving some of the optimal load flows of the power systems by means of a neconvex nonlinear mathematical programming.

For this purpose one applies a variant of the gradient projected method non used up to now to the solving of the optimal load flows.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 111—126, 1973

C. APETREI

621.313.332.-81

DIE CHARAKTERISTIKEN DER VIERPOLIGEN SYNCHRON-MASCHINEN

Es wird der Anwendungsbereich der vierpoligen synchronen Turbogeneratoren großer und sehr großer Leistung gezeigt, so wie die geometrisch ähnliche Maschine definiert. Es wird die Abhängigkeit der technisch-ökonomischen Charakteristiken der geometrisch ähnlichen Maschine von der Polzahl, bestimmt.

Aufgrund der in der Arbeit ausgeführten Untersuchungen, wird die Notwendigkeit hervorgehoben, von der geometrisch ähnlichen Maschine abzuweichen und die Zweckmäßigkeit der Konstruktionsoptimierung für $2p = 4$ gezeigt.

t*St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1 p. 127—139, 1973*

M. VASILIU

621.313.(021)

A. C. RESISTANCE AND A. C. INDUCTANCE FOR THE D. C. MACHINE WINDINGS. PROOF OF DREYFUS FORMULA

The space distribution and time evolution of the periodic quasi-static magnetic field diffusion into the slot bars of a d. c. machine is determined. A square waveform current is assumed to exist in those bars. The a. c. inductance of the wounding are calculated. Dreyfus formula for conductive power loss is proved, its validity conditions beeing established.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 141—155, 1973

N. GALAN

621.313.392

L'ÉTUDE DU CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS LES MACHINES ÉLECTRIQUES AYANT APPLICATION SUR LE MOTEUR A HYSTÉRÉSIS

On envisage dans le travail un modèle idéalisé sur la base duquel est étudié le champ électromagnétique dans les machines électriques. Le nouveau modèle idéalisé inclut l'anisotropie de matériau, le phénomène d'hystérésis, les courants tourbionnaires ainsi que l'armature du rotor en mouvement. Un calcul ittératif permet d'estimer la saturation du système magnétique de la machine électrique.

Les résultats de cette étude peuvent s'appliquer pour le moteur à l'hystérésis à champ tangentiel permettant la détermination des paramètres du rotor. Les relations établies sont vérifiées aussi par voie expérimentale.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 157—175, 1973

DOINA PASCALE, I. PUFLEA

621.313.39

THE STUDY OF LINEAR MOTOR

The linear motor is considered as a remarkable solution in resolving the transport problems. This article contains a theoretical study of the linear induction machine based on the solving of the electromagnetic field equations, determining thus the main characteristics and some of the parameters necessary in its projection. We obtained a sufficient precise valuation of the influence of the transversal edge effect on the studied machine characteristics; thus the correction of the motor transport performances is possible. The study of the dependence of the characteristic force-slip upon the dimensions of the indus situated out of permits the determination of that dimension optimum value.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 219—232, 1973

N. GOLOVANOV, CARMEN GOLOVANOV 621.315.1 : 621.3.015.3

DIE NACHBILDUNG DER DREHSTROMLEITUNGEN AUF DAS NETZMODELL

Es wird, von Leitungsgleichungen ausgehend, das Ersatzschaltbild eines Vielpoles dargestellt und es werden die entsprechenden Gleichungen angegeben, um die Nachbildung einer Drehstromleitung auf das Netzmodell zu studieren.

Die Leitung wird als Vielpolketten modelliert und mittels der Z-Transformation werden betreffende Gleichungen ausgerechnet.

Es ist möglich, wenn man die Leitungsgleichungen und Vielpolkettengleichungen vergleicht, die Fehler zu bekommen, die bei der Nachbildung einer Drehstromleitung auftreten.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 201—218, 1973

M. STEIN, A. CRISTOVICI, D. MARK 621.316.1.004.64

WIRING DIAGRAMS AND MANOEUVRINGS TO BE AVOIDED IN ORDER TO REDUCE THE PROBABILITY OF INTERNAL OVERVOLTAGES

This paper lays stress on those situations where there is a danger to have internal overvoltages arising within various normal or incidental working diagrams of high voltage networks.

The paper also presents the way these overvoltages can be avoided or at least reduced.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 219—232, 1973

G. DRĂGAN, D. S. NECȘULESCU, A. CRISTOVICI 621.315.1 : 621.015

THE INFLUENCE OF THE LIGHTNING STROKE PARAMETERS ON THE MAGNITUDE AND SHAPE OF THE VOLTAGES WHICH STRESSES THE INSULATION OF HIGH VOLTAGE OVERHEAD LINES

In this paper one analyses the influence of the magnitude, slope and the point lightning stroke on the lines, on the parameters of the voltage which stresses the insulation of overhead electrical lines. This analysis was made by help of one programme DECLA for digital computer. The results of the computation was compared with the standard voltage impulse wave used for insulation testing.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 233—244, 1973

VL. IONESCU 51 : 62.50

ON THE CONCEPTS OF STATE AND REALIZATION OF LINEAR SYSTEMS

The paper exposes a general formalization of the principal concepts related to the state and realization in the linear systems theory.

These concepts can be associated to the factorizations of a causal class which consists in the zero state input/output maps.

The developed formalization does not claim any former operational hypotesis as smoothness, the algebraic representation being the single tool used.

Some difficulties, are finally emphasized, connected with the realization of nonconstant, continuous time maps, as well as some considerations on the finiteness.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 245—263, 1973

L. LUPAŞ

621.316.7.001

A METHOD OF COMPARING SUBOPTIMAL PERFORMANCES

A method for the evaluation of the degree of deterioration for suboptimal linear systems related to linear quadratic optimal problem is presented in this paper. The proposed algorithm can be used to compare the suboptimal (optimal) performances caracterized by positive definite forms.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 265—270, 1973

C. NITU

512.831.62-501.7

IDENTIFICATION METHOD FOR AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS WITH DIGITAL CONTROLLER

A new method is proposed for plant identification in the control systems with a digital controller. The identification method is grounded on the utilization of a digital controller.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 1, p. 271—280, 1973

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI

Revista „Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică şi electrotehnică, termoenergetică şi termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde şi rubricile: discuţii, recenzii, informaţii şi altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări ştiinţifice şi tehnice.

1. Structura lucrării

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoştinţelor actuale, va desemna obiectivele şi indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărţită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate şi va discuta rezultatele, erorile, posibilităţile şi comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obţinute, limita lor de valabilitate şi aplicaţiile posibile.

2. Forma lucrării

a) Lucrările se predau în 3 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenţii.

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare; desenele pe calc şi tuş, însoţite de cîte două copii şi o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, şase rînduri în limba română, şi la alegere în una din limbile engleză, franceză, germană sau rusă.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internaţională.

d) Volumul lucrării să nu depăşească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacţie: Bucureşti, Şos. Vitan nr. 236, sectorul 4.

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

D. F. LĂZĂROIU, **Mașini electrice cu inerție redusă**, 1969, 472 p., 29 lei.

D. GRECOV, I. IORDACHE, N. ANTONESCU, **Arderea combustibililor gazoși**, 1969, 268 p., 22 lei.

CONSTANTIN ȘORA, **Introducere în studiul generatorului Hall**, 1969, 310 p., 18,50 lei.

I. CARABOGDAN, N. PĂNOIU, **Bazele teoretice ale aprinderii și arderii combustibililor solizi**, 1969, 288 p., 24 lei.

CONSTANTIN HAIDUC, **Optimizarea parametrilor centralelor nucleare-electrice**, 1970, 322 p., 17,50 lei.

C. PENESCU, VL. IONESCU, E. ROSINGER, **Sisteme optimale**, 1970, 336 p., 12 lei.

I. S. GHEORGHIU, AL. FRANSUA, **Tratat de mașini electrice**, vol. III, **Mașini asincrone**, 1971, 534 p., 33 lei.

EDMOND NICOLAU, **Sinteza sistemelor radiante**, 1971, 376 p., 22 lei.

C. I. PENESCU, **Sisteme de protecție de distanță**, 1971, 624 p., 41 lei.

MARIN ENE, **Metoda mărirlor determinante**, 1971, 228 p., 13 lei.

N. REUS, **Tratarea simbolică a schemelor de comutație**, 1971, 270 p., 11 lei.

B. POPA, V. KASSIAN, **Teoria și calculul injectoarelor mecanice cu cameră de turbionare**, 1971, 311 p., 21 lei.

EDMOND NICOLAU, **Cîmpuri și unde electromagnetice**, 1972, 350 p., 21,50 lei.

1973 APR 3

I. P. Informația e. 2971

43 821

Lei 40.—

F1736

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

2

RM ISSN 0039—3932

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMANIA

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 289—564, Bucureşti, 1973

COMITETUL DE REDACȚIE

Redactor responsabil:

Prof. dr. doc. REMUS RĂDULEȚ, membru al Academiei Republicii Socialiste România

Redactor responsabil adjunct:

Prof. dr. doc. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România

Membri:

Prof dr. doc. A. AVRAMESCU, membru al Academiei Republicii Socialiste România
Prof. dr. doc. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Prof. dr. doc. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Dr. ing. V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Prof. dr. doc. V. PIMSNER
Prof. dr. doc. C. A. VASILESCU
Prof. dr. ing. C. APETREI
Prof. dr. ing. AL. TIMOTIN
Conf. dr. ing. A. MORARU
Dr. ing. D. GRECOV
Ing. CS. NAGY

Secretar științific de redacție:

Dr. ing. ECATERINA ARIE

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 160 de lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții. Revistele se pot procura (direct sau prin poștă) și prin *Punctul de desfacere* din cadrul Editurii Academiei.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la „Întreprinderea Rompresfilatelia", Căsuța poștală 2001, București, România, sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție, pe adresa:
BUCUREȘTI, ȘOS. VITAN NR. 236.

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
BUCUREȘTI, STR. GUTENBERG 3 BIS, SECTORUL 6

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 23, nr. 2 1973

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA DUPLUM 1893

SUMAR

Termoenergetică şi termotehnică

T. POPA, Consideraţii privind oportunitatea funcţionării cu presiune alunecătoare a blocurilor energetice 291
ST. PETRESCU, Studiul interacţiunii de viteză finită în cazul proceselor cu curgere 299
B. POPA şi N. CÂRPEANU, Contribuţii la dimensionarea optimă a ţevilor cu aripioare. Indice de eficacitate volumetrică. 313
C. A. VASILESCU şi T. TURCOIU, Studiul condiţiilor de adaptare ale grupului turbocompresor la creşterea presiunii de supraalimentare 327
N. STOICA, Analiza desfăşurării procesului de ardere prin prelucrarea diagramelor indicate, considerînd neuniformitatea termică. 351
B. GRÜNWALD, AL. DĂNESCU şi N. APOSTOLESCU, Schimbarea gazelor la un motor diesel supraalimentat în condiţiile limitării temperaturii gazelor arse la turbină 363
C. JIANU, N. LEMNEANU şi M. PETCU, Studiul arderii unui jet de combustibil lichid în cîmp ultrasonor 385

Electroenergetică şi electrotehnică

AL. TIMOTIN şi A. PANAITESCU, Asupra cîmpului electromagnetic progresiv şi forţelor din fluide conductoare în mişcare rectilinie şi uniformă. 415
ED. NICOLAU, Soluţiile complexe ale ecuaţiilor lui Maxwell 435
C. FLUERAŞU, Cîmpul electromagnetic armonic al unui conductor situat în vecinătatea unui ecran conductor plan 451
M. MARINESCU şi ŞT. DOBOŞ, Realizări în domeniul pilei de combustie. 471
G. SIMIONESCU, Modelarea electrică a transmiterii căldurii prin conducţie şi convecţie 483
MIOARA ALECU CĂLUŞITĂ, Scrierea sistemului de ecuaţii diferenţiale după schema-bloc. 503

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 289—564, 1973

M. PREDA şi IOANA DOROBANŢU, Formule topologice generale şi unitare pentru transmitanţele circuitelor multiport cu surse comandate. 513

Sisteme automate în energetică

VL. IONESCU, Asupra conceptelor de lege de reglare şi de estimaţie în teoria sistemelor liniare. 527
L. LUPAŞ, Asupra construcţiei comenzilor suboptimale liniare. 553
Recenzie. 559
Material documentar 561

CONSIDERAŢII PRIVIND OPORTUNITATEA FUNCŢIONĂRII CU PRESIUNE ALUNECĂTOARE A BLOCURILOR ENERGETICE

T. POPA

621.181.65 :621.165

Se prezintă o metodă de calcul pentru compararea din punctul de vedere economic a funcţionării blocurilor de 330 MW cu presiune iniţială constantă sau alunecătoare. Folosindu-se condiţii iniţiale diferite, a rezultat avantajoasă funcţionarea cu presiune alunecătoare.

Ideea funcţionării unui bloc cu presiune alunecătoare a fost emisă în 1933, fiind justificată de considerente de ordin economic, în special reducerea consumului specific de căldură. Ea a fost aplicată progresiv începînd după 1950, în special pentru reducerea eforturilor în turbină şi simplificarea ei constructivă. Avantajele economice, iniţial controversate, sînt şi ele în prezent evasiunanim recunoscute.

Alunecarea presiunii iniţiale a aburului la sarcini parţiale permite menţinerea practic constantă a temperaturii în treptele corpului de înaltă presiune (fig. 1). Astfel se reduc substanţial eforturile suplimentare care apar la modificarea regimului de funcţionare. Pe de altă parte, prin admisia totală a aburului se evită eforturile maxime care apar în prima treaptă la sarcini parţiale şi admisie parţială (raport de circa 10/1), iar ajutajele şi paletele se dimensionează în mod corespunzător.

Adoptarea funcţionării cu presiune alunecătoare la sarcini parţiale prezintă şi avantaje economice atît prin reducerea consumului specific de căldură, cît şi prin reducerea costurilor de investiţii şi de amortizare.

Reducerea consumului specific de căldură este generată de ameliorarea randamentului intern al turbinei şi de reducerea consumului de energie al pompei de alimentare.

Evident, prin reducerea presiunii aburului viu la sarcină parţială se micşorează randamentul termic, însă rezultatele comparaţiei dintre consumurile specifice nete realizabile cu presiune iniţială fixă sau varia-

bilă, care depind de o serie de parametri, sînt în general, în condițiile tehnicii actuale, favorabile presiunii alunecătoare. În general deci, presiunea alunecătoare este avantajoasă.

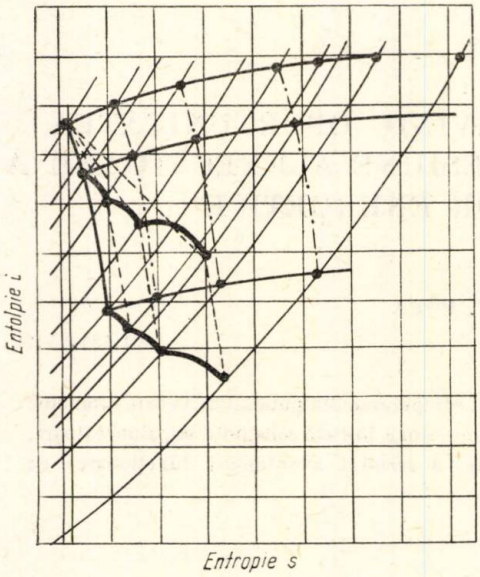


Fig. 1. — Destinderea în corpul de înaltă presiune a turbinei la funcționarea cu presiune inițială alunecătoare:
— — — presiune constantă;
— . — . presiune alunecătoare.

Datorită avantajelor de siguranță și celor cu caracter economic, aplicarea procedeului de funcționare cu presiune alunecătoare s-a extins rapid în deceniul 1960—1970 în special în R. F. Germania, precum și în S.U.A. și în U.R.S.S.

Decizia asupra alegerii între presiune constantă și presiune alunecătoare trebuie luată pe baza unui studiu tehnic-economic. Argumentele privind siguranța pledează în favoarea presiunii alunecătoare. Comparația economică depinde de elementele diferențiate ca urmare a aplicării unuia dintre cele două procedee. Acestea sînt consumul de căldură, investițiile, amortizările și emisia de energie electrică echivalentă.

În cele ce urmează se vor prezenta cîteva relații pentru integrarea și comparația consumurilor de căldură în intervalele de timp luate în considerare în studii tehnice-economice. Se prezintă și unele rezultate ale comparației economice între funcționarea cu presiune alunecătoare și presiune constantă pentru blocuri de 330 MW, încadrate în sistemul energetic național.

Consumul de căldură într-o perioadă dată depinde de curba de consum specific și de curba de durată a sarcinilor. Pentru comparație interesează diferența dintre consumurile specifice :

$$\delta_q = \frac{q_A - q_C}{q_C}. \qquad (1)$$

Calculul se efectuează în ipoteza că după supraîncălzirea intermediară se realizează aceeași temperatură [1]. Această ipoteză este valabilă numai dacă se supradimensionează supraîncălzitorul intermediar.

$$\delta_q = \delta_H - \delta_i - \delta_{pa}, \tag{2}$$

$$\delta_q = \delta_H(1 - \eta_{t.c}\eta_{i.c}) - \delta_{pa}. \tag{2'}$$

Din examinarea expresiei (2) rezultă că δ_q depinde de parametrii inițiali ai aburului și de variația randamentului intern al treptei de reglaj. La funcționarea cu presiune alunecătoare se realizează, odată cu creșterea presiunii nominale a aburului viu, un consum specific mai bun decît cu presiunea constantă într-un domeniu din ce în ce mai larg de sarcini parțiale. Aceasta se datorește creșterii economiei de energie la pompa de alimentare și reducerii diferenței de cădere termică în domeniul presiunilor înalte în care izotermele au o pantă mărită. La puterea nominală, turbina construită pentru funcționarea cu presiune alunecătoare are un consum specific mai bun cu 0,3—0,7 % decît al turbinei construite pentru presiune inițială constantă. Din calculele efectuate au fost obținute rezultatele prezentate în tabela 1 [2].

Tabela 1

Diferența de consum specific δ_q(%)

Putere	P_0 $\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	110	140	180	250	300
$0{,}5\,P_N$	treaptă de reglaj cu o coroană ...	1	−0,1	−0,94	−2,72	−3,47
	treaptă de reglaj cu două coroane	1,87	1,03	0,27	0,77	−1,73

Prin calculul diferenței de consum specific între valorile corespunzînd puterii nominale și unei puteri parțiale este posibil să se stabilească poziția relativă a celor două curbe de consum de căldură pentru metodele de funcționare comparate. În prealabil este necesar să se determine, în funcție de curba de durată a sarcinilor, mărimea puterii de consum specific optim ν_{opt}, care poate fi diferită de puterea nominală, la turbinele construite pentru presiune inițială constantă.

Curba de durată a sarcinilor poate fi exprimată prin funcția

$$P = P_N\left[1 - (1 - m_0)\left(\frac{T}{T_f}\right)^{\frac{m-m_0}{1-m}}\right], \tag{3}$$

potrivită pentru un număr mare de ore de utilizare [3], [4]. De asemenea se poate considera o curbă de durată în trepte.

Consumul de căldură se obţine din integrala

$$Q = \int_0^{T_f} W[P(T)]\mathrm{d}T. \tag{4}$$

În funcţie de expresia curbei de durată a sarcinilor şi a curbei caracteristice de consum, se obţine expresia consumului de căldură.

Curba caracteristică de consum a unui bloc avînd puterea de consum specific optim diferită de puterea nominală poate fi asimilată cu o linie frîntă. Funcţia care exprimă consumul de căldură este în acest caz

$$W(P) = \begin{cases} W = W_{s0} + \dfrac{W_{\mathrm{opt}} - W_{s0}}{P_{\mathrm{opt}}} P \quad P \in (0,\ P_{\mathrm{opt}}), \\ W = W_N + \dfrac{W_N - W_{\mathrm{opt}}}{P_N - P_{\mathrm{opt}}} (P - P_N) \quad P \in (P_{\mathrm{opt}},\ P_N). \end{cases} \tag{5}$$

Înlocuind relaţiile (3) şi (5) în (4) şi ţinînd seama de relaţia

$$\left(\frac{T_1}{T_f}\right)^{\frac{m-m_0}{1-m}} = \frac{1-\nu}{1-m_0} \tag{6}$$

rezultatul integrării este [5]

$$Q_c = \left\{ \frac{m - m_0}{(1-m_0)^{\frac{1-m_0}{m-m_0}}} \left[-\mu + \frac{(1-x_{s0})\nu + x_{s0}}{\nu} \right] (1-\nu)^{\frac{1-m}{m-m_0}} + \right.$$

$$\left. + x_{s0} \frac{\nu - m}{\nu} + m\mu \right\} W_N T_f. \tag{7}$$

Pentru un număr redus de ore de utilizare a puterii instalate s-a considerat o curbă de durată compusă din două trepte, şi anume puterea nominală şi puterea minimă. În acest caz s-a obţinut prin integrare în relaţia (4)

$$Q_c = \left\{ \Delta\vartheta_2 + (1-\Delta\vartheta_2) \left[x_{s0} + (\mu\nu - x_{s0}) \frac{m_0}{\nu} \right] \right\} W_N T_f. \tag{7'}$$

Pentru continuarea calculelor este necesară găsirea unei expresii de legătură între raportul consumurilor specifice μ şi raportul puterilor ν. În acest scop au fost utilizate date din literatura tehnică, iar expresia $\mu(\nu)$ a fost stabilită cu ajutorul polinoamelor de interpolare :

$$\mu = -0{,}90235\nu^2 + 1{,}708\nu + 0{,}19155. \tag{8}$$

Valoarea căutată pentru ν_{opt} se obține prin derivarea expresiilor (7), (7'), după înlocuirea parametrului μ conform relației (8).

Mai jos sînt prezentate cîteva rezultate :

m_0	0,45	0,45	0,5	0,5	0,5	0,6
T_N	4500	5000	4800	6400	6800	7200
ν_{opt}	0,828	0,885	0,798	0,955	0,973	0,980

La un bloc care funcționează cu presiune alunecătoare, consumul specific optim se realizează la puterea nominală. În acest caz, curba caracteristică de consum de căldură este o dreaptă :

$$W = W_{s0} + \frac{W_N - W_{s0}}{P_N} P. \tag{9}$$

Consumul de căldură în perioada de funcționare T_f, obținut prin integrare din relația (4), este

$$Q_A = [x_{s0} + m(1 - x_{s0})] W_N T_f. \tag{10}$$

Această expresie nu depinde în cazul examinat de forma curbei de durată a sarcinei.

Pentru a face posibilă comparația consumurilor de căldură din relațiile (7) și (10), este necesar să fie exprimate în funcție de aceleași mărimi. Se obține astfel relația

$$Q_A = \frac{\mu}{1 - \nu} [\nu(j - g) + m(g - j\nu)] W_N T_f.$$

Comparația economică dintre cele două soluții funcționale se poate face cu ajutorul cheltuielilor anuale Z :

$$\Delta Z = \Delta C_B + \Delta A_{c.tb} + \Delta A_{cd} + \Delta C_E + p\Delta I \tag{11}$$

Diferența de costuri pentru combustibil ΔC_B dintre cele două procedee se calculează cu ajutorul relațiilor (7) și (10) și al prețurilor combustibilului.

Diferența dintre cheltuielile de amortizare pentru cazan și turbină $\Delta A_{c.tb}$ decurge din diferența de cheltuieli pentru investiții ΔI. Blocul destinat funcționării cu presiune alunecătoare este mai ieftin decît blocul construit pentru presiune constantă. Cazanul acestuia are supraîncălzitorul intermediar supradimensionat sau este prevăzut cu un schimbător de căldură abur-abur în scopul menținerii temperaturii de supraîncălzire intermediară. Turbina acestui bloc este mai puțin compactă decît a blocului cu presiune alunecătoare. Diferența de investiții este de circa 0,7 % din valoarea însumată a cazanului și turbinei. ΔA_{cd} este diferența costurilor de amortizare pentru conductele principale. Prin funcționarea cu presiuni mai scăzute în anumite intervale de timp se prelungește durata acestor conducte. Prelungirea duratei de funcționare se calculează pe

baza curbei de durată a sarcinilor cu ajutorul curbelor de rezistenţă la fluaj a oţelurilor.

Pentru consumul mai ridicat de energie al serviciilor interne ale blocului cu presiune iniţială constantă la sarcini parţiale, se calculează termenul ΔC_E de echivalare a diferenţei de energie emisă în sistem :

$$\Delta C_E = \frac{10 p_0 v D_N \Delta T e}{3{,}6 \cdot 102} \sum \frac{0{,}2916y^3 - 1{,}037y^2 + 0{,}66y + 0{,}086}{\eta_{pa}} \qquad (12)$$

Pe baza metodologiei expuse au fost calculate 300 de variante, care furnizează o imagine destul de completă a efectelor economice provenite din adoptarea blocurilor cu presiune alunecătoare. A rezultat că soluţia de funcţionare cu presiune alunecătoare la un număr mare de ore de utilizare este mai economică. Aceasta se datoreşte funcţionării în apropiere de sarcina nominală, la care consumul specific al blocului cu presiune alunecătoare este mai bun. Se obţin diferenţe de cheltuieli anuale în favoarea presiunii alunecătoare de 1,7—5,6 mil. lei/an (lignit), 1,3—3,8 mil. lei/an (păcură) şi 1,1—2,0 mil. lei/an (gaze) la presiunea iniţială de 110 at. La 300 at diferenţa este de 4,9—7 mil. lei/an (lignit), 3,3—4,8 mil.lei/an (păcură) şi 2,3—3,3 mil. lei/an (gaze).

Pentru un număr redus de ore de utilizare, comparaţia economică este favorabilă presiunii iniţiale constante la valorile medii ale acesteia. La valorile uzuale ale presiunii iniţiale a blocurilor mari şi în special pentru combustibil gazos, avantajul este de partea presiunii alunecătoare. La 250 at lignit şi 5 000 de ore de utilizare, avantajul este de 3,7 mil.lei/an pentru presiunea alunecătoare.

În concluzie, ţinîndu-se seama de avantajele nete ale presiunii iniţiale alunecătoare pentru siguranţa de funcţionare şi de faptul că, în general, aplicarea acestui procedeu prezintă şi avantaje de ordin economic, soluţia poate fi considerată ca interesantă pentru a fi aplicată şi în ţara noastră. În sprijinul acestei păreri pledează şi construirea de către industria noastră a cazanelor de mare debit cu străbatere forţată, care se adaptează cel mai bine acestui regim de funcţionare. În orice caz, aplicarea procedeului pentru pornirea blocurilor este interesantă. În această privinţă trebuie să se ţină seama şi de numărul relativ mare de porniri efectuate în primii ani de funcţionare de blocurile mari ca urmare a declanşărilor intempestive sau a opririlor cauzate de pronunţarea defectelor de fabricaţie sau de deficienţele de exploatare.

NOTAŢII

e — preţ de echivalare a energiei electrice (lei/kWh);

$g = \frac{q_{NA}}{q_{\text{opt}}}$;

$j = \frac{q_{\text{opt } A}}{q_{\text{opt}}}$;

$m = \frac{T_N}{T_f}$ — factorul de utilizare a timpului de funcționare;

$m_0 = \frac{P_{min}}{P_N}$ — sarcina minimă / sarcina nominală;

p — coeficient normat de eficacitate pentru ramura energetică (a_n^{-1});

q — consum specific (kcal/kWh);

$x_{s0} = \frac{W_{s0}}{W_N}$ — raportul de mers în gol al consumului de căldură;

$y = \frac{P_k}{P_N}$ — raportul de funcționare la sarcină parțială;

A — cheltuieli pentru amortizări (lei/an);
C — cheltuieli (lei/an);
I — investiții (lei);
P — putere(kW);
Q — cantitate de căldură (kcal);
T — durată (h);
W — debit de căldură (kcal/h);
Z — cheltuieli anuale (lei/an);
δ_q — diferență relativă de consum specific;
δ_H — diferență relativă dintre căderile termice;
δ_i — diferența relativă dintre cantitățile de căldură preluate;
δ_{pa} — diferența relativă dintre consumurile pompelor de alimentare;

$\mu = \frac{q_{opt}}{q_N}$ — raportul consumului specific optim;

$\nu = \frac{P_{opt}}{P_N}$ — raportul puterii de consum specific optim;

η — randament;

$\Delta\vartheta = \frac{\Delta T}{T_f}$.

INDICI

c — cazan;
cd — conducte;
f — funcționare;
i — intern;
n — ore utilizare;
0 — abur viu intrare;
opt — optim;
pa — pompă alimentare;
sa — servicii auxiliare;
$s0$ — funcționare în gol;
t — termic;
tb — turbină;

B — combustibil;
N — nominal;
Nr — nominal de referință;
A — presiune alunecătoare;
C — presiune constantă;

BIBLIOGRAFIE

1. U. SENGER, *Bietet das „Gleitdruck-Verfahren" Vorteile ?* Brennstoff-Wärme-Kraft, *6*, 197—205, (1954.)
2. T. POPA, *Considerații cu privire la funcționarea cu presiune alunecătoare.* Energetica, *2*, 75—79, (1971).
3. B. SOSCHINSKI, *Die Vorausberechnung der Selbstkosten von Elektrizitätswerken.* Elektrotechnische Zeitschrift, *13*, 125—126, *14*, 135—137 (1918).
4. H. MITSCHEL, *Bestimmung des Teillastzuschlags zum spezifischen Wärmeverbrauch bei Bestlast von Blockanlagen.* Brennstoff-Wärme-Kraft, *11*, 533—534 (1963).
5. T. POPA, *Bestimmung des zusätzlichen Wärmeverbrauchs für Blockanlagen mit nicht übereinstimmender Nenn- und Bestlast im Betrieb mit veränderlicher Leistung.* Brennstoff-Wärme-Kraft, *8*, 399—401 (1966).

STUDIUL INTERACŢIUNII DE VITEZĂ FINITĂ ÎN CAZUL PROCESELOR CU CURGERE

STOIAN PETRESCU

536.71

Se studiază influenţa pe care o are viteza finită a procesului de destindere din ajutaje asupra desfăşurării acestuia din punctul de vedere al ireversibilităţii pe care o provoacă interacţiunea normală de neechilibru de tipul gaz-gaz.

După cum se arată calitativ în lucrările [1] — [4] şi cantitativ în lucrările [5] — [8], în cazul proceselor termodinamice de viteză finită fără curgere (în maşinile cu piston), expresia lucrului mecanic la aceste procese este de forma

$$L_w = P_{\text{med.}g}\left(1 \pm \frac{a\,w}{c_m}\right) \cdot \mathrm{d}v,$$

în care $P_{\text{med.}g}$ este presiunea medie momentană din masa gazului, w viteza pistonului, c_m viteza moleculară medie momentană globală, iar a un coeficient care depinde de caracteristicile sistemului şi de natura gazului. În maşinile cu piston, valoarea raportului aw/c_m este în prezent relativ mică şi deci influenţa sa nu depăşeşte de obicei 10% (pentru $w = 20$ m/s).

Pe de altă parte, se ştie că în maşinile cu curgere vitezele organelor de lucru (a paletelor) şi ale gazului sau aburului sînt foarte ridicate (200 — 300 m/s) şi deci raportul w/c_m ar fi în acest caz foarte mare (0,6—0,8). Ar fi de aşteptat influenţe foarte mari asupra desfăşurării procesului datorită acestui efect. De ce nu apar în realitate nişte efecte atît de pronunţate? Răspunsul la această întrebare este clar, şi anume la procesele cu curgere nu sînt aplicabile direct rezultatele obţinute în lucrările anterioare pentru procesele fără curgere. Intervin schimbări calitative esenţiale care au un cuvînt determinat de spus în ceea ce priveşte descrierea cantitativă a interacţiunilor ce se desfăşoară cu viteză finită în procesele cu curgere. Studierea acestor trăsături noi constituie obiectul lucrării de faţă. Mai întîi ne propunem să găsim un model al interacţiunii gaz-gaz care apare la curgere, model care să ne permită abordarea teoretică a problemei influenţei vitezei w asupra procesului.

St. cerc. energ. electr., tom. 23. nr. 2, p. 299—312, 1973

1. MODEL DE INTERACȚIUNE MECANICĂ GAZ-GAZ ÎN PROCESUL CURGERII UNIDIMENSIONALE. IMPORTANȚA SISTEMULUI DE REFERINȚĂ ÎN DESCRIEREA PROCESELOR CU CURGERE

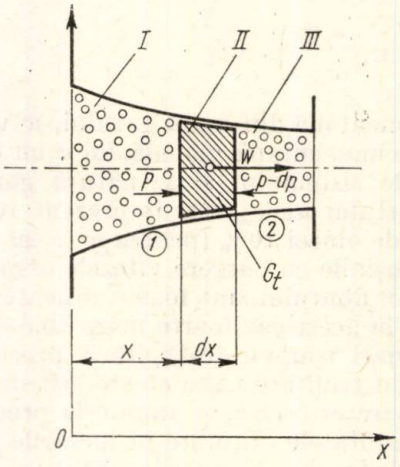
Într-un proces adiabat fără curgere, energia internă și deci temperatura variază datorită interacțiunii gazului cu pistonul, ca urmare a transformării energiei interne în lucru mecanic.

În procesul adiabat cu curgere nu există un piston care prin interacțiune cu gazul să preia energia internă de la acesta și să determine scăderea temperaturii lui.

Din acest motiv nu apare suficient de clar mecanismul prin care gazul în curgere își micșorează temperatura.

Pentru a clarifica acest mecanism este necesară o analogie cu cazul fără curgere. Această analogie este sugerată de faptul că la curgere parametrii de stare p, V, T, s sînt „măsurați" în sistemul relativ care se mișcă odată cu gazul cu viteza w_x. Temperatura fiind un parametru relativ, explicarea modului în care ea scade nu se poate face decît în acest sistem relativ. Deci procesul de „ansamblu" trebuie descompus în procese ce au loc în sistemul relativ și procese ce au loc în sistemul absolut. Procesul relativ va explica de ce scade temperatura, iar procesul absolut explică de ce crește viteza.

Practica de a privi procesul în sistemul absolut este foarte uzuală și conduce la ecuația lui Euler. Acest procedeu se bazează pe o ipoteză care nu este totdeauna suficient scoasă în evidență, și anume se „separă"



1. — Solidificarea imaginară a unei tranșe de gaz în scopul obținerii ecuației lui Euler.

o cantitate de fluid m_t (masa tranșei) cuprinsă între secțiunile (x) și ($x+$ + dx), căruia i se aplică legea mișcării pentru corpurile solide:

$$F = m.a. \tag{1}$$

Ipoteza care se face aici (fig. 1) este următoarea : gazul se presupune suficient de dens pentru a putea considera interacțiunea gaz-gaz (I—II—III), similară cu situația în care tranșa (II) ar fi -„solidificată", deci

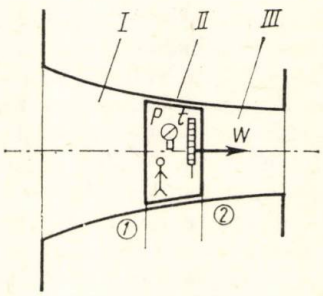
similară cu interacțiunea gaz (I) — piston (II) — gaz (III). Admițînd această analogie, aplicarea formulei (1) este justificată, însă sîntem avertizați că rezultatele vor depinde de justețea ipotezei făcute. Se obține astfel ecuația lui Euler:

$$-vdp = d(w^2/2). \tag{2}$$

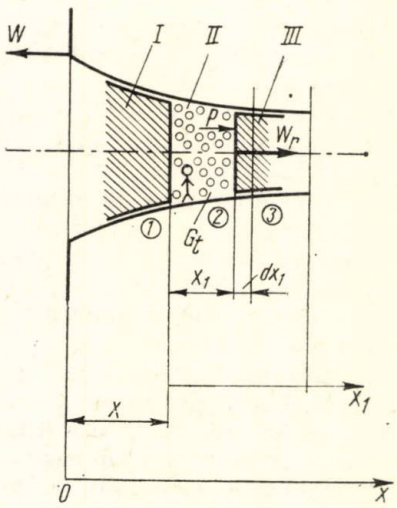
Am privit pînă aici modul de desfășurare a procesului în sistemul absolut. Pentru a privi procesul din sistemul relativ, trebuie să ne situăm ca observatori în tranșa II și să privim procesul din acest punct de vedere.

Să presupunem că, odată situați în tranșa II, participăm la evoluția sa, deci ne deplasăm în fiecare moment cu viteza tranșei w. Avem la îndemînă un manometru și un termometru și facem măsurători permanente. Constatăm că secțiunea 2 se deplasează față de secțiunea 1 și că temperatura și presiunea scad, iar volumul specific crește. Apare clar pentru observator de ce lucrurile se întîmplă astfel. Prin deplasarea secțiunii 2 față de 1 este ca și cum gazul din tranșa II (fig. 2) ar acționa asupra unui piston III, căruia, dîndu-i lucru mecanic, își micșorează propria energie internă, deci și temperatura.

Întrucît observatorul se deplasează cu viteza w odată cu tranșa, el observă de fapt că ajutajul se deplasează în sens opus cu viteza w și el stă pe loc, deci pentru observator situația este ca în figura 3.



2. — Măsurarea parametrilor de stare în sistemul de referință relativ.

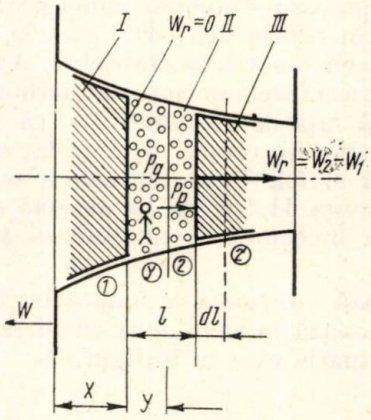


3. — Desfășurarea procesului de destindere a tranșei de gaz privită de un observator care se deplasează odată cu aceasta.

De data aceasta se „solidifică" tranșele I și III și se studiază interacțiunea gazului din tranșa II cu „pistonul" III. Sub acțiunea presiunii p a gazului, „pistonul" III se deplasează cu dx_1. În condițiile de aici sînt perfect valabile considerentele de la studiul proceselor fără curgere, întrucît $m_t = \text{const}$. Apare deci posibilitatea de a ține cont de influența vitezei asupra desfășurării procesului pe baza celor studiate în lucrările anterioare [5], [8].

2. INFLUENȚA VITEZEI DE CURGERE ASUPRA DESFĂȘURĂRII TRANSFORMĂRILOR DE STARE CU CURGERE

Am văzut că la procesele fără curgere una dintre cauzele care determină influența vitezei finite asupra procesului o constituie faptul că viteza relativă între pistonul mobil și moleculele care lovesc pistonul are o valoare diferită de viteza moleculei în sistemul absolut [1], [8]. În cazul curgerii apare un aspect similar.



4. — Analogie între procesul de destindere a tranșei de gaz și destinderea cu viteza finită a unui gaz într-un cilindru de mașină cu piston.

Considerăm o tranșă de gaz II de lungime l aflată în secțiunea x (fig. 4). Ne situăm în sistemul relativ, adică ne deplasăm odată cu tranșa II cu viteza w din secțiunea x. Din punctul nostru de vedere, secțiunea x stă pe loc și întreg ajutajul se mișcă către stînga cu viteza w. Tranșele III și I sînt „solidificate" și asimilate cu niște pistoane. Tranșa III se mișcă cu viteza relativă $w_r = w_2 - w_1$ față de observatorul din secțiunea 1. Tranșa I stă pe loc față de observator. Lungimea tranșei l trebuie astfel aleasă, încît să nu fie nici prea mare, căci în aceste condiții parametrii p, v, T de-a lungul lui l variază prea mult și deci starea tranșei nu se poate caracteriza prin parametri unici; dar nu trebuie să fie nici prea mică, căci sub un anumit număr de molecule nu se mai poate folosi noțiunea de parametru termodinamic.

Alegînd un l care să satisfacă aceste condiții, putem caracteriza starea tranșei prin parametrii unici p, v, t, u.

Gazul din această tranșă interacționează cu tranșa III, tot așa cum gazul din cilindru interacționează cu pistonul la procesele fără curgere.

Presiunea p_p a gazului asupra pistonului-tranșă III îl deplasează cu dl și produce lucrul mecanic:

$$dL = p_p \cdot d\,l \cdot s_2 \tag{3}$$

Conform celor de la procesele adiabate fără curgere, putem scrie pentru această interacțiune dintre gazul din tranșa II și pistonul-tranșă III expresia matematică a primului principiu:

$$dU + dL = 0 \tag{4}$$

și, notînd masa tranșei cu m_t,

$$m_t \cdot \mathrm{d}\, u + p_p \ \mathrm{d}\, l \ s_2 = 0. \tag{5}$$

Dacă l este suficient de mic, se poate considera

$$S_2 \approx S_1 = S_x, \tag{6}$$

deci

$$\mathrm{d}\, l \cdot S_2 \approx \mathrm{d}\, l \cdot S_x = \mathrm{d}\, V_t, \tag{7}$$

unde am notat V_t = volumul tranșei de gaz.
Relația (5) devine

$$\mathrm{d}u + p_p \cdot \mathrm{d}\, V_t / m_t = 0. \tag{8}$$

Studiind evoluția unei tranșe de masă constantă, m_t va fi constant și deci

$$\mathrm{d}V_t/m_t = \mathrm{d}(V_t/m_t) = \mathrm{d}v, \tag{9}$$

rezultă

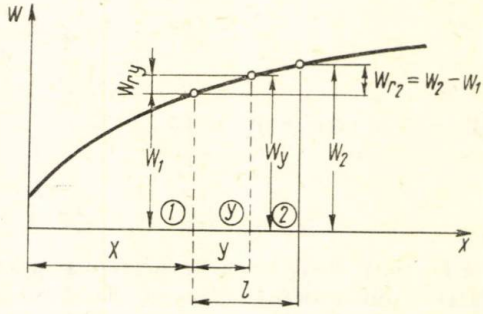
$$\mathrm{d}u + p_p \cdot \mathrm{d}\, v = 0. \tag{10}$$

Așa cum la procesele fără curgere p_p este influențat de viteza pistonului, este foarte probabil ca și în cazul de față viteza relativă $w_r = w_2 - w_1$ a tranșei III față de secțiunea 1 a tranșei II să aibă o influență asupra lui p_p.

La procesele fără curgere [5], [8] s-a demonstrat pentru cazul destinderii că

$$p_p = p_g \ (1 - a\, w/c), \tag{11}$$

unde p_p este presiunea de piston, p_g presiunea din gaz, w viteza pistonului și c viteza medie moleculară.



5. — Variația vitezei de curgere a gazului cu distanța x măsurată de la secțiunea de intrare în ajutaj.

În situația curgerii trebuie să se țină cont de un aspect particular al curgerii, și anume că ea are loc continuu, deci între secțiunile 1 și 2 gazul are în fiecare secțiune o anumită viteză. Astfel, în secțiunea y, admițînd

că pe porțiunea l (fig. 5) viteza absolută variază linear, va exista o viteză relativă

$$w_{rJ} = \frac{w_{r2}}{l} y. \tag{12}$$

Ținînd cont de acest aspect, nu se poate adopta direct relația (11) pentru cazul curgerii. Trebuie deci ținut cont de faptul că moleculele, cînd lovesc pistonul-tranșă III, au și o viteză relativă de transport w_{ry}, care depinde de distanța y, distanță de la care pînă în secțiunea 2 nu mai întîlnesc nici o moleculă din tranșă.

Deoarece această moleculă nu mai interacționează cu alte molecule pe parcursul $y - 2$, ea rămîne cu viteza relativă de transport w_{yr}, diferită de w_{r2}. Atunci, în (11) trebuie ca, în loc de w, să introducem $w_{r2} - w_{ry}$, unde y trebuie astfel ales încît pe parcursul $1 - y$ molecula să nu-și modifice viteza :

$$p_p = p_g \left[1 - \frac{a(w_{r2} - w_{ry})}{c}\right]. \tag{13}$$

Dar w_{r2} poate fi exprimat după cum urmează :

$$w_{r2} = w_{x+l} - w_x \approx w_x + \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x} \cdot l - w_x = \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x} \cdot l. \tag{14}$$

Cu aceasta, w_{ry} din (12) devine

$$w_{ry} = \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x} \cdot y \tag{15}$$

și atunci

$$w_{r2} - w_{ry} = \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x} (l - y). \tag{16}$$

În continuare vom nota

$$l - y = \lambda, \tag{17}$$

unde mărimea λ caracterizează parcursul liber mijlociu al moleculelor între două ciocniri eficace. Ea trebuie determinată experimental sau pe considerente cinetice. Astfel (13) devine

$$p_p = p_g \left(1 - \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x} \cdot \frac{a}{c}\right). \tag{18}$$

Introducînd (13) în (10), se obține

$$du + p_g \left(1 - \frac{a\lambda \frac{dw}{dx}}{c} \right) dv = 0, \tag{19}$$

care reprezintă ecuația diferențială a adiabatei de curgere. În continuare vom nota

$$z = \frac{a\lambda \frac{dw}{dx}}{c}, \tag{20}$$

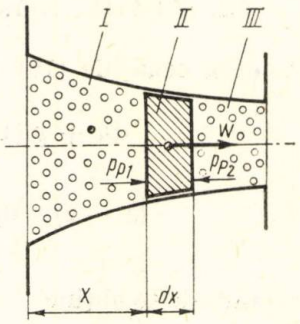
iar

$$\delta_{mc} = (1 - z) \tag{21}$$

îl vom numi factorul momentan de inițiere a ireversibilității la curgere.

2. 1. ECUAȚIA LUI EULER ȚINÎND CONT DE FACTORUL MOMENTAN DE INIȚIERE A IREVERSIBILITĂȚII δ_{mc}

Să analizăm dacă ecuația lui Euler suferă vreo modificare datorită efectului studiat anterior. Folosind relația (18), putem scrie expresiile presiunilor pe pistonul -tranșă II (din figura 6):



6. — Reprezentarea interacțiunii dintre gaz și pistonul tranșă.

$$p_{p_1} = (1 - z)\, p_{g_x}, \tag{22}$$

$$p_{p_2} = (1 - z)\, p_{g_{x+dx}} = (1 - z)\, p_{g_2}. \tag{23}$$

Dar p_{g_2} poate fi exprimat

$$p_{g_{x+dx}} = p_{g_x} + dp_g \tag{24}$$

şi rezultă

$$p_{p_2} = (1 - z)(p_g + \mathrm{d}p_g)\,. \tag{25}$$

Se scrie ecuaţia de mişcare pentru elementul „solidificat" $\mathrm{d}x$:

$$m_t \cdot \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\tau} = (p_{p_1} - p_{p_2})\ S\ ; \tag{26}$$

dar

$$m_t = S \cdot \mathrm{d}x \cdot \frac{1}{v} \tag{27}$$

şi deci

$$\frac{S}{v} \cdot \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\tau} \cdot w = -(1 - z)\ \mathrm{d}p_g \cdot S, \tag{28}$$

$$-\mathrm{d}\left(\frac{w^2}{2}\right) = (1 - z)\ v\ \mathrm{d}p\,. \tag{29}$$

Rezultă, aşadar, ecuaţia lui Euler, în care se ţine cont de influenţa pe care o are viteza finită asupra interacţiunii gaz-gaz.

2.2. ECUAŢIA ENERGIEI ŢINÎND CONT DE δ_{mc}

Se consideră ecuaţiile (19) şi (29) :

$$\mathrm{d}u + p\,(1 - z)\,\mathrm{d}v = 0\,, \tag{30}$$

$$(1 - z)\,v\ \mathrm{d}p = -\mathrm{d}\left(\frac{w^2}{2}\right), \tag{31}$$

pe care, însumîndu-le se obţine

$$\mathrm{d}u + \mathrm{d}(p\,v) - z\mathrm{d}(pv) = -\mathrm{d}\left(\frac{w^2}{2}\right) \tag{32}$$

sau, folosind ecuaţia de stare,

$$\mathrm{d}i - R\,z\,\mathrm{d}T = -\mathrm{d}\left(\frac{w^2}{2}\right). \tag{33}$$

Prin integrare între secțiunea (0) și o secțiune curentă (x), rezultă

$$(i_x - i_0) - R\int_0^x z\,\mathrm{d}T = -\left(\frac{w_x^2}{2} - \frac{w_0^2}{2}\right). \tag{34}$$

Schimbînd semnele, avem

$$(i_0 - i_x) + R\int_0^x z\ \mathrm{d}T = (w_x^2 - w_0^2)\frac{1}{2}, \tag{35}$$

de unde putem exprima viteza la ieșirea din ajutaj :

$$w_x = \left[c_p(T_0 - T_x) + R\int_0^x z\,\mathrm{d}T + \frac{w_0^2}{2}\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{36}$$

2.3. ECUAȚIILE ADIABATEI DE CURGERE ȚINÎND CONT DE VITEZĂ

Din ecuația (19) :

$$\mathrm{d}u + p\,(1 - z)\,\mathrm{d}\,v = 0, \tag{37}$$

folosind ecuația calorică de stare a energiei interne și ecuația generală de stare a gazelor perfecte, se obține

$$\frac{\mathrm{d}T}{(1 - z)\,T} + (k - 1)\frac{\mathrm{d}v}{v} = 0, \tag{38}$$

care este ecuația diferențială a adiabatei de curgere pentru cazul considerat. Deoarece fracția din primul termen se poate descompune într-o sumă :

$$\frac{1}{(1 - z)\,T} = \frac{1}{T} + \frac{z}{(1 - z)\,T}, \tag{39}$$

ecuația (38) devine

$$\frac{\mathrm{d}T}{T} + \frac{z\mathrm{d}T}{(1 - z)\,T} + (k - 1)\frac{\mathrm{d}v}{v} = 0, \tag{40}$$

din care, prin integrare, rezultă

$$T_2 = T_1\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} \cdot \mathrm{e}^{-\int_1^2 \frac{z\,\mathrm{d}T}{(1-z)T}}. \tag{41}$$

Aceasta este ecuația adiabatei de curgere în coordonate T, v, în care se ține cont de efectul vitezei finite asupra desfășurării procesului. Folosind ecuația de stare, se pot obține și celelalte ecuații ale adiabatei în coordonate T, p și p, v:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \cdot e^{-\frac{1}{k}\int_1^2 \frac{z\,dT}{(1-z)T}}, \tag{42}$$

$$\frac{p_2}{p_1} \cdot e^{\int_1^2 \frac{z\,dT}{T(1-z)}} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}. \tag{43}$$

Pentru a obține ecuația adiabatei de curgere în coordonate T, s, se pleacă de la definiția matematică a entropiei:

$$ds = \frac{du + p \cdot dv}{T}. \tag{44}$$

Din (19) rezultă

$$du + p\,dv = p\,z\,dv \tag{45}$$

Introducînd (45) în (44), rezultă

$$ds = \frac{pz \cdot dv}{T}. \tag{46}$$

Ținînd cont de ecuația de stare, se obține

$$ds = \frac{Rz \cdot dv}{v}. \tag{47}$$

Exprimînd raportul dv/v funcție de temperatură din ecuația (38), rezultă expresia variației de entropie funcție de temperatură:

$$ds = -\frac{c_v \cdot z}{T(1-z)} \cdot dT. \tag{48}$$

Întrucît la destinderea adiabată prin curgere $dT < 0$, rezultă

$$ds > 0, \tag{49}$$

ceea ce era de așteptat conform principiului al doilea al termodinamicii.

Acest rezultat poate constitui o verificare calitativă a relațiilor deduse anterior.

2.4. CALCULUL COEFICIENTULUI DE VITEZĂ LA IEȘIREA DIN AJUTAJE (φ_w)

Se știe că viteza reală la ieșirea din ajutaj este mai mică decît viteza teoretică. Aceasta se pune pe seama pierderilor prin frecare care au loc în ajutaj.

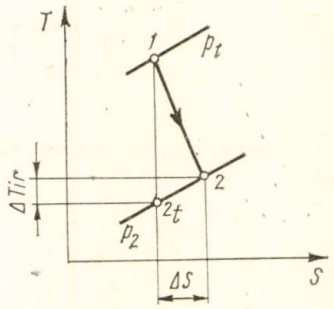
În cele de mai sus nu s-a luat deloc în considerare frecarea, întrucît s-a urmărit studierea unui alt efect de ireversibilitate. Efectul studiat contribuie și el împreună cu frecarea la micșorarea vitezei la ieșirea din ajutaj, ceea ce se vede imediat din relația (36). Aceasta înseamnă că ceea ce este definit ca fiind coeficient de viteză φ prin relația

$$w_{real} = \varphi \cdot w_t \tag{50}$$

este, de fapt, cel puțin produsul a doi factori :

$$\varphi = \varphi_w \cdot \varphi_f , \tag{51}$$

în care prin φ_w notăm un coeficient de viteză care depinde numai de efectul studiat anterior și prin φ_f un coeficient care depinde numai de efectul frecării dintre gaz și pereții ajutajului. Lucrurile apar de fapt ca și cum ireversibilitatea s-ar datora următoarelor două cauze : interacțiunii tangențiale cu frecare dintre straturile de gaz și pereți, pe de o parte, și interacțiunii normale cu viteză finită între tranșele de gaz. Ambele aceste interacțiuni introduc un gen specific de ireversibilitate, dar care au în final același efect ; micșorarea vitezei la ieșire a gazului. În cele ce urmează ne propunem să studiem numai efectul interacțiunii normale gaz-gaz asupra vitezei de curgere și deci să-l determinăm pe φ_w în ipoteza că admitem $\varphi_f = 1$.



7. — Reprezentarea procesului de destindere în diagrama *Ts*.

În acest scop ne vom referi la diagrama T, s (fig. 7). Din figură rezultă variația de temperatură în ajutaj :

$$T_1 - T_2 = (T_1 - T_{2_t}) - \Delta T_{ir} . \tag{52}$$

Deoarece $T_2 > T_{2t}$ rezultă

$$T_2 = T_{2_t} + \Delta T_{ir}. \tag{53}$$

Introducînd (53) în (36), se obține

$$w = \left[c_p(T_0 - T_{2t}) - c_p \Delta T_{ir} + R\int_0^x z \, dT + \frac{w_0^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \tag{54}$$

sau

$$w = \left[1 - \frac{c_p \Delta T_{ir} - R\int_0^x z \, dT}{c_p(T_0 - T_{2t}) + \frac{w_2^2}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left[c_p(T_0 - T_{2t}) + \frac{w_0^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}}, \tag{55}$$

în care al doilea radical este viteza teoretică w_t. Din (50) rezultă

$$\varphi_w = \left[1 - \frac{c_p \Delta T_{ir} - R\int_0^x z dT}{c_p(T_0 - T_{2t}) + \frac{w_0^2}{2}} \right]^{\frac{1}{2}}. \tag{56}$$

Pentru a afla expresia lui ΔT_{ir}, ne folosim de ecuația (42), în care constatăm că

$$T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = T_{2t}, \tag{57}$$

T_{2t} fiind temperatura teoretică care se obține în starea 2, deci (42) se poate scrie

$$T_2 = T_{2t} \cdot e^{-\frac{1}{k}\int_1^2 \frac{z dT}{(1-z)T}}. \tag{58}$$

Dezvoltînd în serie expresia exponențială, se obține

$$\Delta T_{ir} = T_2 - T_{2t} = - T_{2t} \cdot \frac{1}{k}\int_1^2 \frac{z dT}{(1-z)\,T}. \tag{59}$$

Înlocuind (59) în (56), φ_w devine

$$\varphi_w = \left[1 - \frac{-c_p T_{2t} \frac{1}{k} \cdot \int_0^x \frac{z \mathrm{d}T}{(1-z)\,T} - R \int_0^x z \mathrm{d}T}{c_p (T_0 - T_{2t}) + \frac{w_0^2}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \tag{60}$$

sau

$$\varphi_w = \left[1 - \frac{\frac{1}{k} T_{2_t} \int_x^0 \frac{z \mathrm{d}T}{(1-z)\,T} + \frac{k-1}{k} \int_x^0 z \mathrm{d}T}{(T_0 - T_{2t}) + \frac{w_0^2}{2 \cdot c_p}} \right]^{\frac{1}{2}}, \tag{61}$$

în care

$$z = \frac{s \lambda \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x}}{c} \cdot$$

După cum era de așteptat, se constată că, într-adevăr, viteza de curgere finită are o influență asupra desfășurării procesului prin intervenția coeficientului de viteză $\varphi_w < 1$.

Determinarea efectivă a lui φ_w necesită cunoașterea formei geometrice a ajutajului pentru a putea calcula derivata vitezei în raport cu spațiul $(\mathrm{d}w/\mathrm{d}x)$.

Din punct de vedere calitativ se constată că coeficientul de viteză φ_w scade cu cît creșterea de viteză este mai mare, cu cît lungimea ajutajului este mai mică și cu cît nivelul de temperatură la care are loc destinderea este mai coborît.

Pentru un gaz dat, cu o singură experiență se poate determina mărimea λ, după care, cu ajutorul formulei (61), putem calcula pe φ_w pentru diverse forme de ajutaj și pentru diverse condiții de destindere. Determinarea lui λ se poate face și pe cale teoretică, pe baza unor considerente cinetice moleculare sau statistice.

BIBLIOGRAFIE

1. J. de Boer, *Introducere în fizica moleculară și termodinamică*, MOSCOVA, Inostranaia literatura, 1962.
2. V. G. Levici, *Introducere în fizica statistică*, București, Edit. tehnică, 1954.
3. W. Macke, *Thermodynamik und Statistik*, Leipzig, 1963.
4. A. Sommerfeld, *Thermodynamics and Statistical Mechanics*, New York — Londra, Academic Pres, 1964.
5. L. Stoicescu, S. Petrescu, *Der erste Grundsatz der Thermodynamik für tehnische Prozesse welche mit endlicher Geschwindigkeit und ohne Strömung verlaufen*. Bul. Inst. politehnic București, **XXVI**, 5, 87—108 (1964).

6. S. Petrescu, *Determinarea lucrului mecanic în procesele termodinamice de viteză finită folosind metoda termodinamicii ireversibile fenomenologice.* St. cerc. energ. electr., **19**, *2*, 249—254 (1969).
7. L. Stoicescu, S. Petrescu, M. Marinescu, *Determinarea pe cale statistică a expresiei lucrului mecanic pentru unele procese termodinamice de viteză finită.* Comunicare prezentată la sesiunea științifică a Institutului politehnic București din 1—3 noiembrie 1968.
8. S. Petrescu, *Considerații cinetice privind presiunea pe un piston mobil.* St. cerc. energ. electr., **21**, *1*, 93—107 (1971).
9. L. Stoicescu, S. Petrescu, *Influența sistemului de referință în exprimarea matematică a principiului I al termodinamicii pentru procesele cu curgere.* Comunicare prezentată la sesiunea științifică a Institutului politehnic București din 1—3 noiembrie 1968.
10. L. Stoicescu, S. Petrescu, *Influența vitezei de curgere asupra ireversibilității transformărilor de stare cu curgere.* Comunicare prezentată la sesiunea științifică a Institutului politehnic București din 1—3 noiembrie 1968.

CONTRIBUȚII LA DIMENSIONAREA OPTIMĂ A ȚEVILOR CU ARIPIOARE. INDICE DE EFICACITATE VOLUMETRICĂ

B. POPA și N. CÂRPEANU

536.24

Schimbătoarele de căldură folosesc pe o scară largă țevi cu suprafețe active de schimb de căldură.

Odată cu creșterea razei exterioare a aripioarei, transferul de căldură este mai puțin eficient. Acest efect este evidențiat calculîndu-se valorile coeficientului global de propagare a căldurii K, raportat la suprafața activă, și indicelui de eficacitate volumetrică K_v, raportat la volumul de material activ. Lucrarea stabilește dependența diametrului optim al aripioarelor d_0 de diametrul părții lise d_1.

Noțiunea de indice de eficacitate volumetrică K_v permite întocmirea unor calcule comparative tehnice-economice între diferite tipuri de țevi cu aripioare.

În ultima vreme se folosesc din ce în ce mai frecvent țevile cu suprafețe active extinse de schimb de căldură la construcția schimbătoarelor de căldură.

După cum se știe, extinderea suprafețelor active ale elementelor de transmitere a căldurii se poate face prin mărirea suprafețelor interioare, exterioare sau a ambelor suprafețe. Este necesar ca agentul termic cu parametrii mai scăzuți din punctul de vedere al propagării căldurii să circule în partea cu suprafața extinsă. Formele suprafețelor extinse sînt foarte variate, cele mai utilizate fiind proeminențele (lamelare sau aciculare), nervurile longitudinale, aripioarele transversale, plăcuțele comune mai multor țevi etc. Metodele tehnologice de execuție ale suprafețelor extinse sînt și ele diferite; turnare (elemente de fontă), ștanțare din tablă și lipire pe țeavă, înrolare din benzi și lipire pe țeavă, laminare la rece etc.

În cele ce urmează se tratează țevile cu aripioare circulare laminate, ștanțate și eventual turnate, care au o arie largă de răspîndire la construcția schimbătoarelor de căldură.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 313–326, 1973

1. PROPAGAREA CĂLDURII LA ŢEVILE CU ARIPIOARE CIRCULARE

Calculul coeficienţilor de transfer a căldurii.

Cantitatea de căldură propagată printr-o porţiune de ţeavă cu aripioare avînd lungimea unui pas (t) este

$$Q = Q_A + Q_{lis}, \tag{1}$$

unde Q_A este cantitatea de căldură transferată prin aripioare, iar Q_{lis} cantitatea de căldură propagată prin porţiunea lisă.

Pentru ţevile cu aripioare circulare de grosime constantă (fig. 1) se poate scrie

$$Q_A = 2\pi r_1 \delta \lambda \cdot m \cdot \psi(T_i - T_e), \tag{2}$$

(funcţia ψ luîndu-se din figura 2, după ten Bosch),
unde

λ este coeficientul de conductivitate al materialului aripioarei:

$$m = \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda \cdot \delta}},$$

α — coeficientul de transfer termic de suprafaţă de la ţeava lisă la agentul termic exterior,

T_i — temperatura agentului termic din interiorul ţevii,

T_e — temperatura agentului termic din exteriorul ţevii.

Componenta Q_{lis} are valoarea

$$Q_{lis} = 2\pi r_1 \alpha (T - \delta)\,(T_i - T_e), \tag{3}$$

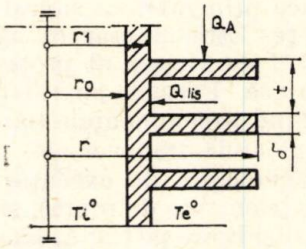


Fig. 1. — Schiţa ţevilor cu aripioare circulare.

deci cantitatea de căldură totală este

$$Q = 2\pi r_1 \delta \lambda m\, \psi(T_i - T_e) + 2\pi r_1 \alpha\,(T - \delta)\,(T_i - T_e). \tag{4}$$

Din relația (4) se observă că, menținînd ceilalți factori constanți, odată cu creșterea razei exterioare r, cantitatea de căldură transmisă crește proporțional cu valoarea lui ψ, la început liniar, apoi tinde asimptotic spre o valoare constantă a lui Q.

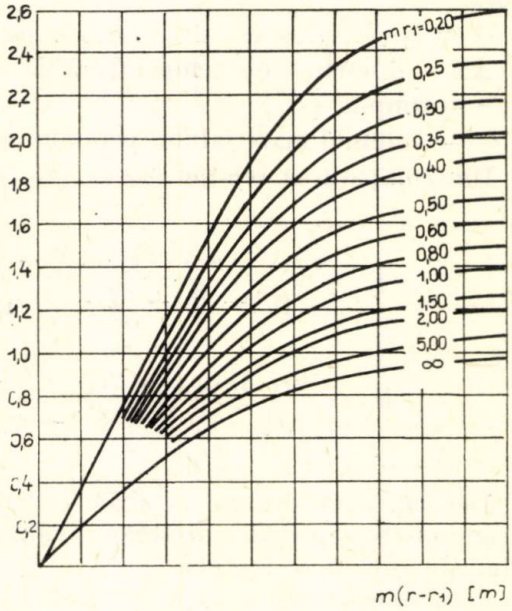


Fig. 2. — Grafic pentru determinarea valorilor funcției ψ.

Reprezentarea grafică a funcției $Q = Q(r)$ este asemănătoare cu reprezentarea funcției variabile conținute ψ (fig. 2). Concomitent însă, volumul materialului și suprafața activă a aripioarei cresc mai repede, proporțional cu pătratul razei exterioare a aripioarei.

Aceste variații diferite conduc la concluzia că, prin creșterea razei exterioare a aripioarei, de la o anumită valoare a acesteia transmiterea de căldură devine tot mai puțin eficientă. Efectul apare mai evident dacă cantitatea de căldură propagată se raportează la suprafața activă sau la volumul activ al materialului, raport care prezintă creșteri mult mai accentuate.

Cantitatea de căldură propagată în unitatea de timp la diferența de temperatură de un grad, raportată la suprafața activă, reprezintă de fapt coeficientul total de transmitere a căldurii K. Deci

$$Q = K \cdot S \cdot \Delta T \cdot \tau. \tag{5}$$

Se definește ca indice de eficacitate volumetrică K_v privind propagarea căldurii, cantitatea de căldură transferată în unitate de timp prin unitatea de volum de material al unui element activ la o diferență de temperatură

de un grad, adică

$$K_v = \frac{Q}{\Delta T \cdot \tau \cdot V}, \tag{6}$$

în care

Q este cantitatea de căldură transmisă [J],

ΔT — diferenţa de temperatură la care are loc schimbul [°K];

τ — timpul [s],

V — volumul materialului peretelui activ [m³].

Din compararea relaţiei (4) cu relaţiile (5) şi (6) rezultă

$$K = \frac{r_1 \cdot \delta \cdot \lambda \cdot m\psi + r_1 \cdot \alpha(T - \delta)}{(r^2 - r_1^2) + (T - \delta) r_1} \, (W/m^2.K), \tag{7}$$

$$K_v = \frac{2r_1 \cdot \delta\lambda \cdot m\psi + 2r_1 \cdot \alpha(T - \delta)}{(r_1^2 - r_0^2)\, T + (r^2 - r_1^2) \cdot \delta} \, (W/m^3 \cdot K). \tag{8}$$

Derivatele de ordinul întîi ale funcţiilor $K(r)$ şi $K_v(r)$ se anulează pentru anumite valori ale variabilei r, valori corespunzătoare punctelor de maxim ale funcţiilor respective.

Eficienţa maximă economică se obţine atunci cînd cantitatea de căldură transferată prin unitatea de volum este maximă, cu alte cuvinte pentru valoarea lui r pentru care

$$\frac{dK_v}{dr} = 0.$$

Pentru rezolvarea acestei relaţii de maximum, datorită funcţiei complexe ψ conţinute, s-a recurs la trasarea punct cu punct a curbelor $K_v = K_v(r)$ pentru diferite dimensiuni şi materiale din care se confecţionează ţevile cu aripioare. În mod similar s-a procedat pentru trasarea curbelor de variaţie $K = K(r)$.

Determinările s-au făcut pentru trei dimensiuni (mărimi) geometrice de ţeavă, notate cu 1, 2 şi 3, corespunzătoare razelor r_1 de 7,5 10 şi 12 mm (notaţii conform figurii 1) şi pentru patru metale uzuale : cupru (notaţie 1), aluminiu (notaţie 2), alamă (notaţie 3) şi fier (notaţie 4).

Tabela 1 cuprinde tipurile de ţevi pentru care s-au calculat variaţiile mărimilor K şi K_v în funcţie de rază simbolizată după dimensiune (prima cifră a simbolizării) şi material (a doua cifră a simbolizării).

Pentru formarea unei imagini mai clare asupra tendinţei de variaţie a acestor mărimi şi în funcţie de pasul aripioarelor t şi de coeficientul

de transfer termic de suprafaţă α pentru mediu — ţeavă lisă, s-au calculat şi trasat variaţiile acestor funcţii pentru ţeava de aluminiu de mărimea 3 cu pasul de 4,5 şi 2,5, precum şi pentru $\alpha = 90$ W/m$^2 \cdot K$ şi $\alpha = 30$ W/m$^2 \cdot K$.

Calculele s-au efectuat în felul următor: în relaţiile (7) şi (8) se introduc valori crescătoare ale razei curente exterioare r pentru care se calculează mărimile m, mr_1, iar din diagrama din figura 2 s-au determinat valorile funcţiei ψ. În calcule s-a folosit metoda tabelară, valorile funcţiilor rezultînd punct cu punct.

Tabela 1

Simbolizarea ţevilor considerate în calcul după mărime şi material

Mărimea	Dimensiuni					Cupru λ=350 W/m · K	Aluminiu λ=203 W/m · K	Alamă λ=105 W/m · K	Fier λ=46,5 W/m · K
	mm	mm	mm	mm	W/m^2. K				
	r_1	δ	t	r_0	α	simbolul ţevii			
1	7,5	0,9	2,5	6	60	11	12	13	14
2	10	1,2	3	8,25	60	21	22	23	24
	12	1,5	3,5	10	60	31	32	33	34
	12	1,93	4,5	10	60		32—t 4,5		
3	12	1,07	2,5	10	60		32—t 2,5		
	12	1,5	3,5	10	90		32— α90		
	12	1,5	3,5	10	30		32— α30		

Întrucît la citirea şi la aproximarea grafică a valorii funcţiei ψ din figura 2 apar erori, mai ales în condiţii foarte favorabile de transmitere a căldurii, unele puncte determinate astfel pot prezenta mici abateri de la alinierea după curba teoretică.

În tabela 2 au fost introduse pentru un şir de raze r valorile mărimilor K şi K_v, calculate după relaţiile de definiţie date anterior, pentru toate tipurile de ţeavă cu aripioare, specificate în tabela 1.

Cu valorile din tabela 2 se construiesc curbele de dependenţă faţă de raza exterioară, variabilă, a funcţiilor reprezentînd coeficienţii K şi K_v (fig. 3 şi 4).

Tabela 2

Valorile K_v și K pentru diferite raze exterioare

Tipul țevii	K[W/m²·K]		și K_v [W/dm³ · K] la raza exterioară r în mm						
	7,5	10	12	15	20	25	30	35	40
11 K_v	28,5	87,5	—	121	114	105	95	—	—
K	60	70,3	—	67,5	57,7	50,7	45	—	—
12 K_v	28,5	78,2	—	111	105	100	92,8	—	—
K	60	62,7	—	62	53,1	48,4	43,8	—	—
13 K_v	28,5	72	—	107	104,5	96,8	88,6	—	—
K	60	64,2	—	59,6	53	46,7	41,9	—	—
14 K_v	28,5	71,8	—	103,5	97,1	82,5	68	—	—
K	60	60,5	—	57,7	49,2	40	35	—	—
21 K_v	—	22,5	—	78,5	92,3	93,8	7,85	82	—
K	—	60	—	67,5	66,3	60	54,8	51,8	—
22 K_v	—	22,5	—	74,7	80,5	83	82,2	74,5	—
K	—	60	—	64,3	60	55,5	51	47,2	
23 K_v	—	22,5	—	71,8	77,7	80,8	76	70	—
K	—	60	—	60,8	55,8	52	48	44,3	—
24 K_v	—	22,5	—	69,7	76	76	63,3	54,5	—
K	—	60	—	60	54,5	47,5	40,8	34,5	—
31 K_v	—	—	18,7	52	65,4	68,4	67,2	65,8	63
K	—	—	60	65	62,8	59,2	56	52,9	49,8
32 K_v	—	—	18,7	47,3	64,5	66,2	65,2	64	62
K	—	—	60	62	62	57,3	54	51,5	49
33 K_v	—	—	18,7	44,6	61,5	64,2	63	61	56,3
K	—	—	60	61	59,1	55,5	52	49	56,5
34 K_v	—	—	18,7	43,2	59,5	61,1	57,2	50,5	43
K	—	—	60	60,5	59	53,0	47,2	40,6	37,2
32 t 4,5 K_v	—	—	18,7	38,3	53	54,5	52,8	52	48,8
32 t 2,5 K_v	—	—	18,7	60,5	85,3	93,5	93	88,5	83,5
32α 90 K_v	—	—	28	67,3	97	98,2	95,8	93,4	86
32α 30 K_v	—	—	9,4	23,8	37	38	37	35,4	33

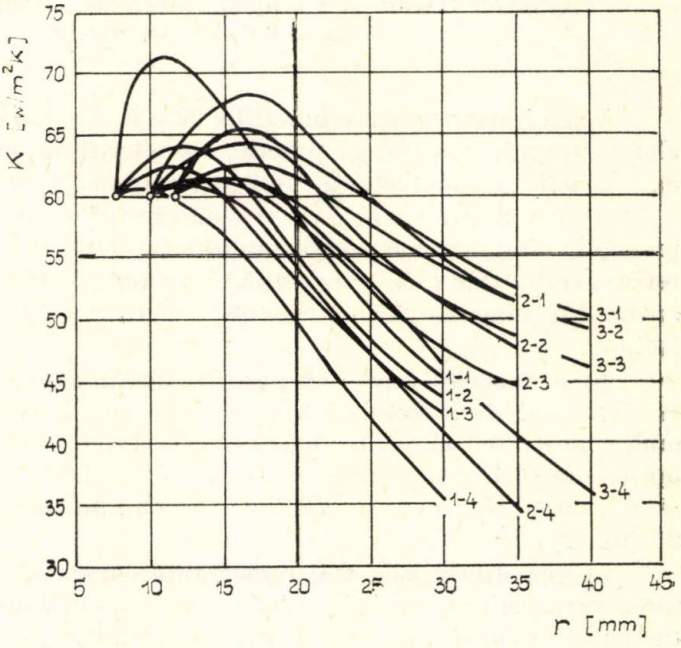


Fig. 3. — Variaţia coeficientului K de transmitere a căldurii funcţie de raza exterioară a ţevilor cu aripioare (mărimi şi materiale conform tabelei 1).

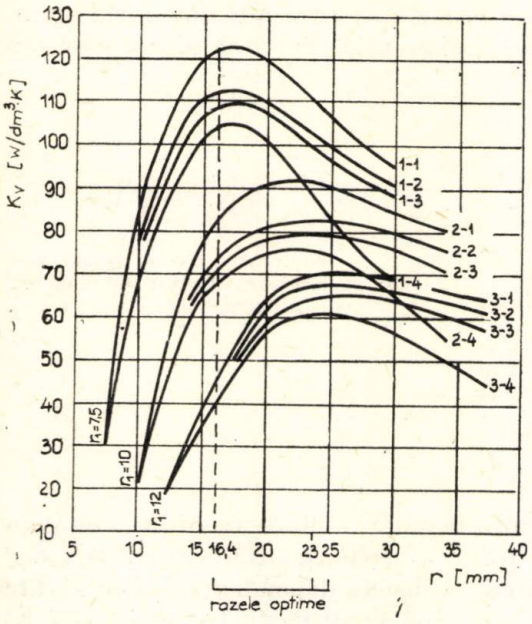


Fig. 4. — Variaţia indicelui K_v funcţie de raza exterioară a ţevilor cu aripioare (mărimi şi materiale conform tabelei 1).

2. INTERPRETAREA VALORILOR VARIAŢIEI COEFICIENTULUI TOTAL DE TRANSFER TERMIC ŞI A INDICELUI DE EFICACITATE VOLUMETRICĂ LA ŢEVILE CU ARIPIOARE

Examinînd variaţiile funcţiilor K şi K_v, se pot deduce mai multe concluzii de ordin teoretic şi practic, cu referire în primul rînd la indicele de eficacitate volumetrică, indice comparabil economic:

a) atît mărimea K_v, cît şi coeficientul total de transfer termic K prezintă valori maxime pentru anumite valori ale razei exterioare r. Cunoaşterea acestor maxime este utilă la determinarea diametrului exterior optim din punct de vedere economic pentru ţevile cu aripioare nou proiectate;

b) se remarcă faptul că poziţiile maximelor indicelui K_v se plasează în domeniul dimensiunilor uzuale, deci pot fi realizate practic în mai multe cazuri. Astfel, pentru raza interioară r_1 de 7,5 rezultă raza exterioară optimă de 16,4, pentru raza interioară r_1 de 10 mm raza exterioară optimă de 23, iar pentru raza interioară r_1 de 12 mm raza exterioară optimă de 25 (fig. 4);

c) una dintre cele mai importante concluzii care rezidă din cercetarea variaţiei indicelui K_v în funcţie de raza exterioară este aceea că diametrul optim al ţevilor cu aripioare nu depinde de conductivitatea termică, adică nu depinde de materialul ţevii. De conductivitatea materialului depinde valoarea maximă a indicelui volumic K_v, nu însă şi dimensiunea optimă a aripioarelor ţevii. Acest lucru înseamnă că o anumită mărime a ţevii cu aripioare (caracterizată aici prin r_1), executată la diametrul optim, are aceleaşi dimensiuni geometrice indiferent de materialul din care este

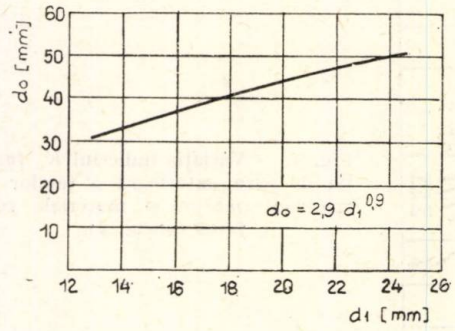


Fig. 5. — Diametrul exterior optim al ţevilor cu aripioare funcţie de diametrul părţii lise.

confecţionată. Din această concluzie rezultă anumite avantaje economice prin posibilitatea folosirii în fabricaţie a aceloraşi utilaje sau S.D.V.-uri. În diagrama din figura 5 s-a trasat curba de dependenţă a diametrului optim al aripioarelor d_0 în funcţie de diametrul părţii lise d_1 ($d_1 = 2\ r_1$).

O relaţie de legătură între acestea, valabilă în cazul de faţă, este

$$d_0 = 2{,}9\ d_1^{0{,}9};$$

d) ţevile de diametre mai mici au indicele de eficacitate volumetrică maxim mai mare ca ţevile mai mari. Astfel pentru ţevile de cupru avem :

tip 11 cu $r_1 = 7{,}5$ $\quad K_{v_{max}} = 122\ W/dm^3\ K = 100\%$;

tip 21 cu $r_1 = 10$ $\quad K_{v_{max}} = 94\ W/dm^3\ K = 77\%$;

tip 31 cu $r_1 = 12$ $\quad K_{v_{max}} = 70\ W/dm^3\ K = 57{,}3\%$.

Variaţia indicelui volumetric de transmitere a căldurii $K_{v_{max}}$ funcţie de diametrul ţevii lise ($2r_1$) se poate urmări în diagrama din figura 6. Economia de material rezultată prin folosirea unor ţevi cu aripioare de dimensiuni mai mici se reduce într-o oarecare măsură printr-o tehnologie de execuţie şi o exploatare (îmbîcsire, rezistenţe fluido-dinamice sporite etc.) mai costisitoare în cazul ţevilor mai mici. În aceste cazuri, pentru comparaţie este necesară întocmirea unui calcul tehnic-economic pentru stabilirea soluţiei celei mai bune;

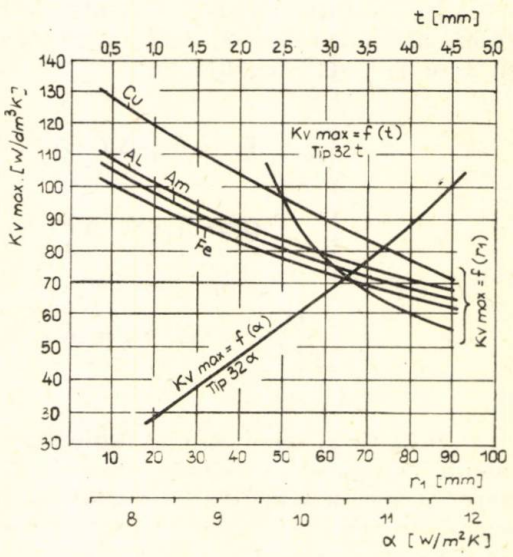


Fig. 6. — Variaţia indicelui de eficacitate volumetrică maxim $K_{v_{max}}$, funcţie de raza exterioară, de coeficientul de trecere a căldurii mediu ţeavă şi de pasul aripioarelor.

e) cum era şi de aşteptat, indicele K_v creşte proporţional cu coeficientul de transfer termic de suprafaţă mediu — ţeavă lisă α şi cu scăderea pasului (menţinînd volumul ţevii pe unitate de lungime acelaşi). Aceste dependenţe pot fi urmărite în diagramele din figurile 6 şi 7.

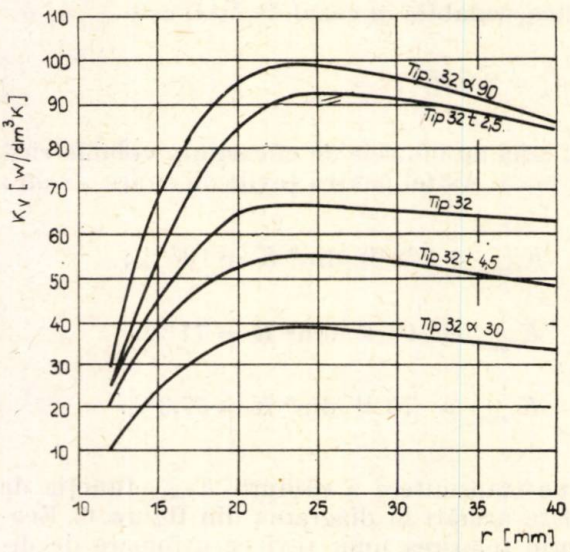


Fig. 7. — Variaţia indicelui K_v funcţie de raza exterioară pentru diferite valori ale pasului aripioarelor şi ale coeficientului de trecere a căldurii mediu-ţeavă lisă.

3. CONSIDERAŢII ECONOMICE ASUPRA INDICELUI DE EFICACITATE VOLUMETRICĂ K_v ŞI A DIAMETRULUI OPTIM ALE ŢEVILOR CU ARIPIOARE

În condiţii identice de interşanjabilitate termică, deci la aceleaşi valori ale mărimilor Q, ΔT, τ, pentru două fascicule diferite de ţevi 1 şi 2 se pot scrie egalităţile

$$Q = K_{v_1} \cdot \Delta T \cdot \tau \cdot V_1 = K_{v_2} \cdot \Delta T \cdot \tau V_2 , \tag{9}$$

$$Q = K_1 \cdot S_1 \cdot \Delta T \cdot \tau = K_2 \cdot S_2 \cdot \Delta T \cdot \tau \tag{10}$$

sau

$$\frac{Q}{\Delta T \cdot \tau} = K_{v_1} \cdot V_1 = K_{v_2} \cdot V_2 = K_1 \cdot S_1 = K_2 \cdot S_2 .$$

Indicele K_v este cel mai indicat pentru a fi folosit la întocmirea unor calcule comparative tehnice-economice, conţinînd implicit cantitatea de material necesară pentru fasciculul tubular al unui schimbător de căldură. Deoarece calculul în valori absolute este aplicabil cazurilor concrete, pentru o comparaţie mai generală se folosesc valorile relative, aşa cum se va arăta mai jos.

Fasciculul tubular al unui schimbător de căldură se poate executa întrebuinţînd oricare dintre sorturile de ţevi date în tabela 1.

Lăsînd la o parte alte aspecte mai puţin importante, este evident că aceste fascicule tubulare vor diferi între ele prin coeficienţii de propa-

gare a căldurii, costul materialului ţevilor, masa totală şi costul (preţul) total al fasciculelor.

Alegînd ca bază de comparaţie unul dintre tipurile de ţevi, de exemplu tipul 11, adică ţeava de cupru cu aripioare cu raza părţii lise de 7,5 mm, se pot scrie pentru celelalte tipuri expresiile care dau indicele relativ (K_{vr}), densitatea relativă (ρ_r), costul unitar relativ al materialului ($\mathcal{C}_r$), masa relativă (M_r) şi preţul de cost relativ (C_r) :

$$K_{vr} = \frac{K_v}{K_{11}}, \tag{11}$$

$$\rho_r = \frac{\rho}{\rho_{11}}, \tag{12}$$

$$\mathcal{C}_r = \frac{\mathcal{C}}{\mathcal{C}_{11}}, \tag{13}$$

$$M_r = \frac{M}{M_{11}} = \frac{\rho \cdot V}{\rho_{11} \cdot V_{11}} = \rho_r V_r, \tag{14}$$

$$C_r = \frac{\mathcal{C} \cdot M}{\mathcal{C}_{11} \cdot M_{11}} = \mathcal{C}_r \cdot \rho_r \cdot V_r \tag{15}$$

Din egalitatea

$$K_v \cdot V = K_{v11} \cdot V_{11}$$

rezultă

$$V_r = \frac{V}{V_{11}} = \frac{K_{v11}}{K_v},$$

$$V_r = \frac{1}{K_{vr}}.$$

Expresiile masei relative şi a preţului de cost total devin astfel în final :

$$M_r = \frac{\rho_r}{K_{vr}}, \tag{16}$$

$$C_r = \frac{\rho_r}{K_{vr}} \cdot \mathcal{C}_r. \tag{17}$$

În relaţiile masei relative totale şi a preţului de cost total al fasciculului de ţevi s-au calculat indicii K_v relativi, considerînd ţevile executate la diametrul optim dedus ca mai sus. Preţurile de cost unitare relative ale materialelor s-au calculat după costurile comerciale de vînzare ale ţevilor lise executate din materialele respective.

Rezultatele comparaţiei celor 12 tipuri de ţeavă folosind noţiunea de indice de eficacitate volumetrică sistematizate în tabela 3 au fost reprezentate grafic în diagramele din figurile 8, 9 şi 10.

Tabela 3

Masa relativă şi costul total relativ al fasciculelor din ţevi cu aripioare din materiale şi dimensiuni diferite

	Mărimea	Materialul ţevii			
		1) cupru	2) aluminiu	3) alamă	4) fier
Densitatea relativă ρ_r	1	1	0,32	1	0,92
	2	1	0,32	1	0,92
	3	1	0,32	1	0,92
Indicele relativ K_{vr}	1	1	0,847	0,815	0,780
	2	0,756	0,634	0,618	0,580
	3	0,527	0,504	0,488	0,465
Masa relativă M_r	1	1	0,378	1,23	1,18
	2	1,32	0,505	1,62	1,59
	3	1,9	0,635	2,05	1,98
Costul unitar relativ al materialului c_r	1	1	0,7	0,8	0,2
	2	1	0,7	0,8	0,2
	3	1	0,7	0,8	0,2
Costul total relativ C_r	1	1	0,264	0,980	0,236
	2	1,32	0,354	1,300	0,318
	3	1,9	0,445	1,640	0,400

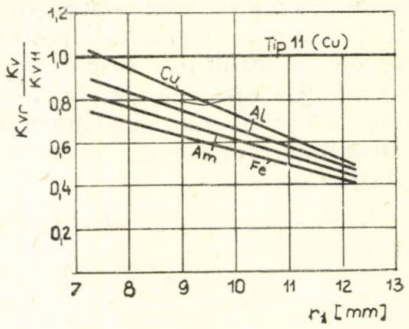
Din figura 9 se observă că masele fasciculelor tubulare cresc odată cu creşterea dimensiunilor ţevii şi că execuţia ţevilor cu aripioare din aluminiu implică scăderea greutăţii fasciculelor schimbătoarelor de căldură de trei ori.

Din punctul de vedere al costului total al ţevilor fasciculelor schimbătoarelor de căldură se observă că fasciculele executate cu ţevi de cupru şi de alamă sînt de circa şapte ori mai scumpe ca cele executate din aluminiu şi oţel (diagrama din figura 10). Avînd în vedere şi masa fasciculelor, reiese în mod evident că, *cel mai indicat material pentru execuţia ţevilor cu aripioare este aluminiul.*

4. CONCLUZII

Introducerea noţiunii de indice de eficacitate volumetrică permite efectuarea unor calcule economice comparative între diferite tipuri de suprafeţe (volume) active de transmitere a căldurii. Această noţiune a

Fig. 8. — Indicii volumici relativi pentru diferite tipuri de țevi cu aripioare funcție de dimensiune și material.



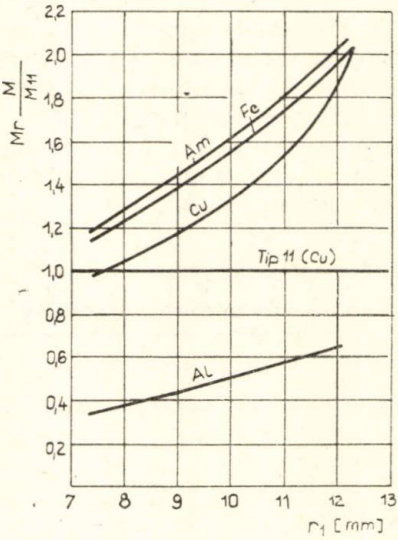


Fig. 9. — Masele relative ale diferitelor fascicule de țevi cu aripioare funcție de dimensiuni și materiale.

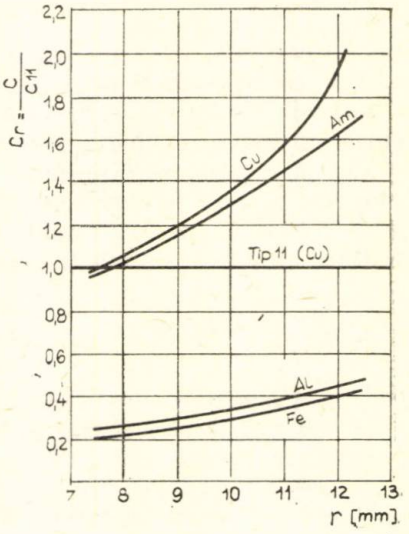


Fig. 10. — Costurile relative ale diferitelor fascicule de țevi cu aripioare funcție de material și dimensiune.

permis determinarea unui optim dimensional pentru ţevile cu aripioare. Pentru ţevile cu aripioare circulare de grosime constantă, diametrul exterior optim rezultat a fost $d_0 = 2{,}9\ d_1^{0{,}9}$, unde d_1 este diametrul părţii lise (fig. 5). S-a ajuns la concluziile că dimensiunile optime nu depind de material şi că ţevile mai mici sînt mai economice din acest punct de vedere.

Deoarece indicele K_v nu este cunoscut, acesta se poate determina din relaţiile

$$K_v \cdot V = K \cdot S\,,$$

$$K_v = K \frac{S}{V}.$$

În relaţia de mai sus, atît suprafaţa S, cît şi volumul activ V se referă la aceeaşi lungime de ţeavă (de exemplu la un metru lungime). Cu acestea se pot face calculele comparative între două feluri de ţevi sau fascicule de ţevi al căror coeficient volumic de transmitere a căldurii nu este cunoscut. Astfel se pot compara masele şi costurile totale ale unor fascicule executate din ţevi cu aripioare existente. Dacă se compară, de exemplu, fasciculele executate din ţevi de aluminiu cu diametrul exterior de 38 şi 23 mm, rezultatele obţinute sînt date în tabela 4.

Tabela 4

Comparaţia a două fascicule existente executate din ţevi avînd diametrul de 38 şi 23 mm

Tipul ţevii	K W/m²K	S m²/ml	V m³/ml	K_v W/m³K	K_{vr}	$\mathcal{P}_r$	$\mathcal{C}_r$	M_r	C_r
Ø 38	60	0,37	$390 \cdot 10^{-3}$	$57 \cdot 10^{-3}$	1	1	1	1	1
Ø 23	60	0,24	$140 \cdot 10^{-3}$	$108 \cdot 10^{-3}$	1,80	1	1	0,55	0,55

Se observă că, datorită unei suprafeţe active mai mari la acelaşi volum activ, ţeava cu diametrul de 23 mm conduce la o greutate şi un cost relativ mai mic, de numai 55%, faţă de ţeava cu diametrul de 38 mm.

Observaţiile şi concluziile prezentate, deşi au pornit de la forma geometrică ideală a ţevii, neglijîndu-se şi unii factori concreţi tehnologici şi de exploatare (ca, de exemplu, rezistenţa la coroziune şi la temperaturi diferite), se pot folosi pentru proiectare şi calcule comparative orientative, cu rezultate practice satisfăcătoare.

BIBLIOGRAFIE

1. L. Hamburger, *Introducere în teoria propagării căldurii*, vol. I, *Conducţia prin solide*, Bucureşti, Edit. Academiei, 1956, p. 215–220.
2. W. M. Kays, A. L. London, *Compact heat exchangers*, New York, McGraw-Hill Book Comp., 1964.
3. V.D.I., *Wärmeatlas, Düsseldorf*, V.D.I.–Verlag, 1963.

STUDIUL CONDIȚIILOR DE ADAPTARE ALE GRUPULUI TURBOCOMPRESOR LA CREȘTEREA PRESIUNII DE SUPRAALIMENTARE

C.A. VASILESCU și T. TURCOIU

621.515

Se folosește un model de ciclu semireal de motor cu aprindere prin comprimare pentru a calcula condițiile teoretice de adaptare ale grupului turbocompresor. S-au variat parametrii : raport volumetric de comprimare ε, coeficient al excesului de aer α, presiune de supraalimentare p_s, avans la degajarea căldurii θ_i, durata procesului de ardere θ_a, forma caracteristicii de degajare a căldurii B, coeficientul de baleiaj φ și randamentul global al grupului de supraalimentare η_e, pentru a reliefa posibilitățile de adaptare ale grupului turbocompresor la motor.

Supraalimentarea, metodă modernă pentru mărirea performanțelor motorului cu aprindere prin comprimare, înregistrează în ultimii ani o aplicare din ce în ce mai largă, asociată cu mărirea nivelului de supraalimentare.

Au fost realizate deja motoare cu presiuni medii efective de 18 bar, se estimează pentru viitorul apropiat un nivel de 20 — 24 bar și este nevoie să se pregătească motoare care să dezvolte presiuni medii efective de 25 — 35 bar.

Factorii influențați de creșterea presiunii de supraalimentare și care ar putea să afecteze funcționarea motorului sînt multipli, ei referindu-se, pe de o parte, la motorul propriu-zis (solicitări termice și mecanice) și, pe de altă parte, la grupul de supraalimentare.

Turbina grupului prelucrează energia gazelor de ardere, conform căderii de presiune disponibilă. Aceasta din urmă este limitată de valoarea contrapresiunii pe care o poate suporta motorul fără ca funcționarea sa să sufere.

În ceea ce privește temperatura gazelor de evacuare, ea este determinată de două condiții contradictorii : pe de o parte, materialul din care este confecționat paletajul turbinei impune o temperatură maximă și pe de altă parte, energia solicitată de către compresor precizează o temperatură minimă. La stabilirea temperaturii gazelor de evacuare mai tre-

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 327—349, 1973

buie avut în vedere efectul aerului de baleiaj (care măreşte lucrul mecanic la compresor şi micşorează lucrul mecanic la turbină), precum şi modificarea randamentului intern al grupului de supraalimentare odată cu schimbarea construcţiei sale sau a regimului de funcţionare. Ca urmare, în vederea dezvoltării noilor tipuri de motoare foarte înalt supraalimentate se impune studiul adaptării grupului turbocompresor.

Literatura din domeniu menţionează stadiul problemei.

Pflaum [1] foloseşte un ciclu teoretic de motor pentru a determina parametrii gazului la intrarea în turbină.

Vasilescu [2] studiază adaptarea în condiţii teoretice a grupului de supraalimentare, pornind de la date ale temperaturii gazelor de ardere obţinute de la un ciclu teoretic [3] şi efectuînd o destindere ireversibilă a gazelor din cilindru pînă la presiunea din faţa turbinei fără a ţine seama de scăderea de presiune a gazelor din cilindru în acest timp ; se consideră amestecarea cu aerul de baleiaj.

Jante [4] analizează în mod general problemele adaptării grupurilor, iar Schmidt [5] indică unele calcule efectuate pentru a stabili condiţiile de lucru ale turbinei.

Zinner [6] prezintă unele rezultate ale calculelor sale cuprinzătoare privitoare la ciclurile motoarelor cu aprindere prin comprimare supraalimentate, fără însă a da detalii referitoare la problemele adaptării grupului.

Radcenco şi colab. [7] utilizează un ciclu cu ardere mixtă (izobar, izocor şi izoterm) pentru calcularea parametrilor gazului din cilindru la deschiderea supapei de evacuare ; ei împart evacuarea gazelor în două procese : evacuarea liberă (considerată ca o destindere adiabată a gazelor în cilindru) şi evacuarea forţată (gazele din cilindru avînd o presiune constantă), ţin seama de baleiaj şi optimizează ciclul pentru diferite valori ale coeficientului excesului de aer şi ale raportului de comprimare, considerînd limitativă presiunea maximă în procesul de ardere şi temperatura din faţa turbinei.

În lucrarea de faţă se analizează influenţa unor factori constructivi şi funcţionali ai motorului şi ai grupului asupra condiţiilor teoretice de adaptare. Faţă de lucrările similare cunoscute, s-a putut preciza mai exact influenţa caracteristicii degajării căldurii şi a avansului la degajarea căldurii şi s-au rafinat metodele de calcul pentru stabilirea temperaturii gazelor de ardere în faţa turbinei, prin aceasta calculul adaptării grupului fiind mai apropiat de condiţiile reale.

1. MODELUL DE CICLU TERMODINAMIC FOLOSIT

În vederea sabilirii temperaturii fluidului de lucru, se foloseşte un ciclu semireal de motor cu aprindere prin comprimare, avînd caracteristica de degajare a căldurii o lege simplă, de formă triunghiulară.

Ipotezele privitoare la ciclu sînt expuse în [8], elementele luate în discuţie fiind :

— raportul volumetric de comprimare $\varepsilon = 10 ; 16 ;$

— coeficientul excesului de aer (raportat numai la aerul care serveşte la efectuarea arderii) $\alpha = 1{,}8$;

— presiunea de supraalimentare $p_s = 1{,}5\,;\ 2{,}5\,;\ 3\,;\ 4$ bar;
— temperatura aerului la admisia în cilindru $T_s = 330$ K;
— durata procesului de ardere $\theta_a = 40\,;\ 70\,;\ 100\,;\ 130°$ RAC;
— durata avansului la degajarea căldurii $\theta_i = -15\,;\ -5\,;\ 0\,;\ +5°$RAC;
— forma caracteristicii de degajare a căldurii : trei forme triunghiulare (vezi fig. 1) $B = 1{,}25\,;\ 2\,;\ 5\,;$

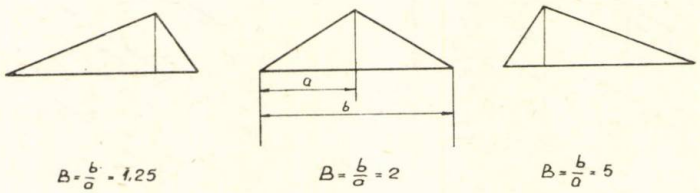


Fig. 1. — Forma caracteristicii de degajare a căldurii admisă în calculele efectuate.

— coeficientul de baleiaj (raportul dintre masa de aer de baleiaj și masa de aer admisă în cilindru) $\varphi = 0\,;\ 0{,}2\,;\ 0{,}4\,;\ 0{,}6\,;\ 0{,}8\,;\ 1\,;$
— randamentul global al grupului $\eta_e = 0{,}4\,;\ 0{,}5\,;\ 0{,}7\,;$

2. CALCULUL TEMPERATURII GAZELOR ÎN FAȚA TURBINEI

Ca urmare a executării calculelor asupra ciclului semireal arătat, se cunosc temperatura (T_e) și presiunea (p_e) a gazelor de ardere la deschiderea supapei de evacuare [9]. Ca exemplu, în figura 2 se prezintă valori calculate pentru temperatura gazelor de ardere la ieșirea din motor, T_e.

Se constată că mărirea presiunii de supraalimentare face să crească în mică măsură temperatura T_e; în schimb, mărirea duratei arderii, micșorarea avansului de degajarea căldurii și deplasarea arderii către sfîrșitul ei conduc la creșteri mari ale temperaturii T_e. Pentru a stabili temperatura gazelor de ardere la intrarea în turbină s-a ținut seama de fenomenul de destindere ireversibilă treptată din conducta de evacuare, de amestecarea cu aerul de baleiaj și de răcirea gazelor din conducta de evacuare prin transfer de căldură la mediul exterior.

2.1. CALCULUL TEMPERATURII GAZELOR DE ARDERE DIN CONDUCTA DE EVACUARE

Se face apel la un model simplu al proceselor de destindere ireversibilă a gazelor din cilindru în conducta de evacuare, temperatura gazelor destinse notîndu-se T_{eg}[10].

Modelul (fig. 3) consideră destinderea politropică treptată a gazelor din cilindru între presiunea la deschiderea supapei de evacuare p_e și presiunea din fața turbinei p_t (curba AB) și destinderea total ireversibilă

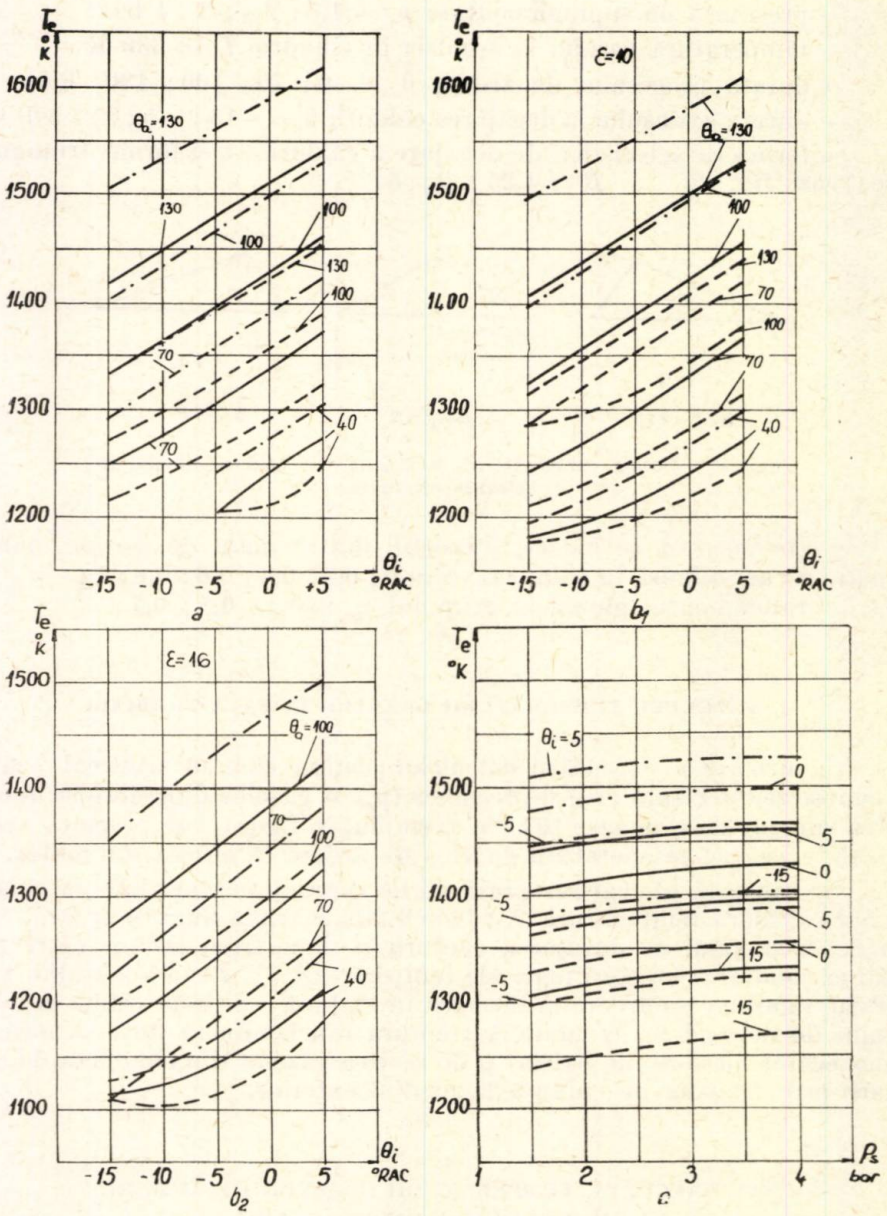


Fig. 2. — Influența supraalimentării asupra temperaturii gazelor de ardere la deschiderea supapei de evacuare T_e; $\alpha = 1{,}8$; $T_s = 330$ °K; $p_{max} = 150$ bar; $-\cdot- B = 1{,}25$; —— $B = 2$; $- - - B = 5$;

a — dependența temperaturii T_e de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 4$ bar; $\varepsilon = 10$;

b_1, b_2 — dependența temperaturii T_e de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 2{,}5$ bar;

c — dependența temperaturii T_e de presiunea de supraalimentare p_s, avansul la degajarea căldurii θ_i ca parametru; $\varepsilon = 10$; $\theta_a = 100$ °RAC.

(izentalpică) a fiecărei tranșe de gaz care a ieșit din poarta supapei între presiunea p pe care o are în urma destinderii în cilindru și presiunea gazelor fn fața turbinei p_t (presupusă constantă, curba DE).

În ipoteza gazelor perfecte, se obține după o serie de calcule temperatura gazelor de ardere destinse în conducta de evacuare :

$$T_{eg} = \frac{T_e}{k_T}\left[1 + (k_T - 1)\,\frac{p_t}{p_e}\right]. \tag{1}$$

În figura 4 se prezintă rezultate de calcul care arată că temperatura gazelor în conducta de evacuare este mai mică cu 150—200 grd decît cea de la deschiderea supapei de evacuare (T_e), însă urmărește evoluția acesteia.

2.2. CALCULUL TEMPERATURII GAZELOR DE ARDERE DUPĂ AMESTECAREA CU AERUL DE BALEIAJ

Se consideră că aerul de baleiaj are o anumită temperatură T_b la intrarea în colector, rezultat al temperaturii sale după compresor și răcitor, al încălzirii în cilindru prin contact cu pereții, al încălzirii prin amestecarea cu gaze de ardere în cilindru și al răcirii la ieșirea din cilindru ca urmare a destinderii de la p_s la p_t.

Se admite că creșterea de temperatură față de temperatura aerului la admisia în cilindru T_s depinde de presiunea de supraalimentare și de coeficientul excesului de aer. Cum în cazul de față $\alpha = \text{const}$, se poate lua

$$\Delta T = 60 + 3p_s, \tag{2}$$

astfel că temperatura aerului de baleiaj se consideră

$$T_b = T_s + \Delta T\,. \tag{3}$$

Procesul de amestecare al aerului la baleiaj cu gazele de ardere se exprimă prin relația

$$(m_a + m_c)\,c_{p_{ge}}\,.\,T_{eg} + m_b\,.\,c_{p_a}\,.\,T_b = (m_a + m_b + m_c)\,c_{p_g}\,.\,T'_g. \tag{4}$$

Dacă coeficientul de baleiaj este

$$\varphi = \frac{m_b}{m_a},$$

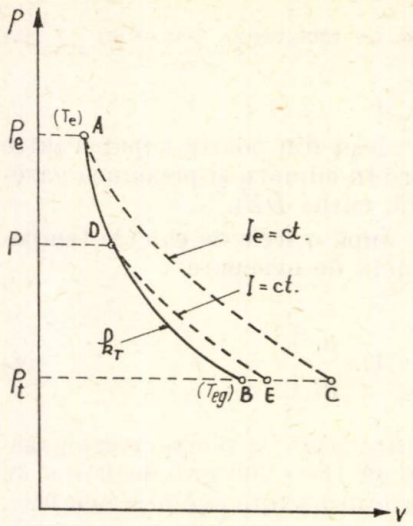


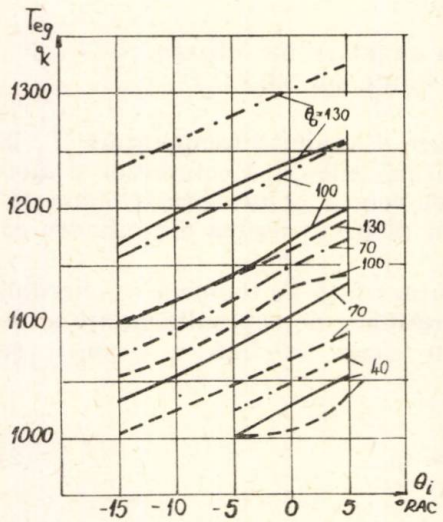
Fig. 3. — Schema proceselor termodinamice la curgerea gazelor de ardere din motor în conducta de evacuare.

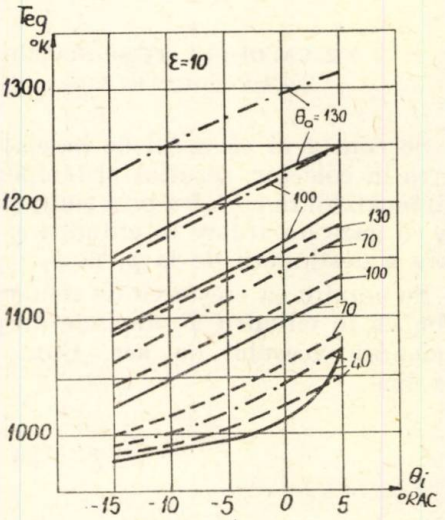
Fig. 4. — Influența supraalimentării asupra temperaturii gazelor de ardere în conducta de evacuare T_{eg} ; $\varphi = 0$; $\alpha = 1{,}8$; $T_s = 330°K$; $p_{max} = 150$ bar ; — · — $B = 1{,}25$; —— $B = 2$; - - - - - - $B = 5$;

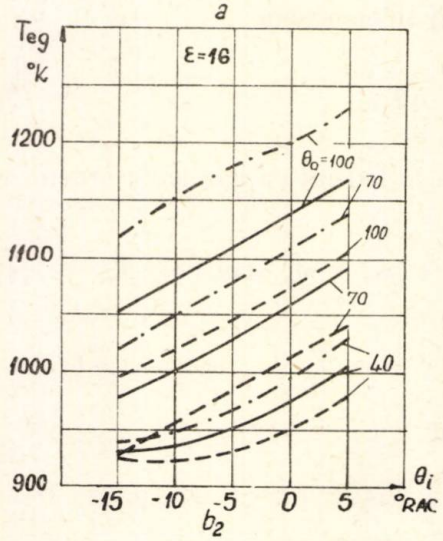
a — dependența temperaturii T_{eg} de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_x ca parametru ; $p_s = 4$ bar ; $\varepsilon = 10$;

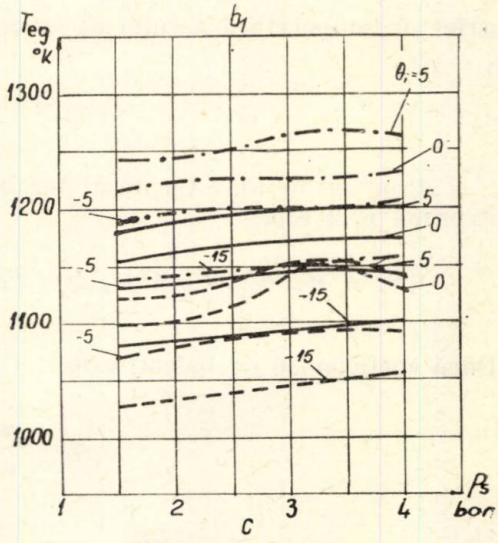
b_1, b_2 — dependența temperaturii T_{eg} de avansul la degajarea căldurii θ_i durata arderii θ_a ca parametru ; $p_s = 2{,}5$ bar ;

c — dependența temperaturii T_{eg} de presiunea de supraalimentare p_s, avansul la degajarea căldurii θ_i ca parametru ; $\varepsilon = 10$; $\theta_a = 100°$RAC.









atunci

$$T'_g = \frac{(m_a + m_c) \cdot c_{p_{ge}} \cdot T_{eg} + \varphi m_a \cdot c_{p_a} \cdot T_b}{[(1 + \varphi)\, m_a + m_c] \cdot c_{p_g}} \cdot \tag{5}$$

Pentru calculul transferului de căldură la mediul exterior prin conducta de evacuare se face ipoteza simplă că procesul se execută la presiune constantă (presiunea p_t din conducta de evacuare), deci

$$\Delta I = \Delta Q_r,$$

unde, presupunînd diametrul conductei mare față de grosimea pereților,

$$\Delta Q_r = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \cdot S \cdot \Delta T_r = K \cdot S \cdot \Delta T_r$$

(K fiind coeficientul global de transfer de căldură) și deci

$$\Delta I = K \cdot S \cdot \Delta T_r$$

sau

$$c_{p_g}(T'_g - T_g) = K \cdot S \cdot \left(\frac{T'_g + T_g}{2} - T'_0\right)$$

(T'_0 fiind temperatura aerului în jurul conductei de evacuare).

Dacă se consideră $T'_0 < \frac{T'_g + T_g}{2}$ și $T'_g \sim T_g$, se poate scrie

$$T'_g - T_g = \text{ct.}\, T'_g \tag{6}$$

sau folosind măsurători efectuate

$$T_g = T'_g - 0{,}03\ T'_g = 0{,}97\ T'_g\,. \tag{7}$$

În această situație (5) devine

$$T_g = \frac{(m_a + m_c)\, c_{p_{ge}} \cdot T_{eg} + \varphi \cdot m_a \cdot c_{p_a} \cdot T_b}{[(1 + \varphi)\, m_a + m_c]\, c_{p_g}}\, 0{,}97\,. \tag{8}$$

În calcule s-a ținut seama de valoarea reală a căldurilor specifice În figurile 5, 6, 7, 8 și 9 se prezintă rezultatele acestor calcule pentru diferite valori ale coeficientului de baleiaj.

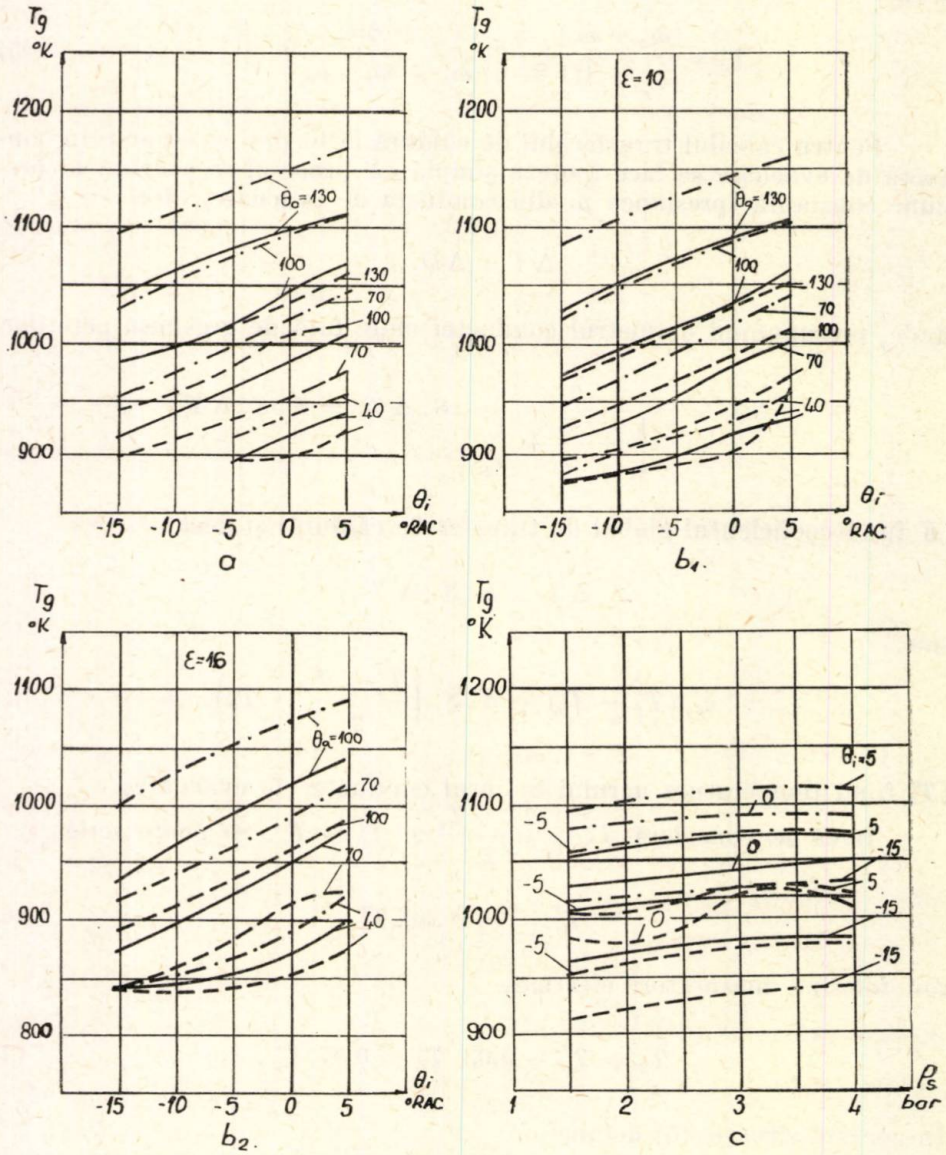


Fig. 5. — Influența supraalimentării asupra temperaturii gazelor de ardere înaintea turbinei T_g; $\varphi = 0{,}2$; $\alpha = 1{,}8$; $T_s = 330$ °K; $p_{max} = 150$ bar; $-\cdot-B = 1{,}25$; $——B = 2$; $— — —B = 5$;

a — dependența temperaturii T_g de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 4$ bar; $\varepsilon = 10$;

b_1, b_2 — dependența temperaturii T_g de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 2{,}5$ bar;

c — dependența temperaturii T_g de presiunea de supraalimentare p_s, avansul la degajarea căldurii θ_i ca parametru; $\varepsilon = 10$; $\theta_a = 100$ °RAC.

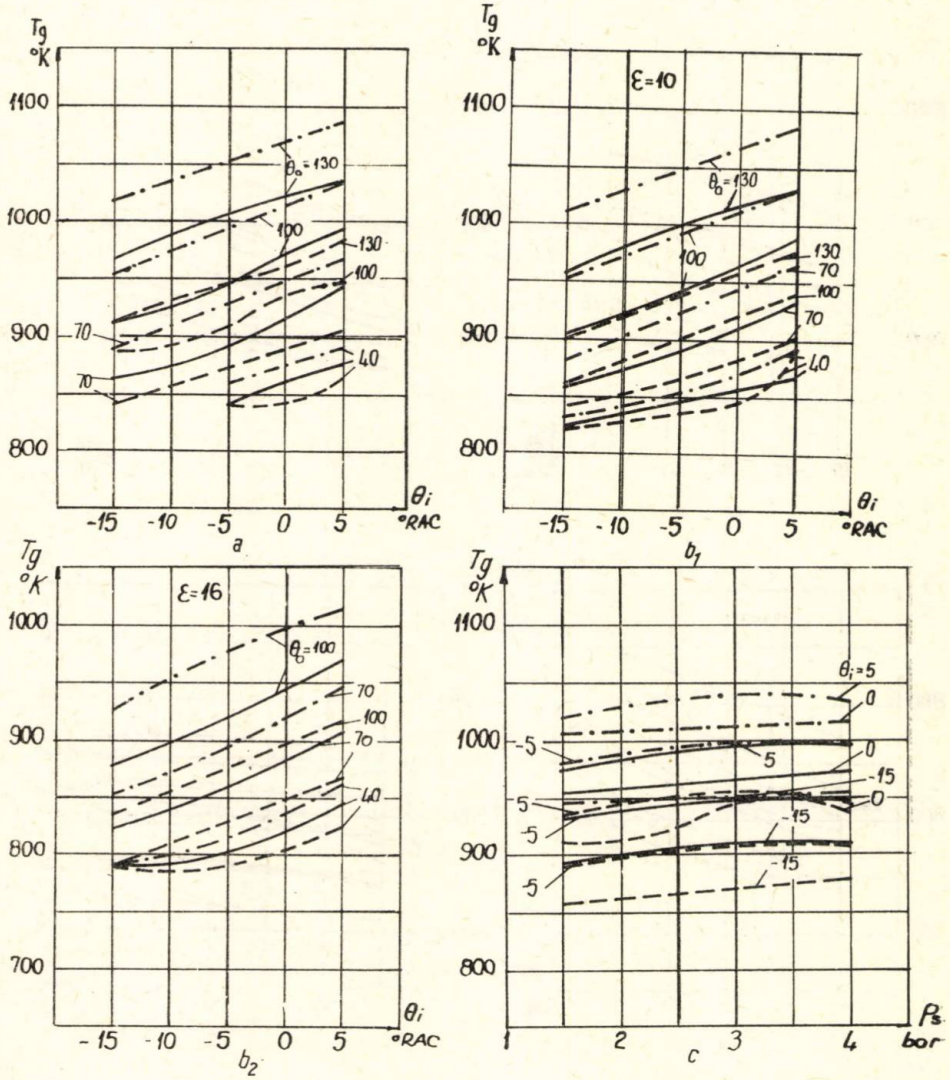


Fig. 6. — Influența supraalimentării asupra temperaturii gazelor de ardere înaintea turbinei T_g; $\varphi = 0{,}4$; $\alpha = 1{,}8$; $T_s = 330$ °K; $p_{max} = 150$ bar; — · — $B = 1{,}25$; —— $B = 2$; — — — $B = 5$;

a — dependența temperaturii T_g de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 4$ bar; $\varepsilon = 10$;

b_1, b_2 — dependența temperaturii T_g de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 2{,}5$ bar;

c — depedența temperaturii T_g de presiunea de supraalimentare p_s, avansul la degajarea căldurii θ_i ca parametru; $\varepsilon = 10$; $\theta_a = 100$ °RAC.

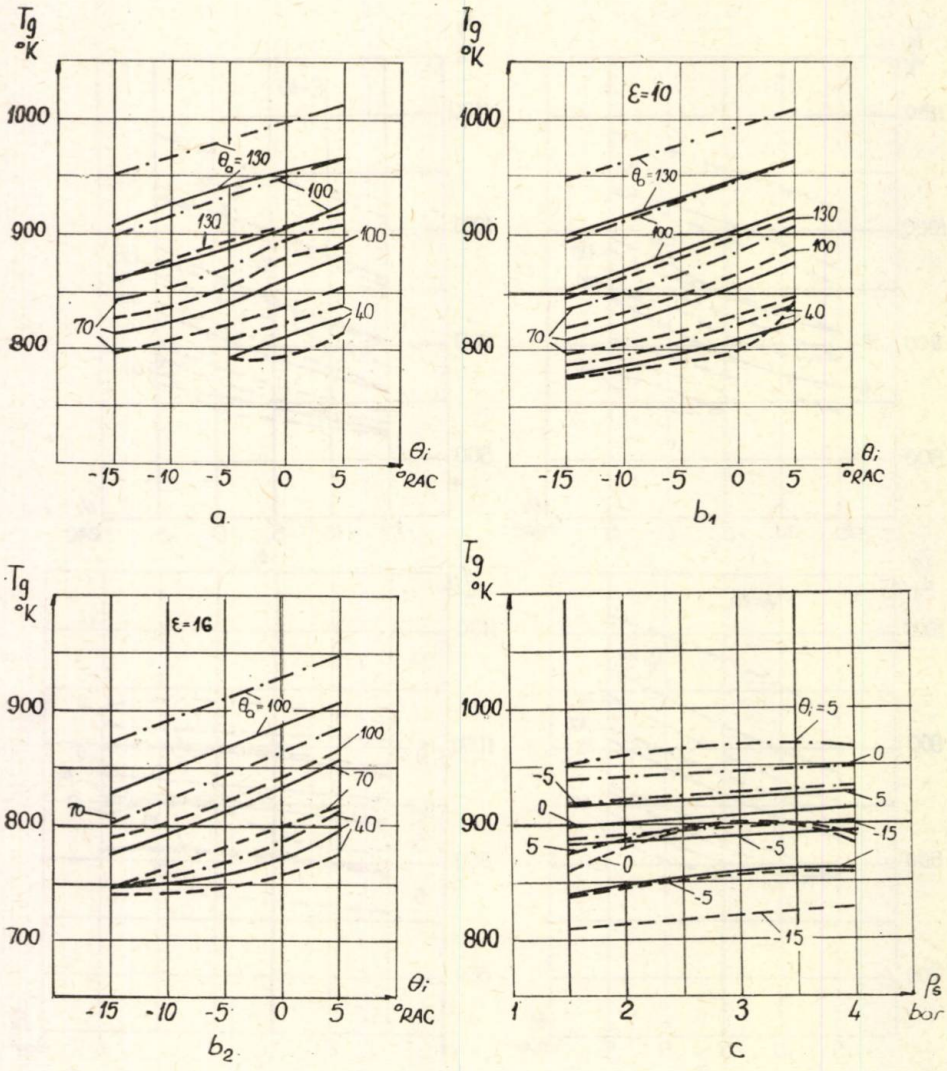


Fig. 7. — Influența supraalimentării asupra temperaturii gazelor de ardere înaintea turbinei T_g; $\varphi = 0{,}6$; $\alpha = 1{,}8$; $T_s = 330$ °K; $p_{max} = 150$ bar; — · — $B = 1{,}25$; —— $B = 2$; — — — $B = 5$;

a — dependența temperaturii T_g de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_d ca parametru; $p_s = 4$ bar; $\varepsilon = 10$;

b_1, b_2 — dependența temperaturii T_g de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_d ca parametru; $p_s = 2{,}5$ bar;

c — dependența temperaturii T_g de presiunea de supraalimentare p_s, avansul la degajarea căldurii θ_i ca parametru; $\varepsilon = 10$; $\theta_d = 100$ °RAC.

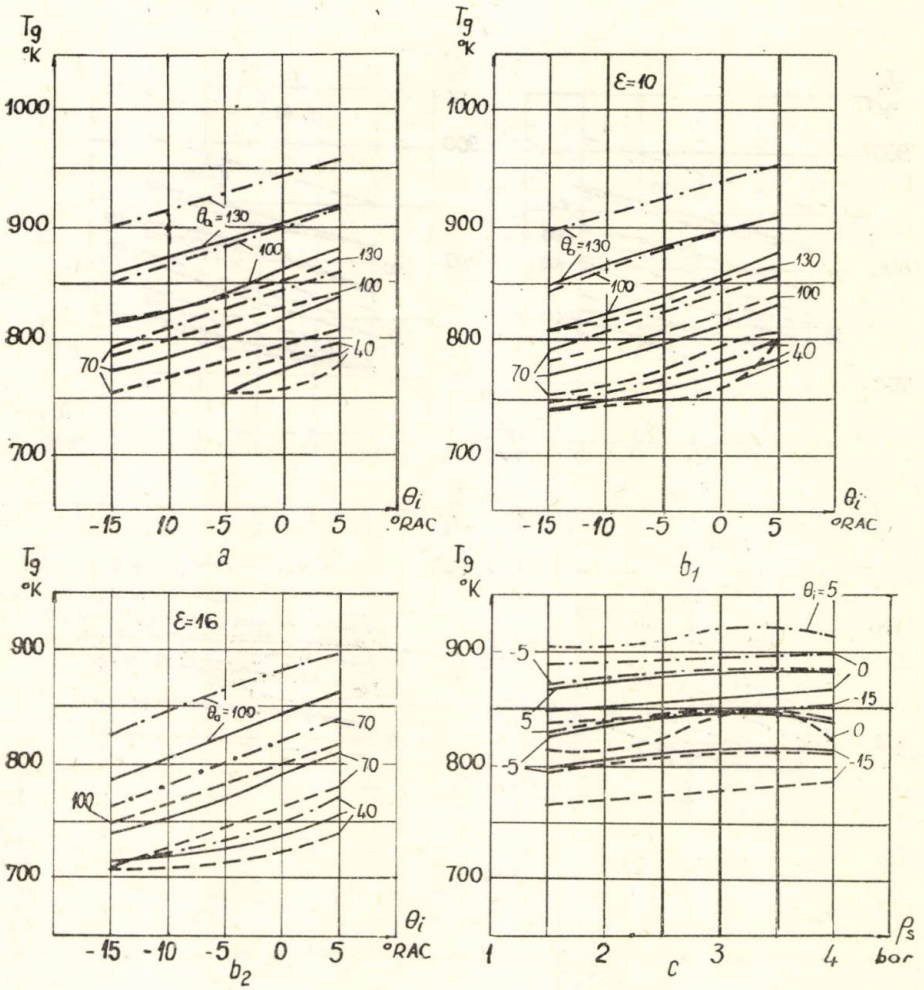


Fig. 8. — Influența supraalimentării asupra temperaturii gazelor de ardere înaintea turbinei T_g; $\varphi = 0{,}8$; $\alpha = 1{,}8$; $T_s = 330$ °K; $p_{max} = 150$ bar; — · — $B = 1{,}25$; —— $B = 2$; – – – – $B = 5$;

a — dependența temperaturii T_g de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 4$ bar; $\varepsilon = 10$;

b_1, b_2 — dependența temperaturii T_g de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 2{,}5$ bar;

c — dependența temperaturii Tg de presiunea de supraalimentare p_s, avansul la degajarea căldurii θ_i ca parametru; $\varepsilon = 10$; $\theta_a = 100$ °RAC.

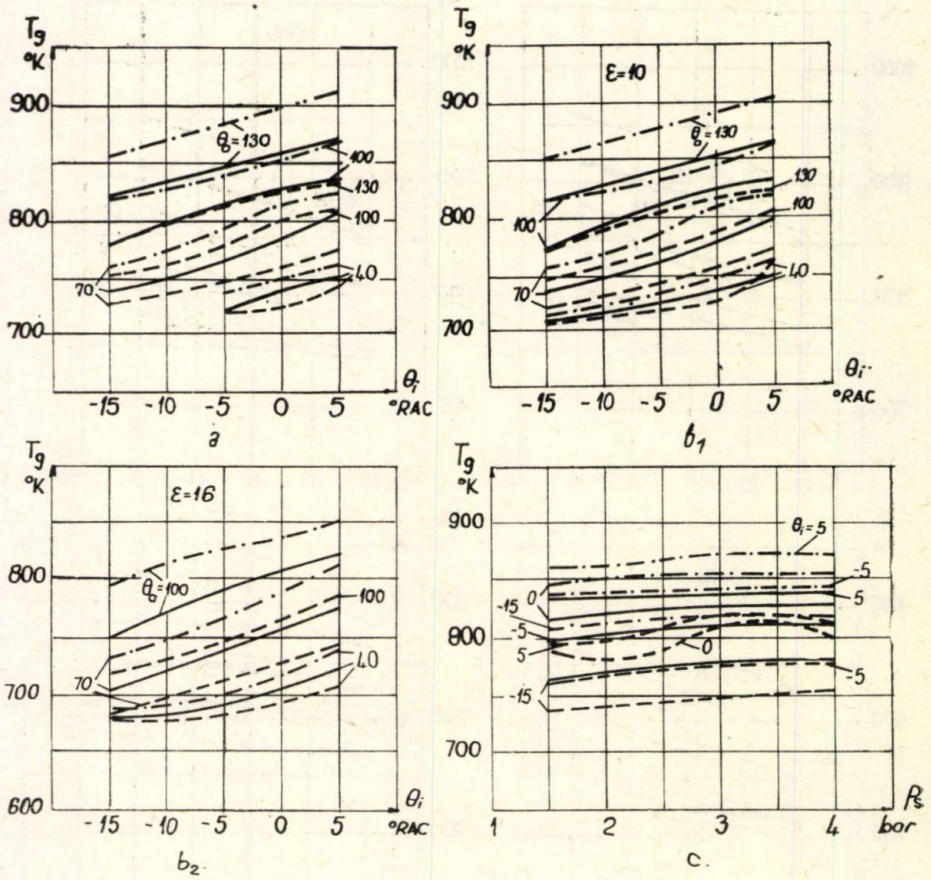


Fig. 9. — Influența supraalimentării asupra temperaturii gazelor de ardere înaintea turbinei T_g; $\varphi = 1$; $\alpha = 1{,}8$; $T_s = 330$ °K; $p_{max} = 150$ bar; $-\cdot-B = 1{,}25$; —— $B = 2$; - - - $B = 5$;

a — dependența temperaturii Tg de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 4$ bar; $\varepsilon = 10$;

$b_1\, b_2$ — dependența temperaturii T_g de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 2{,}5$ bar;

c — dependența temperaturii T_g de presiunea de supraalimentare p_s, avansul la degajarea căldurii θ_i ca parametru; $\varepsilon = 10$; $\theta_a = 100$ °RAC.

Din examinarea datelor din figurile anterioare se constată influența calitativă a parametrilor analizați (tabela 1).

Tabela 1

Parametrul variabil		T_e	T_{eg}	T_g
ε	↑	↓	↓	↓
p_s	↑	↑*)	↑*)	↑*)
θ_a	↑	↑	↑	↑
θ_i	↓	↑	↑	↑
β	↓	↑	↑	↑
φ	↑	—	—	↓

*) Puțin.

De asemenea se observă că domeniul de variație al temperaturilor T_g în funcție de parametrii analizați se îngustează pe măsură ce coeficientul de baleiaj φ crește.

3. CONDIȚIA DE ADAPTARE A GRUPULUI TURBOCOMPRESOR

În cazul unei funcționări stabile a ansamblului motor-grup de supraalimentare, trebuie satisfăcute condiții de echilibru între grup și motor și între mașinile componente ale grupului.

Între grup și motor există condiții de debit :

— debitul de gaze de ardere care curge din motor (inclusiv aerul de baleiaj) trebuie să fie mai mare sau egal cu debitul de gaze care intră în turbină ;

— debitul de gaz comprimat de compresor trebuie să fie mai mare sau egal cu suma debitului de aer folosit în ciclul motor și cel de baleiaj.

În cadrul mașinilor care compun grupul se pune o condiție de egalitate a lucrului mecanic efectiv prestat de turbină compresorului $\eta_e L_1$ și consumat de către compresor L_k sub forma (lucrările mecanice s-au considerat politropice, η_e reprezentînd randamentul global al grupului turbocompresor)

$$L_k = \eta_e \cdot L_T \,. \tag{9}$$

Se ține seama de expresiile lucrului mecanic în turbină și compresor și de cantitățile de gaze care le străbat ; se obțin relațiile.

$$L_k = \frac{k_k}{k_k - 1} \cdot R_a \cdot T_0 \left[\pi^{\frac{k_{k-1}}{k_k}} - 1 \right] (1 + \varphi)\, m_a \,, \tag{10}$$

$$L_T = \frac{k_T}{k_T - 1} \cdot R_T \cdot T_g \left[1 - \left(\frac{1}{\tau}\right)^{\frac{k_T - 1}{k_T}}\right]\left[(1 + \varphi)\, m_a + m_c\right]. \qquad (11)$$

Notînd

$$\frac{k_K}{k_{K-1}} = K'_K, \quad \frac{k_T}{k_T - 1} = K'_T, \quad K'_K \cdot R_a = K_K, \quad K'_T \cdot R_T = K_1$$

şi cunoscînd că

$$\pi = \frac{p_s}{p_0} \text{ şi } \tau = \frac{p_t}{1{,}05 \cdot p_0},$$

atunci relaţia (9), ţinînd seama de (10) şi (11), devine

$$K_K \cdot T_0 \left[\pi^{\frac{1}{k'_K}} - 1\right](1 + \varphi)\, m_a = \eta_e K_T \cdot T_g \left[1 - \left(\frac{1}{\tau}\right)^{\frac{1}{k'_T}}\right]\left[(1+\varphi)\, m_a + m_c\right]. \qquad (12)$$

Din relaţia (12) se poate calcula coeficientul presiunii de evacuare :

$$\lg \frac{1}{\tau} = K'_T \cdot \lg\left[1 - \frac{1}{\eta_e} \cdot \frac{K_K}{K_T} \cdot \frac{T_0}{T_g} \left(\pi^{\frac{1}{k'_K}} - 1\right) \frac{(1 + \varphi)\, m_a}{(1 + \varphi) m_a + m_c}\right]. \qquad (13)$$

Rezultatele sînt prezentate în diagramele din figurile 10, 11, 12, 13, 14 şi 15, unde randamentul global al grupului turbocompresor s-a luat

$$\eta_e = 0{,}4\,;\ 0{,}5\,;\ 0{,}7.$$

Presiunea din conducta de evacuare trebuie să aibă o anumită valoare maximă $\tau_{ad} \leqslant \frac{0{,}8\, p_s}{1{,}05\, p_0}$, peste care practica [11] a arătat că nu se mai poate asigura un baleiaj corespunzător. Prin urmare, în diagramele respective s-au desenat valorile pentru τ_{ad}, peste care umplerea motorului suferă.

4. CONCLUZII

În diagrame s-a luat în considerare numai valorile pentru raportul de comprimare $\varepsilon = 10$, întrucît cele pentru $\varepsilon = 16$ sînt net defavorabile; de asemenea nu s-au reprezentat situaţiile pentru care adaptarea grupului este imposibilă. Spre exemplu, pentru valori ale coficientului de baleiaj $\varphi = 0{,}6$; $0{,}8$; 1, nu se poate asigura adaptarea în cazul în care randamentul global al grupului turbocompresor ar fi $\eta_e = 0{,}4$.

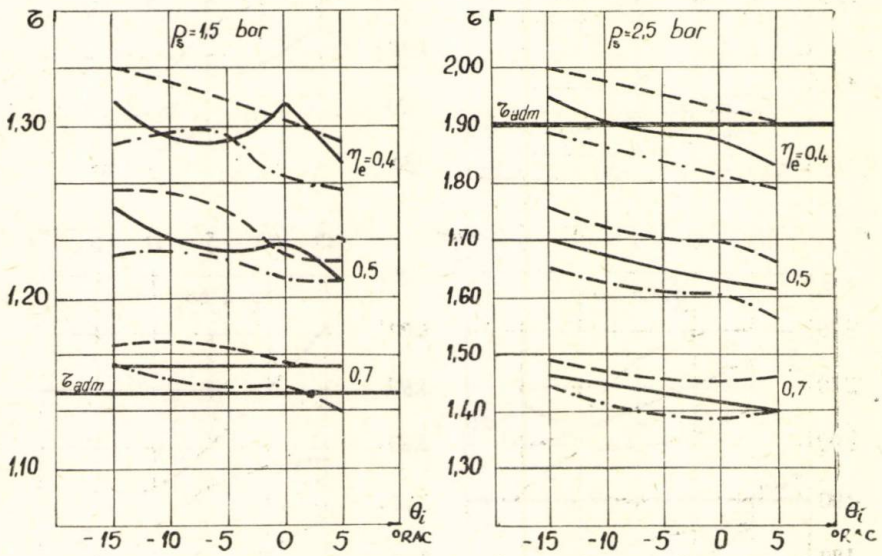


Fig. 10. — Variaţia coeficientului presiunii de evacuare τ în funcţie de avansul la degajarea căldurii θ_i, caracteristica de degajare a căldurii ($-\cdot-B=1{,}25$; —— $B=2$; — — — $B=5$) şi randamentul global al grupului turbocompresor η_{ie} parametri, pentru coeficientul de baleiaj $\varphi=0$; $\varepsilon=10$; $\alpha=1{,}8$; $\theta_a=100$ °RAC.

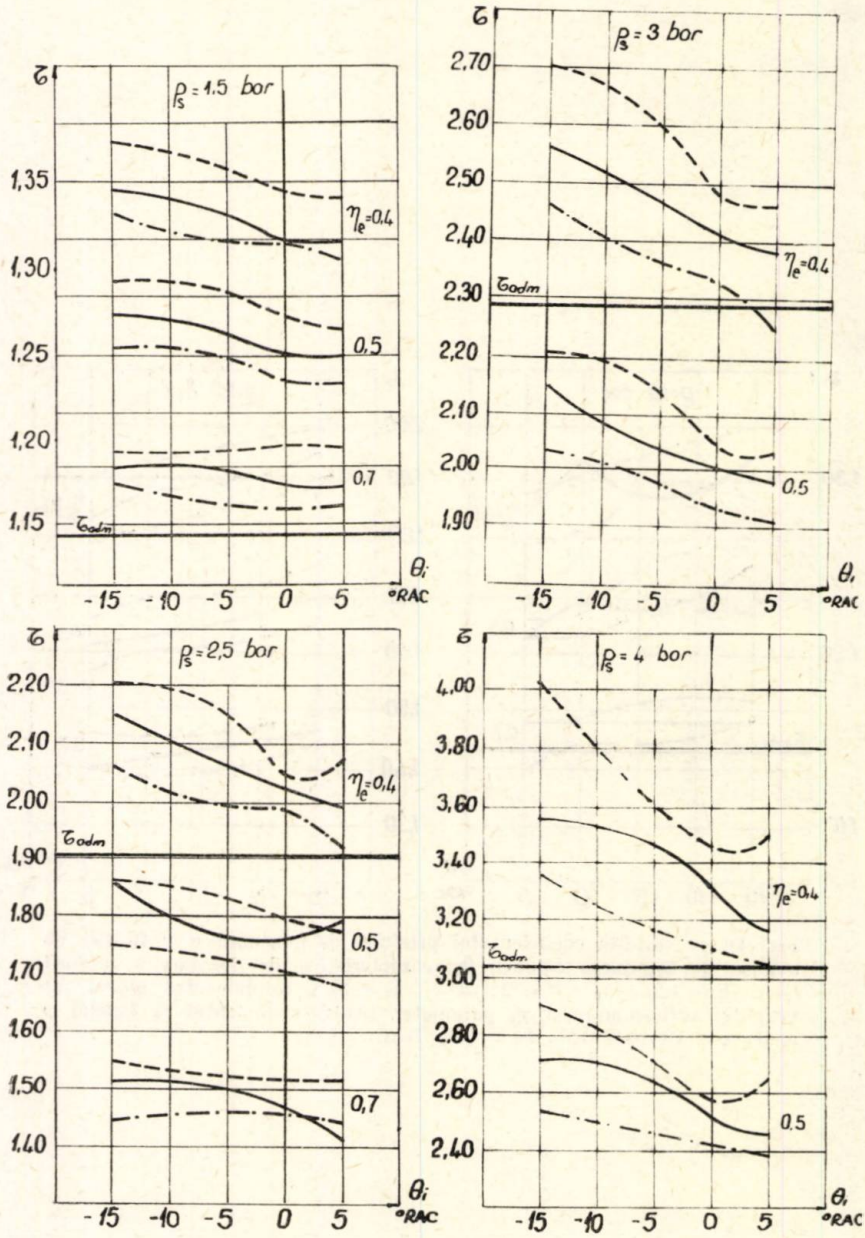


Fig. 11. — Variația coeficientului presiunii de evacuare τ în funcție de avansul la degajarea căldurii θ_i, caracteristica de degajare a căldurii (— · — $B = 1{,}25$; —— $B = 2$; — — — $B = 5$) și randamentul global al grupului turbocompresor η_e parametri, pentru coeficientul de baleiaj $\varphi = 0{,}2$; $\varepsilon = 10$; $\alpha = 1{,}8$; $\theta_a = 100$ °RAC.

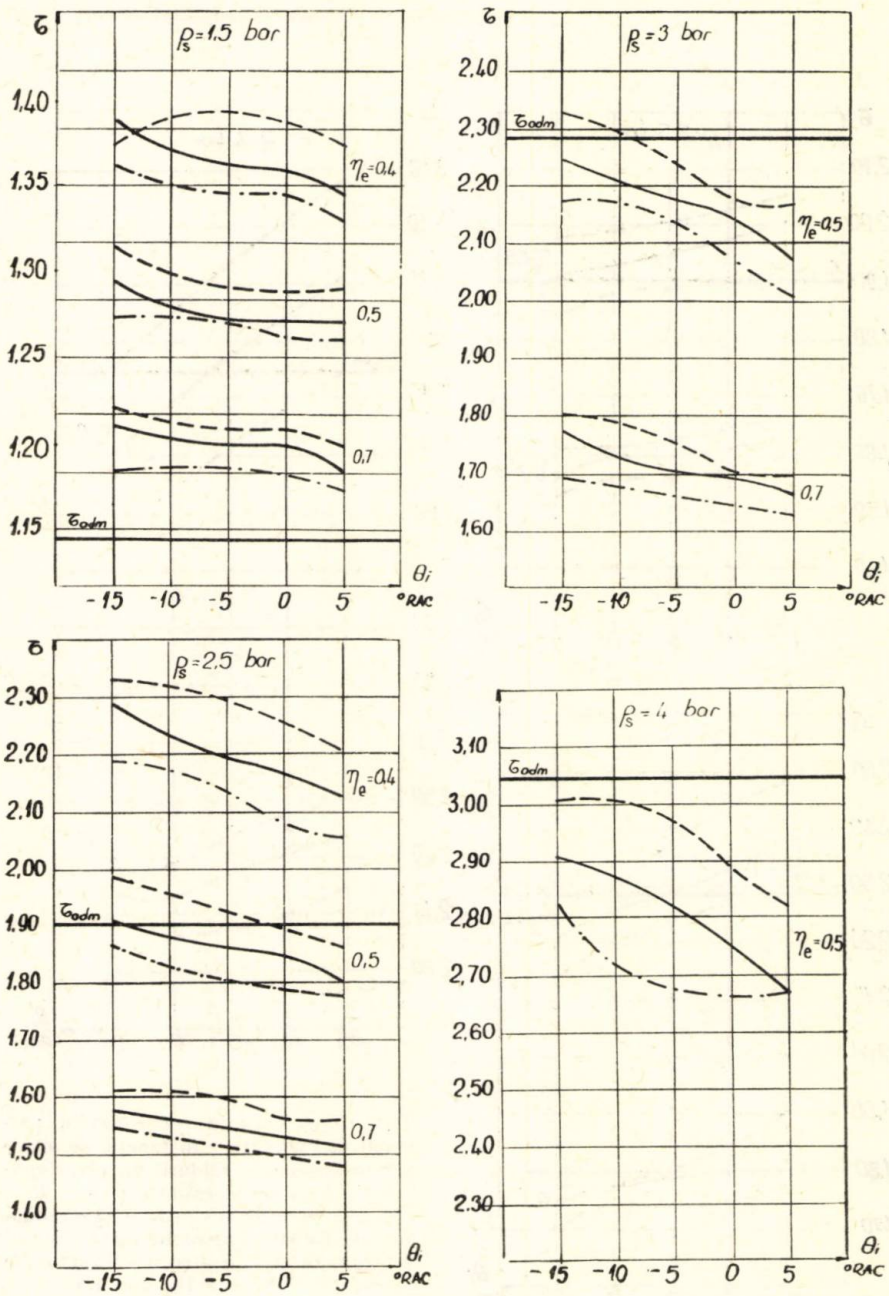


Fig. 12. — Variația coeficientului presiunii de evacuare τ în funcție de avansul la degajarea căldurii θ_i, caracteristica de degajare a călduril ($- \cdot - B = 1{,}25$; — $B = 2$; $- - - B = 5$) și randamentul global al grupului turbocompresor η_{te} parametri, pentru coeficientul de baleiaj $\varphi = 0{,}4$; $\varepsilon = 10$; $\alpha = 1{,}8$; $\theta_a = 100$ °RAC.

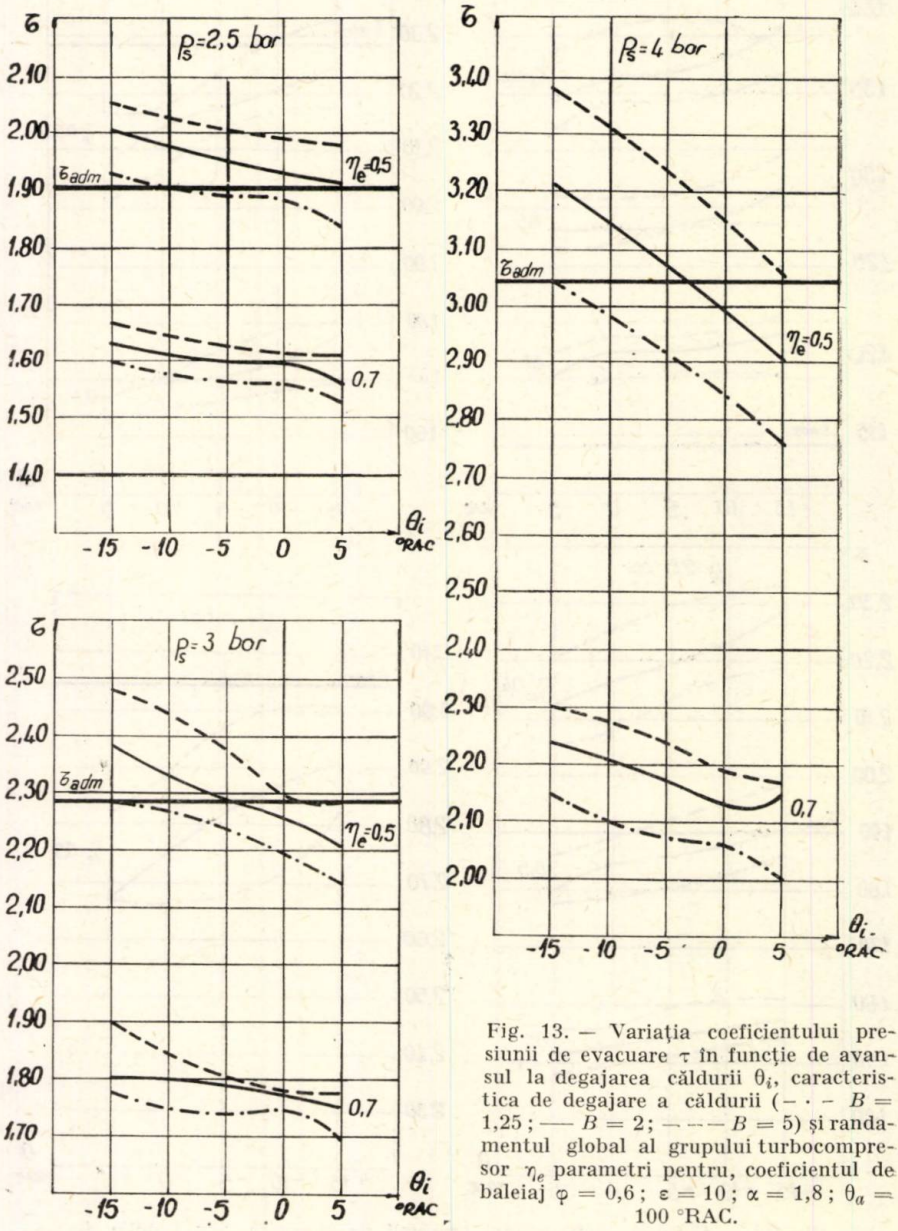


Fig. 13. — Variația coeficientului presiunii de evacuare τ în funcție de avansul la degajarea căldurii θ_i, caracteristica de degajare a căldurii ($- \cdot - \; B = 1{,}25$; —— $B = 2$; — — — $B = 5$) și randamentul global al grupului turbocompresor η_{ie} parametri pentru, coeficientul de baleiaj $\varphi = 0{,}6$; $\varepsilon = 10$; $\alpha = 1{,}8$; $\theta_a = 100$ °RAC.

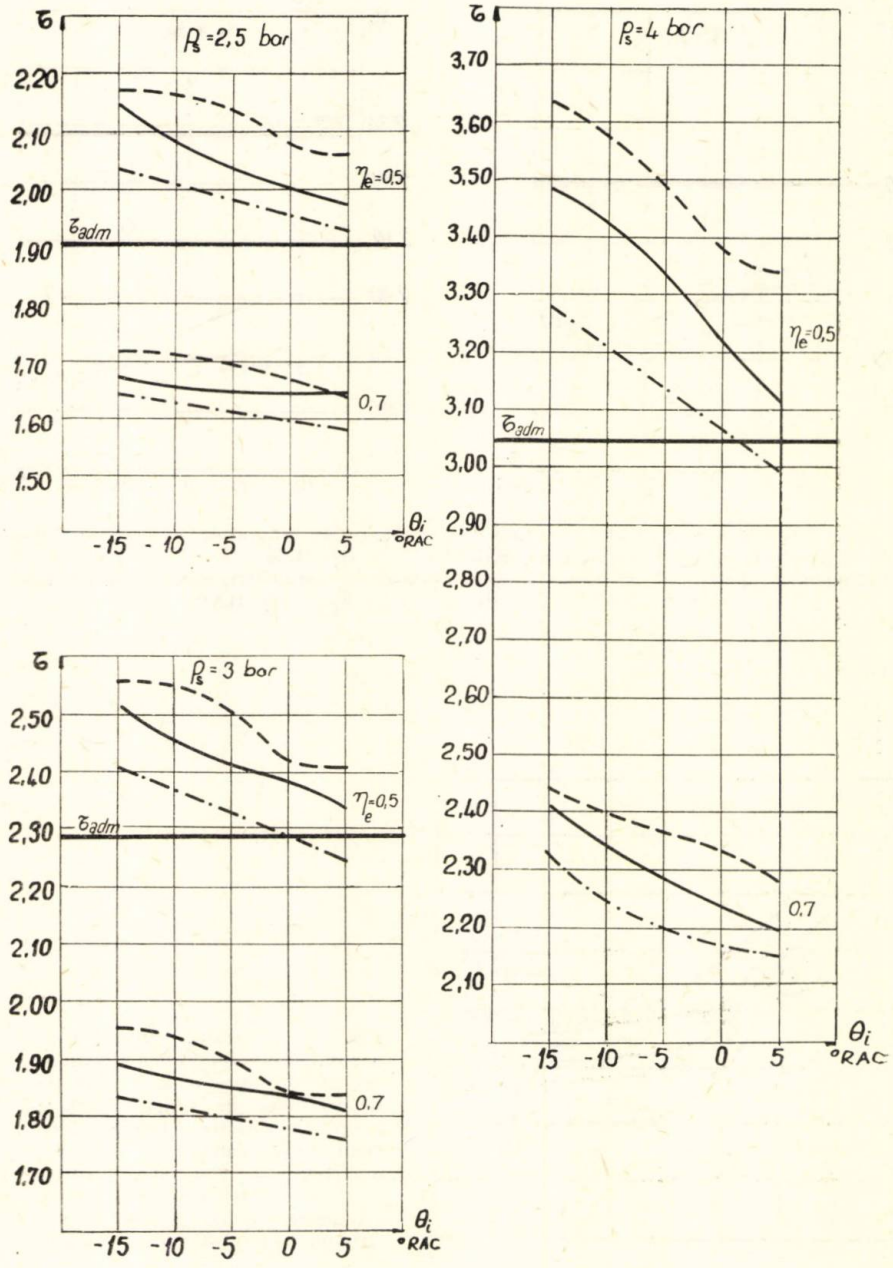


Fig. 14. — Variația coeficientului presiunii de evacuare τ în funcție de avansul la degajarea căldurii θ_i, caracteristica de degajare a căldurii ($- \cdot - B = 1{,}25$; —— $B = 2$; $- \sim - B = 5$) și randamentul global al grupului η_e parametri, pentru coeficientul de baleiaj $\varphi = 0{,}8$; $\varepsilon = 10$; $\alpha = 1{,}8$; θ_a 100 °RAC.

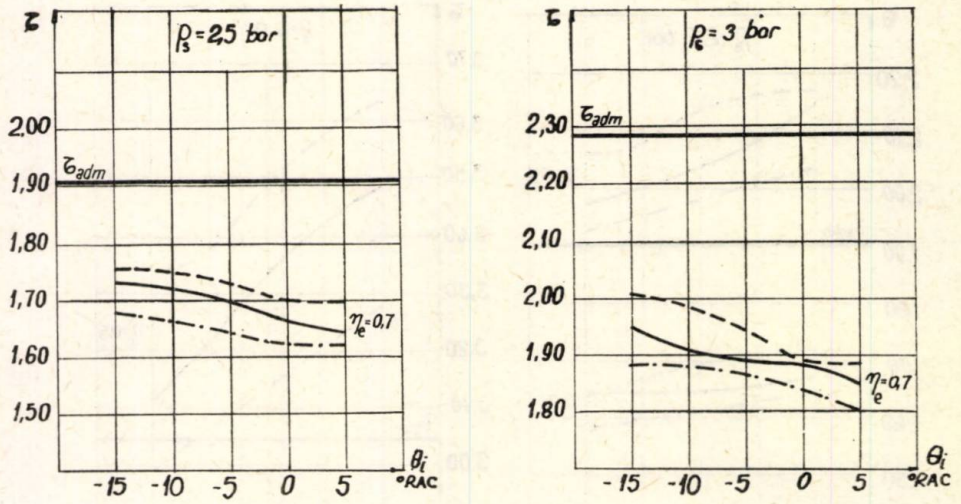


Fig. 15. — Variația coeficientului presiunii de evacuare τ în funcție de avansul la degajarea căldurii θ_i, caracteristica de degajare a căldurii ($- \cdot - B = 1{,}25$; — $B = 2$; — — — $B = 5$) și randamentul global al grupului turbocompresor η_e parametri, pentru coeficientul de baleiaj $\varphi = 1$; $\varepsilon = 10$; $\alpha = 1{,}8$; $\theta_a = 100$ °RAC.

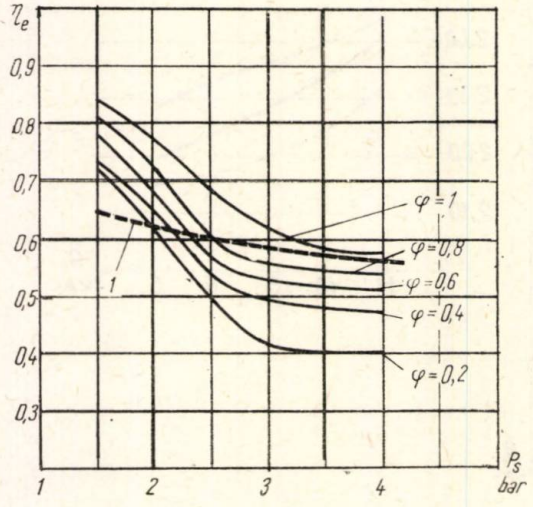


Fig. 16. — Variația (interpolată) a randamentului global al grupului turbocompresor η_e în funcție de presiunea de supraalimentare p_s, pentru diferite valori ale coeficientului de baleiaj φ; $\varepsilon = 10$; $\alpha = 1{,}8$; θ_a 100 °RAC; curba *1* — curba experimentală a valorii coeficientului de baleiaj pentru diferite presiuni de supraalimentare.

Examinarea diagramelor $\tau = f(\theta_i)$ permite să se observe calitativ influența diferiților parametri (tabela 2) asupra valorii coeficientului presiunii de evacuare la care se face adaptarea.

Tabela 2

Parametrul		ε	p_s	θ_a	θ_i	B	φ	η_e
Sensul de variație		↑	↑	↑	↓	↓	↑	↑
τ	sensul de variație	↑	↑	↑	↓	↓	↑	↓

Ponderea influenței parametrilor analizați este diferită; astfel presiunea de supraalimentare p_s, coeficientul de baleiaj φ și randamentul global al grupului turbocompresor η_e au o influență mai marcată, în timp ce avansul la degajarea căldurii θ_i și caracteristica de degajare a căldurii B o influență mai redusă.

În figura 16 se prezintă valori stabilite prin interpolare asupra dependenței dintre presiunea de supraalimentare și valoarea minimă a randamentului grupului de supraalimentare care asigură adaptarea (pentru condițiile $\varepsilon = 10$; $\alpha = 1{,}8$; $\theta_a = 100°$ R.A.C.) și diferite valori ale coeficientului de baleiaj.

Se observă că prin mărirea presiunii de supraalimentare se pot folosi grupuri cu randament mai scăzut, deoarece se poate realiza o diferență de presiune corespunzătoare (calculele s-au făcut în ipoteza asigurării baleiajului în cilindru) ; de asemenea se observă că mărirea coeficientului de baleiaj solicită randamente globale ale grupului turbocompresor din ce în ce mai mari, datorită micșorării temperaturii gazelor de ardere. După date proprii experimentale s-a trecut și curba *1*, care arată pentru un motor cu alezajul de 175 mm valori ale coeficientului de baleiaj la diferite presiuni de supraalimentare. Această curbă arată că, în realitate, grupurile turbocompresoare vor trebui să aibă randamente globale de cel puțin $\eta_e = 0{,}6$ la orice valoare a presiunii de supraalimentare. Ținînd seama de experiența construcțiilor azi existente, se constată că asemenea valori sînt cele întîlnite pentru grupurile care funcționează pînă la presiuni de $p_s \simeq 2{,}5$ bar. Mărirea presiunii la compresor este asociată de creșterea pierderilor interne, de unde se desprinde necesitatea reproiectării compresoarelor pentru motoarele foarte înalt supraalimentate, spre exemplu realizarea lor în două trepte, ceea ce face posibilă și răcirea intermediară cu cîștigul de energie cunoscut [12].

NOTAȚII

B [—] — coeficientul de formă al caracteristicii de degajare a căldurii ;

$c_{p_a}\left[\frac{\text{J}}{\text{kg . grd}}\right]$ — căldura specifică la presiune constantă a aerului de baleiaj ;

$c_{p_g}\left[\frac{\text{J}}{\text{kg . grd}}\right]$ — căldura specifică la presiune constantă a gazelor de ardere după amestecarea cu aerul de baleiaj ;

$c_{p_{ge}}\left[\frac{\text{J}}{\text{kg . grd}}\right]$ — căldura specifică la presiune constantă a gazelor de ardere evacuate din cilindru ;

I [J] — entalpie ;

$K\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{.grd}}\right]$ — coeficientul global de transfer de căldură ;

k_K [—] — exponentul politropic de comprimare ;

k_T [—] — exponentul politropic de destindere ;

$m_a\left[\frac{\text{kg}}{\text{ciclu}}\right]$ — cantitatea de aer admisă în cilindru pe ciclu ;

$m_b\left[\frac{\text{kg}}{\text{ciclu}}\right]$ — cantitatea de aer de baleiaj folosită într-un ciclu ;

$m_c\left[\frac{\text{kg}}{\text{ciclu}}\right]$ — cantitatea de combustibil arsă într-un ciclu ;

p_e [bar] — presiunea gazelor din cilindru la deschiderea supapei de evacuare ;

p_0 [bar] — presiunea atmosferică ;

p_s [bar] — presiunea de supraalimentare ;

p_t [bar] — presiunea din conducta de evacuare în amontele turbinei ;

$R_a\left[\frac{\text{J}}{\text{kg . K}}\right]$ — constanta gazului pentru aer ;

$R_g\left[\frac{\text{J}}{\text{kg . K}}\right]$ — constanta gazului pentru gazele de ardere din faţa turbinei ;

T_b [K] — temperatura aerului de baleiaj ;

T_e [K] — temperatura gazelor de ardere din cilindrul motorului la deschiderea supapei de evacuare ;

T_{eg} [K] — temperatura gazelor de ardere destinse ireversibil la presiunea din conducta de evacuare ;

T_g [K] — temperatura gazelor de ardere din faţa turbinei ;

T'_g [K] — temperatura gazelor de ardere din faţa turbinei fără a se ţine seama de schimbul de căldură în conducta de evacuare :

T'_0 [K] — temperatura aerului în jurul conductei de evacuare;

T_s [K] — temperatura aerului la admisia în motor ;

Q_r [J] — căldura evacuată către mediul exterior prin pereții conductei de evacuare ;

α [—] — coeficientul excesului de aer ;

ε [—] — raportul volumetric de comprimare ;

φ [—] — coeficientul de baleiaj ;

π [—] — gradul de supraalimentare ;

η_e [—] — randamentul global al grupului turbocompresor;

θ_a [°RAC] — durata procesului de degajare a căldurii;

θ_i [°RAC] — durata avansului la degajarea căldurii ;

τ [—] — coeficientul presiunii de evacuare.

BIBLIOGRAFIE

1. W. Pflaum, W. Haase, *Allgemeines Verfahren zur Vorausberechnung von Auflademaschinen mit Abgasturbolader.* MTZ, **25**, *1*, 5—13 (1964).
2. C. A. Vasilescu, V. Pimsner, *Analiza adaptării grupului turbocompresor la motorul diesel cu supraalimentare înaltă ; condiții teoretice.* St. cerc. energ. electr., **15**, *4*, 925—933 (1965).
3. C. A. Vasilescu, V. Pimsner, *Studiul termodinamic al funcționării motorului diesel supraalimentat la valori mari ale gradului de supraalimentare.* St. cerc. energ. electr., **15**, *2*, 343—359 (1965).
4. A. Jante, *Aufladungsprobleme der Verbrennungsmotoren mit Hilfe idealer Kreisprozesse beurteilt.* MTZ, **27**, *12*, 485—487 (1966).
5. F. A. F. Schmidt, H. May, M. Schaffroth, *Thermodynamische Untersuchungen des Einflusses der atmosphärischen Zustandsgrössen auf das Betriebsverhalten von Dieselmotoren mit Abgasturboaufladung.* MTZ, **30**, *2*, 39—53 (1969).
6. K. Zinner, *Einige Ergebnisse realer Kreissprozessrechnungen über die Beeinflussungsmöglichkeit des Wirkungsgrades von Dieselmotoren.* MTZ, **31**, *6*, 243—254 (1970).
7. Vs. Radcenco, B. Grünwald, Al. Dănescu, *Un model de ciclu pentru studiul optimizării performanțelor motoarelor cu aprindere prin comprimare supraalimentate.* Bul. Inst. polit. Buc., **XXXIII**, *4*, 73—92 (1971).
8. C. A. Vasilescu, *Model al proceselor din motorul diesel foarte înalt supraalimentat.* St. cerc. energ. electr., **21**, *2*, 321—376 (1971).
9. C. A. Vasilescu, *Calculul efectului supraalimentării asupra performanțelor motorului diesel* St. cerc. energ. electr., **22**, *3*, 571—589 (1972).
10. H. Blasius, *Die Temperatur der Auspuffgase.* MTZ, *8—9*, 235—237 (1943).
11. B. Barbescu, *Criterii și condiții de optimizare a funcționării motorului diesel rapid de mare putere în regim de supraalimentare înaltă*, teză de doctorat, Institutul politehnic din București, 1970.
12. C. A. Vasilescu, V. Pimsner, *Asupra unei condiții de minim a temperaturii gazelor de ardere la motoarele cu aprindere prin comprimare supraalimentate.* St. cerc. energ. electr., **15**, *1*, 147—152 (1965).

ANALIZA DESFĂȘURĂRII PROCESULUI DE ARDERE PRIN PRELUCRAREA DIAGRAMELOR INDICATE, CONSIDERÎND NEUNIFORMITATEA TERMICĂ

N. STOICA

621.43.044

Se prezintă rezultatele calculului procesului de ardere pentru două camere de ardere : una în piston și alta în chiulasă, pornind de la diagrama indicată și caracteristica camerei de ardere ambele determinate experimental. Calculele sînt făcute pe baza unei metode care ține seama de neuniformitatea termică și chimică a fluidului de lucru în timpul procesului de ardere.

Pentru studierea procesului de ardere, în prezent sînt utilizate următoarele căi :

— metoda fotografică, care are dezavantajul că este dificil de interpretat și poate fi aplicată numai pe anumite motoare, diferite de cele reale ;

— înregistrarea poziției frontului de aprindere folosind sondele de ionizare, metodă care este dificil de aplicat totalității masei de gaze din cilindru și furnizează informații referitoare la apariția unei zone de reacție chimică fără să precizeze dacă această zonă este efectivă de ardere ;

— analiza gazelor de ardere, care obligă la prelevări de gaze de pe mai multe cicluri și, prin urmare, se obțin rezultate medii mai greu de corelat cu funcționarea momentană a motorului ;

— interpretări de diagrame indicate, care este și ea discutabilă, deoarece se folosesc ipoteze extrem de simplificate, în special cînd se consideră că mediul din cilindru este termic și chimic omogen.

1. În lucrarea de față se face o încercare de a studia arderea ținînd seama de neuniformitatea termică și chimică și, în plus, avînd ca date reale diagrama indicată și caracteristicile constructive ale camerei de ardere respective.

Dispunînd de aceste mărimi, s-a folosit pentru calculul arderii pe tranșe și intervale o metodă [1], [2] avînd la bază un model care ține seama de comportarea reală a gazelor, de fenomenul de disociere, de arhitectura camerei de ardere și de transferul de căldură la pereți : aplicarea

acestei metode permite studierea evoluţiei în timp a temperaturii şi a compoziţiei chimice a gazelor de ardere din fiecare zonă a cilindrului.

2. Calculele s-au executat pentru un motor de tipul SR—211, alezaj $D = 97$ mm, cursă $S = 85$ mm, raport de comprimare $\varepsilon = 6{,}7$ la turaţia de 2500 rot/min şi un dozaj bogat ($d = 1{,}2$).

S-a considerat că motorul ar fi echipat pe rînd cu două variante de camere de ardere (fig. 1):

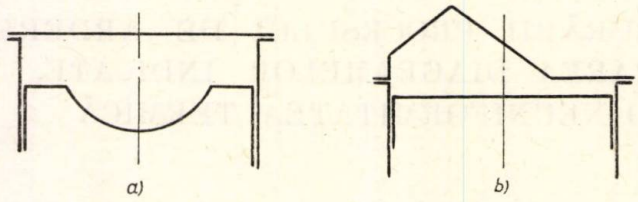


Fig. 1. — Schemele camerelor de ardere pentru care s-au efectuat calculele: *a* — în camera de ardere în piston; *b* — camera de ardere în chiulasă.

— prima de formă calotă sferică, amplasată în piston;

— a doua de tip pană, situată în chiulasă (camera originală a motorului).

În figura 2 se prezintă variaţia presiunii în timpul procesului de ardere — variaţie obţinută experimental — pentru camera de ardere calotă sferică, iar în figura 3 pentru camera de ardere de tip pană. În calcule s-a considerat că în orice punct al cilindrului domneşte aceeaşi presiune.

Caracteristica geometrică $V = f(x)$ a fiecărei camere de ardere este prezentată în figura 4. Pe baza acestor elemente s-au executat calculele cu metoda arătată, unde s-a variat viteza convenţională de deplasare a frontului de aprindere pentru a se obţine prin calcul presiunea măsurată. S-a presupus că elementele obţinute din calculul astfel condus pot exprima, într-o primă variantă, desfăşurarea reală a proceselor din cilindru, desfăşurare care nu ar putea fi urmărită cu metodele cunoscute pînă acum. Rezultatele obţinute sînt următoarele:

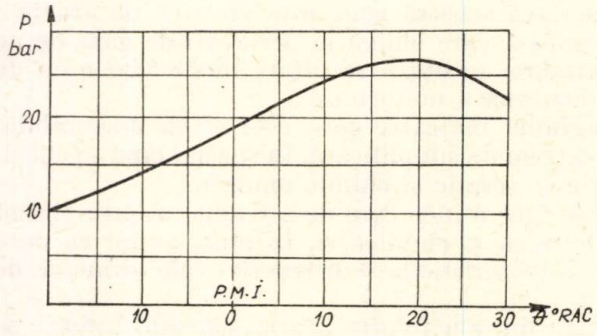


Fig. 2. — Variaţia presiunii (măsurată) în cazul camerei de ardere în piston.

Modul de variaţie al volumului de ardere este arătat pentru cele două camere de ardere în figurile 5 şi 6. Se observă că, în urma acţiunii unei tranşe ν, care arde modificîndu-şi astfel volumul, şi ca efect al deplasării pistonului, volumele tranşelor suferă mari modificări.

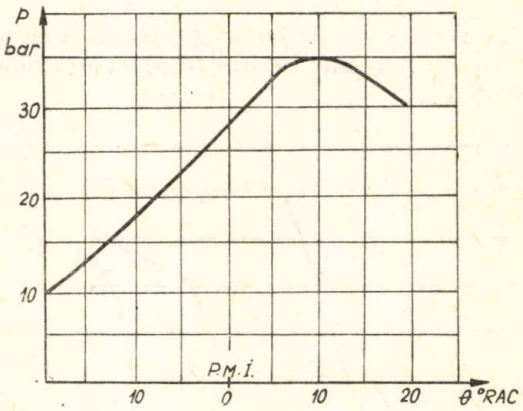


Fig. 3. — Variația presiunii (măsurată) în cazul camerei de ardere în chiulasă.

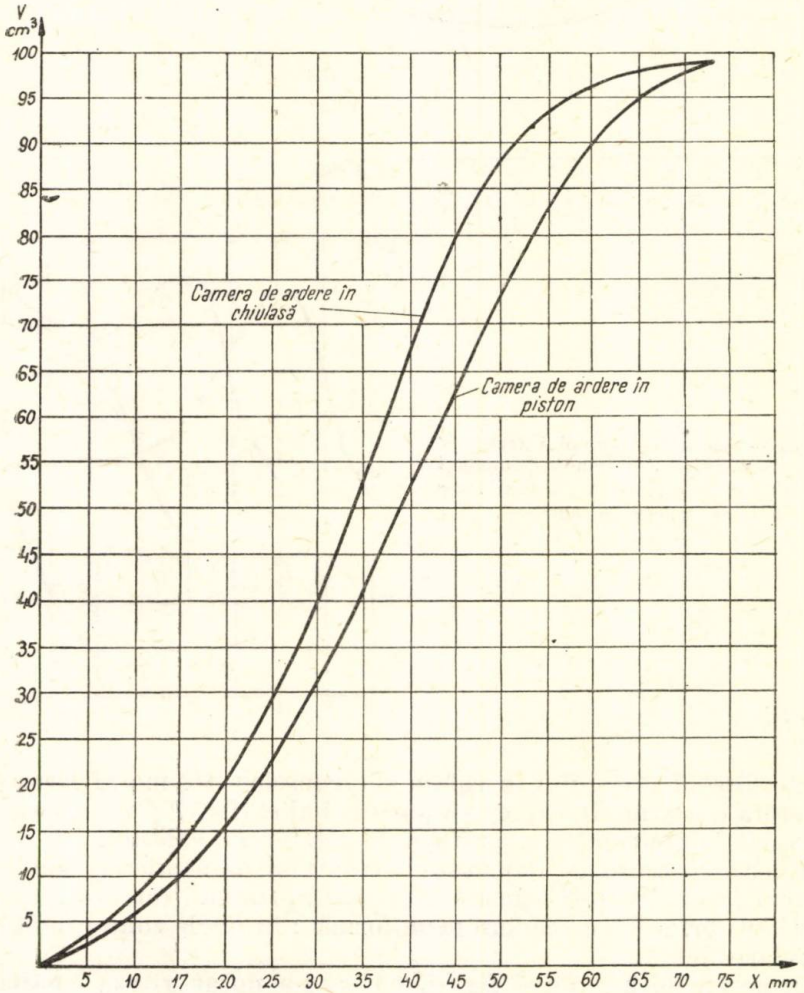


Fig. 4. — Caracteristica geometrică a fiecărei camere de ardere.

Numerele de pe curbă precizează, în ordinea arderii, tranşa de gaz studiată. Ca mărime, fiecare tranşă corespunde cîte unui interval de calcul de 10° RAC.

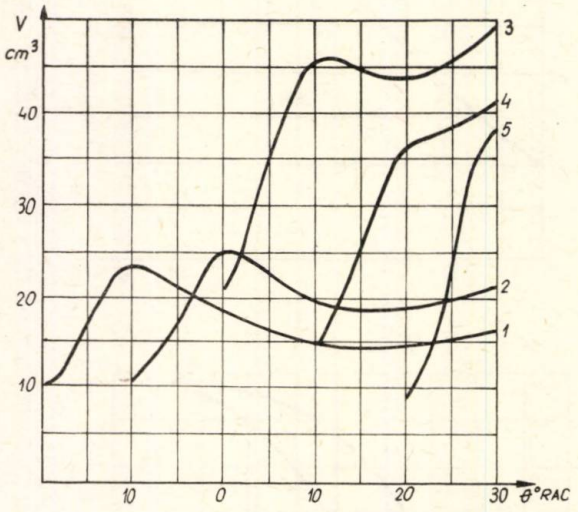


Fig. 5.— Variaţia volumului tranşelor de gaze de ardere V în funcţie de unghiul de rotaţie al arborelui cotit θ°RAC; camera de ardere în piston.

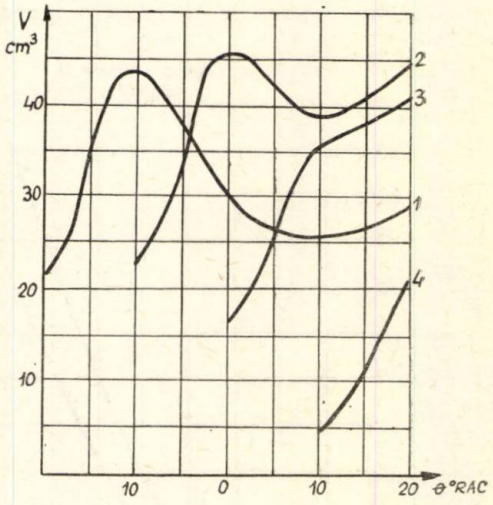


Fig. 6. — Variaţia volumului tranşelor de gaze de ardere V în funcţie de unghiul de rotaţie al arborelui cotit θ°RAC; camera de ardere în chiulasă.

Rezultatul variaţiilor în volum ale tranşelor este modificarea distanţei acestora din urmă în raport cu poziţia bujiei (fig. 7 şi 8) şi, ca o consecinţă, variaţia continuă a suprafeţei de schimb de căldură.

Viteza aparentă de deplasare a frontului de aprindere suferă fluctuaţii mari, avînd valori ridicate la sfîrşitul primului interval, după care (fig. 9 şi 10) urmează o scădere neuniformă : în unele zone rapidă, iar în altele relativ lentă.

În aceste ultime două figuri, cu w_f s-a notat viteza aparentă de deplasare a frontului de aprindere calculată la sfîrşitul intervalului de

calcul, iar cu w_i la începutul aceluiași interval. Sub această formă, diagramele scot în evidență faptul că în orice moment al arderii vitezele aparente de propagare a frontului de aprindere sînt variabile, avînd o valoare maximă către începutul procesului de ardere, fapt accentuat la camera de ardere în chiulasă.

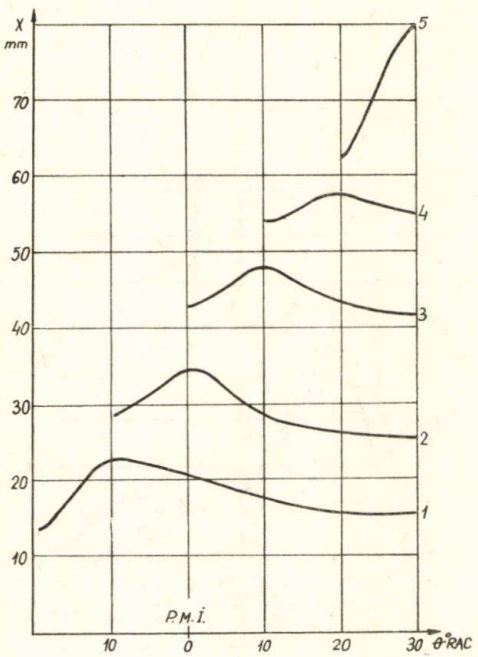


Fig. 7. — Variația distanței tranșelor de la bujie x; camera de ardere în piston.

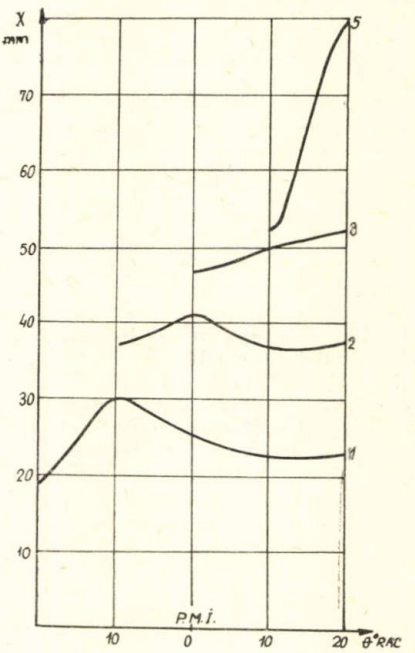


Fig. 8. — Variația distanței tranșelor de la bujie x; camera de ardere în chiulasă.

Variația vitezei de ardere obligă ca în calculele efectuate, conform metodei descrise [1] și [2], să se țină seama de acest lucru.

Temperaturile gazelor din cilindru au fost calculate de la începutul arderii și pînă la mijlocul destinderii. Rezultatele obținute pentru cele două camere de ardere sînt prezentate în figurile 11 și 12. Curbele punctate reprezintă variația temperaturii amestecului proaspăt înainte de ardere. Se constată o creștere de temperatură (ca urmare a comprimării acestui amestec de către tranșele care ard) de la circa 700 la 950 K, deși pistonul a început să se deplaseze pe evoluția de destindere.

Temperatura de la o tranșă la alta diferă, ceea ce face ca în cilindru să existe mari inegalități termice, care se vor păstra pînă la deschiderea supapei de evacuare.

Dispunînd de datele prezentate, s-a calculat pentru fiecare tranșă în parte compoziția chimică, presupunîndu-se echilibrul chimic.

Intervalul de 70 la 80°RAC s-a apreciat ca fiind mijlocul destinderii. Deoarece la turația de 2 500 rot/min timpul de la mijlocul destinderii pînă la deschiderea supapei de evacuare (122°RAC) este foarte scurt

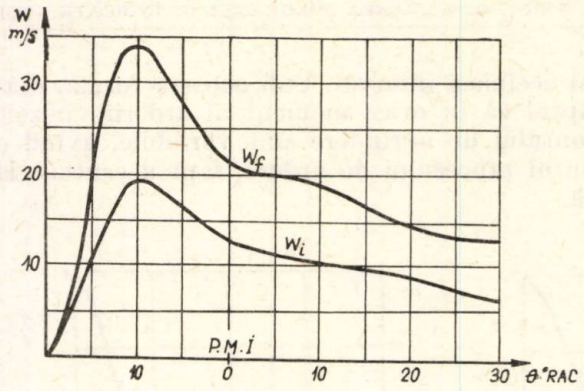


Fig. 9. — Variaţia vitezei de propagare a frontului de flacără W în funcţie de unghiul de rotaţie al arborelui cotit θ°RAC; camera de ardere în piston: W_i — viteza la începutul intervalului; W_f — viteza la sfîrşitul intervalului.

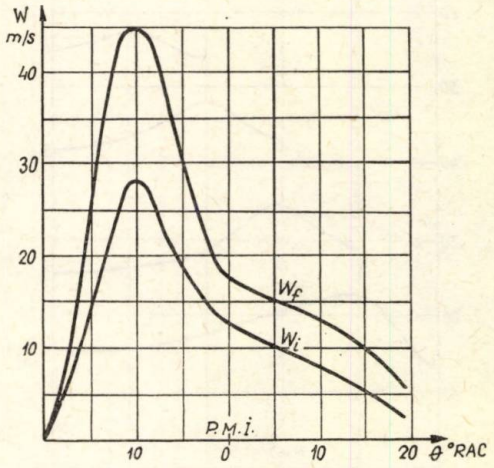


Fig. 10. — Variaţia vitezei de propagare a frontului de flacără W în funcţie de unghiul de rotaţie al arborelui cotit θ°RAC: W_i — viteza la începutul intervalului; W_f — viteza la sfîrşitul intervalului; camera de ardere în chiulasă.

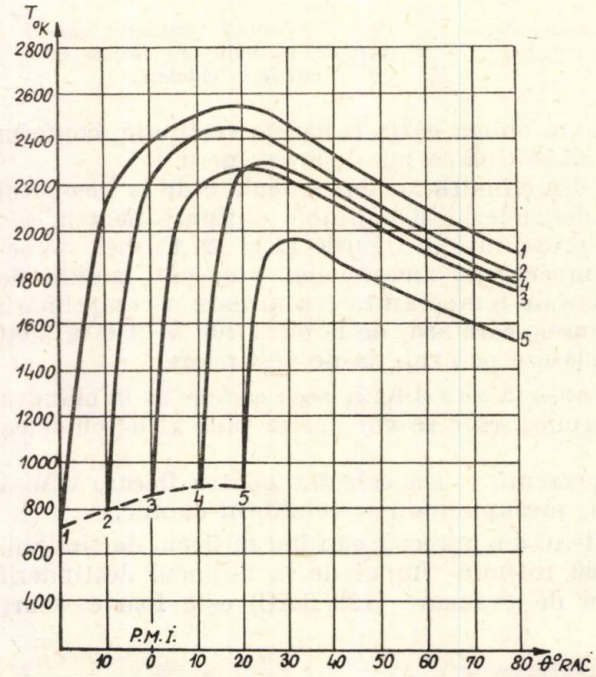


Fig. 11. — Variaţia temperaturii transelor T în timpul procesului de ardere în funcţie de unghiul de rotaţie al arborelui cotit θ°RAC; camera de ardere în piston.

(0,0028 s), iar temperaturile nu sînt prea mari, calculele s-au oprit aici (θ = 80°RAC). Calculele s-au făcut fără a ţine seama de interdependenţa dintre echilibrele chimice.

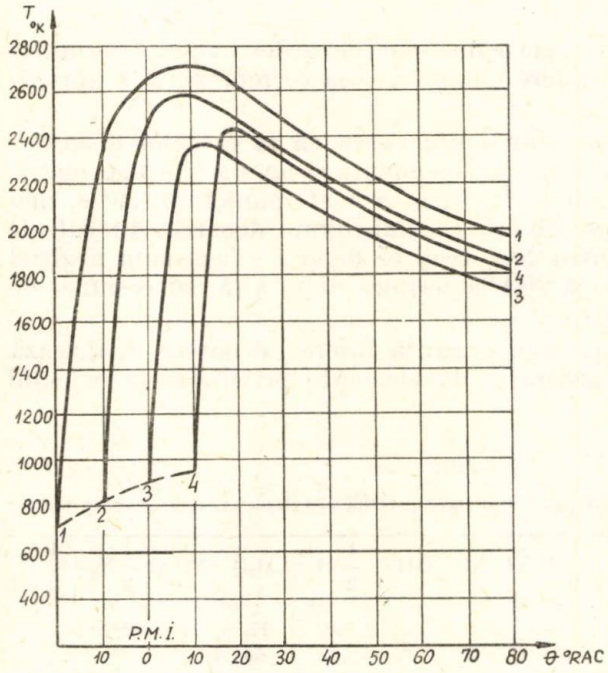


Fig. 12. — Variaţia temperaturii tranşelor T în timpul procesului de ardere în funcţie de unghiul de rotaţie al arborelui cotit θ°RAC; camera de ardere în chiulasă.

Echilibrul monoxidului de azot s-a calculat admiţîndu-se ca substanţă activă oxigenul care apare din disocierea bioxidului de carbon şi a apei [2].

Gradientul de temperatură în cilindru conduce la diferenţe de compoziţie chimică de la o tranşă la alta şi totodată la cantităţi de oxid de carbon şi de monoxid de azot — produşi poluanţi ai atmosferei — diferite de acelea care s-ar obţine din calculul pentru o temperatură medie (considerată ca uniformă) a gazelor.

Cele de mai sus sînt prezentate în tabelele nr. 1—13, din care se observă că la camera de ardere în chiulasă cantităţile de CO şi NO sînt superioare celor obţinute pentru camera de ardere în piston.

Drept combustibil ars în motor s-a considerat octenul, la dozajul (exprimat ca raport între cantitatea de combustibil ars şi cea stoechiometrică) $d = 1{,}2$. În urma arderii octenului la dozaj bogat, se obţine în procente volumetrice compoziţia chimică din tabela 14 (gaze nedisociate). Calculul variaţiei compoziţiei chimice (ca efect al disocierii) în timpul procesului de ardere s-a făcut utilizînd metoda etapei intermediare [3].

Din tabelele 1—9 se observă că, indiferent de tranşe sau de camera de ardere, la mijlocul destinderii procentele de CO_2, CO şi H_2O se apropie de cele din tabela 14. Avînd în vedere şi timpul scurt (0,0028 s) pe care-l

are la dispoziţie destinderea de la 80 la 122°RAC, precum şi temperaturile relativ joase ale gazelor din cilindru, calculele s-au oprit la $\theta = 80°$RAC.

În cele prezentate, autorul a încercat obţinerea unor rezultate cît mai apropiate de realitate. Desigur că rezultatele trebuie privite în funcţie de precizia de ridicare a diagramei indicate şi a fixării avansului la declanşarea scînteii electrice.

Caracteristicile $V = f(x)$ ale camerelor de ardere s-au determinat în ipoteza unui front de aprindere cilindric, ceea ce reprezintă o aproximare.

Alte motive de discuţii provin din aceea că la calculul disocierii echilibrele chimice s-au considerat independente şi nu s-a ţinut seama de adîncimea frontului de aprindere. În fine, se poate pune în discuţie, mai ales pentru oxidul de azot, ipoteza echilibrului chimic, deoarece din calcule rezultă valori prea mici pentru NO, ceea ce denotă — aşa cum dealtfel se afirmă şi în literatură — că NO ia naştere după altă succesiune de reacţii.

În orice caz, metoda în sine prezintă interes, deoarece analizează desfăşurarea proceselor de ardere şi dă elemente privitoare la calculul proceselor chimice.

Tabela 1

Compoziţia procentuală a gazelor de ardere în tranşa 1 după stabilirea echilibrului chimic*) ; camera de ardere în piston

$\Delta\theta$ °RAC	$CO + \frac{1}{2}O_2 \rightleftarrows CO_2$			$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightleftarrows H_2O$			$OH + \frac{1}{2}H_2 \rightleftarrows H_2O$			$NO \rightleftarrows \frac{1}{2}N_2 + \frac{1}{2}O_2$
	CO_2 %	CO %	O_2 %	H_2O %	H_2 %	O_2 %	H_2O %	OH %	H_2 %	10^{10}NO %
20—10	7,22	7,67	0,117	14,82	0,0101	0,0050	14,78	0,1370	0,0685	9,7
10— 0	6,9	8,02	0,28	14,68	0,1010	0,0505	14,55	0,3380	0,1690	38,3
0—10	6,75	8,16	0,355	14,61	0,2425	0,1212	14,48	0,4330	0,2165	58,9
10—20	6,67	8,24	0,39	14,59	0,3290	0,1645	14,43	0,4830	0,2415	69,9
20—30	6,85	8,15	0,344	14,64	0,2820	0,1410	14,51	0,4180	0,2090	55,3
70—80	7,38	7,55	0,043	14,86	0,0483	0,0241	14,85	0,0552	0,0276	2,1

*) Echilibrele chimice s-au considerat independente.

Tabela 2

Compoziţia procentuală a gazelor de ardere în tranşa 2 după stabilirea echilibrului chimic*) ; camera de ardere în piston

$\Delta\theta$ °RAC	$CO + \frac{1}{2}O_2 \rightleftarrows CO_2$			$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightleftarrows H_2O$			$OH + \frac{1}{2}H_2 \rightleftarrows H_2O$			$NO \rightleftarrows \frac{1}{2}N_2 + \frac{1}{2}O_2$
	CO_2 %	CO %	O_2 %	H_2O %	H_2 %	O_2 %	H_2O %	OH %	H_2 %	10^{10}NO %
10— 0	7,09	7,82	0,183	14,75	0,1565	0,0782	14,7	0,219	0,1095	19,9
0—10	6,91	8,01	0,275	14,69	0,2350	0,1175	14,6	0,324	0,1620	39,0
10—20	6,98	8,03	0,285	14,67	0,2425	0,1212	14,55	0,345	0,1725	43,2
20—30	7,02	7,89	0,217	14,73	0,1910	0,0955	14,68	0,253	0,1265	27,8
70—80	7,42	7,51	0,0196	14,81	0,0277	0,0138	14,88	0,0277	0,0138	0,673

*) Echilibrele chimice s-au considerat independente.

Tabela 3

Compoziția procentuală a gazelor de ardere în tranșa 3 după stabilirea echilibrului chimic*); camera de ardere în piston

Δθ °RAC	$CO + \frac{1}{2}O_2 \rightleftarrows CO_2$			$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightleftarrows H_2O$			$OH + \frac{1}{2}H_2 \rightleftarrows H_2O$			$NO \rightleftarrows \frac{1}{2}N_2 + \frac{1}{2}O_2$
	CO_2 %	CO %	O_2 %	H_2O %	H_2 %	O_2 %	H_2O %	OH %	H_2 %	10^{10}NO %
0—10	7,18	7,73	0,138	14,79	0,1200	0,060	14,75	0,166	0,083	15
10—20	7,14	7,78	0,160	14,77	0,1405	0,0702	14,71	0,188	0,094	18,1
20—30	7,125	7,79	0,167	14,76	0,1406	0,0703	14,70	0,192	0,096	18,3
70—80	7,43	7,49	0,0098	14,90	0,0207	0,0103	14,88	0,0208	0,0104	0,318

*) Echilibrele chimice s-au considerat independente.

Tabela 4

Compoziția procentuală a gazelor de ardere din tranșa 4 după stabilirea echilibrului chimic*); camera de ardere în piston

Δθ °RAC	$CO + \frac{1}{2}O_2 \rightleftarrows CO_2$			$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightleftarrows H_2O$			$OH + \frac{1}{2}H_2 \rightleftarrows H_2O$			$NO \rightleftarrows \frac{1}{2}N_2 + \frac{1}{2}O_2$
	CO_2 %	CO %	O_2 %	H_2O %	H_2 %	O_2 %	H_2O %	OH %	H_2 %	10^{10}NO %
10—20	7,13	7,78	0,165	14,76	0,143	0,0717	14,71	0,196	0,098	18,7
20—30	7,17	7,74	0,146	14,81	0,124	0,0620	14,75	0,171	0,0855	14,9
70—80	7,42	7,48	0,0147	14,89	0,0208	0,0104	14,89	0,0207	0,0103	0,446

*) Echilibrele chimice s-au considerat independent.

Tabela 5

Compoziția procentuală a gazelor de ardere din tranșa 5 după stabilirea echilibrului chimic*); camera de ardere în piston

Δθ °RAC	$CO + \frac{1}{2}O_2 \rightleftarrows CO_2$			$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightleftarrows H_2O$			$OH + \frac{1}{2}H_2 \rightleftarrows H_2O$			$NO \rightleftarrows \frac{1}{2}N_2 + \frac{1}{2}O_2$
	CO_2 %	CO %	O_2 %	H_2O %	H_2 %	O_2 %	H_2O %	OH %	H_2 %	10^{10}NO %
10—20	7,38	7,5	0,0387	14,78	0,1495	0,0747	14,85	0,0478	0,0239	3,560
70—80	7,44	7,48	0,0098	18,89	0,0390	0,0195	14,91	0,0069	0,0034	0,049

*) Echilibrele chimice s-au considerat independente.

Tabela 6

Compoziția produșilor poluanți în gazele de ardere din cilindru la sfîrșitul arderii (θ = 30° RAC); camera de ardere în piston

GAZ	Cantități pe tranșe în kg					Cantități în cilindru (kg)	Cantități la temp. uniformă (kg)
	tranșa 1	tranșa 2	tranșa 3	tranșa 4	tranșa 5		
CO	$40{,}89 \cdot 10^{-7}$	$56{,}5 \cdot 10^{-7}$	$134{,}25 \cdot 10^{-7}$	$112{,}12 \cdot 10^{-7}$	$191{,}11 \cdot 10^{-7}$	$534{,}86 \cdot 10^{-7}$	$502 \cdot 10^{-7}$
NO	$29{,}6 \cdot 10^{-10}$	$21{,}2 \cdot 10^{-10}$	$34 \cdot 10^{-10}$	$23{,}1 \cdot 10^{-10}$	$9{,}6 \cdot 10^{-10}$	$117{,}5 \cdot 10^{-10}$	$5{,}39 \cdot 10^{-10}$

Tabela 7

Compoziția produșilor poluanți în gazele de ardere din cilindru la mijlocul destinderii ($\theta = 80°$RAC); camera de ardere în piston

GAZ	Cantități pe tranșe în kg					Cantități în cilindru (kg)	Cantități la temp. uniformă (kg).
	tranșa 1	tranșa 2	tranșa 3	tranșa 4	tranșa 5		
CO	$37{,}74 \cdot 10^{-7}$	$53{,}68 \cdot 10^{-7}$	$129{,}83 \cdot 10^{-7}$	$108{,}32 \cdot 10^{-7}$	$189{,}84 \cdot 10^{-7}$	$519{,}42 \cdot 10^{-7}$	$501 \cdot 10^{-7}$
NO	$1{,}125 \cdot 10^{-10}$	$0{,}511 \cdot 10^{-10}$	$0{,}58 \cdot 10^{-10}$	$0{,}69 \cdot 10^{-10}$	$0{,}125 \cdot 10^{-10}$	$3{,}031 \cdot 10^{-10}$	—

Tabela 8

Compoziția procentuală a gazelor de ardere în tranșa 1 după stabilirea echilibrului chimic*); camera de ardere în chiulasă

$\Delta\theta$ °RAC	$CO + \frac{1}{2} O_2 \rightleftarrows CO_2$			$H_2 + \frac{1}{2} O_2 \rightleftarrows H_2O$			$OH + \frac{1}{2} H_2 \rightleftarrows H_2O$			$NO \rightleftarrows \frac{1}{2} N_2 + \frac{1}{2} O_2$
	CO_2 %	CO %	O_2 %	H_2O %	H_2 %	O_2 %	H_2O %	OH %	H_2 %	10^{10}NO %
20—10	7,01	7,91	0,228	14,72	0,198	0,099	14,65	0,2660	0,1330	27,1
10— 0	6,57	8,34	0,445	14,55	0,387	0,1935	14,35	0,5710	0,2855	88,5
0—10	6,37	8,55	0,745	14,11	0,496	0,248	14,18	0,7250	0,3626	135,5
10—20	6,49	8,43	0,485	14,48	0,435	0,2175	14,28	0,6500	0,3255	158
70—80	7,33	7,59	0,065	14,85	0,0640	0,032	14,84	0,0855	0,0427	3,55

*) Echilibrele chimice s-au considerat independente.

Tabela 9

Compoziția procentuală a gazelor de ardere în tranșa 2 după stabilirea echilibrului chimic*); camera de ardere în chiulasă

$\Delta\theta$ °RAC	$CO + \frac{1}{2} O_2 \rightleftarrows CO_2$			$H_2 + \frac{1}{2} O_2 \rightleftarrows H_2O$			$OH + \frac{1}{2} H_2 \rightleftarrows H_2O$			$NO \rightleftarrows \frac{1}{2} N_2 + \frac{1}{2} O_2$
	CO_2 %	CO %	O_2 %	H_2O %	H_2 %	O_2 %	H_2O %	OH %	H_2 %	10^{10}NO %
10—0	7,85	8,08	0,301	14,68	0,258	0,129	14,55	0,3730	0,1865	47,7
0—10	6,68	8,23	0,387	14,57	0,316	0,158	14,42	0,5010	0,2505	76,5
10—20	6,77	8,15	0,347	14,64	0,293	0,146	14,48	0,4290	0,2145	60,4
70—80	7,39	7,52	0,0302	14,88	0,0357	0,0178	14,88	0,0427	0,0213	1,1

*) Echilibrele chimice s-au considerat independente.

Tabela 10

Compoziția procentuală a gazelor de ardere din tranșa 3 după stabilirea echilibrului chimic*); camera de ardere în chiulasă

$\Delta\theta$ °RAC	$CO + \frac{1}{2} O_2 \rightleftarrows CO_2$			$H_2 + \frac{1}{2} O_2 \rightleftarrows H_2O$			$OH + \frac{1}{2} H_2 \rightleftarrows H_2O$			$NO \rightleftarrows \frac{1}{2} N_2 + \frac{1}{2} O_2$
	CO_2 %	CO %	O_2 %	H_2O %	H_2 %	O_2 %	H_2O %	OH %	H_2 %	10^{10}NO %
0—10	7,06	7,87	0,202	14,75	0,193	0,0965	14,67	0,242	0,1210	27,4
10—20	7,13	7,81	0,167	14,77	0,144	0,720	14,73	0,197	0,0985	19,4
70—80	7,44	7,51	0,0985	14,89	0,0171	0,0855	14,89	0,0165	0,0082	0,249

*) Echilibrele chimice s-au considerat independente.

Tabela 11

Compoziția procentuală a gazelor de ardere din tranșa 4 după stabilirea echilibrului chimic*) ; camera de ardere în chiulasă

°RAC	$CO + \frac{1}{2}O_2 \rightleftarrows CO_2$			$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightleftarrows H_2O$			$OH + \frac{1}{2}H_2 \rightleftarrows H_2O$			$NO \rightleftarrows \frac{1}{2}N_2 + \frac{1}{2}O_2$
	CO_2 %	CO %	O_2 %	H_2O %	H_2 %	O_2 %	H_2O %	OH %	H_2 %	$10^{10}NO$ %
10–20	6,86	8,06	0,2965	14,68	0,283	0,1415	14,54	0,360	0,1800	46,6
70–80	7,43	7,01	0,0202	14,89	0,0284	0,0142	14,88	0,0298	0,0149	0,708

*) Echilibrele chimice s-au considerat independente.

Tabela 12

Compoziția produșilor poluanți în gazele de ardere din cilindru la sfîrșitul arderii ($\theta = 20°RAC$) ; camera de ardere în chiulasă

GAZ	Cantități pe tranșe în kg.				Cantități în cilindru (kg)	Cantități la temp. uniformă (kg)
	tranșa 1	tranșa 2	tranșa 3	tranșa 4		
CO	$91{,}25 \cdot 10^{-7}$	$143{,}2 \cdot 10^{-7}$	$139{,}48 \cdot 10^{-7}$	$186{,}7 \cdot 10^{-7}$	$560{,}6 \cdot 10^{-7}$	$503{,}10 \cdot 10^{-7}$
NO	$122{,}5 \cdot 10^{-10}$	$113 \cdot 10^{-10}$	$36{,}8 \cdot 10^{-10}$	$115 \cdot 10^{-10}$	$387{,}3 \cdot 10^{-10}$	$25{,}4 \cdot 10^{-10}$

Tabela 13

Compoziția produșilor poluanți în gazele de ardere din cilindru la mijlocul destinderii ($\theta = 80°RAC$) ; camera de ardere în chiulasă

GAZ	Cantități pe tranșe în kg				Cantități în cilindru (kg)	Cantități la temp. uniformă (kg)
	tranșa 1	tranșa 2	tranșa 3	tranșa 4		
CO	$84{,}65 \cdot 10^{-7}$	$133{,}9 \cdot 10^{-7}$	$135 \cdot 10^{-7}$	$174{,}9 \cdot 10^{-7}$	$528{,}6 \cdot 10^{-7}$	$501 \cdot 10^{-7}$
NO	$4{,}13 \cdot 10^{-10}$	$2{,}06 \cdot 10^{-10}$	$0{,}471 \cdot 10^{-10}$	$1{,}74 \cdot 10^{-10}$	$8{,}4 \cdot 10^{-10}$	—

Tabela 14

Gazele obținute prin arderea octenului la dozajul 1,2

CO_2 %	CO %	H_2O %	N_2 %
7,47	7,47	14,94	70,24

BIBLIOGRAFIE

1. C. A. Vasilescu, *Calculul evoluției de ardere la motorul cu aprindere prin scînteie cu ajutorul diagramelor termodinamice.* St. cerc. energ. electr., **15**, *1* (1965).
2. C. A. Vasilescu, N. Stoica, *Distribuția temperaturii și concentrației de produși poluanți în camera de ardere a motorului cu aprindere prin scînteie.* St. cerc. energ. electr., **21**, *3*, (1971).
3. G. Bărănescu, *Calculul proceselor de ardere*, București, Edit. Academiei, 1955.

SCHIMBAREA GAZELOR LA UN MOTOR DIESEL SUPRAALIMENTAT ÎN CONDIŢIILE LIMITĂRII TEMPERATURII GAZELOR ARSE LA TURBINĂ

B. GRÜNWALD, AL. DĂNESCU şi N. APOSTOLESCU

621.43.05

Se studiază schema complexă a unui motor cu aprindere prin comprimare supraalimentat, prevăzută cu două compresoare de supraalimentare, răcitoare pentru aerul comprimat şi pentru gazele de evacuare, cameră de ardere la presiune constantă, în vederea stabilirii condiţiilor optime de schimbare a gazelor, menţinînd sub o anumită limită temperatura gazelor de evacuare la intrarea în turbină. S-au obţinut ecuaţiile care îngăduie definirea completă a stării fluidului motor la începutul evacuării gazelor din cilindru şi la finele cursei de admisie, cu menţinerea condiţiei restrictive privind temperatura gazelor la intrare în turbină.

1. INTRODUCERE

Un motor diesel supraalimentat de performanţe înalte reprezintă o instalaţie energetică complexă prin agregatele pe care le include, prin multitudinea posibilităţilor pe care le oferă pentru realizarea aceluiaşi nivel al performanţelor şi prin interdependenţa a numeroşi factori fundamentali care decid valoarea lucrului mecanic specific, al randamentului, al durabilităţii etc.

O schemă relativ completă a unui motor cu aprindere prin comprimare supraalimentat se arată în figura 1. Prezenţa unor agregate de supraalimentare în schema energetică este determinată, în bună parte, de nivelul presiunii de supraalimentare. De aceea schema din figura 1, dacă se exclude răcitorul gazelor de evacuare, corespunde în general motoarelor înalt supraalimentate (p_s >2,5...3,0 kgf/cm^2). Eliminarea unora dintre agregate (de exemplu camera de ardere de presiune constantă, unul din cele două compresoare de aer, unul sau ambele răcitoare de aer) sau introducerea altora (de exemplu o turbină de impuls, o turbină de aer aşezată fie după al doilea compresor pentru răcirea aerului de supraalimentare, fie după un încălzitor în care se ridică temperatura unei fracţiuni din aerul comprimat folosind gazele fierbinţi evacuate din turbina

de presiune constantă) reprezintă soluţii posibile şi interesante nu numai în raport cu gradul de supraalimentare şi cu indicii de performanţă energetică, ci şi în raport cu indicii de preţ de cost, de greutate raportată (la putere sau gabarit) şi de exploatare uşoară. Ţinînd seama de aceste consi-

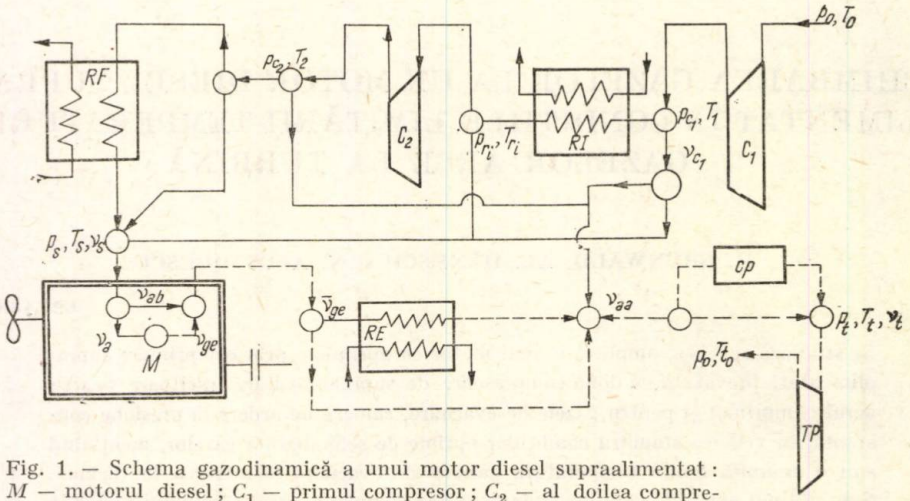


Fig. 1. — Schema gazodinamică a unui motor diesel supraalimentat: M — motorul diesel; C_1 — primul compresor; C_2 — al doilea compresor; RI — răcitor intermediar; RF — răcitor final; RE — răcitor pentru gazele de evacuare; CP — cameră de ardere la presiune constantă; TP — turbină de presiune constantă.

derente, în lucrarea de faţă, precum şi în lucrarea [1], se tratează schema din figura 1, urmînd ca alte soluţii să fie obţinute prin particularizarea sau completarea ei.

Procesul de schimbare a gazelor este supus unor condiţii restrictive fundamentale.

La motorul diesel supraalimentat, o condiţie restrictivă fundamentală pentru sistemul de evacuare a gazelor o constituie temperatura gazelor arse în amontele turbinei, deoarece ea condiţionează solicitările termice ale paletelor.

Fiind precizată valoarea admisibilă a temperaturii gazelor arse la turbină, proiectantul are mai multe posibilităţi de realizare a ei, modificînd următorii parametri :

— temperatura gazelor din cilindru în momentul deschiderii supapei de evacuare ;
— gradul de răcire a gazelor evacuate din cilindru ;
— cantitatea aerului de baleiaj ;
— temperatura aerului de baleiaj ;
— cantitatea aerului de amestecare ;
— cantitatea de combustibil care arde în camera de presiune constantă.

Primul dintre factorii enumeraţi depinde de evoluţia fluidului motor în cilindru, precizată prin :

— condiţiile iniţiale de stare a fluidului motor ;

— gradul de comprimare prealabilă și gradul de destindere a fluidului motor ;
— coeficientul excesului de aer ;
— caracteristica de presiune în timpul arderii ;
— pierderile de căldură prin pereți ;
— avansul la deschiderea supapei de evacuare.

Astfel temperatura gazelor arse în momentul deschiderii supapei de evacuare reprezintă legătura dintre evoluția fluidului motor în cilindru și evoluția gazelor în sistemul de evacuare. Ca urmare se formulează următoarele probleme fundamentale :

a) să se determine temperatura fluidului motor în momentul deschiderii supapei de evacuare, fiind impusă temperatura gazelor la turbină ;

b) să se determine evoluția fluidului motor în cilindru care conduce la o temperatură determinată în momentul deschiderii supapei de evacuare.

În lucrarea de față se abordează prima problemă ; a doua problemă este studiată în lucrarea [1].

2. ECUAȚIILE GENERALE DE BILANȚ MASIC ȘI ENERGETIC ALE EVACUĂRII

Temperatura fluidului motor în momentul deschiderii supapei de evacuare depinde de particularitățile schemei de supraalimentare a motorului cu aprindere prin comprimare. Schemele de supraalimentare interesează din punct de vedere gazodinamic nu numai prin elementele care le definesc, ci și prin modul lor de cuplare. Ecuațiile care se stabilesc în cele ce urmează permit cercetarea schemelor de supraalimentare obținute prin combinarea rațională a posibilităților de supraalimentare definite în figura 2.

Temperatura fluidului motor în cilindru în momentul deschiderii supapei de evacuare se determină prin integrarea ecuațiilor diferențiale care descriu procesul de schimbare a gazelor în cilindru și procesul de amestecare a gazelor în colectorul de evacuare. Ecuațiile diferențiale se rezolvă prin metodele analizei numerice. Asemenea metode sînt nepotrivite pentru lucrarea de față, care face parte dintr-un studiu general de optimizare a schemelor energetice ale motoarelor supraalimentate. În studiile de optimizare, cînd se urmărește comportarea în ansamblu a unor scheme energetice, metoda integrării „pas cu pas" este prohibitivă, pentru că amplifică enorm volumul de calcule care definesc fiecare dintre multiplele scheme propuse a fi analizate și necesită cunoașterea unor particularități constructive și dimensionale ale sistemului cercetat. Ca urmare, rezolvarea problemelor de optimizare pretinde cunoașterea soluțiilor analitice ale ecuațiilor diferențiale. Pe baza lor a fost întocmit un program adecvat de calcul [2] pentru studiul optimizării diferitelor scheme energetice.

Se obțin soluții analitice ale ecuațiilor diferențiale dacă se admit simplificări, ca : staționaritatea curgerii, invariabilitatea secțiunilor de trecere etc. Ținînd seama de scopul urmărit, în lucrarea de față se determină o relație de calcul a temperaturii fluidului motor în momentul des-

chiderii supapei de evacuare pe baza unor ipoteze care îngăduie totuşi să se ia în considerare următoarele particularităţi fundamentale ale proceselor de schimbare a gazelor şi amestecare la un motor diesel supraali-

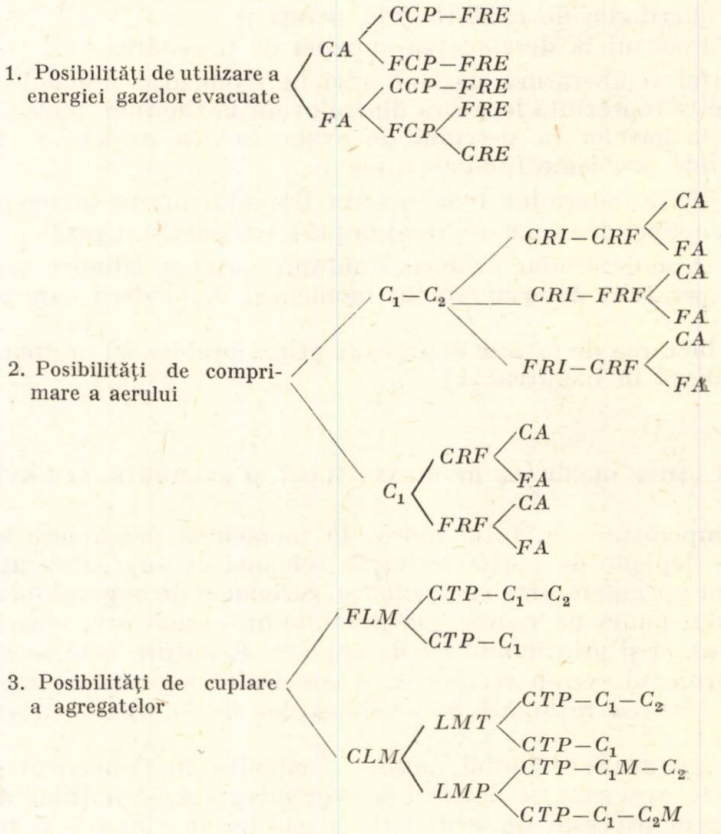


Fig. 2. — Posibilităţi de supraalimentare a motoarelor cu aprindere prin comprimare : CA — cu aer de amestecare ; FA — fără aer de amestecare ; CCP — cu cameră de presiune constantă ; FCP — fără cameră de presiune constantă ; CRE — cu răcitor pentru gazele evacuate din motor ; FRE — fără răcitor de evacuare ; CRI — cu răcitor intermediar de aer ; FRI — fără răcitor intermediar de aer ; *CRF* — cu răcitor final de aer ; *FRF* — fără răcitor final de aer ; $C_1—C_2$ comprimarea aerului cu două compresoare ; C_1 — comprimarea aerului cu un compresor ; *FLM* — fără legătură mecanică între turbină, compresor şi motor (cuplaj independent) ; *CLM* — cu legătură mecanică ; *LMT* — legătură mecanică totală (turbina şi compresorul cuplate cu arborele cotit al motorului) ; *LMP* — legătură mecanică parţială ; C_1M — primul compresor cuplat mecanic cu motorul ; C_2M — al doilea compresor cuplat mecanic cu motorul.

mentat : 1) supapa de evacuare se deschide cu avans faţă de punctul mort exterior ; 2) gazele se evacuează în două etape : liber şi forţat ; în prima etapă presiunea şi temperatura sînt variabile în cilindru, iar în a doua etapă procesul este izobar-izoterm ; 3) gazele de evacuare, aerul de baleiaj şi aerul de amestecare se frînează total în colectorul de evacu-

are ; 4) gazele se amestecă în colectorul de evacuare la presiune constantă ; 5) gazele se deplasează prin organele de distribuţie, prin conducte şi agregate cu pierderi de presiune şi efectuează schimb de căldură cu pereţii ; 6) gazele schimbă de compoziţie şi au călduri specifice variabile.

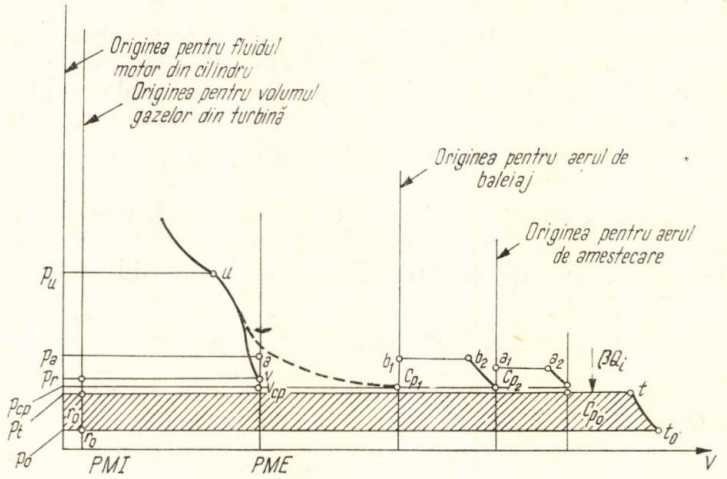


Fig. 3. — Evoluţiile gazelor în cilindru şi în sistemul de evacuare în coordonate presiune-volum : p_0 — presiunea mediului ambiant ; p_t — presiunea gazelor din amontele turbinei, p_{cp} — presiunea gazelor în amontele camerei de presiune constantă ; p_r — presiunea gazelor reziduale în cilindru la finele evacuării forţate ; p_a — presiunea din cilindru la finele cursei de admisie ; p_u — presiunea gazelor în momentul deschiderii supapei de evacuare ; uv — evacuarea liberă ; vr — evacuarea forţată ; ucp_1 — scăparea gazelor din cilindru în colectorul de evacuare ; b_1, b_2 — evoluţia aerului de baleiaj în cilindru ; b_2cp_2 — scăparea aerului de baleiaj în colectorul de evacuare ; a_1, a_2 — evoluţia aerului de amestecare după compresor ; a_2cp_3 — destinderea aerului de amestecare prin laminare ; cp_0t — evoluţia gazelor în camera de presiune constantă ; tt_0 — destinderea gazelor în turbină ; PMI — punctul mort interior ; PME — punctul mort exterior.

Evoluţia gazelor în cilindru şi în sistemul de evacuare din momentul deschiderii supapei de evacuare pînă la finele cursei de admisiune se arată în figura 3.

Ecuaţia de conservare a cantităţii de substanţă în sistemul de evacuare se precizează presupunînd că în cilindru arde un kilogram de combustibil cu un coeficient de exces de aer λ. Pe baza definiţiilor din anexa I, rezultă

$$\nu_t = \nu_{ge} + \nu_{ab} + \nu_{aa} \text{ [kmoli/kg]}. \tag{1}$$

Ecuaţia de conservare a energiei gazelor din sistemul de evacuare este

$$\begin{aligned} U_t = U_u - Q_{wse} + AL_{pgef} + U_{ab} + AL_{pab} + \\ + U_{aa} + AL_{paa} + Q_{rcp} - AL_{pgt} - Q_{wre}, \end{aligned} \tag{2}$$

unde U_t este energia internă a gazelor arse la intrarea în turbina de presiune constantă ; U_u — energia internă a gazelor arse din cilindru în momentul deschiderii supapei de evacuare ; Q_{wse} — căldura transferată la pereţi de gazele de evacuare prin supapa şi galeria de evacuare ; U_{ab} — energia internă a aerului de baleiaj ; L_{pab} — lucrul mecanic de pompaj al aerului de baleiaj ; U_{aa} — energia internă a aerului de amestecare ; L_{paa} — lucrul mecanic de pompaj al aerului de amestecare ; L_{pgef} — lucrul mecanic de pompaj efectuat de piston asupra gazelor evacuate forţate ; Q_{rcp} — căldura de reacţie a combustibilului care arde suplimentar în camera de presiune constantă ; L_{pgt} — lucru mecanic de deplasare prin conductă a gazelor care evoluează în turbină ; Q_{wre} — căldura transferată răcitorului de evacuare.

Dacă se ţine seama de evoluţia gazelor în sistemul de evacuare (fig. 3), termenii din ecuaţia (2) se grupează convenabil după cum urmează. Lucrul mecanic de deplasare fiind $L_{pgt} = p_t V_t$ sau $AL_{pgt} = 1{,}986\ \nu_t T_t$, se obţine

$$U_t + 1{,}986\ \nu_t T_t = I_t ;$$

în mod analog se scrie

$$U_{ab} + AL_{pab} = I_{ab},$$

$$U_{aa} + AL_{paa} = I_{aa}.$$

Notînd $U_u^* = U_u - Q_{wse}$, cu relaţiile anterioare ecuaţia (2) devine

$$I_t = U_u^* + AL_{pgef} + I_{ab} + I_{aa} + Q_{rcp} - Q_{wre}. \tag{3}$$

În continuare se explicitează fiecare dintre termenii ecuaţiei (3).

Entalpia I_t a gazelor din faţa turbinei este

$$I_t = \nu_t C_{pgt} T_t, \tag{4}$$

unde ν_t este precizat în anexa I, relaţia (I.8), C_{pgt} căldura specifică a gazelor, iar T_t temperatura gazelor în amontele turbinei, deci factorul fundamental impus din condiţia de solicitare termică a turbinei.

Căldura specifică a amestecului de gaze necesită o menţiune specială. Evident, C_{pgt} variază cu temperatura şi compoziţia amestecului. Dacă se admite o variaţie liniară a căldurilor specifice cu temperatura, se obţine o precizie satisfăcătoare întrucît limitele de variaţie a temperaturii T_t' sînt sub 1 000 K. În ceea ce priveşte variaţia lui C_{pgt} cu compoziţia, este necesară o simplificare, deoarece este cu mult prea laborios (chiar dacă se utilizează maşini numerice de calcul) să se determine compoziţia gazelor şi apoi C_{pgt} la fiecare valoare a coeficientului excesului de aer λ cînd acesta din urmă este un parametru variabil [1]. În consecinţă, s-a găsit raţional să se folosească datele publicate în lucrarea [3], care exprimă dependenţa căldurii specifice de compoziţia gazelor, prin intermediul

excesului de aer, cu erori sub 1—2%. Astfel, pentru C_{pgt} în intervalul de temperatură 673—1 673 K, se utilizează relaţia (IV.1) din anexa IV, cu observaţia că λ se modifică pe traseul conductei de evacuare în funcţie de schema de supraalimentare, ceea ce este de înţeles deoarece compoziţia gazelor arse se modifică în funcţie de cantitatea aerului de baleiaj, de cantitatea aerului de amestecare şi de cantitatea de combustibil care arde în camera de presiune constantă. Astfel, dacă $\beta = 0$ şi $\varphi_{aa} = 1$, rezultă $\lambda = \lambda_t^*$, anexa II, relaţia (II.2) ; dacă $\beta = 0$, $\varphi_{aa} \neq 1$, rezultă $\lambda = \lambda_t^{**}$, relaţia (II.3); dacă $\beta \neq 0$, $\varphi_{aa} = 1$, rezultă $\lambda = \lambda_t^{***}$, relaţia (II.5); dacă $\beta \neq 0$, $\varphi_{aa} \neq 1$, rezultă $\lambda = \lambda_t$, relaţia (II.6).

Energia internă U_u^*. Date recente [4] arată că o fracţiune importantă din pierderile de căldură la pereţi se transferă prin galeria de evacuare. De aceea s-a apreciat că nu este lipsită de interes prezenţa termenului Q_{wse} în ecuaţia bilanţului energetic. Întrucît efectul acestor pierderi îl constituie reducerea de temperatură a gazelor care ajung în conducta de evacuare, se propune evaluarea lor printr-un grad de răcire a gazelor în galeria de evacuare :

$$\theta_u = \frac{T_u - T_u^*}{T_u} \tag{5}$$

şi, ca urmare,

$$U_u^* = \nu_{ge} C_{vgu} (1 - \theta_u) T_u, \tag{6}$$

unde ν_{ge} este definit în anexa I, relaţia (I.4), iar T_u constituie necunoscuta problemei. Căldura specifică, pe baza considerentelor prezentate anterior, se calculează cu relaţia (IV.2), λ fiind coeficientul excesului de aer în cilindru (anexa II, relaţia (II.1)).

Lucrul mecanic L_{pgef}. Evacuarea forţată a gazelor are loc la presiune variabilă. Dacă se ţine seama că termenul L_{pgef} are o pondere redusă în ecuaţia de bilanţ (3), aproximativ 10% din U_u, devine acceptabilă simplificarea evoluţiei de evacuare forţată printr-o izobară, care introduce o eroare de 10% la determinarea lucrului mecanic. Ca urmare, se consideră că în perioada evacuării forţate în cilindru se stabileşte o presiune constantă p_r (fig. 2), definită în raport cu presiunea gazelor din faţa turbinei pe baza rezistenţelor gazodinamice care apar între cilindru şi turbină (vezi anexa III, relaţia (III.4)). Ca urmare, se obţine $AL_{pgef} = Ap_rV_s$ sau, pe baza relaţiei (36),

$$AL_{pgef} = 1{,}986\ \nu_0 \frac{p_t}{\eta_v p_s (1 - \sigma_{se})(1 - \sigma_{re})(1 - \sigma_{cp})} T_s, \tag{7}$$

unde ν_0 este precizat de relaţia (I.1) din anexa I, σ_{se}, σ_{re}, σ_{cp} se definesc în anexa III, iar p_t, T_s, η_v, p_s se stabilesc mai departe.

Entalpia I_{ab} a aerului de baleiaj se determină ţinînd seama de încălzirea aerului de baleiaj la trecerea prin cilindrul motorului. Astfel se defineşte gradul de încălzire a aerului de baleiaj :

$$\theta_b = \frac{T_b - T_s}{T_s}, \tag{8}$$

unde T_b este temperatura aerului de baleiaj la ieşirea din cilindru, iar T_s temperatura aerului de supraalimentare. Prin urmare,

$$I_{ab} = \nu_{ab} C_{pab} (1 + \theta_b) T_s, \tag{9}$$

unde ν_{ab} este definit în anexa I, relaţia (I.5), iar C_{pab} se defineşte pentru temperatura $T_b = (1 + \theta_b) T_s$ cu relaţia (IV.4) din anexa IV.

Entalpia I_{aa} a aerului de amestecare este

$$I_{aa} = \nu_{aa} C_{paa} T_1, \tag{10}$$

unde ν_{aa} este definit în anexa I, relaţia (I.7), T_1 reprezintă temperatura aerului refulat de primul compresor (20), iar C_{paa} se calculează cu relaţia (IV. 4) pentru temperatura T_1.

Căldura de reacţie Q_{rcp} a combustibilului care arde în camera de presiune constantă este

$$Q_{rcp} = \beta Q_i \eta_{cp}, \tag{11}$$

unde β este definit în anexa II, relaţia (II.4), Q_i puterea calorifică inferioară a combustibilului, η_{cp} randamentul camerei de ardere la presiune constantă.

Căldura transferată Q_{wre}. Se defineşte un grad de răcire a gazelor evacuate în răcitorul de evacuare :

$$\theta_{re} = \frac{T_{re} - T_t}{T_t}, \tag{12}$$

unde T_{re} este temperatura gazelor evacuate la intrarea în răcitor. Întrucît T_t este o mărime cunoscută iniţial, s-a considerat raţional să se raporteze θ_{re} la temperatura T_t. Ca urmare,

$$Q_{wre} = \bar{\nu}_{ge} C_{pge} \theta_{re} T_t, \tag{13}$$

unde $\bar{\nu}_{ge}$ este definit în anexa I, relaţia (I.6), iar C_{pge} se calculează cu relaţia (IV.1) din anexa IV, în care se introduce temperatura medie în răcitor, $T = (1 + 0{,}5\theta_{re}) T_t$.

Substituind în (3) relaţiile de definiţie ale fiecărui termen, se obţine după simplificări o ecuaţie fundamentală de gradul II în T_u^2 :

$$AT_u^2 + BT_u - C = 0, \tag{14}$$

unde

$$A = \mu_c (1 - \theta_u)^2 (1{,}241 + 0{,}229/\lambda) 10^{-3},$$

$$B = \mu_c (1 - \theta_u) (4{,}514 + 0{,}605/\lambda),$$

$$C = (\varphi_{aa} \cdot \varphi_{ab} + \mu_c - 1) \cdot [(6{,}5 + 0{,}605/\lambda_t) + (1{,}241 +$$

$$+ 0{,}229/\lambda_t) . 10^{-3} T_t] \times T_t - 1{,}986 \frac{p_t}{p_s} \cdot \frac{T_s}{\eta_v (1 - \sigma_{se})(1 - \sigma_{re})(1 - \sigma_{cp})} -$$

$$- \frac{1{,}986}{\lambda} \beta \eta_{cp} Q_t - (\varphi_{ab} - 1) (6{,}588 + 1{,}306 \cdot 10^{-3} T_b) \times (1 + \theta_b) T_s -$$

$$- (\varphi_{aa} - 1) \varphi_{ab} (6{,}588 + 1{,}306 \cdot 10^{-3} T_1) T_1 + \mu_c [(6{,}5 + 0{,}605/\lambda) +$$

$$+ (1{,}241 + 0{,}229/\lambda) \times 10^{-3} (1 + 0{,}5 \theta_{re}) T_t] \theta_{re} \cdot T_t .$$

Pentru rezolvarea ecuației (14) este necesar să se apeleze la ecuații suplimentare și la considerente de principiu.

3. ECUAȚIILE COMPRIMĂRII AERULUI

Ecuația (14) conține următorii parametri caracteristici ai aerului: p_s, T_s, T_1, φ_{ab}, φ_{aa}, λ.

Presiunea de supraalimentare p_s, parametru determinant pentru performanțele motorului, este supusă unor condiții restrictive severe, impuse de solicitările mecanice și termice ale organelor mecanismului motor, precum și de presiunile specifice dintre suprafețele portante în mișcare. De aceea, în raport cu un anumit nivel al tehnologiei, presiunea de supraalimentare se impune la proiectare din considerente majore de solicitare, dar și în raport cu alte criterii, cum ar fi prețul de cost, puterea și greutatea raportate, simplitate constructivă și de exploatare a instalației în ansamblu și a grupului de supraalimentare în special etc.

În anumite limite, nivelul solicitărilor termice ale unor organe ale motorului (piston, supapă, chiulasă) este controlat prin baleiajul cilindrului. De aceea, în procesul de schimbare a gazelor, cantitatea (φ_{ab}) și temperatura aerului de baleiaj (T_s) constituie condiții restrictive suplimentare. În plus, temperatura T_s influențează în parte și cantitatea de încărcătură proaspătă. Datorită acestor implicații, nivelul temperaturii T_s se controlează prin intermediul răcitoarelor de aer. Precizînd inițial eficiența acestora, se determină temperatura T_s și se verifică dacă este convenabilă.

Dacă aerul este comprimat în două compresoare, este rațional ca presiunea intermediară să se determine din considerente de optimizare a grupului de comprimare. Întrucît se poate formula o condiție de optimizare, temperatura T_1 din ecuația (14) se obține prin calcul.

În fine, o ultimă consideraţie cu privire la cantitatea aerului de amestecare (φ_{aa}): dacă există cameră de ardere de presiune constantă, aerul de amestecare este necesar pentru arderea suplimentară a unei cantităţi de combustibil ; în absenţa camerei de presiune constantă, aerul de amestecare serveşte pentru răcirea suplimentară a gazelor arse. Întrucît nu există o condiţie suplimentară de determinare a coeficientului aerului de amestecare φ_{aa}, în ecuaţia (14) φ_{aa} trebuie să apară ca o mărime iniţială cunoscută. În acest caz, pentru a găsi soluţii interesante, φ_{aa} trebuie privit ca parametru variabil, iar ecuaţia (14) urmează a fi rezolvată pentru un şir de valori ale lui φ_{aa} precizate iniţial.

În ceea ce priveşte coeficientul excesului de aer λ, se observă că el este subordonat ciclului motor, de aceea valorile lui se discută în lucrarea [1].

Dacă se comprimă aerul în două compresoare şi se prevăd două răcitoare, unul intermediar şi unul final, lucrul mecanic în fiecare treaptă de comprimare este

$$L_{c1} = \frac{1}{\eta_{adc}} \nu_{c1} \cdot RT_0 \frac{k_c}{k_c - 1} \left[\left(\frac{p_{c1}}{p_0} \right)^{\frac{k_c - 1}{k_c}} - 1 \right], \tag{15}$$

$$L_{c2} = \frac{1}{\eta_{adc}} \nu_s \cdot R_0 T_{ri} \frac{k_c}{k_c - 1} \left[\left(\frac{p_{c2}}{p_{ri}} \right)^{\frac{k_c - 1}{k_c}} - 1 \right], \tag{16}$$

unde ν_s, ν_{c1} sînt cantităţile de aer care evoluează în compresoare precizate prin relaţiile (I.9), respectiv (I.10) ; T_0 — temperatura mediului ambiant ; T_{ri} — temperatura aerului la ieşirea din răcitorul intermediar ; p_{c1} — presiunea de refulare a aerului comprimat în prima treaptă ; p_{ri} — presiunea aerului la ieşirea din răcitorul intermediar definită de relaţia (III.2) ; p_{c2} — presiunea aerului refulat de al doilea compresor definită în funcţie de p_s de relaţia (III.7) ; η_{adc} — randamentul adiabatic al compresoarelor. Exponentul adiabatic (k_c) are aceleaşi valori pentru cele două compresoare, întrucît rapoartele de comprimare şi temperaturile iniţiale sînt apropiate. Exponentul adiabatic k_c se determină cu relaţia (IV.6), unde $T = T_0$.

Se obţine o condiţie de optimizare dacă se determină valoarea minimă a lucrului mecanic total în raport cu gradul de comprimare în primul compresor, adică dacă se anulează derivata :

$$\frac{\mathrm{d}L_c}{\mathrm{d}\,(p_{c1}/p_0)} = 0,$$

unde

$$L_c = L_{c1} + L_{c2}. \tag{17}$$

Se obține astfel

$$\left(\frac{p_{c1}}{p_0}\right)^{\frac{1}{c}-1}\cdot\left(\frac{p_{c1}}{p_0}-\sigma_{ri}\right)^{\frac{1}{c}+1}=\frac{1}{\varphi_{aa}}\cdot\frac{T_{ri}}{T_0}\left(\frac{p_{c2}}{p_0}\right)^{\frac{1}{c}},$$

unde s-a notat $c=k_c/(k_c-1)$. Dezvoltînd în serie a doua paranteză din membrul stîng, ținînd seama că $\sigma_{ri}\ll p_{c1}/p_0$, iar $c/2\simeq 1$, se obține

$$\frac{p_{c1}}{p_0}=\sqrt{\frac{1}{\varphi_{aa}^{c}}\left(\frac{T_{ri}}{T_0}\right)^{c}\frac{p_{c2}}{p_0}}+\frac{c+1}{c}\sigma_{ri}. \tag{18}$$

Relația (18) se pretinde analizată. Problema optimizării presiunii intermediare p_{c1} trebuie corelată cu ansamblul instalației energetice. Relația (18) precizează p_{c1} cu condiția ca aerul de amestecare să fie prelevat după prima treaptă a compresorului. O asemenea soluție este convenabilă, deoarece reduce sarcina de ansamblu a compresoarelor, dar impune o condiție suplimentară, și anume $p_{c1}\geqslant p_t$. Presiunea p_t depinde de procesul de comprimare a aerului, dar și de procesul de destindere a gazelor în turbină și de mărimile de stare a gazelor. Cercetarea efectuată de autori a arătat că, în general $p_t>p_{c1}$, de aceea aerul de amestecare trebuie prelevat după al doilea compresor. Ca urmare, relațiile obținute trebuie corectate. Astfel, în relația (15) se admite $\nu_{c1}=\nu_s$, iar în relația (18) $\varphi_{aa}=1$.

În ecuația (18), p_{c2} se exprimă în funcție de p_s (relația (III.7)), dar T_{ri} este necunoscut. Ca urmare, p_{c1} se determină cu o metodă de iterare. Se admite inițial $T_{ri}=T_0$ și se calculează p_{c1} și T_{ri} într-o primă aproximație. O a doua iterare este suficientă pentru a reduce eroarea la aproximativ 1%.

Se obține următoarea suită de relații :

$$p_{c1}=\sqrt{\left(\frac{T_{ria}}{T_0}\right)^{c}\cdot\frac{p_0p_s}{1-\sigma_{rf}}}+\frac{1+c}{c}\sigma_{ri}\,p_0, \tag{19}$$

$$T_1=T_0\left[1+\left[\left(\frac{p_{c1}}{p_0}\right)^{\frac{k_c-1}{k_c}}-1\right]\Big/\,\eta_{adc}\right], \tag{20}$$

$$T_{ri}=T_1(1-E_{ri})+E_{ri}\,T_0, \tag{21}$$

$$p_{c2}=\frac{p_s}{1-\sigma_{sf}}, \tag{22}$$

$$p_{ri}=p_{c1}-p_0\,\sigma_{ri}, \tag{23}$$

$$T_2=T_{ri}\left[1+\left[\left(\frac{p_{c2}}{p_{ri}}\right)^{\frac{k_c-1}{k_c}}-1\right]\Big/\eta_{adc}\right], \tag{24}$$

$$T_s=T_2(1-E_{rf})+E_{rf}\,T_{ri}, \tag{25}$$

unde T_2 este temperatura aerului refulat de al doilea compresor ; E_{ri} — eficienţa răcitorului intermediar ; E_{rf} — eficienţa răcitorului final ; T_s — temperatura după răcitorul final.

Relaţiile 19—25 definesc şi cazurile particulare al comprimării aerului cu un singur compresor ($p_{c2} = p_{ri}$), cu un răcitor intermediar ($E_{rf} = 0$) sau fără răcitor intermediar ($E_{rf} = 0$, $E_{ri} = 0$).

4. ECUAŢIA BILANŢULUI LUCRULUI MECANIC AL COMPRESOARELOR

O altă mărime fundamentală prezentă în ecuaţia (14) este presiunea p_t. Valoarea acesteia trebuie să satisfacă de asemenea anumite condiţii restrictive.

Considerînd un regim staţionar de curgere, pentru ca baleiajul să fie posibil trebuie satisfăcută inegalitatea

$$p_a > p_r,$$

care, la limită, devine $p_a = p_r$. Pe baza relaţiilor (III.4), (III.5) se obţine

$$p_s \geqslant \frac{p_t}{(1 - \sigma_{sa})(1 - \sigma_{se})(1 - \sigma_{re})(1 - \sigma_{cp})}. \tag{26}$$

O condiţie suplimentară se obţine din compararea lucrului mecanic al turbinei L_t şi al compresoarelor L_c. Raportul

$$\Lambda = \frac{L_t}{L_c} \tag{27}$$

reprezintă un indice de apreciere a grupului de supraalimentare. Valoarea acestui raport depinde de tipul de legătură dintre turbină, compresor şi motor.

Se disting trei tipuri de legătură : 1) legătură independentă : turbina şi compresoarele sînt cuplate între ele ; 2) legătură mecanică totală : turbina şi compresoarele sînt cuplate cu arborele cotit al motorului ; 3) legătură mecanică parţială : unul dintre compresoare este cuplat direct cu motorul, iar celălalt compresor şi turbina realizează un cuplaj independent.

În cazul legăturii independente rezultă evident condiţia $\Lambda = 1$. În cazul legăturii mecanice $\Lambda > 1$, altfel legătura mecanică nu este interesantă din punct de vedere energetic, deoarece se obţine $L_t < L_c$ şi deci energia gazelor de evacuare este utilizată ineficient. Considerente funcţionale conduc la cel de-al treilea caz, în care, la fel, $\Lambda = 1$. În cazul legăturii mecanice, Λ nu poate depăşi o anumită valoare Λ_{max}, adică

$$1 < \Lambda \leqslant \Lambda_{max}, \tag{28}$$

deoarece inegalitatea $\Lambda > \Lambda_{max}$ presupune $L_t \gg L_c$, ceea ce se poate realiza numai la valori mari ale lui p_t, care nu satisfac condiția (26).

Lucrul mecanic al turbinei este precizat de expresia

$$L_t = \nu_t \frac{k_t}{k_t - 1} \eta_{adt} \eta_{mt} R T_t \left[1 - \left(\frac{p_0}{p_t}\right)^{\frac{k_t - 1}{k_t}}\right] \tag{29}$$

unde ν_t este cantitatea molară de gaze care evoluează în turbină (I.8); k_t — exponentul adiabatic al gazelor (IV.3), în care $T = T_t$; η_{adt}, η_{mt} — randamentele adiabatic și mecanic ale turbinei.

Substituind în relația (27) lucrul mecanic L_t din (29) și lucrul mecanic L_c din (17), se obține expresia presiunii p_t:

$$p_t = \frac{p_0}{\left[1 - \Lambda E\left[\left[\left(\frac{p_{c1}}{p_0}\right)^{\frac{k_c - 1}{k_c}} - 1\right] + \frac{T_{ri}}{T_0}\left[\left(\frac{p_{c2}}{p_{ri}}\right)^{\frac{k_c - 1}{k_c}} - 1\right]\right]\right]^{\frac{k_t}{k_t - 1}}} \tag{30}$$

în care

$$E = \frac{1}{\eta_{adc} \eta_{adt} \eta_{mt}} \cdot \frac{\varphi_{aa} \varphi_{ab}}{\varphi_{aa} \varphi_{ab} + \mu_c - 1} \cdot \frac{k_c}{k_t} \cdot \frac{k_t - 1}{k_c - 1} \cdot \frac{T_0}{T_t}. \tag{31}$$

Legătura independentă. În acest caz se pune condiția $\Lambda = 1$ și se calculează p_t, toate mărimile fiind cunoscute. Se verifică apoi condiția (26).

Legătura mecanică totală. Se calculează inițial presiunea maximă $p_{t\,max}$ din condiția-limită :

$$p_{t\,max} = p_s (1 - \sigma_{sa}) (1 - \sigma_{se}) 1 - \sigma_{re}) (1 - \sigma_{cp}) \tag{32}$$

și apoi lucrul mecanic maxim $L_{t\,max}$ din relația (29), în care $p_t = p_{t\,max}$. Se obține în final valoarea maximă a lui Λ_{max} :

$$\Lambda_{max} = \frac{L_{t\,max}}{L_c}. \tag{33}$$

Se cercetează apoi cu relația (33) soluțiile intermediare pentru un șir de valori ale lui Λ, definite astfel :

$$\Lambda_k = \Lambda_{max} - 0{,}1k, \tag{34}$$

unde $k = 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$, care îndeplinesc condiția

$$\Lambda_k > 1 \tag{35}$$

și conduc la presiuni $p_{tk} < p_{t\,max}$.

Legătură mecanică parţială. Se disting două variante : o variantă în care se cuplează turbina cu primul compresor şi o a doua variantă în care se cuplează turbina cu al doilea compresor. În primul caz apare condiţia $L_t = L_{c1}$, iar presiunea p_t se obţine din ecuaţia (30) cu condiţia $p_{c2} = p_{ri}$; în al doilea caz rezultă condiţia $L_t = L_{c2}$, iar presiunea p_t se obţine cu condiţia $p_{c1} = p_0$. În ambele variante, $\Lambda = 1$. Oricare dintre variante pretinde verificarea condiţiei (26).

5. ECUAŢIILE BILANŢULUI ENERGETIC ŞI MASIC ALE ADMISIEI

Condiţiile iniţiale de stare a fluidului motor în cilindru — presiunea, cantitatea temperatura, de fluid motor (coeficientul de umplere) şi coeficientul gazelor reziduale — se precizează pe baza ecuaţiilor de bilanţ energetic şi bilanţ masic, precum şi pe baza ecuaţiei de stare.

Transformarea aerului din sistemul de admisie în fluid motor în cilindru prin amestecarea lui cu gazele reziduale are drept implicaţie dependenţa condiţiilor iniţiale ale gazelor din ciclu de starea gazelor arse la finele cursei de evacuare. Deşi intervine cu o pondere mică, această dependenţă este interesantă, întrucît stabileşte legătura dintre evoluţia gazelor arse în sistemul de evacuare şi evoluţia aerului în sistemul de admisie. Pe de altă parte, coeficientul de umplere apare şi în ecuaţia (14), influenţînd bilanţul energetic al evacuării.

Pentru calculul procesului de admisiune se apelează la ecuaţiile din lucrarea [5], deoarece sînt în concordanţă cu obiectivele studiului de faţă. Astfel, coeficientul de umplere este definit de relaţia

$$\eta_v = \frac{V_s}{V_S},$$

unde V_S este volumul de încărcătură proaspătă din cilindru, precizat în condiţiile de stare ale aerului de supraalimentare (p_s, T_s), iar V_S este cilindreea. Pe baza ecuaţiei de stare a gazelor se obţine

$$V_S = \frac{\nu_0 R T_s}{\eta_v p_S}, \tag{36}$$

unde ν_0 este cantitatea de aer admisă în cilindru (I.1), iar R constanta generală a gazelor.

Coeficientul de umplere rezultă pe baza ecuaţiei bilanţului energetic :

$$\eta_v = \frac{1}{k_a \theta_a (\varepsilon - 1)} \cdot \frac{p_a}{p_s} \left[\varepsilon + (k_a - 1)(\varepsilon - 1)(1 - g) \frac{p_r}{p_a} \right], \tag{37}$$

unde p_r, p_a se definesc de relaţiile (III.4), (III.5), a este exponentul adiabatic, determinat cu suficientă aproximaţie de relaţia (IV.6) pentru $T = T_s$, iar θ_a gradul de încălzire a aerului admis în cilindru — $\theta_a = (T_s + \Delta T_s)/$

T_s, ΔT_s fiind creşterea de temperatură a aerului în contact cu pereţii. În relaţia (37) s-a neglijat efectul de umplere inerţională şi s-a exprimat influenţa baleiajului asupra gazelor reziduale de următoarea manieră : dacă ν_g^* este cantitatea molară de gaze reziduale fără baleiajul cilindrului, iar ν_g cantitatea molară de gaze reziduale după baleiaj, atunci

$$\nu_g = \nu_g^* (1 - g),$$

unde g este factorul de baleiaj a gazelor reziduale. Dacă eficienţa baleiajului este completă $g = 1$ şi $\nu_g = 0$, atunci coeficientul gazelor reziduale se defineşte astfel :

$$\gamma = \frac{\nu_g}{\nu_0} = \frac{\nu_g^*}{\nu_0}(1 - g) = \gamma^* (1 - g).$$

La motoarele supraalimentate în patru timpi fără baleiaj, coeficientul gazelor reziduale γ atinge valori ridicate, deorece presiunea p_r este cu mult mai mare decît la motoarele cu admisie normală, iar T_r are valori relativ mai mici din cauza valorilor mari ale coeficientului excesului de aer. Prin baleiajul cilindrului se obţine aproximativ $g = 0{,}6 \ldots 0{,}9$ şi $\gamma = 1 \ldots 3\,\%$, ca la motoarele cu admisie normală.

Substituind în relaţia de definiţie a lui γ cantităţile de substanţă din ecuaţiile de stare, se obţine

$$\gamma = \frac{p_r}{p_s} \cdot \frac{T_s}{T_r} \cdot \frac{1 - g}{\eta_v (\varepsilon - 1)}. \tag{38}$$

Din ecuaţia de bilanţ masic rezultă temperatura la finele admisiei :

$$T_a = T_s \cdot \frac{p_a}{p_s} \cdot \frac{\varepsilon}{\eta_v (\varepsilon - 1)} \cdot \frac{1}{1 + \gamma}, \tag{39}$$

iar presiunea p_a se determină ţinînd seama de rezistenţele gazodinamice :

$$p_a = (1 - \sigma_{sa})\, p_s. \tag{40}$$

Relaţiile (38) şi (39) nu se pot aplica decît după rezolvarea ecuaţiei (14), care precizează temperatura T_u.

Dacă se cunoaşte temperatura T_u, temperatura T_r se determină pe baza ipotezelor admise iniţial pentru evacuarea gazelor. Astfel se consideră că în perioada evacuării libere gazele se destind izentropic în cilindru de la presiunea p_u pînă la presiunea p_r. Întrucît s-a admis că evacuarea forţată este izotermă, rezultă

$$T_r = T_u \left(\frac{p_r}{p_u} \right)^{\frac{k_u - 1}{k_u}}. \tag{41}$$

Presiunea p_u se determină din ecuaţia de stare

$$p_u = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \cdot \mu_c \cdot \eta_v \cdot \frac{T_u}{T_s} p_s \delta_u , \tag{41}$$

unde δ_u este raportul de destindere în perioada evacuării libere, $\delta_u = V_a / V_u$, cunoscut iniţial prin precizarea avansului la deschiderea supapei de evacuare.

Aplicarea relaţiei (41) întîmpină o dificultate : nu se cunoaşte exponentul mediu adiabatic k_u, deoarece T_r nu este cunoscut. Ca urmare, se determină k_u prin două aproximaţii succesive : se aplică iniţial relaţia (IV.3) pentru $T = T_u$ şi se calculează prima aproximaţie a temperaturii T_r, adică T_{r1}. Se recalculează apoi k_u, pentru $T = 0{,}5\ (T_u + T_{r1})$ şi se determină valoarea definitivă T_r. În fine, se poate trece la aplicarea relaţiilor (37)—(40).

6. CONCLUZII

Întrucît apar posibilităţi multiple de obţinere a aceloraşi performanţe energetice, optimizarea unei instalaţii care are ca unitate fundamentală un motor diesel supraalimentat constituie o problemă spinoasă. Astfel trebuie să se urmărească simultan optimizarea ciclului motorului, optimizarea ciclurilor turbinei şi compresoarelor, optimizarea condiţiilor de schimbare a gazelor.

Optimizarea condiţiilor de schimbare a gazelor cu limitarea temperaturii T_t şi a presiunii p_s comportă două aspecte. Primul se referă la stabilirea celei mai favorabile corelaţii între parametrii caracteristici ai unei scheme date : λ, φ_{aa}, φ_{ab}, θ_{re}, E_{ri}, E_{rf}, β etc. ; al doilea aspect se referă la găsirea celei mai bune scheme energetice la un anumit nivel al parametrilor amintiţi.

În lucrare s-au stabilit ecuaţiile care îngăduie definirea completă a stării fluidului motor la începutul evacuării gazelor din cilindru şi la sfîrşitul cursei de admisie, urmărind partea ciclului care reprezintă procesul de schimbare a gazelor în vederea utilizării raţionale a energiei gazelor de evacuare, a optimizării ciclului termic al agregatelor de supraalimentare şi al motorului diesel.

Ecuaţiile stabilite şi metodica de rezolvare propusă în concordanţă cu cerinţele calculului de optimizare permit analiza diferitelor scheme energetice implicate în procesul de schimbare a gazelor la motoarele supraalimentate, cu condiţia restrictivă fundamentală privind temperatura din amontele turbinei.

Pentru a compara marea varietate de soluţii posibilie, autorii au elaborat un program adecvat de calcul pe maşini numerice [2].

Anexe

I. CANTITĂȚILE MOLARE DE SUBSTANȚĂ CARE EVOLUEAZĂ ÎN CILINDRU ȘI ÎN AGREGATELE DE SUPRAALIMENTARE.

— Cantitatea de aer admisă în cilindru pentru 1 kg de combustibil :

$$\nu_0 = \lambda L_{\min} \text{ [kmoli/kg]}, \tag{I.1}$$

unde λ și $L_{\min}$ se definesc în anexa II.

— Cantitatea de fluid motor la finele admisiei :

$$\nu_a = \nu_0 (1 + \gamma) \tag{I.2}$$

unde γ este coeficientul gazelor reziduale după baleiaj.

— Cantitatea de fluid motor după ardere :

$$\nu_{ga} = \nu_0 (\mu_c + \gamma), \tag{I.3}$$

unde μ_c este coeficientul chimic de variație molară.

— Cantitatea de gaze evacuate de cilindru :

$$\nu_{ge} = \mu_c \nu_0. \tag{I.4}$$

— Cantitatea de aer de baleiaj :

$$\nu_{ab} = (\varphi_{ab} - 1) \nu_0, \tag{I.5}$$

unde φ_{ab} este coeficientul de baleiaj.

— Cantitatea totală de gaze evacuate din cilindru după baleiaj :

$$\overline{\nu}_{ge} = \nu_{ge} + \nu_{ab}$$

sau

$$\overline{\nu}_{ge} = (\varphi_{ab} + \mu_c - 1) \nu_0. \tag{I.6}$$

— Cantitatea de aer de amestecare :

$$\nu_{aa} = (\varphi_{aa} - 1) \varphi_{ab} \nu_0, \tag{I.7}$$

unde φ_{aa} este coeficientul aerului de amestecare.

— Cantitatea totală de gaze din conductă după amestecare cu aer adițional :

$$\overline{\nu}_t = \nu_{ge} + \nu_{aa}$$

sau

$$\nu_t = (\varphi_{aa} \varphi_{ab} + \mu_c - 1) \nu_0. \tag{I.8}$$

— Cantitatea de gaze din conductă după arderea suplimentară în camera de presiune constantă :

$$\nu_t = \mu_{tcp}\, \nu_t,$$

unde μ_{tcp} este coeficientul chimic total de variaţie molară corespunzător arderii suplimentare în camera de presiune constantă. Se admite $\mu_{tcp} = 1$.

— Cantitatea de aer de supraalimentare :

$$\nu_s = \nu_0 + \nu_{ab}$$

sau

$$\nu_s = \varphi_{ab}\, \nu_0. \tag{I.9}$$

— Cantitatea de aer refulată de primul compresor

$$\nu_{c1} = \nu_0 + \nu_{ab} + \nu_{aa}$$

sau

$$\nu_{c1} = \varphi_{aa}\, \varphi_{ab}\, \nu_0. \tag{I.10}$$

II. COEFICIENŢII EXCESULUI DE AER CARACTERISTICI MOTORULUI SUPRAALIMENTAT

— Coeficientul excesului de aer din cilindru :

$$\lambda = \frac{\nu_0}{L_{\min}}, \tag{II.1}$$

unde $L_{\min}$ este cantitatea de aer minimă necesară pentru arderea completă teoretică a combustibilului.

— Coeficientul excesului de aer al gazelor evacuate din cilindru după baleiaj :

$$\lambda_t^* = \frac{\nu_0 + \nu_{ab}}{L_{\min}}$$

sau

$$\lambda_t^* = \varphi_{ab}\, \lambda. \tag{II.2}$$

— Coeficientul excesului de aer al gazelor după amestecare cu aerul adiţional :

$$\lambda_t^{**} = \frac{\nu_0 + \nu_{ab} + \nu_{aa}}{L_{\min}}$$

sau

$$\lambda_t^{**} = \varphi_{aa}\, \varphi_{ab}\, \lambda. \tag{II.3}$$

— Coeficientul excesului de aer al gazelor după arderea suplimentară în camera de presiune constantă fără aer adițional :

$$\lambda_t^{***} = \frac{\nu_0 + \nu_{ab}}{(1 + \beta) L_{min}},$$

unde β este fracțiunea suplimentară de combustibil care arde în camera de presiune constantă, definită în raport cu cantitatea de combustibil care arde în cilindru :

$$\beta = \frac{C_{cp}}{C_c}, \tag{II.4}$$

unde C_c este cantitatea de combustibil care arde în cilindru ($C_c = 1$ kg în lucrarea de față), iar C_{cp} cantitatea de combustibil care arde în camera de presiune constantă.

Prin definiție

$$\lambda_t^{***} = \frac{\varphi_{ab}\,\lambda}{1 + \beta}. \tag{II.5}$$

— Coeficientul excesului de aer al gazelor după arderea suplimentară în camera de presiune constantă cu aer adițional :

$$\lambda_t = \frac{\nu_0 + \nu_{ab} + \nu_{aa}}{(1 + \beta) L_{min}}$$

sau

$$\lambda_t = \frac{\varphi_{aa}\,\varphi_{ab}\,\lambda}{1 + \beta}. \tag{II.6}$$

III. PIERDERILE DE PRESIUNE ÎN SISTEMELE DE ADMISIE ȘI EVACUARE

A. *În conducta de evacuare*

— Pierderile de presiune prin supapa de evacuare :

$$\sigma_{se} = \frac{p_r - p_{r1}}{p_r} \tag{III.1}$$

unde p_r este presiunea în cilindru la finele cursei de evacuare și p_{r1} presiunea în avalul supapei de evacuare.

— Pierderile de presiune prin răcitorul de evacuare :

$$\sigma_{re} = \frac{p_{r1} - p_{re}}{p_{r1}}, \tag{III.2}$$

unde p_{re} este presiunea în avalul răcitorului de evacuare.

— Pierderile de presiune în camera de presiune constantă :

$$\sigma_{cp} = \frac{p_{re} - p_t}{p_{re}}, \tag{III.3}$$

unde p_t este presiunea în avalul camerei de presiune constantă sau în amontele turbinei.

— Dependența dintre presiunile p_r şi p_t :

$$p_r = \frac{p_t}{(1 - \sigma_{se})(1 - \sigma_{re})(1 - \sigma_{cp})}. \tag{III.4}$$

B. *În conducta de admisie*

— Pierderile de presiune prin supapa de admisie :

$$\sigma_{sa} = \frac{p_s - p_a}{p_s}, \tag{III.5}$$

unde p_s este presiunea aerului de supraalimentare în amontele supapei de admisie, iar p_a presiunea din cilindru la finele cursei de admisie.

— Pierderile de presiune în răcitorul intermediar :

$$\sigma_{ri} = \frac{p_{c1} - p_{ri}}{p_0}, \tag{III.6}$$

unde p_{c1} este presiunea aerului refulat de primul compresor, p_{ri} presiunea aerului în avalul răcitorului intermediar, iar p_0 presiunea mediului ambiant.

— Pierderile de presiune în răcitorul final :

$$\sigma_{rf} = \frac{p_{c2} - p_s}{p_{c2}}, \tag{III.7}$$

IV. DEPENDENȚA CĂLDURILOR SPECIFICE ŞI A EXPONENȚILOR ADIABATICI DE TEMPERATURĂ

A. *Gaze arse*

— Intervalul de temperatură 673 — 1673K :

$$C_{pg} = 6{,}5 + \frac{0{,}605}{\lambda} + \left(1{,}241 + \frac{0{,}229}{\lambda}\right) 10^{-3}\,T\,[\text{kcal/kmol}], \tag{IV.1}$$

$$C_{vg} = 4{,}514 + \frac{0{,}605}{\lambda} + \left(1{,}241 + \frac{0{,}229}{\lambda}\right) 10^{-3}\,T\,[\text{kcal/kmol}]. \tag{IV.2}$$

— Intervalul de temperatură 750—2 800K :

$$k = 1{,}254 - \frac{0{,}0372}{\lambda} + \frac{76{,}7}{T}. \tag{IV.3}$$

B. *Aer*

— Intervalul de temperatură 273—973K :

$$C_{pa} = 6{,}588 + 1{,}306.10^{-3}\, T, \tag{IV.4}$$

$$C_{va} = 4{,}602 + 1{,}306 \cdot 10^{-3}\, T, \tag{IV.5}$$

$$k = 1{,}438 - 1{,}05 \cdot 10^{-4}\, T. \tag{IV.6}$$

BIBLIOGRAFIE

1. Al. Dănescu, N. Apostolescu, B. Grünwald, *Determinarea diagramei indicate a unui motor diesel supraalimentat în condițiile limitării solicitărilor mecanice și a temperaturii gazelor arse la evacuare.* St. cerc. energ. electr. **24**, 3 (1973)
2. N. Apostolescu, B. Grünwald, Al. Dănescu, *Particularitățile programului de calcul pentru studiul optimizării energetice a unui motor diesel supraalimentat* (lucrare în manuscris).
3. T. Dudaș, *Contribuții la optimizarea ciclului termic al motorului cu aprindere prin comprimare.* Teză de doctorat, Institutul politehnic București, 1972.
4. G. Sitkei, *Beitrag zur Theorie des Värmeüberganges im Motor.* Konstruktion, 2, 1962.
5. C. Aramă, B. Grünwald, *Motoare cu ardere internă. Procese și caracteristici.* București, Edit. tehnică, 1966.
6. K. Zinner, *Theoretical and experimental investigations on operational procedure involving the use of a complete exhaust turbine compound system.* CIMAC, Coppenhague, Bericht Bd., 1962.
7. A. E. Simson, *Gazoturbinti nadduv dizelei*, Moskva, Mașghiz, 1958.
8. D. A. Portnov, *Bistrohodnie turboporșnevie dvigatelii s vosplamenenie ot sjatia*, Moskva, Mașghiz, 1963.
9. C. A. Vasilescu, V. Pimsner, *Supraalimentarea motoarelor diesel*, București, Editura tehnică, 1965.
10. V. F. Ris, *Compresoare centrifuge*, trad. din l. rusă, București, 1958.

STUDIUL ARDERII UNUI JET DE COMBUSTIBIL LICHID ÎN CÎMP ULTRASONOR

C. JIANU, N. LEMNEANU și M. PETCU

662.61 :662.68

Lucrarea constituie un studiu experimental comparativ al arderii unui jet de combustibil lichid cu și fără ultrasunete.
Rezultatele referitoare la modificările cîmpurilor termice și chimice, ca și cele privind aspectul și geometria flăcărilor vibrate, atestă creșterea vitezei de ardere în cîmp ultrasonor. Pentru diferite frecvențe ale cîmpului ultrasonor s-au obținut caracteristici diferite ale flăcărilor.

1. CONSIDERAȚII TEORETICE

Nevoia de a arde complet combustibilii clasici și la excese reduse de aer a determinat pe cercetători să caute diverse procedee de intensificare a proceselor de ardere. Deseori arderea trebuie să se desfășoare în spații restrînse, iar flăcările să aibă încărcări termice ridicate.

Metodele practice de intensificare a arderii, ca micșorarea dimensiunilor particulelor de combustibil, creșterea vitezei relative între curentul de gaze care participă la reacție și particula de combustibil, turbulența flăcării, recirculația gazelor de ardere fierbinți, turbionarea jeturilor etc., nu sînt suficient de eficiente în multe cazuri. De aici preocuparea multor cercetători de a găsi noi mijloace. Pe această linie se înscriu o serie de încercări [1]—[3], [7]—[10], [12], la care am adăuga și prezenta, de a pune în evidență efectele ultrasunetelor asupra desfășurării proceselor de ardere și pulverizare.

Majoritatea lucrărilor atestă acțiune favorabilă a perturbațiilor elastice asupra formării amestecurilor și creșterii vitezei de ardere a combustibililor.

Lucrarea pe care o prezentăm confirmă acest lucru pentru un jet de combustibil lichid ușor de tip STAS 54—70.

Deși rezultatele existente permit să se afirme că arderea în cîmp sonor sau ultrasonor este o metodă eficace de intensificare a proceselor de ardere, descrierea analitică generală unitară a fenomenelor implicate nu

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 385—413, 1973

este încă posibilă, date fiind complexitatea mecanismelor şi mulţimea parametrilor. Evident, în principal este vorba de o turbulenţă apreciabilă provocată de vibraţiile sonore sau ultrasonore care afectează schimbul de masă şi căldură. Se pare că turbulenţa produsă de undele ultrasonore şi cea creată prin mijloace clasice obişnuite se diferenţiază mai ales prin scară. Nu sînt excluse şi alte efecte, ca cele asupra structurii legăturilor chimice ale particulelor de combustibil şi a produşilor intermediari în diferite faze ale arderii, cunoscută fiind acţiunea ultrasunetelor intense de depolimerizare şi de rupere a legăturilor duble benzenice [3]—[6].

Pentru un jet de combustibil lichid care arde în prezenţa cîmpului ultrasonor, se pot separa următoarele efecte importante [3] dacă aproximăm acest sistem cu un mediu care conţine particule în suspensie : un efect ortocinetic, un efect de atracţie hidrodinamică şi un efect de circulaţie.

Vom prezenta succint cîteva noţiuni şi consideraţii în legătură cu propagarea undelor acustice, cauza acestor efecte.

1.1. PROPAGAREA UNDELOR

Este ştiut că în acustică, şi cu atît mai mult în cazul ultrasunetelor, la o oarecare distanţă de sursa punctuală care a produs perturbaţia undele pot fi considerate plane. Mai mult, fiind vorba de gaze, deci de medii care nu dispun de o rigiditate a formei, deplasarea particulelor fluidului se produce în direcţia propagării undelor, deci avem de-a face cu unde longitudinale.

Propagarea undei acustice se realizează prin comprimări şi rarefieri ale mediului elastic, deci printr-o variaţie a presiunii în timp şi în spaţiu. Acea parte din presiunea totală la un moment dat din care se scade presiunea statică în acel punct reprezintă presiunea acustică, pe care o notăm cu p.

Soluţia generală a ecuaţiei diferenţiale unidimensionale a undei longitudinale plane de formă sinusoidală, care se propagă fără pierderi în mediu perfect elastic, omogen şi izotrop după direcţia x :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}, \tag{1}$$

reprezintă două perturbaţii care se propagă în acelaşi timp cu aceeaşi viteză în sensuri opuse :

$$p = P \cdot e^{j \cdot k(c.t-x)} + P' \cdot e^{jk(c.t+x)} \tag{2}$$

sau, utilizînd relaţiile Euler,

$$p = P\sin(t - kx + \theta) + P'\sin(\omega t + kx + \theta').$$

Dacă mediul este nelimitat, există numai unde progresive, adică acelea care pleacă de la sursă :

$$p = P \cdot e^{jk(c.t-x)}, \tag{3}$$

unde

c este viteza de propagare a undelor longitudinale sau viteza sunetului,

P și P' — amplitudinea presiunii undelor plane de frecvență f care se propagă în direcția x pozitivă și, respectiv, negativă cu viteza C,

$f = \omega/2\pi$ — frecvența undelor,

$k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ — număr de undă sau constantă de fază,

$\lambda = c \cdot T = c/f$ — lungime de undă (T — perioada mișcării),

θ și θ' — defazaje.

Pentru intuirea efectelor în discuție prezintă interes expresiile altor parametri ai mișcării determinate de propagarea undei, ca u, viteza particulei, sau ξ, deplasarea particulei mediului în jurul poziției sale de repaus :

$$u = \frac{p}{\rho \cdot c}, \tag{4}$$

$$\xi = \int u \cdot \mathrm{d}t, \tag{5}$$

unde $\rho \cdot c$ este impedanța caracteristică a mediului, ρ fiind densitatea mediului.

Trebuie precizat că numai în cazul propagării fără pierderi a undelor progresive raportul p/u este o mărime reală $\rho \cdot c$, deoarece presiunea acustică este în fază cu viteza particulei mediului. În general, ele nu se găsesc în fază, și acest raport este o mărime complexă denumită impedanță acustică specifică.

Deși prespune deplasări infinitezimale ale particulei mediului de o parte și de alta a poziției de echilibru, ecuația diferențială a undelor (1) este valabilă și pentru amplitudini finite ale vibrației particulei în gaz ideal dacă $(\partial\xi/\partial x)_{max} \leqslant 0{,}01$, adică dacă presiunea acustică este mai mică decît 1 500 N/m^2, care corespunde unui nivel de presiune sonoră de 145 dB, peste nivelul de referință standard de $2 \cdot 10^{-5}$ N/m^2, limită nedepășită pentru undele produse de dispozitivele cu jet de gaze în domeniul frecvențelor la care se referă prezenta lucrare.

În situația arderii jetului de combustibil lichid, chiar dacă aproximația cu un nor diluat de picături în gaze [15] este rezonabilă, undele acustice care se propagă prin acesta suferă unele reflexii, fiind vorba de un mediu eterogen, ca și datorită faptului că impedanța caracteristică a gazelor fierbinți și a flăcării este diferită de a aerului, deci apar și unde staționare. Așadar, într-un punct din acest mediu, la un moment dat pot trece două unde : una incidentă și alta reflectată, a căror sumă a presiunilor dă presiunea acustică. De asemenea, după reflexie intervine o schimbare de fază pentru viteza particulei sau pentru presiunea acustică, după cum unda se propagă dintr-un mediu mai puțin dens în altul mai dens și invers. La acestea contribuie și faptul că mediul de propagare al undelor nu este infinit, ci limitat de geometria focarului sau a camerei de ardere.

În special în apropierea diuzei injectorului se poate considera că picăturile constituie niște obstacole în cîmpul acustic, care produc o perturbație în propagarea undelor, conducînd la difracția și la difuzia aces-

tora. Aceste efecte sînt cu atît mai accentuate, cu cît raportul dintre diametrul picăturii şi lungimea de undă a ultrasunetului este mai mare.

Rezultă că în sistemul real de ardere undele longitudinale plane se atenuează ca urmare a fenomenelor amintite de reflexie şi de difuzie, ca şi a absorbţiei în gaz a unei fracţii din energia iniţială a acestora, consecinţă a proceselor ireversibile care au loc cu ocazia propagării lor. Dintre cele tei cauze clasice: vîscozitatea, conductibilitatea şi radiaţia căldurii între zonele comprimate şi rarefiate, predominant este efectul viscozităţii, care conduce la o valoare a constantei de atenuare α_{vis} aproximativ de 2 — 3 ori mai mare decît valoarea constantei de atenuare datorită conductibilităţii termice α_{cond}. Valoarea constantei de atenuare α_{rad}, datorită radiaţiei căldurii, se poate neglija, ea urmînd a fi considerată numai în cazul undelor de şoc sau al undelor cu intensităţi foarte mari.

Constanta de atenuare totală are expresia

$$\alpha = \alpha_{vis} + \alpha_{cond} + \alpha_{rad}. \tag{6}$$

Expresiile stabilite de Stokes pentru calculul constantei de atenuare vîscoasă şi a celei corespunzătoare radiaţiei, ca şi cea datorită conductibilităţii termice dată de Kirchoff, sînt

$$\alpha_{vis} = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot \eta}{3 \cdot \rho \cdot c^3}, \tag{7}$$

$$\alpha_{cond} = \frac{2\pi^2 \cdot f^2 \cdot [\chi - 1] \cdot \Lambda}{\rho \cdot c^3 \cdot C_p}, \tag{8}$$

$$\alpha_{rad} = \left[\frac{\chi - 1}{\chi} \right] \frac{q}{2c}, \tag{9}$$

în care

η este coeficient de viscozitate dinamică,

χ — raportul căldurilor specifice la presiune constantă Cp şi la volum constant Cv;

Λ — coeficientul de conductibilitate termică,

q — coeficient de răcire a masei gazului, dat de legea lui Newton $[T - T_1] = [T_0 - T_1]\ e^{-qt}$,

unde

$(T - T_1)$ şi $(T_0 - T_1)$ sînt excesele de temperatură la timpul t şi, respectiv, la timpul zero.

Soluţia generală a ecuaţiei diferenţială a mişcării în cazul propagării undei acustice printr-un mediu real în care se produc pierderi de energie:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{R}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial t} = C^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}, \tag{10}$$

este

$$P = P \cdot e^{-(\alpha + jk)x} \cdot e^{jwt} + P' \cdot e^{(\alpha + jk)x} \cdot e^{jwt}, \tag{11}$$

în care

R este factor de rezistență,

$\alpha = R / 2\, w\, \rho_0$ — constanta de atenuare, care indică scăderea presiunii acustice pe unitatea de lungime,

$\gamma = (\alpha + jk)$ — constanta de propagare a undei.

În cazul undelor plan progresive, variația cu distanța față de valorile inițiale a presiunii și a intensității acustice este dată de relația

$$p = P_0 \cdot e^{-\alpha x} \tag{12}$$

$$I = I_0 \cdot e^{-2\alpha x} \tag{13}$$

Interesată pentru propagarea undelor prin jetul de picături este și concluzia lui Nakamura [19] că, pentru cazul bilelor de sticlă cu dimensiuni mult mai mici decît lungimea de undă, în aer, la frecvențe sonore, se observă o diminuare a atenuării și o creștere a vitezei de propagare, cînd diametrul bilelor de mărește.

1.2. EFECTUL ORTOCINETIC

În situația jetului asimilat cu un nor de picături în gaz în prezența cîmpului ultrasonor, în afară de mișcarea proprie picăturile sînt animate și de o mișcare vibratorie ca urmare a propagării undelor, căreia i se opune viscozitatea mediului, apărînd astfel forțe de inerție care se opun deplasării. Astfel, între mișcările picăturii și ale gazului rezultă o diferență de amplitudine și un decalaj de fază, deci cîmpul face ca fiecare picătură care arde să fie energic și permanent baleată. Acest efect este întîlnit sub numele de efect ortocinetic.

Este ușor din intuit aportul acestui efect asupra creșterii vitezei de ardere a jetului de combustibil lichid dacă modurile cunoscute prin care viteza relativă afectează arderea unei picături [13] ar fi reconsiderate la scara variațiilor importante de viteză produse de cîmpul ultrasonor în fiecare punct.

Redăm mai jos relațiile de calcul a efectului ortocinetic conform [3], [6]. Ecuațiile mișcării picăturii și a gazului într-un punct al cîmpului acustic sînt

$$u_g = U_g \sin(\omega t + \theta_g), \tag{14}$$

$$u_p = U_p \sin(\omega + \theta_p) \tag{15}$$

Amplitudinea relativă a mișcării picăturilor și a gazului se exprimă prin relația

$$\frac{U_p}{U_g} = \frac{\xi_p}{\xi_g} = \frac{1}{\sqrt{1 + \dfrac{\pi \cdot \rho_p \cdot f \cdot d^2}{9\eta}}}, \tag{16}$$

iar defazajul între cele două mişcări ($\theta_g - \theta_p$) se calculează cu expresia

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{\pi \cdot \rho_p \cdot f \cdot d^2}{9\eta}, \tag{17}$$

în care

ρ_p reprezintă masa specifică a picăturilor,
d — diametrul picăturilor considerate sferice,
η — viscozitatea dinamică a gazului,
f — frecvenţa ultrasunetului,
u_p, u_g şi ξ_p, ξ_g — viteze şi deplasări ale picăturii şi gazului pe direcţia propagării undei.

Din ultimele două relaţii este evident că picăturile jetului urmăresc cu atît mai puţin mişcările gazului, respectiv baleiajului este cu atît mai puternic, cu cît raportul ξ_p/ξ_g este mai mic sau cu cît ψ se apropie de $\pi/2$. Rezultă că efectul ortocinetic este mai pronunţat tocmai asupra picăturilor mai mari, situaţie încurajatoare pentru arderea jeturilor reale polidisperse şi în special în imediata vecinătate a diuzei injectorului. Acest efect este mai favorabil în domeniul ultrasonor.

Trebuie remarcat că, datorită diferenţei dintre posibilitatea picăturilor foarte fine de a urma mişcările vibratorii ale mediului gazos şi imposibilitatea de deplasare a celor mai mari, ar putea apărea ciocniri între ele, fiind posibilă deci şi fuziunea acestora. Ar mai trebui adăugate concluziile multor autori [13], [14], [17] care în studiul convecţiei forţate asupra arderii picăturilor şi norului de combustibil au observat: reduceri importante ale valorilor coeficienţilor de rezistenţă la mişcarea picăturilor care ard sau se evaporă comparativ cu mişcarea în aceleaşi condiţii a sferelor inerte, influenţa acceleraţiei asupra coeficientului de rezistenţă al sferei [18] şi diminuarea acestuia cu creşterea valorii numărului Reynolds.

1.3. EFECTUL DE ATRACŢIE HIDRAULICĂ

Un alt efect al ultrasunetului asupra particulelor în suspensie într-un gaz este acela de atracţie hidraulică, care se bazează pe principiul, cunoscut din mecanica fluidelor, potrivit căruia curgerea unui fluid între două corpuri sferice provoacă atracţia acestora, forţa de atracţie devenind maximă atunci cînd direcţia de curgere este perpendiculară pe linia centrelor celor două sfere.

Forţa de atracţie de acest tip, F este proporţională cu cubul razelor particulelor r_{p1}, r_{p2} şi cu pătratul vitezei relative ΔU a particulelor şi gazelor şi invers proporţională cu distanţa dintre particule 1 la puterea a patra:

$$F = \frac{3}{2} \pi \rho \frac{r_{p1}^3 r_{p2}^3}{1^4}. \tag{18}$$

Rezultă că acest fenomen este important acolo unde norul de picături este concentrat şi picăturile au dimensiuni mari, adică la începutul flăcării. Întrucît acest fenomen facilitează aglomerarea picăturilor prin

ciocnire, este nedorit pentru ardere. Din lucrarea [3] se desprinde concluzia că finețea de pulverizare a unui jet de kerosen în lipsa flăcării este înrăutățită de prezența ultrasunetelor. Totuși, rezultatele de pînă acum în materie de desprăfuire a gazelor arată că pentru obținerea unei aglomerări apeciabile de particule este necesar ca produsul (wați/cm^2 $\times$timpul de expunere în secunde $\times$ concentrația) să fie mare. Însă la arderea jeturilor de combustibil, avînd în vedere timpul de expunere extrem de redus și concentrația nu prea mare * de picături care se diminuează rapid datorită arderii și evaporării la mică distanță de arzător, efectul de coalescență nu este predominant.

1.4. EFECTUL DE CIRCULAȚIE

Ultimul dintre efectele în discuție este cel de circulație. Stabilirea unui regim de unde staționare în sistemul de ardere face ca între noduri și ventre să existe mișcări de circulație. Efectul de circulație contribuie la omogenizarea amestecului, și asigură penetrația oxigenului în miezul flăcării.

Ar exista și unele argumente contra, și anume constatările că cîmpurile de unde staționare sînt cele care asigură randamente ridicate de desprăfuire a gazelor cu suspensii mecanice, aglomerările de particule producîndu-se în noduri. Oricum, această agitație contribuie pozitiv la creșterea vitezei de ardere a jetului prin efecte de stimulare a schimbului de masă și căldură [1], [3], [11], [16]. Picăturile care ard sau se evaporează în jet nu sînt simple particule într-un mediu gazos, ci niște surse de vapori combustibili [13] — [15].

1.5. ALTE EFECTE

Evident, în afara celor trei efecte principale pe care am încercat să le prezentăm mai sus, este posibil ca ultrasunetele să producă asupra arderii și alte efecte ca cele chimice [3]—[6] sau cele de extragere a substanței din picătură sub formă de vapori sau lichid.

Ultimul efect, analog uscării cu ultrasunete [5], [6], s-ar datora succesiunii zonelor de depresiune și de presiune realizate la suprafața picăturii cu prilejul propagării undelor în mediu, mecanism similar celui de sugere a lichidului cu un burete supus la o serie de presiuni alternative.

Efectele chimice ale ultrasunetelor nu sînt încă pe deplin clarificate.

2. MODUL DE LUCRU ȘI INSTALAȚIA UTILIZATĂ

2.1. SCOPUL LUCRĂRII

Ne-am propus să studiem comparativ arderea aceluiași jet de combustibil lichid la același exces de aer, folosind un singur focar și același arzător, în prezența și în lipsa cîmpului ultrasonor.

S-au determinat cîmpurile termice şi chimice ale flăcării nevibrate şi ale flăcărilor vibrate. Frecvenţele fundamentale ale cîmpurilor în care s-au realizat flăcările vibrate au fost 11,8, kHz 17,4 kHz şi 29,5 kHz; armonicile de ordinul întîi fiind 35,4 kHz, 52 kHz şi 88,5 kHz.

Toate încercările s-au efectuat la un debit de 280 kg/h combustibil lichid uşor tip 2 STAS 54—70 şi la un exces de aer $n = 1{,}2$:

$$n = \frac{L_r}{L_0}, \tag{19}$$

în care L_0 şi L_r reprezintă cantitatea reală şi respectiv cantitatea teoretică de aer necesar arderii unui kg de combustibil.

Valoarea debitului ales reprezintă o sarcină minimă pentru arzătorul utilizat, deci o situaţie dezavantajoasă pentru condiţiile de ardere. Excesul de aer de 20 % este valoarea cea mai mică la care s-a putut asigura cu acest arzător o ardere acceptabilă şi o flacără cu geometrie şi aspect în limitele prevederilor din caietul de sarcini. Cîmpul ultrasonor a fost produs de un dispozitiv cu jet de aer alcătuit din fluiere Hartmann.

Pentru încercările de ardere în cîmp ultrasonor a fost eliminat din echiparea arzătorului, deflectorul prevăzut cu palete de turbionare pentru aerul de ardere. Motivul a fost acela de a ne situa în varianta cea mai defavorabilă din punctul de vedere al asigurării condiţiilor de ardere, adică fără aer turbionar care să stimuleze formarea amestecului şi în absenţa stabilizatorului de flacără. În locul deflectorului s-a montat emiţătorul de ultrasunete; în rest, focarul experimental şi instalaţia de ardere au rămas identice.

Lucrarea prezentată are caracter experimental. S-a urmărit ca pe baza măsurătorilor şi observaţiilor efectuate asupra flăcărilor să se tragă concluzii de interes practic referitoare la creşterea vitezei de ardere şi asupra modificării caracteristicilor flăcărilor supuse ultrasunetelor în raport cu cele realizate cu instalaţiile clasice. Pentru ca rezultatele obţinute la arderea în cîmp ultrasonor să fie fără echivoc, am efectuat şi o încercare de ardere în prezenţa unor jeturi de aer comprimat cu aceeaşi distribuţie şi debit ca cea utilizată în emiţătoarele de ultrasunete în probe analoage. În această situaţie, flacăra a fost ruptă şi nu am putut obţine o flacără stabilă.

2.2. INSTALAŢIILE UTILIZATE

Pentru efectuarea încercărilor am folosit următoarele instalaţii, pe care le descriem succint mai jos.

2.2.1. Focarul

Focarul experimental utilizat este un stand cu pereţii răciţi pentru încercat arzătoare, pe care îl prezentăm în figura 1. Este constituit din 10 celule din tablă de oţel prin care circulă apă de răcire vehiculată cu o pompă. Celulele sînt coaxial înseriate, astfel ca spaţiul răcit pe care îl cuprind în interior să formeze un tub focar cilindric cu diametrul de 2 m

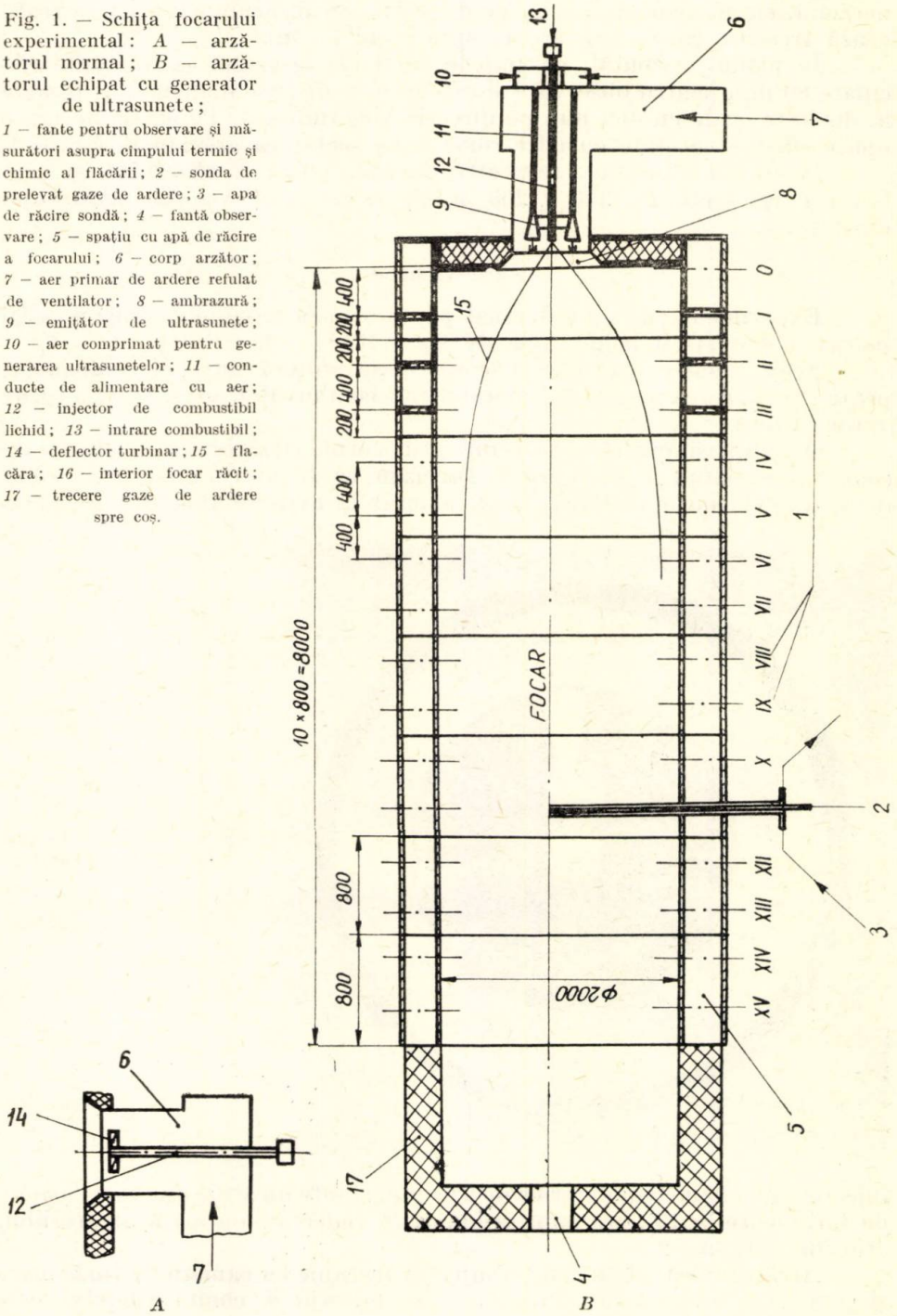


Fig. 1. — Schița focarului experimental: *A* — arzătorul normal; *B* — arzătorul echipat cu generator de ultrasunete;

1 — fante pentru observare și măsurători asupra cîmpului termic și chimic al flăcării; *2* — sonda de prelevat gaze de ardere; *3* — apa de răcire sondă; *4* — fantă observare; *5* — spațiu cu apă de răcire a focarului; *6* — corp arzător; *7* — aer primar de ardere refulat de ventilator; *8* — ambrazură; *9* — emițător de ultrasunete; *10* — aer comprimat pentru generarea ultrasunetelor; *11* — conducte de alimentare cu aer; *12* — injector de combustibil lichid; *13* — intrare combustibil; *14* — deflector turbinar; *15* — flacără; *16* — interior focar răcit; *17* — trecere gaze de ardere spre coș.

şi lungimea de 8 m, la sfîrşitul căruia se mai adaugă o cameră de zidărie nerăcită, cu adîncimea de 2 m pe direcţia axei focarului, în care se realizează trecerea gazelor de ardere spre coşul de fum.

În planul orizontal, pe ambele părţi ale focarului există fante circulare 80 mm pentru observare şi măsurători, dispuse diametral şi plasate la distanţe egale cu 400 mm pe direcţie longitudinală. Perechile de fante opuse sînt numerotate cu cifre romane pe secţiunea arătată în figura 1.

Interiorul focarului, respectiv flacăra, poate fi observată şi prin fanta *4* din spate de 200 × 200 mm², ca şi prin vizorul arzătorului din faţă.

2.2.2. Arzătorul

Experimentările s-au efectuat pe un arzător monobloc de uz general pentru combustibil lichid uşor de tip AMAL—600.

Acest arzător cuprinde în construcţie unitară întregul echipament pentru prepararea şi arderea amestecului combustibil, ca şi instalaţia de automatizare.

O schiţă simplistă a secţiunii prin corpul arzătorului original este redată în varianta *A* din figura 1. Precizăm că diametrul ambrazurii cilindrice este Ø 400 mm. Deflectorul, montat la extremitatea tubului port-

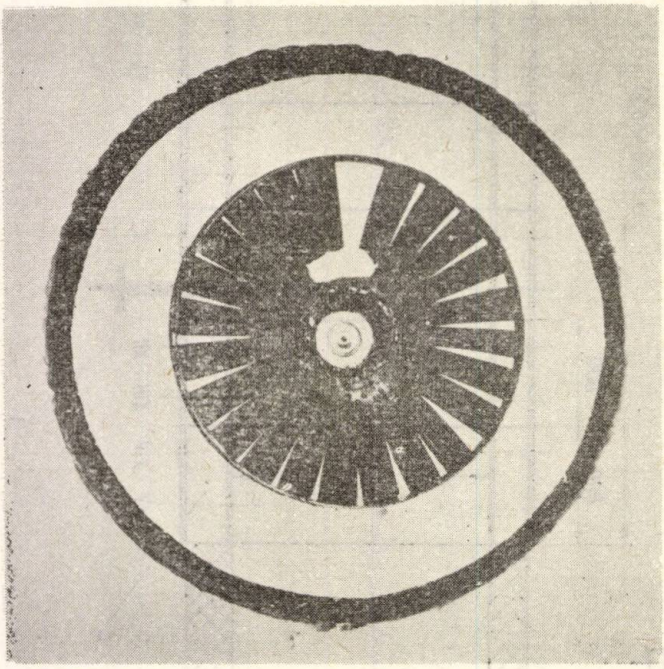


Fig. 2. — Vedere frontală a gurii arzătorului normal.

injector, are diametrul exterior de 215 mm şi este alcătuit din 24 de palete de turbionare la 45°, aşa cum se indică în vederea frontală a arzătorului, arătată în figura 2.

Arzătorul este dotat cu un injector mecanic cu cameră de turbionare şi retur frontal periferic. Presiunea de injecţie a combustibilului este

25 kg/cm^2. Unghiul maxim de pulverizare corespunzător debitului minim de combustibil ars este 71°. Aerul de ardere livrat de ventilatorul propriu al arzătorului are presiunea de 150 mm H_2O.

Montarea arzătorului pe focar s-a făcut cu asigurarea coaxibilității acestora, așa cum reiese din figura 1.

2.2.3. Generatorul de ultrasunete

La realizarea emițătorului de ultrasunete am avut în vedere ca acesta să fie puternic, robust, simplu și ieftin, să prezinte multiple posibilități de reglare și ușoară adaptabilitate și să permită transferul eficient al energiei ultrasonore către întreg volumul flăcării. Dispozitivul imaginat și construit de noi (fig. 3—7) este de tipul celor mecanice cu jet de aer, constînd în principiu din opt fluiere Hartmann—Savory, plasate echidistant pe circumferința unui distribuitor de aer.

Din secțiunea prezentată în figura 3 (*3—7*) rezultă că părțile principale ale generatorului de ultrasunete sînt : distribuitorul de aer *1*, de formă toroidală mult alungită din considerente aerodinamice, primește aerul comprimat la 3 kg/cm^2 prin patru conducte care asigură uniformimitatea repartiției aerului distribuit către cele opt elemente emițătoare. Corpul fiecărui element producător de ultrasunete *4*, răcit în interior de aerul activ, iar în exterior de aerul de ardere, constituie o continuare a formei aerodinamice a colectorului distribuitor. Ajutajul convergent *2* realizează destinderea aerului pînă la presiunea critică. Camera de rezonanță *3*, realizată ca un tub acustic închis la un capăt prin pistonul solidar cu tija *6*, face ca, datorită distribuției periodice a presiunii în lungul jetului de aer de la ieșirea din ajutaj pînă la această cavitate, să selecteze funcție de adîncimea sa și de distanța față de ajutaj o frecvență fundamentală cu care va vibra aerul conținut.

Motivul pentru care s-a ales tubul de rezonanță înschis la un capăt este acela că în acesta se reproduc numai armonicile de ordin impar, deci oferă posibilitatea ca energia sonoră să fie în principal repartizată pe frecvența de bază. Acest lucru este important pentru concluziile privind influența frecvenței cîmpului asupra proceselor de ardere. Alte motive ar fi că ne permite reglajul simplu al frecvenței prin modificarea adîncimii cavității de rezonanță realizată de poziția pistonului în aceasta, cum și argumentul constructiv. Este evident din figurile 3—7 că tot atît de lesnicios poate fi reglată și distanța dintre ajutaj și cavitatea rezonatoare.

Raportul dintre diametrul secțiunii camerei rezonatoare și cel al ajutajului în secțiunea de ieșire a fost ales 1,25 pentru a se obține puterea maximă radiată. Reflectorul *5*, construit ca o suprafață sferică, lucie, din oțel, dirijează și concentrează intensitatea ultrasunetelor în flacără. Interesul nostru este ca în volumul ocupat de flacără să obținem concentrarea întregii energii a ultrasunetelor produse de generator, căci aici este sediul reacțiilor de ardere. Este posibil a deplasa după voie focarul reflectorului concav prin deplasări ale ajutajului sau ansamblului tijă-cavitate rezonatoare.

Poziția rezonatorului de ultrasunete în arzător este precizată de figura 1, varianta *B*, și de figurile 3 și 7, ultima reprezentînd o vedere frontală a arzătorului.

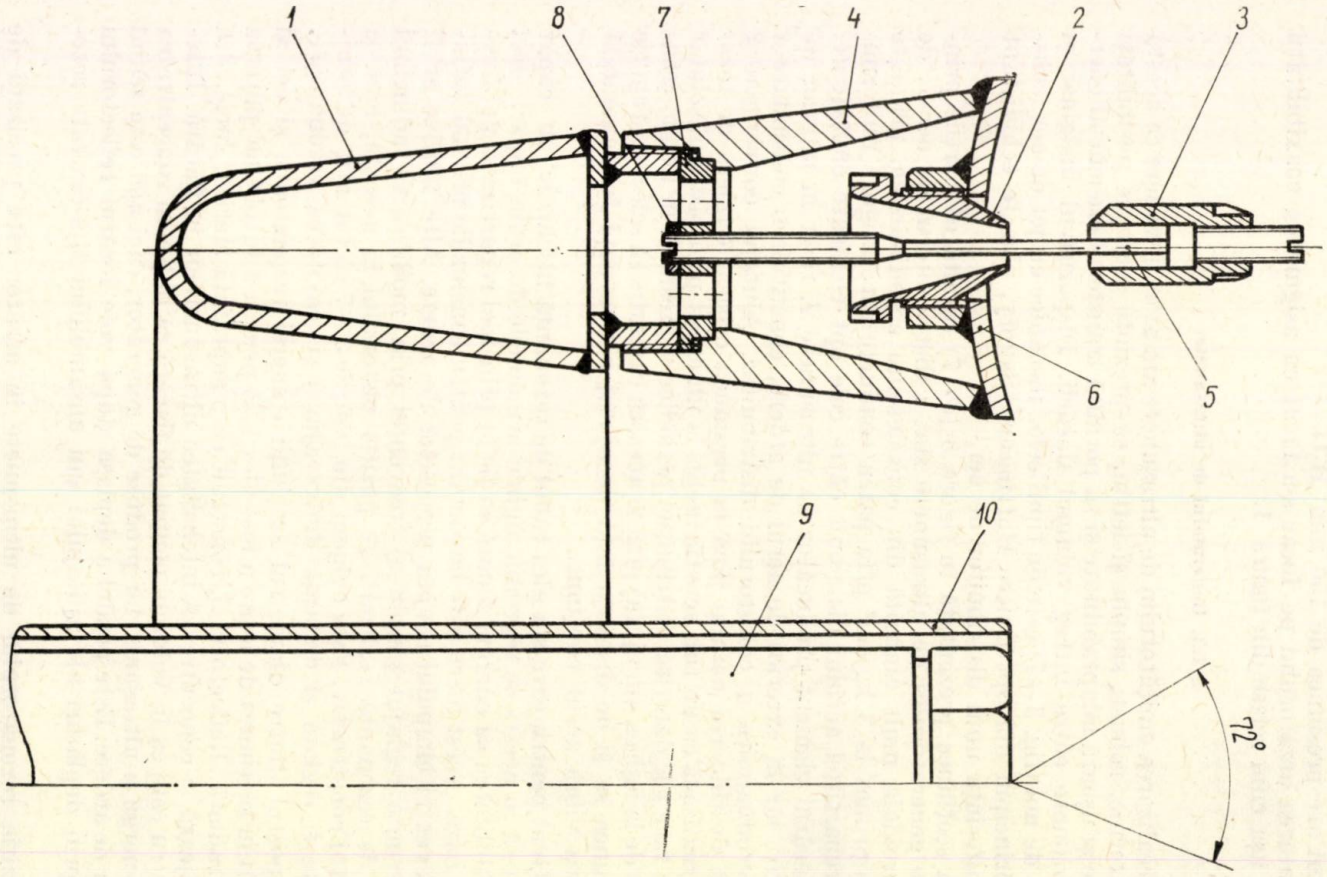


Fig. 3. — Secţiune prin generatorul de ultrasunete montat pe tub portinjector:
1 — colector distributiv de aer; *2* — ajutaj de ieşire aer; *3* — camera de rezonanţă; *4* — corp element; *5* — tija reglabilă solidară cu un piston; *6* — reflector; *7* — pastila de trecere; *8* — piuliţă reglaj; *9* — pulverizator cu camera de turbinare; *10* — tub portinjector.

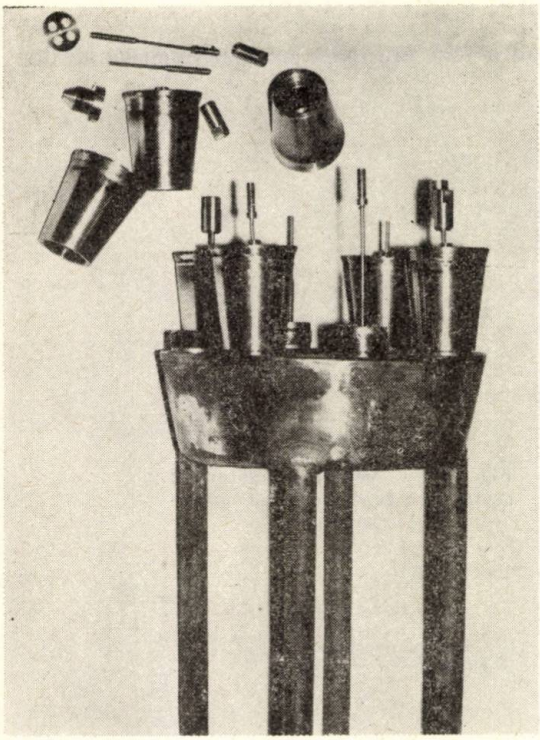


Fig. 4. — Vederea emițătorului de ultrasunete și a elementelor componente.

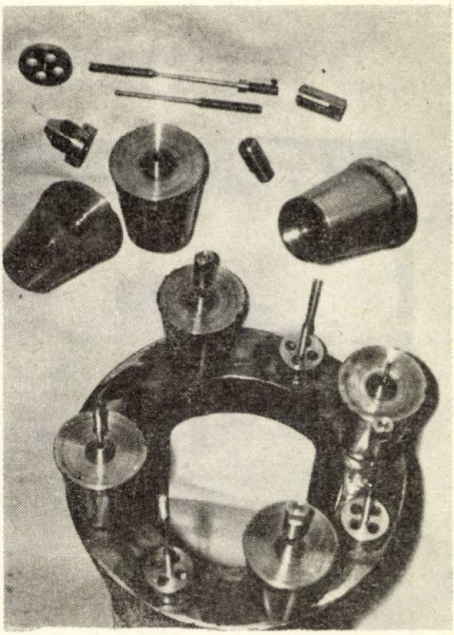


Fig. 5. — Elementele generatorului de ultrasunete.

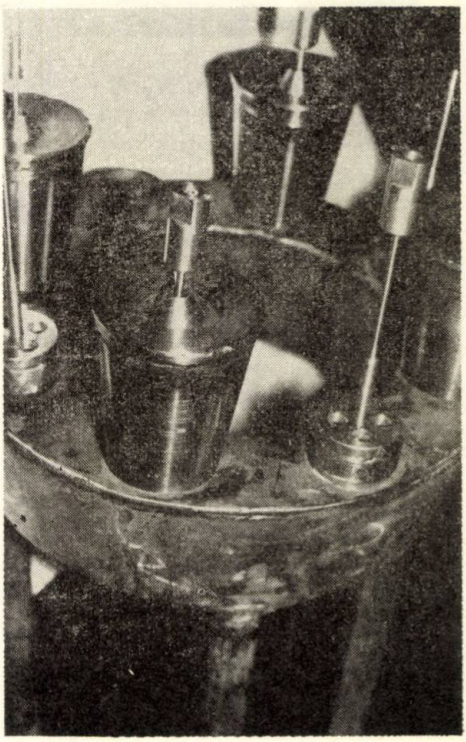


Fig. 6. — Generatorul de ultrasunete.

Deflectorul din arzătorul clasic a fost eliminat pentru încercările de ardere în cîmp ultrasonor.

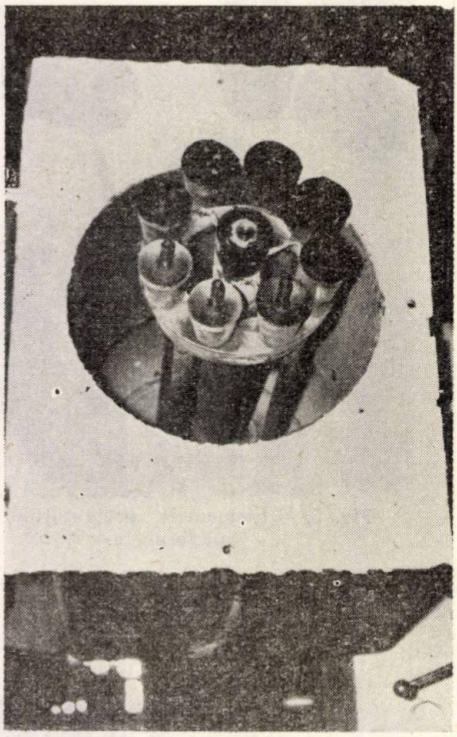


Fig. 7. — Vederea arzătorului echipat cu generatorul de ultrasunete.

În figurile 4, 5 şi 6 pot fi observate nişte tije simple care nu au practicate pe ele piston şi care montate ca în figura 5, păstrează secţiunea de ieşire a ajutajului în cadrul încercărilor cu jet de aer fără cîmp ultrasonor.

2.2.4. Aparatura

Analiza gazelor de ardere s-a efectuat cu analizoare chimice Orsat pentru CO_2 şi O_2 şi cu un analizor cu absorbţie de radiaţii infraroşii de tip Uras pentru conţinutul de CO. S-a utilizat pentru determinarea procentului de O_2 şi un analizor paramagnetic de tip Oxygor. Cifra de fum s-a determinat prin metoda Bacharach, folosind hîrtie de filtru, pompa şi scara Bacharach. Probele de gaze au fost prelevate din focar cu o sondă de aspiraţie răcită, indicată în figura 1.

Temperatura de radiaţie a fost măsurată cu pirometre de radiaţie totală tip Paul Braun şi milivoltmetre indicatoare de acelaşi tip. Măsurarea temperaturii de strălucire a flăcării s-a realizat cu pirometre de comparaţie cu dispariţia filamentului cu filtru roşu de tip Pyrolux I.

Debitul de combustibil ars a fost determinat prin metoda gravimetrică. Măsurarea debitelor de aer s-a realizat prin presiunea diferenţială provocată de o diagramă, indicaţia făcîndu-se pe un manometru diferenţial umplut cu apă.

2.3. COMBUSTIBILUL UTILIZAT

În timpul tuturor experienţelor s-a ars acelaşi combustibil lichid uşor de tip 2 STAS 54—70. Caracteristicile acestuia sînt :

Densitate la 20°C		0,910	kg/dm³
Viscozitatea la 20°C		2,64	°E
Analiza elementară :	C	86,88	%
	H	11,42	%
Conţinut de apă		0,17	%
Putere calorifică :			
	inferioară	9820	kcal/kg
	superioară	10419	kcal/kg
CO_{2max} $(n=1)$		15,63	%

2.4. MODUL DE LUCRU

Expunem pe scurt modul de lucru, pentru a realiza intenţia anunţată în 2.1 de a determina cantitativ şi calitativ caracteristicile flăcării atunci cînd arderea se desfăşoară în cîmp ultrasonor şi ale flăcării normale.

Pentru fiecare încercare s-a fixat debitul de combustibil şi s-a reglat aerul astfel ca la sfîrşitul flăcării (fanta XI din fig. 1) să avem un exces de aer egal cu 1,2. Timp de o oră înainte de măsurători şi pe tot parcursul acestora s-a menţinut regimul fixat. De asemenea, depresiunea în focar a fost menţinută constantă la o valoare minimă de circa 1 mm H_2O, în cursul tuturor încercărilor.

2.4.1. Determinarea cîmpului termic

Succesiv prin zece din perechile de fante practicate în pereţii focarului şi indicate cu cifre romane pe schiţa din figura 1, flacăra a fost vizată cu pirometre de radiaţie totală şi cu pirometre de comparaţie cu filtru roşu pe ambele părţi şi pe toată lungimea. Astfel au fost măsurate temperaturile de radiaţie *tr* şi temperaturile de strălucire *ts* în roşu ale flăcării pe direcţie longitudinală :

$$Tr = (\mathrm{tr} + 273)°\mathrm{K} \text{ şi } Ts = (\mathrm{ts} + 273)°\mathrm{K}. \tag{20}$$

Cu aceste caracteristici experimentale şi ţinînd seama că lungimea de undă a radiaţiei în roşu este $\lambda = 0{,}665\ \mu$, pot fi determinate prin calcul şi celelalte mărimi care determină cîmpul termic ale flăcării :

t — temperatura reală în °C,

ε_λ — factorul de emisie monocromatic,

ε — factorul de emisie total,

$$T = (t + 273)°\mathrm{K}. \tag{21}$$

Acest lucru este posibil prin rezolvarea sistemului de ecuaţii alcătuit prin considerarea legii lui Planck, Stefan-Boltzman şi relaţiei Holborn şi Kurlbaum, redate mai jos. Constanta $C_2 = 14\,380\ \mu°\mathrm{K}$.

Rezolvarea sistemului s-a efectuat pe un calculator electronic. Schema logică este prezentată în figura 9.

Rezolvarea sistemului

$$\frac{1}{Ts} - \frac{1}{T} = \frac{\lambda}{C_2} \ln \frac{1}{\varepsilon_\lambda}, \tag{22}$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{1}{\varepsilon}} \cdot Tr, \tag{23}$$

$$\varepsilon - 1 - \left(\frac{C_2}{C_2 - \lambda \cdot T \cdot \ln(1 - \varepsilon_\lambda)} \right), \tag{24}$$

în care necunoscutele sînt T, ε_λ, ε s-a făcut în felul următor : din ecuaţia (22) se poate scoate (25), din (23) se calculează ε (26) :

$$T = \frac{1}{\frac{1}{Ts} + \frac{\lambda}{C_2} \ln \varepsilon_\lambda}, \tag{25}$$

$$\varepsilon = \left(\frac{Tr}{T} \right)^4, \tag{26}$$

$$\left(\frac{Tr}{Ts} + \frac{\lambda}{C_2} Tr \ln \varepsilon_\lambda \right)^4 = 1 - \left(\frac{C_2}{C_2 - \frac{\lambda \cdot \ln (1 - \varepsilon_\lambda)}{\frac{1}{Ts} + \frac{\lambda}{C_2} \ln \varepsilon_\lambda}} \right)^4. \tag{27}$$

Relaţia (27) rezultă din (24) prin substituirea variabilelor T şi ε din (22) şi (23). Relaţia (27) reprezintă o ecuaţie cu o necunoscută ε_λ, care nu poate fi soluţionată analitic.

Dacă se pune relaţia (27) sub forma

$$\varphi_1(\varepsilon_\lambda) = \varphi_2(\varepsilon_\lambda), \tag{28}$$

o rezolvare posibilă ar fi cea grafică figura 8.

Dînd valori parametrului ε_λ în domeniul 0—1 (domeniul de existenţă a funcţiilor $\ln \varepsilon_\lambda$ şi $\ln (1 - \varepsilon_\lambda)$) şi reprezentînd funcţiile φ_1 şi φ_2 la intersecţie, se obţine punctul ε_λ, care satisface relaţia (27). Rezolvarea grafică fiind greoaie şi susceptibilă de erori s-a recurs la o rezolvare numerică bazată pe acelaşi principiu (fig. 9). Funcţiile φ_1 şi φ_2 diferă în valoare absolută cu mai puţin de 10^{-6} atunci cînd se găseşte soluţia.

Ciclul se reia pentru alte date de intrare, corespunzînd seturilor de măsurători efectuate. Rezultatele obținute sînt prezentate grafic funcție de distanța de la gura arzătorului în capitolul următor.

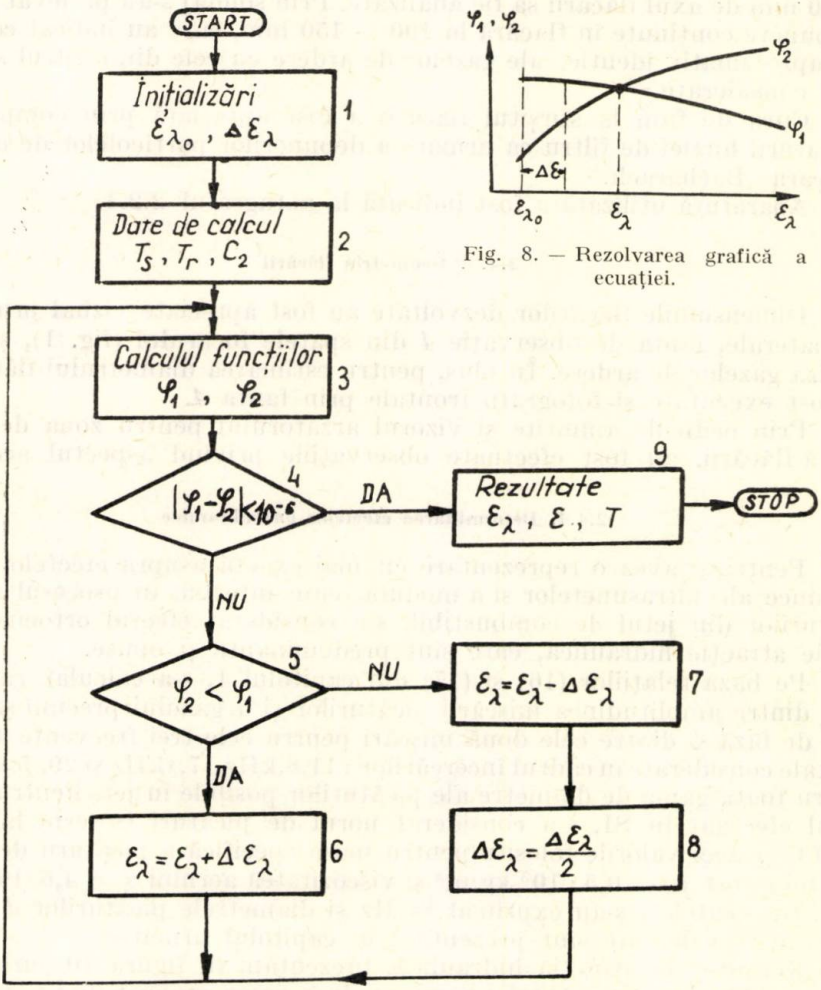


Fig. 8. — Rezolvarea grafică a ecuației.

Fig. 9. — Schema logică de soluționare a ecuațiilor (22), (23), și (24).

2.4.2. Investigarea cîmpului chimic

Spre deosebire de cîmpul termic, cîmpul chimic a fost investigat numai în cinci din cele zece secțiuni transversale posibile pe direcția longitudinală a flăcării prin perechile pare de fante diametral opuse indicate prin cifre romane pe secțiunea focarului din figura 1. În fiecare dintre aceste secțiuni s-a determinat compoziția gazelor de ardere CO_2, O_2 și CO în centrul secțiunii, adică pe axa geometrică arzător — focar, și în două puncte la distanțe egale cu 250 mm de o parte și de alta a centrului secțiunii respective pe același diametru și circonferință. Probele analizate au fost recoltate prin intermediul sondei de aspirație răcite.

Pentru arderea în cîmp ultrasonor, aşa cum reiese din rezultatele experimentale prezentate la punctul 3, flacăra a fost foarte compactă. Diametrul dezvoltat, fiind circa 0,5 m, nu a permis ca punctele plasate la 250 mm de axul flăcării să fie analizate. Prin sondaj s-au prelevat probe din puncte conţinute în flacără la 100 — 150 mm, care au indicat compoziţii aproximativ identice ale gazelor de ardere cu cele din centrul secţiunilor considerate.

Cifra de fum la sfîrşitul flăcării a fost apreciată prin comparaţia coloraturii hîrtiei de filtru ca urmare a depunerilor particolelor de carbon cu scara Bacharach.

Aparatură utilizată a fost indicată la paragraful 2.2.4.

2.4.3. Geometria flăcării

Dimensiunile flăcărilor dezvoltate au fost apreciate vizual prin fantele laterale, fanta de observaţie *4* din spatele focarului (fig. 1), şi prin analiza gazelor de ardere. În plus, pentru estimarea diametrului flăcărilor au fost executate şi fotografii frontale prin fanta *4*.

Prin orificiile amintite şi vizorul arzătorului pentru zona de acroşare a flăcării, au fost efectuate observaţiile privind aspectul acestuia.

2.4.4. Determinarea efectelor gazodinamice

Pentru a avea o reprezentare cît mai exactă asupra efectelor gazodinamice ale ultrasunetelor şi a modului cum intervin în procesul arderii picăturilor din jetul de combustibil, s-a considerat efectul ortocinetic şi cel de atracţie hidraulică, care sînt predominante şi opuse.

Pe baza relaţiilor (16) şi (17) din capitolul 1, s-a calculat raportul ξ_p/ξ_g dintre amplitudinea mişcării picăturilor şi a gazului precum şi decalajul de fază ψ dintre cele două mişcări pentru cele trei frecvenţe fundamentale considerate în cadrul încercărilor : 11,8,kHz 17,4kHz şi 29, 5 kHz, şi pentru toată gama de diametre ale picăturilor posibile în jet. Pentru acest calcul efectuat în SI, s-a considerat norul de picături izoterm la circa 1 000°C şi deci valorile folosite pentru masa specifică a picăturii de combustibil a fost $\rho_p = 0{,}5 \cdot 10^3$ kg/m^3 şi viscozitatea aerului $\eta = 4{,}6 \cdot 10^{-5}$ kg/ /ms ; frecvenţele f s-au exprimat în Hz şi diametrele picăturilor d în m. Rezultatele calculate sînt prezentate în capitolul următor.

Referitor la atracţia hidraulică, prezentăm în figura 10 curba clasată pe diametre de picături a unui jet de kerosen realizat de un injector tip Hispano fără ardere, în prezenţa şi în lipsa cîmpului ultrasonor, stabilită de prof. Kling printr-o metodă microfotografică. Acest grafic preluat [3] constituie un material calitativ util pentru interpretarea rezultatelor noastre.

3. REZULTATELE EXPERIMENTALE

S-a căutat ca prezentarea rezultatelor obţinute să fie sugestivă şi să ofere posibilitatea unei comparaţii uşoare a cîmpurilor termice sau chimice ale flăcărilor studiate. De aceea am folosit aici reprezentarea

grafică a mărimilor caracteristice, determinate pentru fiecare dintre cele zece felii de flacără corespunzătoare fantelor de măsurare şi observare practicate pe lungimea focarului şi numerotate cu cifre romane începînd de la gura arzătorului spre fundul acestuia în figura 1 şi în reprezentările următoare.

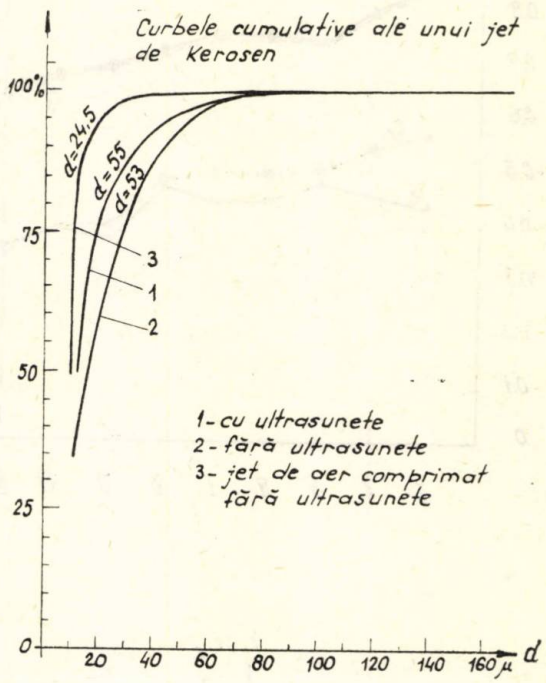


Fig. 10. — Curbele cumulative ale unui jet de kerosen.

3.1. CÎMPUL TERMIC

Mărimile obţinute care determină cîmpul termic al flăcării, ca temperatura de strălucire *ts*, temperatura de radiaţie *tr*, temperatura reală *t*, factorul de emisie monocromatic ε_λ şi factorul de emisie total ε, sînt prezentate grafic, în funcţie de lungimea flăcării, în figurile 11—14. Figura 11 reprezintă cîmpul termic al flăcării normale a arzătorului, iar figurile 12, 13 şi 14 se referă la arderea în prezenţa cîmpului ultrasonor.

Observînd aceste reprezentări grafice, constatăm că valoarea factorului de emisie monocromatic este aproximativ dublă decît valoarea factorului de emisie total.

Flacăra nevibrată (fig. 11), prezintă o valoare ridicată a factorului de emisie monocromatic, $\varepsilon_\lambda > 0{,}9$, aproape pe întreaga lungime a sa. Între fantele *III* şi *VII* acesta prezintă maxime care ating valoarea $\varepsilon_\lambda \approx 0{,}94$. Valorile ridicate ale factorului de emisie monocromat indică existenţa în flacără a unor pulberi de particule solide, semn al carburării flăcării în condiţiile arderii normale. De o manieră asemănătoare variază şi factorul de emisie total, care se menţine la o valoare superioară cifrei 0,45 pînă la fanta *VI*, după care scade spre sfîrşitul flăcării la $\varepsilon = 0{,}37 \ldots 0{,}4$.

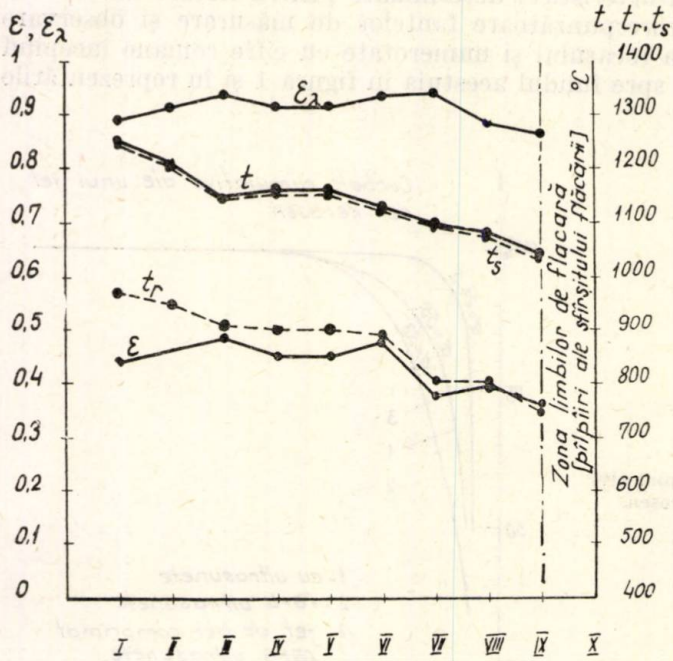


Fig. 11. — Cîmpul termic al flăcării nevibrate.

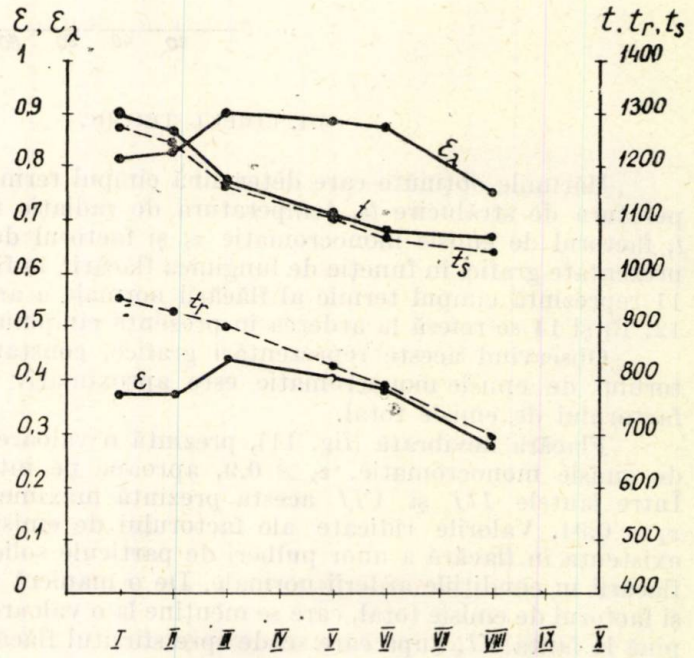


Fig. 12. — Cîmpul termic al flăcării vibrate de 11,8 KHz.

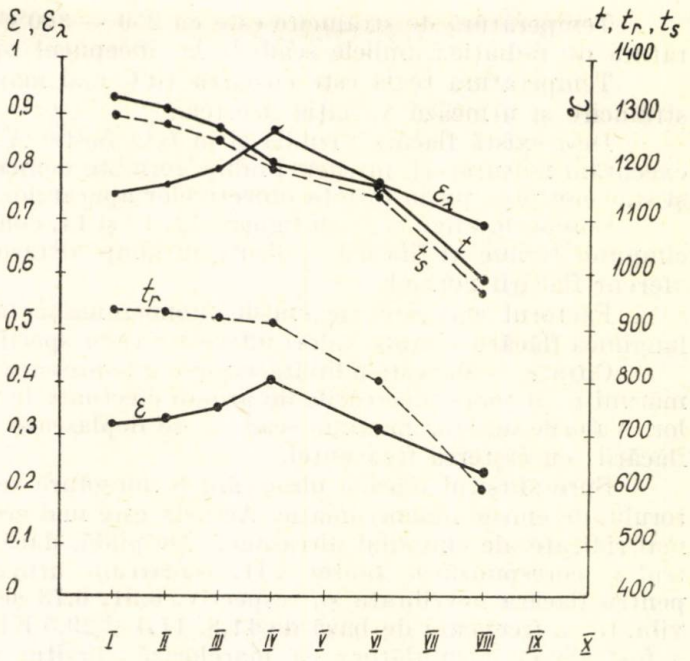


Fig. 13. — Cîmpul termic al flăcării vibrate de 17,4 KHz.

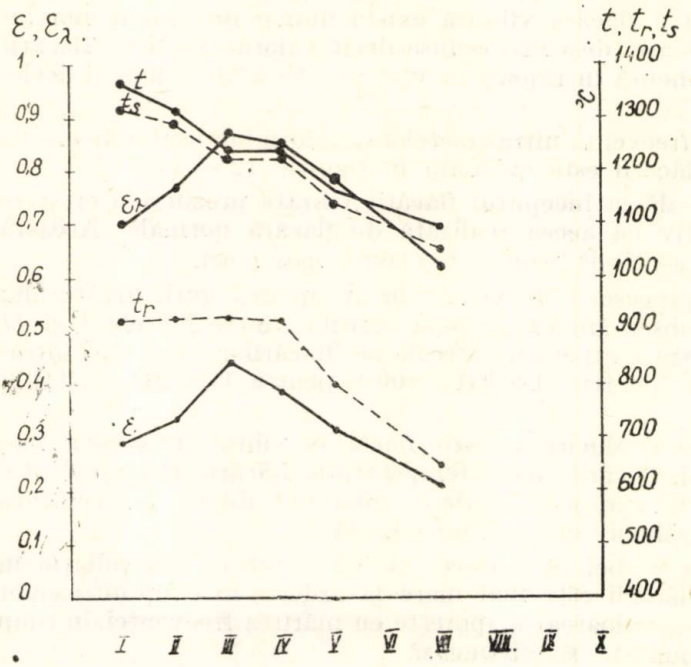


Fig. 14. — Cîmpul termic al flăcării vibrate 29,5 KHz.

Temperatura de strălucire este cu 250 — 300°C mai mare ca temperatura de radiaţie; ambele scad de la începutul spre sfîrşitul flăcării.

Temperatura reală este cu circa 10°C mai mare ca temperatura de strălucire şi urmează variaţia acesteia.

Deşi există flacără vizibilă şi în faţa fantei *X*, nu a fost posibil să executăm măsurători, întrucît limbile formate ocupau mereu alte volume şi stăruiau prea puţin în faţa obiectivelor aparatelor.

Comparînd figura 11 cu figurile 12, 13 şi 14, constatăm modificări ale cîmpului termic al flăcării realizate în cîmp ultrasonor în raport cu cel aferent flăcării normale.

Factorul energetic de emisie monocromatic înregistrează pe toată lungimea flăcării vibrate valori inferioare celor specifice flăcării nevibrate.

Cifra $\varepsilon_\lambda = 0{,}9$ este o limită superioară spre care tind maximele acestei mărimi ε_λ în toate încercările de ardere efectuate în prezenţa ultrasunetelor. Valorile acestor maxime scad şi se deplasează în prima jumătate a flăcării cu creşterea frecvenţei.

Spre sfîrşitul flăcării observăm o micşorare sensibilă a valorii factorului de emisie monocromatic. Aceasta este mai accentuată la frecvenţe mai ridicate ale cîmpului ultrasonor. De pildă, dacă considerăm parametrul ε_λ corespunzător fantei VII, remarcăm următoarele valori: 0,94 pentru flacăra nevribrată şi, respectiv, 0,81, 0,73 şi 0,62 pentru flăcările vibrate cu frecvenţa de bază de 11,8, 17,4 şi 29,5 KHz. Fereastra *VII* nu a fost aleasă întîmplător; ea marchează sfîrşitul flăcării cînd arderea se realizează în prezenţa cîmpului ultrasonor de 29,5 kHz. Se pare că piroliza şi formarea particulelor de carbon în flacără sînt reduse.

Observaţii analoage se pot face şi pentru valorile şi alura curbei de variaţie a factorului de emisie total pe direcţia longitudinală a flăcării. De remarcat că pentru flacăra vibrată există numai un singur maxim pentru ε, a cărui valoare, deşi mai redusă decît valorile specifice flăcării normale, este proeminentă în raport cu valorile atinse de-a lungul aceleiaşi flăcări.

Modificarea cu frecvenţa ultrasunetelor a valorii factorului de emisie total spre sfîrşitul flăcării este evidentă în figurile 12 — 14.

Temperatura reală la începutul flăcării vibrate prezintă o creştere apreciabilă comparativ cu aceea realizată de flacăra normală. Această creştere devine mai sensibilă pentru frecvenţe mai mari.

Intensificarea proceselor de ardere în apropierea gurii arzătorului este evidentă dacă observăm că în zona cuprinsă între fantele *I* şi *II* diferenţele medii dintre temperaturile reale ale flăcărilor cu şi fără ultrasunete sînt circa 50°C pentru 11,8 kHz, 100°C pentru 17,4 kHz şi 110°C pentru 29,6 kHz.

Temperatura de strălucire în cazul flăcărilor vibrate este ceva mai ridicată la începutul flăcării decît temperatura flăcării nevibrate. Cu creşterea frecvenţei cîmpului de ardere, diferenţa dintre temperatura teoretică şi cea de strălucire devine mai vizibilă.

Panta medie a curbei de reducere a temperaturii de radiaţie în ultima jumătate a flăcării este mai mare la arderea în cîmp ultrasonor decît în lipsa acestuia; valoarea sa sporeşte cu mărirea frecvenţei, în timp ce pentru prima jumătate se atenuează.

3.2. CÎMPUL CHIMIC

Prezentăm aici rezultatele experimentale care conturează cîmpul chimic al flăcării cu sau fără cîmp acustic. În figurile 15, 16 și 17 cîmpul chimic este caracterizat prin cunoașterea conținuturilor de CO_2, O_2 și CO în trei puncte ale fiecăreia dintre cele cinci tranșe de flacără, considerate conform 2.4.2.

Din figura 15 constatăm că în axa flăcării normale conținutul de CO_2 prezintă la început o creștere, în zona de mijloc manifestă o diminuare, după care urmează o creștere relativ lentă pînă la sfîrșitul acestuia. Valorile CO_2 la care se produc schimbări ale sensului de variație sînt 7,4% la fanta *II*, maximul 12% la fanta *IV*, minimul 9,8 % la fanta *VI* și 13,1 la fanta *X*. De o parte și alta a axei, creșterile sînt diferite între ele și mai accentuate la început, urmînd apoi să sporească moderat pînă la sfîrșitul flăcării, cu ușoare tendințe de scădere în zona mijlocie.

Pe axa flăcării, conținuturile de O_2, după ce descresc atingînd un minim în prima zonă, vin în creștere pînă la sfîrșitul flăcării marcante fiind valorile 4,2, 0,8 și 3,5%, corespunzătoare fantelor *II*, *IV* și *X*.

În afara axei flăcării asistăm la o diminuare a oxigenului de la începutul spre sfîrșitul flăcării, căderea importantă realizîndu-se în prima zonă. Astfel între fantele *II* și *IV* reducerile procentelor de O_2 de o parte și de alta a axei flăcării sînt de la 15,2 la 4% și, respectiv, de la 13,3 la 4,6%; neomogenitatea distribuției oxigenului este prezentă și pe ultima parte a flăcării.

Pe axa flăcării, conținutul de CO, deși scade de la începutul spre sfîrșitul acesteia, prezintă un minim la fanta *IV* și un maxim la fanta *VI*. Conținuturile de CO din puncte simetrice în raport cu axa flăcării, trecînd prin valori diferite cresc de la început către mijlocul flăcării, apoi scad spre sfîrșitul flăcării la zero.

Neuniformitatea compoziției flăcării nevibrate este evidentă. Aspectul cîmpului chimic din prima jumătate a flăcării și în special creșterile însemnate ale valorilor CO_2 asociate cu sărăcirea sensibilă în oxigen și diminuarea valorilor CO înregistrate pînă la fanta *IV* le atribuim efectelor introduse de deflectorul turbionar cu care este înzestrat arzătorul.

Comparația dintre mărimile CO_2, O_2 și CO corespunzătoare punctelor simetrice în raport cu axa flăcării, ca și a acestor valori cu cele din axă, permite ca flacăra normală a arzătorului să fie caracterizată ca o flacără neomogenă.

Caracteristic pentru cîmpul chimic al flăcării în prezența ultrasunetelor (fig. 16 și 17) este faptul că pe toată lungimea flăcării conținuturile de CO_2 și O_2 cresc, în timp ce conținutul de CO se diminuează sensibil. Procentul de CO_2 este ridicat la începutul flăcării, unde oxigenul prezintă valoarea minimă.

Faptul că analizele gazelor de ardere în puncte situate în aceeași secțiune a flăcării, dar egal distanțate față de axă, indică compoziții sensibil egale denotă buna oxigenare și omogenizare a flăcării în cîmp ultrasonor.

Comparația din figurile 16 și 17 ne permite să afirmăm că arderea este cu atît mai activă, cu cît frecvența cîmpului ultrasonor este mai mare. Variațiile mărimilor cîmpului chimic în lungul flăcării și evidența

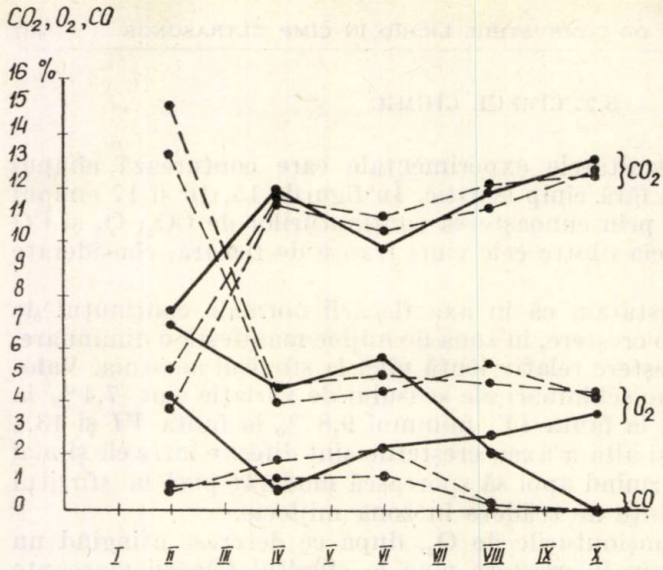


Fig. 15. — Cîmpul chimic al flăcării nevibrate : liniile continue indică valori pe axa geometrică a focarului, iar liniile întrerupte se referă la puncte diametral opuse, distanțate cu 250 mm în raport cu axa.

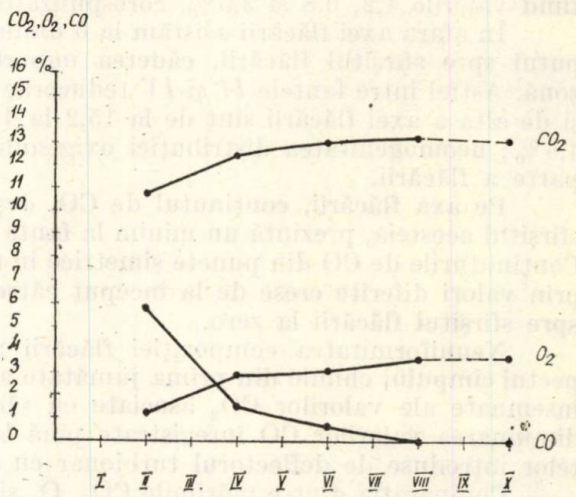


Fig. 16. — Cîmpul chimic al flăcării în prezența ultrasunetelor de 17,4 KHz.

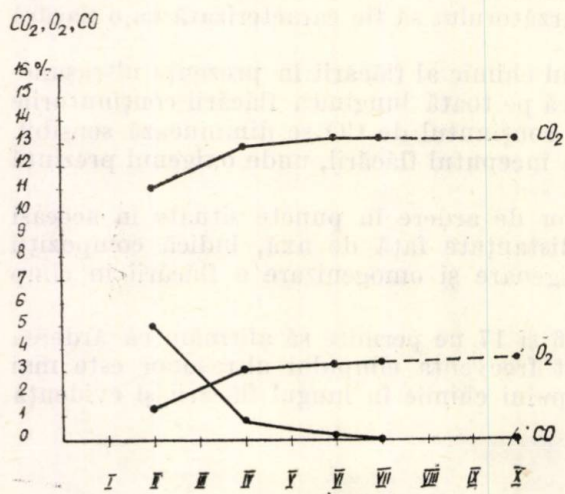


Fig. 17. — Cîmpul chimic al flăcării în prezența ultrasunetelor de 29,5 KHz.

Fig. 18. — Aspectul flăcării normale.

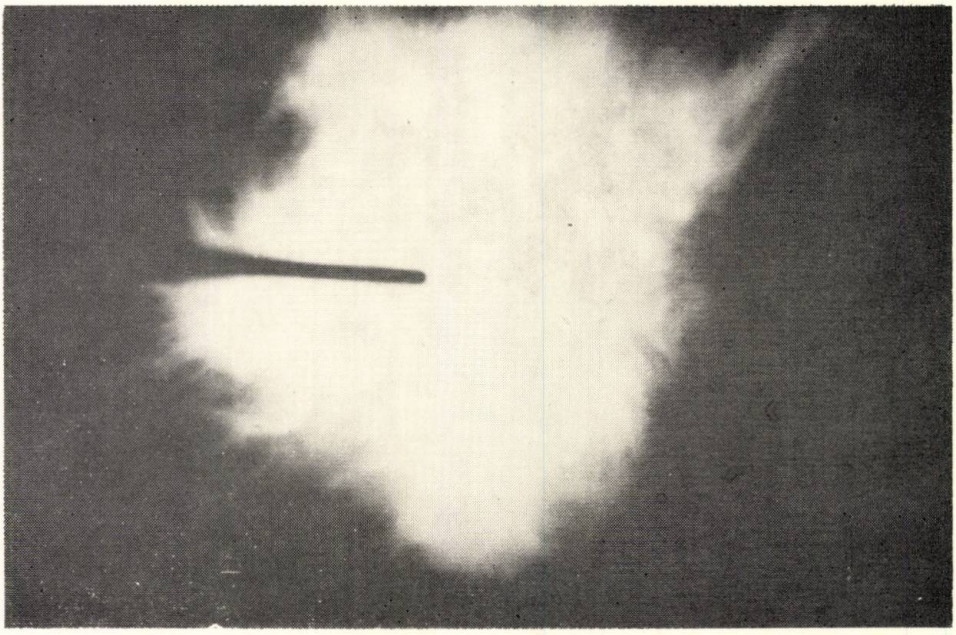


Fig. 19. — Aspectul flăcării vibrate de 17,4 KHz.

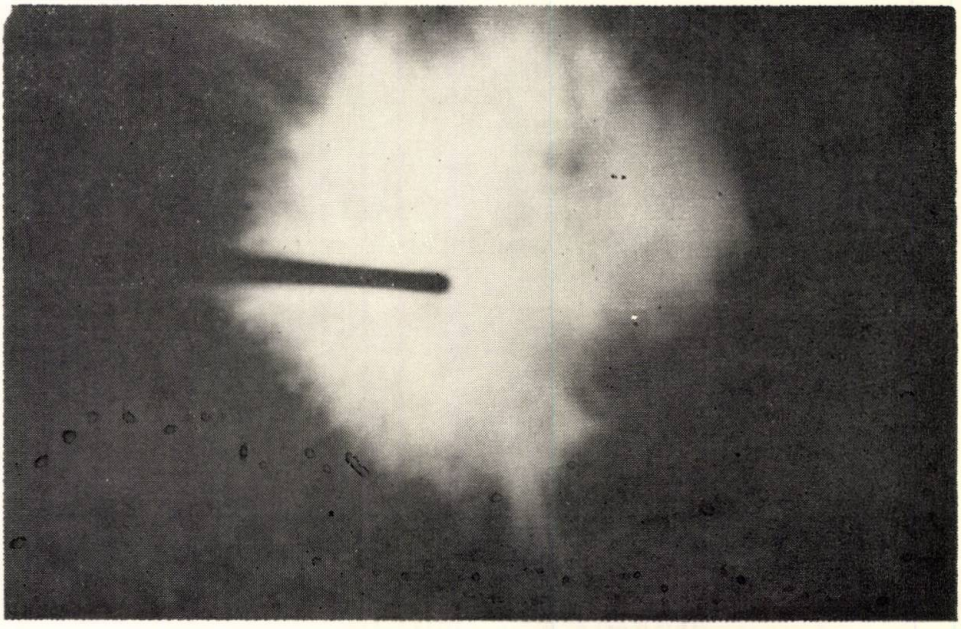


Fig. 20. — Aspectul flăcării vibrate de 29,5 KHz.

scurtare a acesteia cu circa 400 mm, marcată de lipsa nearselor chimice, sînt edificatoare în acest sens.

Modificările produse de efectele ultrasunetelor asupra cîmpului chimic al flăcării sînt evidente, dacă, de pildă, prezentăm diferențele suferite în compoziția gazelor de ardere de-a lungul axului a două flăcări cu și fără ultrasunete (fig. 15 și 17).

Creșterile de CO_2 corespunzătoare fantelor *II*, *IV*, *VI* și *VIII* sînt 3,6, 0,8, 3,4 și 1,4 %. Diminuările conținuturilor de CO aferente acelorași puncte sînt 1,8; 3,7,; 5,6 ;și 2,2 %. Pentru fanta *II*, diminuarea O_2 este egală cu 2,8 %, consecință a consumului afectat de arderea intensă de la începutul flăcării; în continuare, pătrunderea oxigenului în axa flăcării conduce la sporurile de 2,3; 1,9; și 0,7 % pentru tranșeele identice de flacără *IV*, *VI* și *VIII*.

În completarea celor expuse, vom adăuga și rezultatul privind nearsele solide la sfîrșitul flăcării, el fiind favorabil arderii în cîmp ultrasonor, unde cifra de fum este zero. În cazul flăcării normale, cifra de fum pe scara Bacharach a fost 2 — 3.

3.3. GEOMETRIA ȘI APECTUL FLĂCĂRII

Flacăra normală a arzătorului a fost trenantă, neuniformă și destul de dezvoltată. Lungimea sa a măsurat circa 4,3 m, iar diametrul 1,85 m. Aspectul său este ușor de observat pe fotografia frontală din figura 18.

La arderea în cîmp ultrasonor, flăcările au fost simetrice compacte și uniforme.

Este de remarcat volumul extrem de redus ocupat de flacără, care s-a restrîns mai mult cu creșterea frecvenței cîmpului ultrasonor. S-au constatat următoarele dimensiuni geometrice ale flăcărilor: diametrul circa 0,6 m și lungimea 3,2 m, pentru arderea jetului în cîmpul ultrasonor de 17,4 kHz și, respectiv, diametrul 0,5 m și lungimea 2,8 m pentru flacăra vibrată la 29,5 kHz.

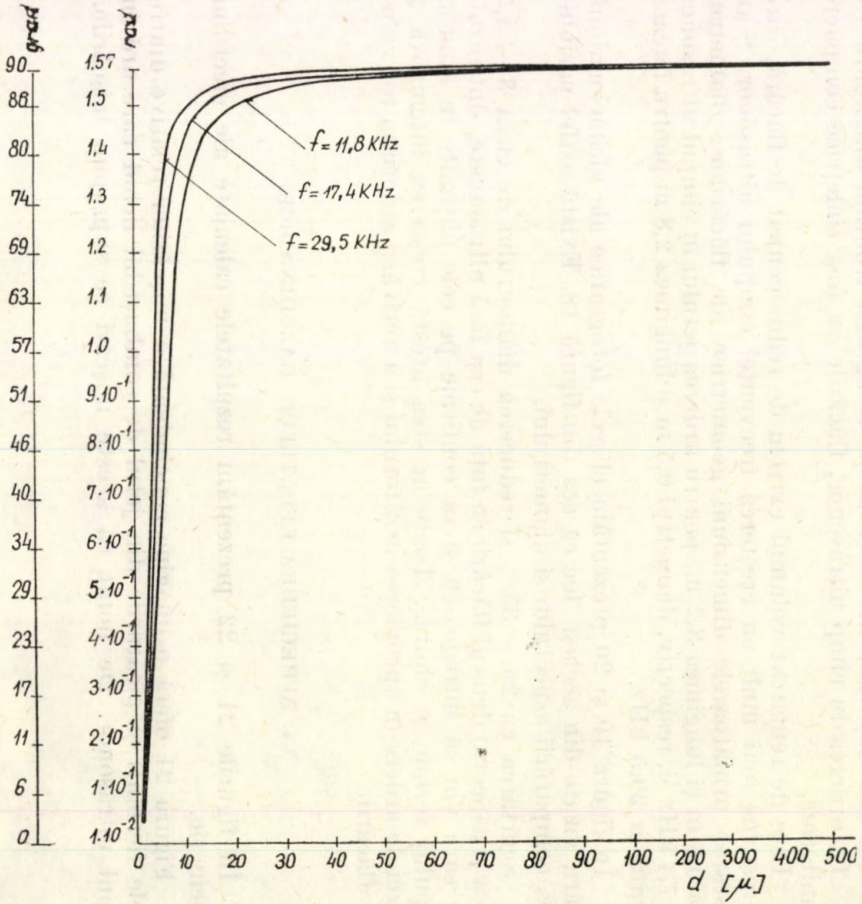
În figura 19 și 20 prezentăm clișeele fotografice ale ultimelor două flăcări, vizate din același loc ca cea din figura 18. Există astfel posibilitatea comparării aspectului și diametrului.

Scurtarea cu 25 — 35 % și reducerea diametrului de circa 3 — 3,5 ori, ca și aspectul dens al flăcării cu fața de cea fără ultrasunete, sînt rezultate care vin să întregească și să confirme pe cele obținute în studiul cîmpului termic și chimic. Toate acestea atestă creșterea însemnată a vitezei de ardere în apropierea arzătorului și a activării arderii în tot volumul flăcării.

3.4. APRECIEREA EFECTCLOR GAZODINAMICE

În figurile 21 și 22 prezentăm rezultatele calculate ale efectului ortocinetic.

Figura 21 oferă o imagine concludentă a mișcărilor relative dintre gazele fierbinți și picăturile din jetul de combustibil lichid care ard în cîmpul ultrasonor. De notat că aceste mișcări se suprapun mișcărilor



← Fig. 22. — Defazajul între mişcările picăturii şi gazului funcţie de diametrul picăturii.

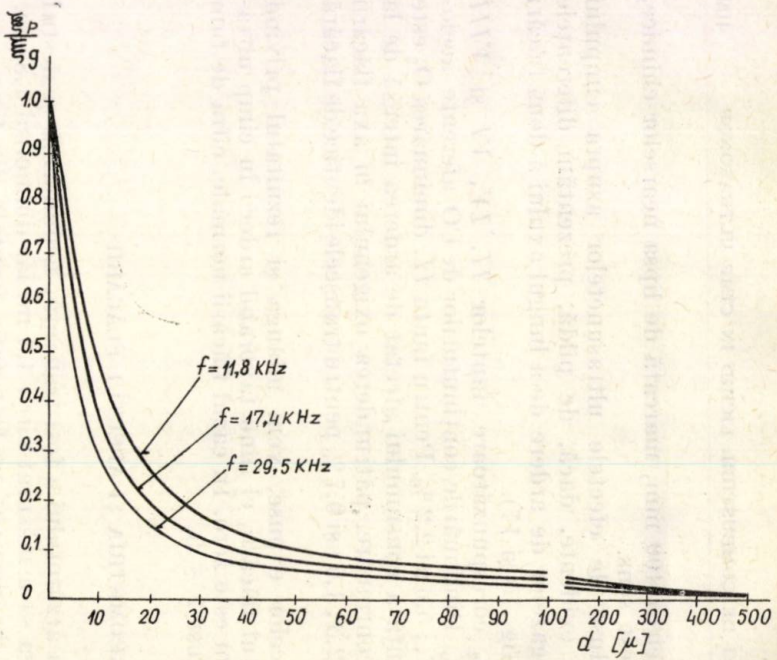


Fig. 21. — Raportul între amplitudinile picătură-gaz funcţie de diametrul picăturii.

proprii ale picăturilor existente atît în cazul flăcării normale, cît şi a celei vibrate, imediat la ieşirea din arzător.

La frecvenţa de 29,5 kHz, picăturile practic nu urmează mişcările gazului. Astfel, pentru picături ale căror diametre sînt mai mari de 15 μ, deplasările executate vor reprezenta mai puţin de 20% din deplasările efectuate de gazele fierbinţi, iar cele pentru picăturile peste 50 μ vor rămîne sub 5% din deplasările gazului în aceleaşi puncte ale cîmpului. Deci fiecare picătură este spălată de ambianţa gazoasă din flacăra care execută mişcări oscilatorii cu frecvenţe ridicate în jurul acesteia.

Concluzia cantitativă care s-a desprins din figura 21 că oricare picătură din jet este supusă unui baleaj energic, este întărită de rezultatele înfăţişate în figura 22. Ultima ne arată că, chiar dacă există cele două mişcări, ele nu se exercită în fază. Pentru picături destul de mici, de circa 15 μ în diametru, la 29,5 kHz, defazajul dintre mişcările gaz-picătură tinde către $\pi/2$. Aşadar, cînd mişcarea gazului se apropie sau trece printr-o valoare maximă, cea a picăturii înregistrează sau numai cu puţin depăşeşte o valoare minimă.

Ambele figuri atestă că pentru frecvenţe mai ridicate efectul ortocinetic este mai pronunţat. Efectul ortocinetic este mai accentuat îndeosebi pentru picăturile mari, care în condiţiile arderii normale a jetului ar fi necesitat timpi de ardere mai mari. Selectivitatea cu care se manifestă acest efect asupra diferitelor mărimi de picături vine să confirme rezultatele prezentate pînă acum, în special cele privind scurtarea flăcării.

Deşi figura 10 nu se referă la injectorul şi cîmpul ultrasonor utilizat în încercările noastre, ea ne permite să reţinem concluzia că fineţea de pulverizare a unui jet de combustibil lichid este înrăutăţită de acest cîmp.

Totuşi, rezultatele pe care le-am obţinut şi prezentat în lucrare atestă fără echivoc intensificarea considerabilă a proceselor de ardere în prezenţa ultrasunetelor. De aici şi aprecierea că efectul ortocinetic este predominant.

4. CONCLUZII

Din analiza materialului prezentat reies următoarele concluzii cu caracter general, care se pot concretiza astfel:

Din prezentarea teoretică expusă la începutul acestei lucrări rezultă că intensificarea apreciabilă a arderii în cîmp ultrasonor se datoreşte efectului ortocinetic şi efectului de circulaţie cu implicaţii asupra transferului de masă şi de căldură. Nu sînt excluse nici efectele chimice. Diferenţierea turbulenţei creată cu mijloacele clasice obişnuite şi cea generată de ultrasunete este o problemă de scară.

Este esenţial faptul că, indiferent de sarcina arzătorului, microturbulenţa provocată de propagarea ultrasunetelor se menţine şi garantează o ardere de calitate superioară, în vreme ce dispozitivele utilizate în prezent produc numai o macroturbulenţă, şi aceasta sensibil diminuată la sarcini mici ale arzătoarelor, aşa cum se întîmplă în situaţia turbionării aerului, cînd vitezele acestuia scad.

În domeniul experimentat putem să caracterizăm comparativ flăcările vibrate faţă de cele normale. Flacăra normală a fost lungă, trenantă, neuniformă şi neomogenă, prezintă valori ridicate pentru factorul de emisie monocromatic pe întreaga sa lungime şi s-a depistat prezenţa carbonului solid în şi la sfîrşitul flăcării. Spre deosebire, flăcările vibrate au fost foarte scurte, compacte, omogene şi simetrice în raport cu axa, iar coeficienţii de emisie energetici şi în special cel monocromatic au avut valori mai scăzute, maximul fiind la începutul flăcării, apoi scăzînd sensibil; de asemenea nu s-a depistat prezenţa carbonului solid.

Temperaturile reale dezvoltate la începutul flăcărilor vibrate au înregistrat valori ridicate, mult superioare celor întîlnite la flacăra normală. Astfel, la circa 400 mm de la gura arzătorului, acest spor a depăşit 100 şi 100°C pentru frecvenţele fundamentale ale cîmpului ultrasonor de 17,4 şi respectiv 29,5 kHz.

Cîmpul chimic al flăcărilor în prezenţa ultrasunetelor confirmă intensificarea arderii în apropierea duzei injectorului şi buna omogenizare şi oxigenare a miezului acestor flăcări.

Viteza de ardere în cîmp ultrasonor este mai ridicată comparativ cu cea asigurată de arzătorul normal.

Faptul că pentru diferite frecvenţe ale cîmpului ultrasonor s-au obţinut caracteristici diferite ale flăcării, permite concluzia de interes practic că pentru un arzător la aceeaşi sarcină pot fi obţinute flăcări dorite.

Flăcările vibrate au atins valori foarte ridicate ale încărcării termice: $4{,}2.10^6$ kcal/m^{3}h pentru 29,5 kHz şi $3{,}4.10^6$kcal/m^{3}h pentru 17,4 kHz, comparativ cu flacăra normală, unde valoarea a fost $2{,}7.10^5$ kcal/m^{3}h. Acest lucru le recomandă a fi utilizate acolo unde este necesar ca arderea să se desfăşoare în spaţii reduse, iar flăcările să aibă încărcări termice ridicate.

S-a utilizat un emiţător original de ultrasunete bazat pe fluiere Hartmann — Savory, robust, reglabil, ieftin şi care oferă concentrarea energiei ultrasonore în flacără. Consumul de aer pentru generarea ultrasunetelor a fost de circa 1,1 m^3 N/kg de combustibil.

BIBLIOGRAFIE

1. Н. В. Лавров, Э. И. Розенфельд, Ю. Я. Борисов, Ю. А. Жебрак, В. Б. Смоленский, *Акустические газовые горелки высокого давления. Теория и практика сжигания газа*, Ленинград, 1972, p. 223–232.
2. S. Kumagai, H. Isoda, *Combustion of fuel drops in a vibrating air field.* Fifth Symposium on Combustion, New-York, 129–132, (1955).
3. L. Charpenet, *Etude de l'effet des ultra-sons sur la combustion d'un jet d'hydrocarbures liquides*, Thèses, Paris, 1–59 (1958).
4. B. Lewis, R. N. Pease, H. S. Taylor, *Combustion processes*, vol. II, New Jersey, 607, (1956).
5. B. Brown, J. E. Goodman, *Ultrasons de haute intensité*, Paris, Dunod, 1971.
6. E. Bădărău, M. Grumăzescu, *Ultraacustica fizică şi tehnică*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1967.
7. J. Joung, *Bruleur ultrasonique a huile lourde.* Rev. gén. de thermique, *17*, 629 (1963).
8. L. Charpenet, *Conception et expérimentation d'un bruleur a ultra-sons pour combustibles solides ou liquides pulvérises.* Rev. gén. de thermique, *28*, 475 (1964).
9. Jean-Claude Leyer, *Stabilité de la combustion vibratoire dans le bruleur a resonance*, Paris, 1962, p. 1–60.

10. B. Popa, Virginia Iscrulescu, I. Biris, St. Kovacs, *Burning process intensificationRecent achievements in the Study of burning processes and equipments in ultra-sonic field*. The eight world energy Conference, Bucharest, june 28 – july 2, p. 1971, paper 2.3–211.
11. S. Cernoch, I. Gál Kosice, *Intensivierung des Wärme- und Stoffaustausches mit Stoßwellen der pulsierenden Verbrennung*. Sonderabdruck, **112**, 9 (1967), Berg- und Hüttenmannische Monatshefte, Viena, Springer-Verlag.
12. J. E. Cullough, R. R. Perron, E. S. Shanley, Arthur D. Little, *The API ultrasonic atomizer and oil burner program*, 1965.
13. A. B. Hedley, A. S. M. Nuruzzaman, G. F. Martin, *Combustion of single droplets and simplified spray systems*. Journal of the Institute of fuel, Januar, 1971, p. 38–54.
14. P. Eisenklam, S. A. Arunachalan,. J A. Weston, *11th Symposium on Combustion*, Pittsburgh, Pennsylvania, 715 (1967).
15. F. A. Williams, *Combustion theory*, Londra, Addison-Wesley Publ. Comp. 250 (1965).
16. V. Pimsner, I. Măräcineanu, *Studiul procesului de schimb de căldură în condiţiile curgerii pulsatorii. Studiu critic documentar*, Inst. energ. al Acad. R.S. România, 1969.
17. R. D. Ingebo, *8th Symposium on Combustion*, Balteinose, 1104 (1962).
18. C. T. Crowe, J. A. Nicholls, R. B. Morrison, *9th Symposium on Combustion*, Londra, 395 (1963).
19. Jean-Claude Loewenstein, *Thèse. Contributions ultrasonores de la propagation des ondes ultrasonores dans un milieu hétérogène constitué par des microbilles immergées dans un liquide*, 29 octobre 3 (1964.
20. Landau, E. Lifchitz, *Mecanique des fluides*, Moscou, Editions „Mir", 1971.
21. A. Stambuleanu, *Flacăra industrială*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1971.

ASUPRA CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC PROGRESIV ȘI FORȚELOR DIN FLUIDE CONDUCTOARE ÎN MIȘCARE RECTILINIE ȘI UNIFORMĂ

AL. TIMOTIN și A. PANAITESCU

621.3.001

Se prezintă calculul cîmpului electromagnetic cuasistaționar progresiv într-un fluid conductor aflat în mișcare rectilinie și uniformă în două cazuri particulare : fluidul ocupă un semispațiu infinit extins și fluidul curge printr-un canal, cu secțiunea dreptunghiulară, de lungime foarte mare. Se determină densitățile medii de forță și forțele medii care acționează în direcția mișcării și perpendicular pe direcția mișcării, puterea utilă medie primită de fluidul conductor și puterea pierdută prin efect Joule-Lenz, randamentul teoretic al transformării energiei electromagnetice în energie mecanică.

1. INTRODUCERE

Se consideră că la suprafața fluidului conductor există o pînză de curent sinusoidală în timp și progresivă în direcția de mișcare a fluidului, produsă, de exemplu, de o înfășurare trifazată, desfășurată în lungul direcției de mișcare. Densitatea pînzei de curent este dată de relația

$$\overline{J}_s(x, t) = J_{s0} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right) \cdot \overline{u}_y, \qquad (1.1)$$

în care J_{s0} este valoarea ei efectivă, ω pulsația și λ lungimea de undă. Vectorul densitate superficială de curent are direcția axei de coordonate Oy în toate cazurile care se vor studia, iar mișcarea fluidului este aproximată cu o mișcare de translație cu viteza constantă $\overline{v}$, îndreptată în lungul axei Ox, deci $\overline{v} = v\overline{u}_x$.

Fluidul conductor este omogen, izotrop și linear; permeabilitatea magnetică μ și conductivitatea electrică σ sînt mărimi scalare, constante în toată masa fluidului. Se neglijează neuniformitatea vitezei fluidului, curgerea fiind asimilată cu o translație uniformă. O astfel de aproximație

este neesenţială din punctul de vedere al forţelor electromagnetice rezultante, deoarece neuniformitatea vitezei fluidului există practic doar în vecinătatea pereţilor.

Se consideră că pînza de curent este localizată pe suprafaţa unui perete feromagnetic ideal, cu permeabilitatea $\mu = \infty$, separat de fluidul conductor printr-un strat perfect izolator $\sigma = 0$ şi de grosime neglijabilă. Pereţii care limitează lateral fluidul conductor, fiind perpendiculari pe direcţia densităţii pînzei de curent, sînt consideraţi perfect conductori ($\sigma = \infty$).

Aceste idealizări permit să se rezolve exact problema cîmpului electromagnetic, conducînd la consecinţe globale corespunzătoare unor situaţii optime, fără ca relaţiile care se obţin să fie relaţii de proiectare. Se studiază mai detaliat forţele cu care cîmpul progresiv acţionează în sensul mişcării fluidului — forţele de tracţiune —, precum şi forţele de repulsie electromagnetică care tind să îndepărteze fluidul de pereţii canalului, forţe perpendiculare pe direcţia de mişcare. Ele fiind funcţii de mai mulţi parametri, problema determinării situaţiilor optime nu este simplă şi de aceea s-au tabelat şi s-au reprezentat grafic curbele corespunzătoare.

Rezolvarea ecuaţiilor Maxwell-Hertz, cu condiţiile la limită care se vor preciza pentru fiecare caz în parte, nu ridică probleme demne de menţionat şi de aceea se redă fără amănunte. S-a căutat ca expresiile finale să conţină parametri adimensionali pentru ca ele să fie uşor de aplicat unor clase de probleme asemenea.

2. SEMISPAŢIUL CONDUCTOR INFINIT

2.1. CALCULUL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC

Fluidul conductor ocupă semispaţiul $z < c$[1]) şi este mărginit de un perete feromagnetic ideal, pe suprafaţa căruia există, la $z = c$, pînza de curent cu densitatea (1.1), cu reprezentarea în complex :

$$\overline{J}_s = J_{s0} \cdot e^{-j\frac{2\pi x}{\lambda}} \cdot \overline{u}_y. \tag{2.1}$$

Această expresie ne dă condiţia pe frontieră. Dacă se aplică legea circuitului magnetic pentru conturul Γ (fig.1) cu o latură în mediul feromagnetic ideal ($\mu = \infty$), se obţine

$$\underline{H}_x(x, c) = J_s,$$

$$\underline{B}_x(x, c) = \mu J_s = \mu J_{s0} \cdot e^{-j\frac{2\pi x}{\lambda}}. \tag{2.2}$$

[1]) Alegerea acestor axe s-a făcut pentru a permite o comparaţie imediată a rezultatelor cu cele de la canalul de lăţime finită.

Cîmpul electromagnetic plan-paralel din fluidul conductor, omogen, aflat în mişcare cu viteză constantă, $\bar{v} = v\bar{u}_x$, în regim permanent, se obţine integrînd forma complexă a sistemului de ecuaţii Maxwell-Hertz

$$\begin{aligned} &\text{rot } \underline{\bar{B}} = \mu\sigma\underline{\bar{E}}, \\ &\text{rot } (\underline{\bar{E}} + \underline{\bar{B}} \times \bar{v}) = -j\omega\underline{\bar{B}}, \end{aligned} \tag{2.3}$$

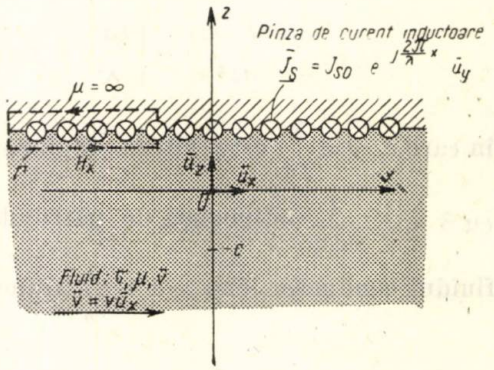


Fig. 1. — Semispaţiu infinit; condiţia la limită.

cu soluţii de forma

$$\begin{aligned} &\underline{\bar{B}}(x, z) = \bar{u}_x \cdot \underline{B}_x(x, z) + \bar{u}_z \cdot \underline{B}_z(x, z), \\ &\underline{\bar{E}}(x, z) = \frac{1}{\sigma} \cdot \underline{\bar{J}}(x, z) = \bar{u}_y \cdot \frac{1}{\sigma} \cdot \underline{J}_y(x, z). \end{aligned} \tag{2.4}$$

Introducînd aceste expresii în sistemul (2.3), se obţin, pe componente, ecuaţiile

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \underline{E}}{\partial z} + v \cdot \frac{\partial \underline{B}_z}{\partial z} = j\omega\underline{B}_x, \\ &\frac{\partial \underline{E}}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial \underline{B}_z}{\partial x} = -j\omega\underline{B}_z, \\ &\frac{-\partial \underline{B}_z}{\partial x} + \frac{\partial \underline{B}_x}{\partial z} = \mu\sigma\underline{E}. \end{aligned} \tag{2.3'}$$

Din aceste relaţii rezultă şi legea fluxului magnetic, div $\underline{\bar{B}} = 0$. Pentru necunoscuta $\underline{B}_x(x, z)$ se obţine ecuaţia

$$\Delta\underline{B}_x - \mu\sigma v \cdot \frac{\partial \underline{B}_x}{\partial x} - j\omega\mu\sigma\underline{B}_x = 0. \tag{2.5}$$

$\underline{B}_z$ şi $\underline{E}$ satisfac ecuaţii identice, dar ele vor fi determinate direct din (2.3'). Ecuaţia (2.5) se rezolvă prin separarea variabilelor. Vom căuta o soluţie de forma

$$\underline{B}_x(x, z) = \underline{B}_{x0}(z) \cdot e^{-j\frac{2\pi x}{\lambda}},$$

compatibilă cu condiţia de frontieră (2.2) şi $\underline{B}_{x0}(z)$ va satisface ecuaţia Helmholtz

$$\frac{\partial^2 \underline{B}_{x0}(z)}{\partial z^2} = \left[\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + j\omega\mu\sigma\left(1 - \frac{v}{v_0}\right)\right]\underline{B}_{x0}(z),$$

în care $v_0 = \omega\frac{\lambda}{2\pi}$ este viteza de fază a undei progresive. Dacă notăm cu $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$ adîncimea de pătrundere a cîmpului electromagnetic în fluidul conductor, cu $s = 1 - \frac{v}{v_0}$ alunecarea şi cu

$$\alpha = 2\pi \cdot \frac{\delta}{\lambda}; \qquad \gamma = \sqrt{\alpha^2 + 2sj} \qquad (\mathrm{Re}\ \{\gamma\} > 0), \tag{2.6}$$

ecuaţia de mai sus se scrie

$$\frac{\partial^2 \underline{B}_{x0}(z)}{\partial z^2} = \frac{\gamma^2}{\delta^2}\underline{B}_{x0}(z). \tag{2.7}$$

Soluţia ei este de forma

$$\underline{B}_{x0}(z) = C_1 \cdot e^{\frac{\gamma}{\delta}z} + C_2 \cdot e^{-\frac{\gamma}{\delta}z}, \tag{2.7'}$$

din care trebuie eliminată componenta divergentă pentru $z \to -\infty$, adică $C_2 = 0$. Constanta C_1 se determină cu condiţia de frontieră (2.2) şi se obţine

$$\underline{B}_x = -[\mu J_{s0}]\frac{e^{\gamma z'}}{e^{\gamma c'}} \cdot e^{-j\alpha x'}. \tag{2.8}$$

S-au notat cu accent mărimile adimensionale

$$x' = \frac{x}{\delta}; \qquad z' = \frac{z}{\delta}; \qquad c' = \frac{c}{\delta}, \tag{2.9}$$

Componenta $\underline{B}_z$ şi densitatea de curent indusă în fluid se obţin din ecuaţiile (2.4)

$$\underline{B}_z = j[\mu J_{s0}] \cdot \frac{\alpha}{\gamma} \cdot \frac{e^{\gamma z'}}{e^{\gamma c'}} \cdot e^{-j\alpha x'}, \tag{2.10}$$

$$\underline{J} = \left[\frac{J_{s0}}{\delta}\right] \cdot \frac{2js}{\gamma} \cdot \frac{e^{\gamma z'}}{e^{\gamma c'}} \cdot e^{-j\alpha x'}. \tag{2.11}$$

În soluţiile (2.8), (2.10), (2.11) s-au separat cu paranteze pătrate mărimile care dau dimensiunea părţilor din stînga semnului egal, restul acestor expresii fiind adimensional.

2.2. CALCULUL FORŢELOR, PUTERILOR ŞI RANDAMENTULUI

Deoarece mărimile cîmpului electromagnetic sînt funcţii sinusoidale de timp, interesează valoarea medie pe o perioadă, $T = \frac{2\pi}{\omega}$, a densităţii de volum a forţei:

$$\tilde{\bar{f}} = \mathrm{Re}\,(\underline{J} \times \underline{\overline{B}}^*) = \mathrm{Re}\,(\underline{J} \cdot \underline{B}_z^*) \cdot \overline{u}_x - \mathrm{Re}(\underline{J} \cdot \underline{B}_c^*) \cdot \overline{u}_z \tag{2.12}$$

Înlocuind în (2.12) pe (2.8), (2.10), (2.11) şi notînd

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \gamma \cdot \gamma^* = \sqrt{\alpha^4 + 4s^2}, \\ \theta_1 &= \sqrt{2(\varepsilon + \alpha^2)}, \\ \theta_2 &= \sqrt{2(\varepsilon - \alpha^2)}, \end{aligned} \tag{2.13}$$

obţinem pentru densităţile medii de forţă în lungul axelor Ox şi Oz expresiile

$$\begin{aligned} \tilde{\bar{f}}_x &= \left[\frac{\mu J_{s0}^2}{\delta}\right] \cdot \frac{2\alpha s}{\varepsilon} \cdot \frac{e^{\theta_1 z'}}{e^{\theta_1 c'}} \cdot \overline{u}_x, \\ \tilde{\bar{f}}_z &= -\left[\frac{\mu J_{s0}^2}{\delta}\right] \cdot \frac{s\theta_2}{\varepsilon} \cdot \frac{e^{\theta_1 z'}}{e^{\theta_1 c'}} \cdot \overline{u}_z. \end{aligned} \tag{2.14}$$

Se consideră o lăţime $2b$ a sistemului. Asupra volumului de fluid mărginit în planul $z = c$ de suprafaţa $2b\lambda$ se exercită forţa medie:

$$\tilde{\bar{F}}_x = \int_0^{\lambda} dx \cdot \int_{-b}^{+b} dy \int_{-\infty}^{c} \tilde{\bar{f}}_x dz = \mu J_{s0}^2 \, 2b\lambda \, \frac{2\alpha s}{\varepsilon \theta_1} \cdot \overline{u}_x. \tag{2.15}$$

Rezultă forţa tangenţială pe unitatea de suprafaţă :

$$\overline{\overline{T}}_x = \frac{\overline{\overline{F}}_x}{2b\lambda} = [\mu J_{s0}^2] \cdot \frac{2\alpha s}{\varepsilon \theta_1} \cdot \overline{u}_x \tag{2.16}$$

Forţa medie (în timp) perpendiculară pe direcţia de mişcare, avînd sens contrar axei Oz, reduce presiunea la marginea fluidului.

Expresia subpresiunii medii este dată de relaţia

$$\Delta p = \tilde{p}(x, -\infty) - \tilde{p}(x, c) = [\mu J_{s0}^2] \cdot \frac{s}{\varepsilon} \cdot \frac{\theta_2}{\theta_1} \tag{2.17}$$

şi este negativă.

Se cunoaşte forţa care acţionează în direcţia mişcării şi se poate determina puterea utilă, puterea pe care cîmpul electromagnetic o cedează fluidului conductor pentru a-l pune în mişcare cu viteza constantă $\overline{v}$. Puterea utilă medie primită de fluidul aflat în volumul infinit de suprafaţă $2b\lambda$ (pe lăţimea $2b$ şi pe o lungime de undă în direcţia mişcării) este

$$\tilde{P}_u = \tilde{F}_x \cdot v = \mu J_{s0}^2 v \cdot 2b\lambda \frac{2\alpha s}{\varepsilon \theta_1} \cdot \tag{2.18}$$

Puterea pierdută prin efect Joule-Lenz se calculează mediind în timp densitatea de putere pierdută şi integrînd în volumul infinit cu suprafaţa $2b\ \lambda$:

$$\tilde{P}_j = \mathrm{Re}\left\{\iiint \frac{1}{\sigma} \underline{\bar{J}}\,\underline{J}^* \,\mathrm{d}v\right\} = \frac{1}{\sigma} \cdot J_{s0}^2 \cdot \frac{2b\lambda}{\delta} \cdot \frac{4s^2}{\varepsilon \theta_1} \cdot \tag{2.19}$$

Cunoscîndu-se puterea primită şi puterea pierdută de acelaşi volum de fluid, se poate calcula randamentul teoretic al transformării energiei cîmpului electromagnetic în energie mecanică, considerîndu-se că pierderile au loc numai prin efect Joule-Lenz în fluidul conductor (adică fără pierderile din înfăşurarea trifazată care produce pătura de curent inductoare) :

$$\eta_s = \frac{\tilde{P}_u}{\tilde{P}_u + \tilde{P}_j} = \frac{v}{v_0} = 1 - s. \tag{2.20}$$

Acest randament e acelaşi ca la motoarele asincrone, aşa cum era de aşteptat.

Asupra relaţiilor (2.16) şi (2.17) se va reveni în paragraful 4, unde se studiază forţele. În continuare se calculează cîmpul electromagnetic, forţele, puterile şi randamentul în cazul curgerii fluidului conductor printr-un canal foarte lung, paralelipipedic.

3. CANALUL CU SECŢIUNEA DREPTUNGHIULARĂ

3.1. STUDIUL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ÎNTR-UN CANAL DREPT, CU SECŢIUNEA DREPTUNGHIULARĂ PRIN CARE CIRCULĂ UN FLUID CONDUCTOR

Se consideră un canal suficient de lung pentru a se putea neglija efectele de capăt, cu secţiunea dreptunghiulară de dimensiuni $2b \times 2c$, avînd pereţii localizaţi în planele $z = \pm c$ din material izolant şi foarte subţiri şi pereţii localizaţi în planele $y = \pm b$ din material perfect conductor ($\sigma = \infty$). În exteriorul canalului mediul este feromagnetic ideal (cu permeabilitatea $\mu_{Fe} = \infty$), iar prin canal curge uniform în toată secţiunea, cu viteza $\bar{v}$, un fluid conductor cu ε, μ, σ cunoscute. La suprafaţa fluidului conductor există pînze de curent cu densităţi de forma (1.1). În figura 2 sînt desenate secţiuni prin planele $x = \text{const}$, $y = \text{const}$ şi $z = \text{const}$ prin canalul fluidului conductor.

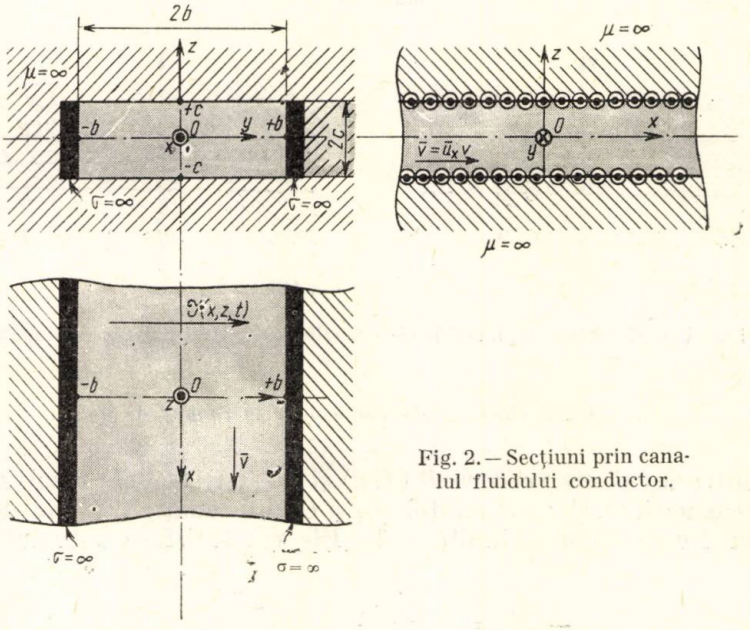


Fig. 2. — Secţiuni prin canalul fluidului conductor.

Înfăşurările trifazate ale inductorului se pot dispune în două feluri, aşa cum se poate vedea din figura 3. Se notează cu A şi B cele două tipuri de înfăşurări pentru care corespund două condiţii de frontieră diferite (vezi fig. 4):

$$\underline{H}_x(x, c) = -\underline{J}_s\,; \quad \underline{H}_x(x, -c) = \underline{J}_s \text{ pentru canalul } A, \tag{3.1}$$

$$\underline{H}_x(x, c) = -\underline{J}_s\,; \quad \underline{H}_x(x, -c) = -\underline{J}_s \text{ pentru canalul } B. \tag{3.2}$$

În pereţii conductori, componenta tangenţială a intensităţii cîmpului electric este nulă din cauza conductivităţii lor foarte mari. Cunoscînd condiţiile la frontiera domeniului, putem determina cîmpul electromagnetic în cele două canale, A şi B.

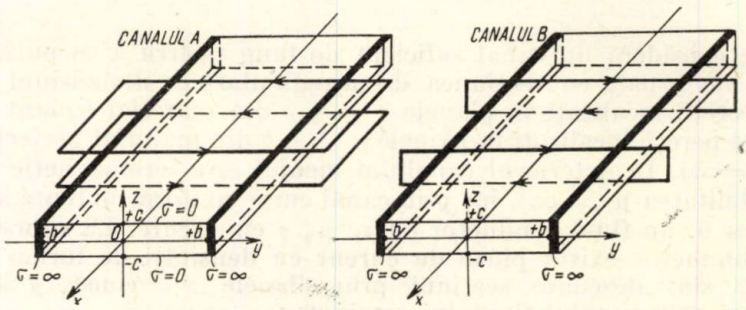


Fig. 3. — Două posibilităţi de dispunere a înfăşurărilor trifazate inductoare.

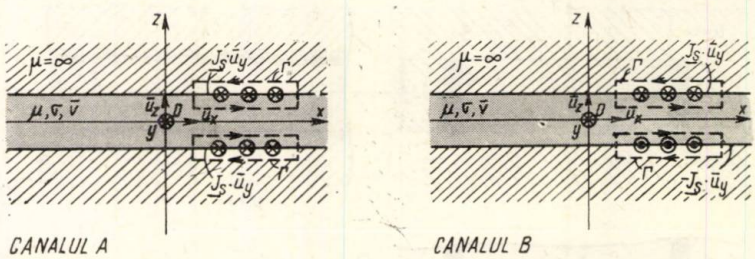


Fig. 4. — Condiţiile la limită pentru canalul cu secţiune dreptunghiulară.

3.1.1 Calculul cîmpului electromagnetic în canalul de tip A

Pentru a calcula vectorii $\overline{B}(x.\ z)$ şi $\overline{J}(x,\ z)$ trebuie rezolvat acelaşi sistem de ecuaţii (2.3′); constantele C_1 şi C_2 din ecuaţia (2.7′) se determină cu ajutorul condiţiilor la limită (3.1). Ele vor satisface sistemul

$$\begin{aligned} -\mu J_{s0} &= C_1 e^{\frac{\gamma}{\delta} c} + C_2 \cdot e^{-\frac{\gamma}{\delta} c}, \\ \mu J_{s0} &= C_1 e^{-\frac{\gamma}{\delta} c} + C_2 \cdot e^{\frac{\gamma}{\delta} c} \end{aligned} \tag{3.3}$$

şi rezultă

$$C_1 = -C_2 = -\frac{\mu J_{s0}}{2 \operatorname{sh} \frac{\gamma}{\delta} c}.$$

Rezultă componenta după axa x a inducţiei magnetice :

$$\underline{B}_x = -[\mu J_{s0}] \frac{\operatorname{sh} \gamma z'}{\operatorname{sh} \gamma c'} \cdot e^{-j\alpha x'}, \tag{3.4}$$

cu ajutorul căreia sistemul (2.3′) permite să se găsească $\underline{B}_z(x, z)$ şi densitatea de curent $\underline{J}_y(x, z) = \underline{J}(x, z)$:

$$\underline{B}_z = -j\,[\mu J_{s0}] \frac{\alpha}{\gamma} \cdot \frac{\operatorname{ch} \gamma z'}{\operatorname{sh} \gamma c'} \cdot e^{-j\alpha x'}, \tag{3.5}$$

$$\underline{J} = -\left[\frac{J_{s0}}{\delta}\right] \cdot 2js \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\operatorname{ch}\gamma z'}{\operatorname{sh}\gamma c'} \cdot e^{-j\alpha x'}. \tag{3.6}$$

3.1.2. Calculul cîmpului electromagnetic în canalul de tip B

Noile condiţii la limită conduc la alte soluţii ale sistemului de ecuaţii Maxwel-Hertz. Constantele C_1 şi C_2 din ecuaţia (2.7′) vor fi

$$C_1 = C_2 = -\frac{\mu J_{s0}}{2\operatorname{ch} \frac{\gamma}{\delta} c}$$

şi componentele inducţiei magnetice şi densităţii de curent sînt date de relaţiile următoare :

$$\underline{B}_x = -[\mu J_{s0}] \cdot \frac{\operatorname{ch}\gamma z'}{\operatorname{ch}\gamma c'} \cdot e^{-j\alpha x'}, \tag{3.7}$$

$$\underline{B}_z = -j[\mu J_{s0}] \cdot \frac{\alpha \operatorname{sh}\gamma z'}{\gamma \operatorname{ch}\gamma c'} \cdot e^{-j\alpha x'}, \tag{3.8}$$

$$\underline{J} = -\left[\frac{J_{s0}}{\delta}\right] \cdot \frac{2js}{\gamma} \cdot \frac{\operatorname{sh}\gamma z'}{\operatorname{ch}\gamma c'} \cdot e^{-j\alpha x'}. \tag{3.9}$$

3.2. CALCULUL FORŢELOR, PUTERILOR ŞI RANDAMENTULUI

Se va folosi acelaşi procedeu ca în paragraful 2.2, ε, θ_1 şi θ_2 avînd aceleaşi semnificaţii : se vor calcula separat pentru canalul A şi pentru canalul B.

3.2.1. Canalul A

Densităţile medii de forţă $\widetilde{\overline{f}}_x$ şi $\widetilde{\overline{f}}_z$ se calculează pornind de la relaţia (2.12), în care se înlocuiesc relaţiile (3.4), (3.5), (3.6). Se obţin următoarele expresii :

$$\widetilde{\overline{f}}_x = \mathrm{Re}\,(\underline{J}\,\underline{B}_z^*)\cdot\overline{u}_x = \frac{\mu J_{s0}^2}{\delta}\cdot\frac{2\alpha s}{\varepsilon}\cdot\frac{\mathrm{ch}\,\theta_1 z' + \cos\theta_2 z'}{\mathrm{ch}\,\theta_1 c' - \cos\theta_2 c'}\cdot\overline{u}_x, \tag{3.10}$$

$$\widetilde{\overline{f}}_z = -\,\mathrm{Re}\,(J\cdot B_x^*)\cdot\overline{u}_z = -\frac{\mu J_{s0}^2}{\delta}\,\frac{s}{\varepsilon}\cdot\frac{\theta_2\,\mathrm{sh}\,\theta_1 z' + \theta_1 \sin\theta_2 z'}{\mathrm{ch}\,\theta_1 c' - \cos\theta_2 c'}\cdot\overline{u}_z. \tag{3.11}$$

Forţa rezultantă medie care acţionează în lungul axei Ox asupra unui volum de fluid $2b \times 2c \times \lambda$ este

$$\widetilde{\overline{F}}_x = \int_0^{\lambda}\mathrm{d}x\int_{-b}^{+b}\mathrm{d}y\int_{-c}^{+c}\widetilde{\overline{f}}_x\,\mathrm{d}z = \mu J_{s0}^2\cdot 4bc\cdot 4\pi\frac{s}{\varepsilon c'}\cdot\frac{\dfrac{\mathrm{sh}\,\theta_1 c'}{\theta_1}+\dfrac{\sin\theta_2 c'}{\theta_2}}{\mathrm{ch}\,\theta_1 c' - \cos\theta_2 c'}\cdot\overline{u}_x. \tag{3.12}$$

Se notează cu $\mathcal{F}$ funcţia adimensională :

$$\mathcal{F} = \frac{\pi}{\varepsilon c'}\cdot\frac{\theta_2\,\mathrm{sh}\,\theta_1 c' + \theta_1\sin\theta_2 c'}{\mathrm{ch}\,\theta_1 c' - \cos\theta_2 c'}, \tag{3.13}$$

de variabilele α, s şi c', şi relaţia (3.12) se poate scrie

$$\widetilde{\overline{F}}x = \mu J_{s0}^2\cdot 4bc\cdot\mathcal{F}\,(\alpha, s, c')\,\overline{u}_x \tag{3.14}$$

şi se observă că această forţă este proporţională cu presiunea de referinţă μJ_{s0}^2, cu aria secţiunii transversale $4\,bc$ şi cu expresia $\mathcal{F}$. Pentru un canal şi un conductor dat, forţa variază în funcţie de alunecare, ca şi funcţia $\mathcal{F}$.

Forţa medie rezultantă îndreptată perpendicular pe direcţia de mişcare este nulă. Subpresiunea la marginile $z = \pm c$ ale canalului faţă de planul axial $z = 0$ rezultă

$$\Delta p = \widetilde{p}\,(x, 0) - \widetilde{p}\,(x, c) = \int_0^c \widetilde{f}_z\,\mathrm{d}z =$$

$$= \mu J_{s0}^2\cdot\left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha^2}{2\varepsilon}\cdot\frac{\mathrm{ch}\,\theta_1 c' + \cos\theta_2 c' - 2}{\mathrm{ch}\,\theta_1 c' - \cos\theta_2 c'}\right), \tag{3.15}$$

deci forţele electromagnetice tind să îndepărteze fluidul de pereţi.

Puterea utilă și puterea pierdută prin efect Joule-Lenz se calculează pentru volumul de fluid $2b \times 2c \times \lambda$:

$$\widetilde{P}_u = \widetilde{F}_x \cdot v = \mu J_{s0}^2 \cdot 4bc \cdot v \cdot \mathcal{F}, \tag{3.16}$$

$$\widetilde{P}_j = \operatorname{Re} \iiint \underline{\widetilde{E}}\, \underline{\widetilde{J}}^* \, dv = \mu J_{s0}^2 \, 4bc \cdot s v_0 \cdot \mathcal{F}. \tag{3.17}$$

Se deduce imediat că randamentul teoretic al transformării energiei cîmpului electromagnetic, în energie mecanică este $\eta = \dfrac{v}{v_0} = 1 - s$.

3.2.2. Canalul B

Densitățile de forță $\widetilde{f}_x$ și $\widetilde{f}_z$ se calculează înlocuind în (2.12) relațiile (3.7), (3.8) și (3.9). Se obțin relațiile

$$\widetilde{f}_x = \frac{\mu J_{s0}^2}{\delta} \frac{2\alpha s}{\varepsilon} \frac{\operatorname{ch}\theta_1 z' - \cos\theta_2 z'}{\operatorname{ch}\theta_1 c' + \cos\theta_2 c'} \underline{u}_x, \tag{3.18}$$

$$\widetilde{f}_z = -\frac{\mu J_{s0}^2}{\delta} \frac{s}{\varepsilon} \frac{\theta_2 \operatorname{sh}\theta_1 z' - \theta_1 \sin\theta_2 z'}{\operatorname{ch}\theta_1 c' + \cos\theta_2 c'} \underline{u}_z. \tag{3.19}$$

Forța medie rezultantă ce acționează în direcția de mișcare asupra fluidului din volumul $2b \times 2c \times \lambda$ este

$$\widetilde{F}_x = \mu J_{s0}^2 \cdot 4bc \cdot \varphi(\alpha, s, c') \cdot \underline{u}_x, \tag{3.20}$$

unde prin $\varphi(\alpha, s, c')$ s-a notat funcția

$$\varphi(\alpha, s, c') = \frac{\pi}{\varepsilon c'} \cdot \frac{\theta_2 \cdot \operatorname{sh}\theta_1 c' - \theta_1 \cdot \sin\theta_2 c'}{\operatorname{ch}\theta_1 c' + \cos\theta_2 c'}. \tag{3.21}$$

Forța medie rezultantă îndreptată perpendicular pe direcția de mișcare este nulă, iar subpresiunea la marginile $z = \pm c$ ale canalului față de planul $z = 0$ este

$$\Delta\tilde{p} = \tilde{p}(x,0) - \tilde{p}(x, c) = -\int_0^c \widetilde{f}_z \, dz =$$

$$= \mu J_{s0}^2 \left[\frac{1}{2} - \frac{\frac{\alpha^2}{2\varepsilon}(\operatorname{ch}\theta_1 c' - \cos\theta_2 c') - 1}{\operatorname{ch}\theta_1 c' + \cos\theta_2 \cdot c'} \right]. \tag{3.22}$$

Se pot calcula acum puterea utilă şi puterea disipată cedate de cîmpul electromagnetic fluidului din volumul $2b \times 2c \times \lambda$ şi randamentul teoretic :

$$\widetilde{P}_u = \mu J_{s0}^2 \cdot 4bc \cdot v \, \wp, \tag{3.23}$$

$$P_j = \mu J_{s0}^2 \cdot 4bc \cdot v_0 \, \wp, \tag{3.24}$$

$$\eta = \frac{v}{v_0} = 1 - s. \tag{3.25}$$

4. STUDIUL FORŢELOR ŞI AL PRESIUNILOR

Pentru semispaţiul infinit, forţa totală medie care acţionează în direcţia de mişcare este proporţională cu factorul $T_s = \frac{2\alpha s}{\varepsilon \theta_1}$, cu suprafaţa $2b\lambda$ şi cu presiunea de referinţă μJ_{s0}^2 (2.15). Dacă mărimile inductorului sînt date, deci dacă se cunosc λ şi J_{s0}, forţa va fi o funcţie numai de alunecarea s. Alunecarea pentru care T_s este maximă se determină din ecuaţia

$$\frac{\mathrm{d}T_s}{\mathrm{d}s} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s} \cdot \frac{2\alpha s}{\sqrt{\alpha^4 + 4s^2} \cdot \sqrt{2\left(\sqrt{\alpha^4 + 4s^2} + \alpha^2\right)}} = 0, \tag{4.1}$$

care rezolvată ne dă valoarea $s_m = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \alpha^2 = 0{,}865 \ \alpha^2$. Pentru această alunecare, funcţia T_s are valoarea maximă, $T_{s\max} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}}$ şi nu depinde de conductivitatea fluidului σ, de permeabilitatea lui μ sau de frecvenţa cîmpului electromagnetic. Numai alunecarea pentru care forţa este maximă depinde de σ, μ şi f prin relaţia

$$s_{\max} = 2\pi \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\lambda^2 \cdot f \cdot \mu \cdot \sigma}. \tag{4.2}$$

În figura 5 este reprezentată grafic funcţia $T_s(s)$ pentru patru lungimi de undă ale cîmpului progresiv : $\lambda_1 = 0{,}1$ m ; $\lambda_2 = 0{,}25$ m ; $\lambda_3 = 1$ m ; $\lambda_4 = 5$ m, pentru frecvenţa $f = 50$ Hz, considerîndu-se ca fluid conductor aluminiu topit. Adîncirea de pătrundere în aluminiu topit s-a considerat $\delta = 2{,}26$ cm.

Reprezentarea grafică a funcţiei $\mathcal{F}(\alpha, s, c')$ pentru aceleaşi lungimi de undă λ_1, λ_2, λ_3 şi λ_4 şi pentru două valori ale parametrului c' ($c' = 1$; $c' = 2$) este dată pentru aluminiu topit în figura 6. Funcţia adi-

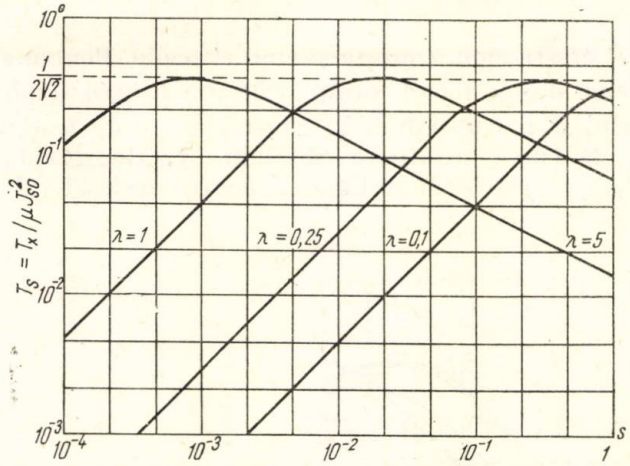


Fig. 5. Reprezentarea grafică a funcţiei T_s (α, s) pentru semispaţiul infinit.

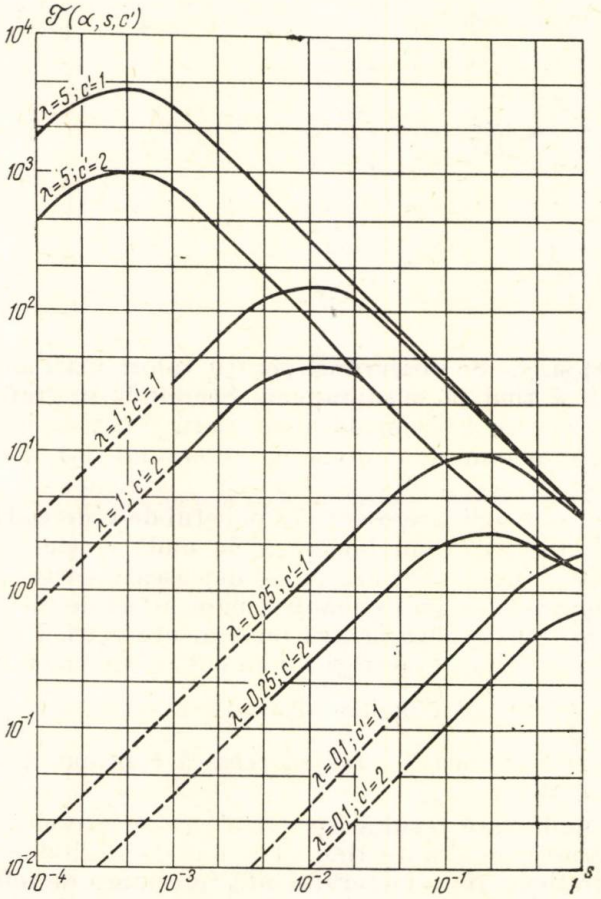


Fig. 6. — Reprezentarea grafică a funcţiei $\mathcal{T}$ (α, s, c') pentru canalul A.

mensională $\mathcal{F}$ creşte cînd λ creşte şi cînd c' scade. Pentru c' foarte mare, forţa $\widetilde{F}_x$ devine dublul forţei corespunzătoare pentru semispaţiul infinit.

Canalului B îi corespund, în general, forţe de tracţiune mult mai mici decît cele corespunzătoare canalului A. Reprezentarea grafică a funcţiei $\mathcal{V}(\alpha, s, c')$ este dată în figura 7 pentru aceleaşi valori ale parame-

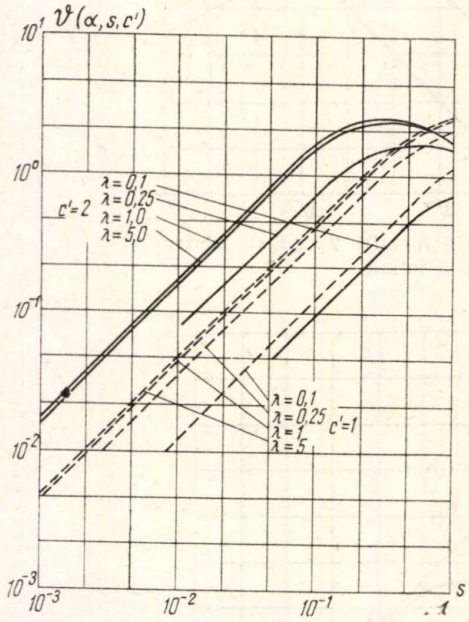


Fig. 7. — Reprezentarea grafică a funcţiei $\mathcal{F}(\alpha, s, c')$ pentru canalul B.

trilor α (sau λ) şi c'. Se observă că pentru valori mari ale parametrului c' funcţiile $\mathcal{V}$ şi $\mathcal{F}$ tind să se suprapună. Studiindu-se graficul funcţiei $\mathcal{V}$, se observă că, pentru lungimi de undă mari, $\mathcal{V}$ devine independentă de λ. Funcţia are maximul cuprins în intervalul $0{,}1 \leqslant s \leqslant 1$, pentru aluminiu topit.

Canalul A este mai interesant din punctul de vedere al forţei maxime în direcţia de mişcare. Cînd lungimea de undă creşte, maximul forţei creşte mai repede şi punctul de maxim se deplasează către alunecări foarte mici. Funcţionarea în regim de motor a unor astfel de dispozitive are loc pentru alunecări mici şi deci pentru randamente mari. Panta de creştere a funcţiei $\mathcal{F}(\alpha, s, c')$ este aceeaşi indiferent de valoarea parametrului α $\left(\text{sau } \lambda = 2\pi\frac{\delta}{\alpha}\right)$. Se pot imagina dispozitive în care pasul înfăşurărilor trifazate şi deci lungimea de undă să crească continuu pentru obţinerea unor acceleraţii mari.

Subpresiunile care rezultă din forţele ce se exercită perpendicular pe direcţia de mişcare şi care tind să îndepărteze fluidul de pereţi sînt reprezentate grafic în afara factorului μJ_{s0}^2 (presiunea de referinţă) pentru semispaţiu în figura 8, pentru canalul A în figura 9 şi pentru canalul B în figura 10, pentru aceiaşi parametri λ şi c' ca şi în celelalte grafice.

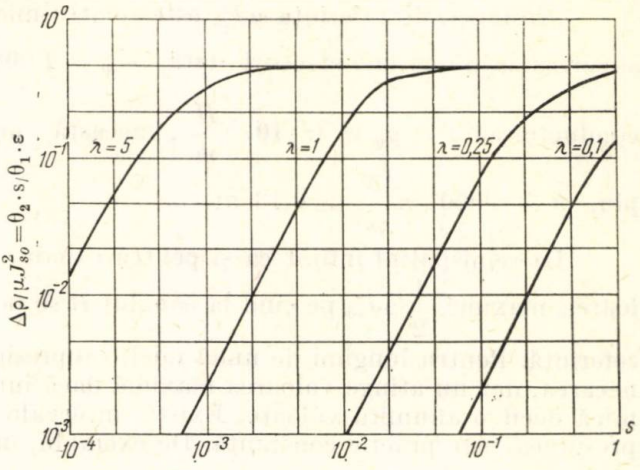


Fig. 8. — Reprezentarea grafică a subpresiunii pentru semispațiu infinit.

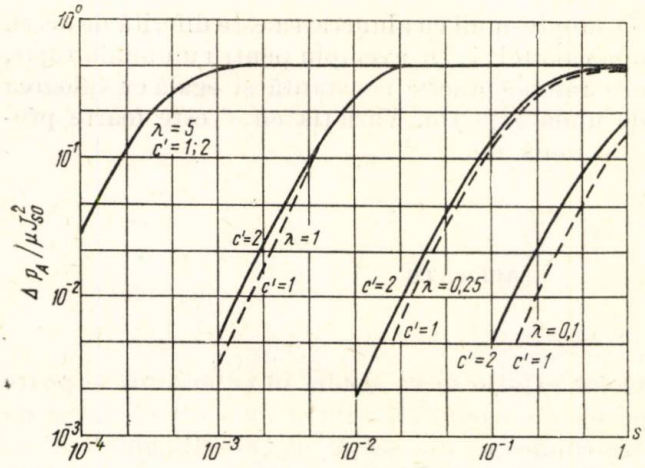


Fig. 9. — Reprezentarea grafică a subpresiunii pentru canalul *A*.

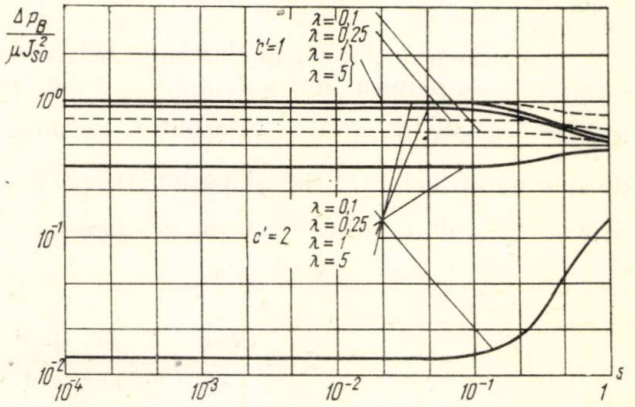


Fig. 10. — Reprezentarea grafică a subpresiunii pentru canalul *B*.

Presiunea de referinţă μJ_{s0}^2 este relativ mică. Pentru o densitate superficială de curent efectivă dată, $J_{s0} = 1\,000 \frac{A}{\text{cm}}$, şi pentru un fluid conductor cu $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$, această presiune este, de exemplu, $p = 4\,000\ \pi \frac{N}{m^2} \cong 0{,}13$ at.

La semispaţiul infinit ca şi pentru canalul A, subpresiunea are valoarea maximă $\frac{1}{2} \mu J_{s0}^2$ pe cînd la canalul B se poate obţine presiunea de referinţă. Pentru lungimi de undă mici, subpresiunea creşte rapid cu alunecarea, dar nu atinge valoarea maximă dacă lungimea de undă este mai mică decît o anumită valoare. Există intervale pentru s în care subpresiunea este practic constantă. De exemplu, în figurile 8 sau 9, pentru $\lambda = 5\,\text{m}$, $\Delta p \cong \frac{1}{2} \mu J_{s0}^2$ pentru $s < 0{,}005$.

În canalul B, variaţia subpresiunii cu alunecarea este diferită de aceea întîlnită la semispaţiu sau la canalul A. De exemplu pentru aluminiu topit, dacă $s < 0{,}1$, subpresiunea rămîne practic constantă şi egală cu valoarea maximă cînd lungimea de undă $\lambda > 1\text{m}$. Variaţia cu c' este foarte pronunţată pentru lungimi de undă mici.

5. APLICAŢIE

Ca aplicaţie a calculelor expuse se va studia în ce măsură se poate obţine un efect de pompă electromagnetică pentru un electrolit (apa de mare) într-un canal paralelipipedic cu secţiunea dreptunghiulară cu înfăşurarea trifazată de tipul A, neglijînd din punct de vedere electromagnetic neuniformitatea vitezei pe secţiunea transversală a canalului.

Funcţia $\mathcal{F}(\alpha, s, c')$ devine mult mai simplă în cazul electroliţilor, deoarece, adîncimea de pătrundere fiind foarte mare, parametrul $\alpha = 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$ poate fi mult supraunitar. Deoarece $s \leqslant 1$ pentru regimul de motor, atunci $\alpha^4 \gg 4s^2$ şi parametrii ε, θ_1 şi θ_2 devin $\varepsilon \cong \alpha^2$; $\theta_1 \cong 2\alpha$; $\theta_2 \cong 0$. Folosind notaţia $\chi = 2\alpha c' = \frac{4\pi c}{\lambda}$, funcţia $\mathcal{F}$ devine

$$\mathcal{F} = \frac{4\pi s}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{\chi} \cdot \frac{\text{sh}\chi + \chi}{\text{ch}\chi - 1}. \tag{5.1}$$

Dacă $\chi < 0{,}2$, putem aproxima $\frac{\operatorname{sh}\chi}{\chi} \cong 1$ şi $\operatorname{ch}\chi - 1 \cong \frac{\chi^2}{2}$, iar $\mathcal{F}$ capătă forma

$$\mathcal{F} = \frac{4\pi s}{\alpha^2} \cdot \frac{4}{16\,\pi^2 \frac{c^2}{\lambda^2}} = \frac{s \cdot \lambda^2}{\pi \cdot \alpha^2 \cdot c^2} \cdot \tag{5.2}$$

În această aproximaţie, forţa de tracţiune este dată de formula

$$\widetilde{F}_x = \mu J_{s0}^2 \cdot 4bc \cdot \frac{s \cdot \lambda^2}{\pi \cdot \alpha^2 \cdot c^2} = \mu^2 \cdot J_{s0}^2 \frac{b}{c} \cdot \frac{1}{\pi^2} \cdot \sigma\,(v_0 - v) \cdot \lambda^3, \tag{5.3}$$

fiindcă $\alpha = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot f \cdot \mu \cdot \sigma}}$.

Se calculează acum pierderile liniare hidraulice pentru o conductă netedă cu lungimea l şi secţiunea dreptunghiulară de arie $A = 2b \cdot 2c$ prin care curge apa cu viteza v. Pentru conductele nerotunde, pierderile prin rezistenţe hidraulice lineare (proporţionale cu lungimea conductei) se calculează cu formula

$$h_r = \frac{v^2}{2g} \cdot \lambda' \cdot \frac{1}{R}, \tag{5.4}$$

în care $R = \frac{A}{P}$ este raza hidraulică, adică raportul dintre aria secţiunii efective A şi perimetrul P de contact cu fluidul (perimetrul udat) iar g acceleraţia gravitaţională. Parametrul λ' se poate calcula cu aproximaţie suficientă în funcţie de λ, coeficientul Darcy-Weisbach de rezistenţa lineară pentru conductele rotunde, prin metoda diametrului echivalent, $de = 4R$:

$$\lambda' = \lambda \frac{R}{de} = \frac{\lambda}{4}. \tag{5.5}$$

Pentru numere Reynolds $\mathrm{Re} = \frac{v \cdot de}{\nu} > 2\,320$, ν fiind viscozitatea cinematică, regimul este turbulent şi influenţa rugozităţii conductei este neesenţială la conductele netede. Atunci coeficientul λ se calculează în funcţie de Re cu ajutorul formulei lui Blasius :

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt[4]{100\,\mathrm{Re}}}. \tag{5.6}$$

Diferenţa de presiune ce trebuie învinsă pentru ca fluidul să curgă prin conductă cu viteza dată v este

$$\delta p = \gamma \cdot h_r, \tag{5.7}$$

unde γ este greutatea specifică a fluidului. Pentru apă, $\gamma = 10^4 \frac{N}{m^3}$. Forţa de rezistenţă este dată de produsul dintre arie şi δp :

$$F_r = \delta p \cdot A = \gamma \frac{v^2}{4g} \cdot \frac{b + c}{\sqrt[4]{100\,\mathrm{Re}}} \cdot l. \tag{5.8}$$

Considerăm date următoare mărimi : conductivitatea apei de mare $\sigma = 5S \cdot m^{-1}$; valoarea efectivă a densităţii pînzei de curent $J_{s0} = 200 \frac{A}{cm}$ şi randamentul $\eta = \frac{v}{v_0} = 0{,}8$. Pentru o lungime a canalului $l = \frac{5}{3}\lambda$, forţa de rezistenţă hidraulică este dată de formula

$$F_R = 1{,}68 \cdot \frac{v_0^2 b \cdot \lambda}{\sqrt[4]{v_0 \cdot c}}, \tag{5.9}$$

iar forţa electromagnetică de tracţiune

$$\tilde{F}_x = 1{,}07 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{b}{c} \cdot v_0 \cdot \lambda^3. \tag{5.10}$$

Egalînd aceste forţe obţinem o relaţie de legătură între v_0 şi c :

$$\frac{1}{f^2} \cdot \sqrt[4]{\frac{v_0^5}{c^3}} = 1{,}57 \cdot 10^4. \tag{5.11}$$

Pentru ca această relaţie să fie satisfăcută la viteze practice, trebuie ca f şi c să fie relativ mici (de exemplu să presupunem că această pompă ar trebui să propulseze o navă ; pentru frecvenţa $f = 0{,}12$Hz, pentru dimensiunea secţiunii canalului $2b \cdot 2c = 10\mathrm{m} \cdot 0{,}2$ m, se obţine din (5.11) viteza undei progresive $v_0 = 19 \frac{m}{s}$ şi rezultă viteza apei în canal $v = 15{,}3 \frac{m}{s}$, iar lungimea canalului trebuie să fie $l = \frac{5}{3}\lambda = \frac{5}{3} \cdot 158 \cong 263$ m. Forţa electromagnetică de tracţiune este $F_x = 4 \cdot 10^5$ N pentru viteza $v = 15{,}3 \frac{m}{s}$, iar puterea utilă este $P_u = 6\,100$ kW, la randamentul dat de 0,8.

6. CONCLUZII

S-a efectuat un calcul exact al cîmpului electromagnetic progresiv într-un fluid în mişcare în ipoteza că viteza fluidului este aceeaşi în oricare punct din domeniul pe care-l ocupă, semispaţiul infinit sau canalul drept, cu secţiunea dreptunghiulară. S-au calculat forţele medii cu care acţionează cîmpul progresiv asupra fluidului: forţele de tracţiune şi subpresiunile datorate forţelor electromagnetice de respingere a fluidului faţă de pereţi, şi s-au reprezentat grafic funcţiile adimensionale $T_s(\alpha, s)$, $\mathcal{T}(\alpha, s, c')$, $\mathcal{P}(\alpha, s, c')$ şi $\frac{\Delta p}{\mu J_{s0}^2}$ din care se pot trage concluzii generale pentru situaţii optime.

SOLUȚIILE COMPLEXE ALE ECUAȚIILOR LUI MAXWELL

ED. NICOLAU

621.3

În prima parte a articolului se studiază posibilitatea reducerii sistemului de ecuații ale cîmpului e ectromagnetic maxwellian la o singură ecuație tensorială complexă.
În partea a doua se arată posibilitatea de a construi, utilizînd rezultatele obținute precedent, soluții complexe ale ecuațiilor lui Maxwell.
În întregul studiu se presupune că mediul este liniar, omogen și izotrop, nedisipativ.

După ce se introduce o transcriere complexă a ecuațiilor lui Maxwell, se arată diverse procedee de generare a unor soluții complexe, care verifică ecuațiile cîmpului electromagnetic.

1. GENERALITĂȚI

În literatura de specialitate se descriu diferite metode de construire a unor soluții care verifică ecuațiile lui Maxwell. Unele sînt în legătură cu ecuația undelor : acesta este cazul metodei „coborîrii" ; altele recurg la potențiale speciale, cum sînt potențialele lui Borgnis sau Hansen, interesînd în anumite cazuri particulare.

Precizăm de la început că se admite un mediu dielectric perfect, adică liniar, omogen, izotrop și nedisipativ.

Scopul acestui studiu este în primul rînd de a arăta posibilitatea reducerii numărului de ecuații care sintetizează sistemul lui Maxwell. În acest scop vom sintetiza rezultatele obținute de Silberstein și Bateman. Aceste rezultate vor fi doar menționate, neconstituind obiectivul nostru principal.

Important pentru noi este utilizarea transcrierii tensoriale complexe pentru studierea undelor electromagnetice. Aceasta se va face în secțiunile următoare, urmînd metoda dezvoltată de Bateman.

De la început trebuie precizat că în acest studiu mărimile complexe utilizate nu sînt fazori, adică nu se referă la cîmpuri electromagnetice cu o variație armonică în timp, această variație putînd fi arbitrară.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 435—449, 1973

2. TRANSCRIEREA COMPLEXĂ A ECUAȚIILOR LUI MAXWELL

Fie ecuațiile cîmpului electromagnetic, scrise sub forma

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0, \qquad (1) \qquad \nabla \times \mathbf{H} - \partial \mathbf{D}/\partial t = \mathbf{J}, \qquad (2)$$

$$\nabla \mathbf{D} = \rho, \qquad (3) \qquad \nabla \mathbf{B} = 0. \qquad (4)$$

La aceste ecuații trebuie să adăugăm relațiile dintre vectorii intensitate și vectorii inducție. În mediile liniare, izotrope, fără fenomene de histerezis sau ereditate, aceste relații sînt

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \qquad (5) \qquad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \qquad (6)$$

unde μ și ε sînt scalari reali ; dacă mediul este omogen și în regim permanent, atunci μ și ε nu depind nici de punct, nici de timp.

Ne propunem să reducem numărul ecuațiilor care descriu fenomenele electromagnetice, observînd că ecuațiile de evoluție (1) și (2) sînt aproape identice ca expresie matematică, observație dealtminteri valabilă și pentru ecuațiile de stare (3) și (4).

Înmulțind ecuația (1) cu a, ecuația (2) cu b și adunînd membru cu membru, se obține

$$\nabla \times (a\mathbf{E} + b\mathbf{H}) + (\partial/t)(a\mathbf{B} - b\mathbf{D}) = b\mathbf{J}. \qquad (7)$$

La fel, înmulțind pe (3) cu c și pe (4) cu d și adunînd, se obține

$$\nabla(c\mathbf{D} + d\mathbf{B}) = c\rho. \qquad (8)$$

Sistemul (7), (8) este o consecință a sistemului (1)—(4). În acest sistem (7), (8) se pun în evidență trei mărimi :

$$\mathbf{Q}_{(1)} = a\mathbf{E} + b\mathbf{H},$$

$$\mathbf{Q}_{(2)} = a\mathbf{B} - b\mathbf{D},$$

$$\mathbf{Q}_{(3)} = c\mathbf{D} + d\mathbf{B}.$$

În funcție de ele, ecuațiile (7), (8) se scriu

$$\nabla \times \mathbf{Q}_{(1)} + (\partial/t)\mathbf{Q}_{(2)} = b\mathbf{J},$$

$$\nabla \mathbf{Q}_{(3)} = c\rho.$$

Problema reducerii numărului de ecuații se rezolvă dacă reușim să stabilim condițiile în care $\mathbf{Q}_{(1)}$, $\mathbf{Q}_{(2)}$ și $\mathbf{Q}_{(3)}$ sînt proporționale. În acest caz, în (7) și (8) apare doar o singură mărime complexă $\mathbf{Q}_{(i)}$.

Pentru a simplifica problema la maximum considerăm că sînt satisfăcute condițiile în care

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} \qquad \text{și} \qquad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H}.$$

După cum se poate verifica, toate mărimile $\mathbf{Q}_{(i)}$ pot fi făcute proporționale între ele. De asemenea putem exprima toate mărimile $\mathbf{Q}_{(i)}$ în funcție de două constante arbitrare, alese din mulțimea mărimilor a, b, c și d. Alegînd ca mărimi arbitrare pe b și d, se poate scrie

$$\mathbf{Q}_{(1)} = (\pm jm^2\mathbf{E} + \mathbf{H})\,b,$$

$$\mathbf{Q}_{(2)} = (\pm jm^2\mathbf{B} - \mathbf{D})\,b,$$

$$\mathbf{Q}_{(3)} = (\pm jm^2\mathbf{D} + \mathbf{B})\,d,$$

unde b și d sînt arbitrari, iar $m^2 = \varepsilon/\mu$.

Alegînd ca mărime fundamentală pe oricare dintre mărimile $\mathbf{Q}_i$ definite prin aceste relații, putem reduce sistemul celor patru ecuații (1)—(4) la un sistem de numai două ecuații:

$$\nabla \times \mathbf{Q} + \alpha\,(\partial/\partial t)\mathbf{Q} = \beta\mathbf{J},$$

$$\nabla\mathbf{Q} = \gamma\rho,$$

unde constantele α, β și γ se pot determina în funcție numai de b și d, iar $\mathbf{Q}$ este una dintre mărimile $\mathbf{Q}_{(i)}$.

Ținînd seama de caracterul complex al mărimilor care intervin în acest sistem, el se poate descompune imediat într-un sistem de patru ecuații, care este tocmai sistemul (1)—(4).

Observăm în treacăt că

$$Q^2 = (H^2 - m^2E^2)b^2 \pm j2bm\,\mathbf{EH},$$

expresie care pune în evidență doi invarianți ai cîmpului electromagnetic.

3. SOLUȚIILE SECUNDARE ALE ECUAȚIILOR LUI MAXWELL

În mediile în care nu avem nici sarcini și nici curenți, fenomenele electromagnetice pot fi descrise deci prin ecuația tensorială complexă (Nicolau, 1954)

$$\operatorname{div}\mathbf{N} = 0,$$

echivalentă cu următoarele două ecuaţii vectoriale complexe :

$$\nabla \times \mathbf{Q} - (j/v)\partial \mathbf{Q}/\partial t = 0, \tag{9}$$

$$\nabla \mathbf{Q} = 0. \tag{10}$$

Ne propunem a determina categorii cît mai largi de funcţii vectoriale care satisfac sistemul (9) şi (10).

Se observă în primul rînd că $\mathbf{Q}$ formează un cîmp solenoidal. Astfel de cîmpuri admit o dublă infinitate de potenţiale, sub forma produsului vectorial a două cîmpuri irotaţionale :

$$\mathbf{Q} = (\nabla \varphi) \times (\nabla \psi). \tag{11}$$

Reciprocă acestei proprietăţi este proprietatea că, dacă $\mathbf{Q}$ este dat de (11), atunci e satisfăcută (10), ceea ce se poate verifica imediat, calculînd

$$\nabla \mathbf{Q} = \nabla (\nabla \varphi) \times \nabla \psi) = \nabla \psi \cdot \nabla \times (\nabla \varphi) - \nabla \varphi \cdot \nabla \times (\nabla \varphi) \equiv 0,$$

care expresie este identic nulă, deoarece

$$\forall \varphi, \qquad \nabla \times (\nabla \varphi) = 0.$$

Cîmpul $\mathbf{Q}$ nu conduce însă la o descompunere unică după φ şi ψ, ci la o dublă infinitate de perechi de potenţiale φ_i şi ψ_i :

$$\mathbf{Q} = \nabla \varphi_1 \times \nabla \psi_1 = \nabla \varphi_2 \times \nabla \varphi_2 = \ldots,$$

cu condiţia ca aceste potenţiale să fie în corespondenţă areolară :

$$\frac{D(\varphi_2, \varphi_2)}{D(\psi_1, \psi_1)} = 1.$$

Fie φ şi ψ două potenţiale care depind de aceleaşi variabile $x = x^1$, $y = x^2$, $z = x^3$, $t = x^4$ ca şi cîmpul studiat.

Punînd

$$\mathbf{Q} = \nabla \varphi \times \nabla \psi,$$

ecuaţia (10) este satisfăcută. Liniile de cîmp ale lui $\mathbf{Q}$ sînt date de ecuaţiile

$$\varphi = ct; \qquad \psi = ct.$$

Să introducem o mărime $\mathbf{Q}$, ale cărei componente sînt jacobieni :

$$Q_i = Q_x \mathbf{e}_i = \frac{D(\alpha, \beta)}{D(x^j, x^k)} (j = i + 1,\ k = j + 1, \quad (\text{mod } 3)\ i, j, k = 1, 2, 3)$$

Ne propunem a vedea în ce condiții se poate lua $\mathbf{Q}_{(i)} = \mathbf{Q}$. În general, se dispune de o mare libertate în ceea ce privește $\mathbf{Q}$, care depinde de două funcții arbitrare, supuse numai condiției de a fi derivabile de un număr suficient de ori. Totuși, trebuie să se țină seama și de faptul că $\mathbf{Q}$ satisface și ecuația (9), ceea ce restrînge parțial libertatea în alegerea lui $\mathbf{Q}$.

Pentru a determina condițiile relative la $\mathbf{Q}$ care să fie echivalente cu satisfacerea lui (9), să considerăm componenta după x^1 a ecuației (9). Se obține

$$(\partial/\partial y)Q_3 - (\partial/\partial z)Q_2 + (j/v)\,(\partial/\partial t)Q_1 = 0,$$

adică

$$\frac{\partial}{\partial y}\frac{D(\alpha, \beta)}{D(z, x)} = \frac{\partial}{\partial z}\frac{D(\alpha, \beta)}{D(x, y)} + \frac{j}{v}\frac{\partial}{\partial t}\frac{D(\alpha, \beta)}{D(y, z)} = 0. \tag{12}$$

Dar (12) este satisfăcut dacă

$$\frac{\partial}{\partial y}\frac{D(\alpha, \beta)}{D(x, y)} - \frac{\partial}{\partial z}\frac{D(\alpha, \beta)}{D(z, x)} = -\frac{j}{v}\frac{\partial}{\partial t}\frac{D(\alpha, \beta)}{D(y, z)}, \tag{13}$$

ceea ce are loc dacă

$$\frac{D(\alpha, \beta)}{D(x^j, x^k)} = \frac{j}{v}\frac{D(\alpha, \beta)}{D(x^i, t)} \qquad (i \neq j, \quad j \neq k, \quad k \neq i). \tag{14}$$

Într-adevăr, atunci membrul stîng al relației (14) se scrie

$$I = \frac{j}{v}\frac{\partial}{\partial y}\frac{D(\alpha, \beta)}{D(z, t)} - \frac{j}{v}\frac{\partial}{\partial z}\frac{D(\alpha, \beta)}{D(y, t)}$$

sau

$$I = -\frac{j}{v}\frac{\partial}{\partial t}\frac{D(\alpha, \beta)}{D(y, z)}, \tag{15}$$

ceea ce demonstrează că relația (15) este o condiție suficientă pentru $\mathbf{Q}$.

În concluzie, sistemul (9)—(10) este verificat de funcțiile vectoriale $\mathbf{Q}$, construite cu ajutorul relației (11) și la care componentele, date de (12), satisfac condiția (15).

4. UNDE PLANE

Spre exemplificare să considerăm cazul

$$\alpha = x \mp jz; \qquad \beta = -y \mp vt.$$

Este necesar ca în primul rînd să se verifice cele trei condiţii (15), ceea ce se poate face imediat.

În ceea ce priveşte pe $\mathbf{Q}$, expresia sa este

$$\mathbf{Q} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & \mp j \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix},$$

deci $\mathbf{Q} = \mp j\,\mathbf{i} - \mathbf{k}$.

Luînd

$$\mathbf{Q} = \mathbf{H} + jm\mathbf{E},$$

prin identificarea părţilor reală şi imaginară se obţine

$$\mathbf{H} = -\mathbf{k}; \qquad \mathbf{E} = \mp m\mathbf{i}.$$

Cîmpul obţinut este caracterizat prin aceea că vectori $\mathbf{E}$ şi $\mathbf{H}$ sînt: 1) polarizaţi liniar ; 2) normali unul pe altul ; 3) raportul modulelor lor este constant şi egal cu $m = (\mu/\varepsilon)^{\frac{1}{2}}$.

Cele două semne obţinute la $\mathbf{E}$ corespund celor două unde : emergentă şi convergentă.

Este evident că soluţia considerată corespunde unei unde plane.

5. UNDE PLANE DEPINZÎND DE UN PARAMETRU

Astfel de unde se pot obţine simplu schimbînd direcţia de polarizare a cîmpului electric. Pentru aceasta este suficient a lua

$$\begin{aligned} \alpha &= x\cos\theta + y\sin\theta \mp jz, \\ \beta &= x\sin\theta - y\cos\theta \mp vt, \end{aligned} \tag{16}$$

unde θ este o constantă arbitrară.

Condiţiile (15) sînt satisfăcute, aşa cum se poate verifica. Procedînd ca mai sus, se determină

$$\mathbf{Q} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \cos\theta & \sin\theta & \mp j \\ \sin\theta & -\cos\theta & 0 \end{vmatrix},$$

de unde rezultă imediat că sîntem în cazul unui cîmp caracterizat prin următoarele mărimi :

$$\mathbf{E} = \mp \mathbf{i}m\cos\theta \mp \mathbf{j}m\sin\theta,$$

$$\mathbf{H} = -\mathbf{k}.$$

Cîmpul considerat corespunde deci tot unei unde plane polarizate liniar.

6 CÎMPURI MAI GENERALE

Cîmpul considerat în paragraful precedent și care depinde de un parametru θ permite trecerea la alte soluții, mai generale, pentru Q_i. Aceasta se obține înmulțind primele soluții cu $f(\alpha, \beta, \theta)$ și integrînd. Funcțiile f sînt arbitrare, dar astfel alese încît integrarea și derivarea sub integrală să aibă sens. Se obține

$$\begin{aligned} Q_x &= \mp j \int_0^{2\pi} f(\alpha, \beta, \theta) \cos\theta \, d\theta, \\ Q_y &= \mp j \int_0^{2\pi} f(\alpha, \beta, \theta) \sin\theta \, d\theta, \\ Q_z &= - \int_0^{2\pi} f(\alpha, \beta, \theta) \, d\theta. \end{aligned} \tag{17}$$

Coeficienții $\mp j$ s-au luat pentru a avea încă $\nabla \mathbf{Q} = 0$, ținînd seama de condiția (16).

Aceste expresii ale lui $\mathbf{Q}_i$ sînt încă soluții ale ecuației inițiale, deoarece sistemul este linear și deci suma unor soluții este încă o soluție.

Se observă că integralele definite (17) reprezintă un cîmp electromagnetic în interiorul unui domeniu finit al variabilelor x, y, z, t.

Limitele de inegrare se pot lua nu numai 0 și 2π, ci și a și b (constante arbitrare) sau chiar funcții de x, y, z, t.

Dacă se ia

$$\alpha = (x \pm jv)/(z + r),$$
$$\beta = r - vt, \qquad v^2 = \varepsilon\mu,$$

se obține un cîmp electromagnetic la care vectorul fluxului de putere are direcția radială.

7. CONDIȚIILE GENERALE LA CARE SÎNT SUPUSE FUNCȚIILE α și β

În paragrafele precedente s-a considerat că funcțiile α și β sînt arbitrare, ele trebuind să satisfacă numai cele trei condiții (15).

Ne propunem ca în acest paragraf să determinăm condițiile pe care le satisfac funcțiile α și β. Pentru aceasta observăm că pentru fiecare componentă se dispune de două expresii echivalente :

$$Q_i = \frac{D(\alpha, \beta)}{D(x^j, x^k)} = \frac{j}{v} \frac{D(\alpha, \beta)}{D(x^i, t)}.$$

Pentru a obține condițiile generale la care sînt supuse funcțiile α și β, să considerăm, de exemplu, pe Q_1 și să ridicăm la pătrat cele două expresii ale sale (notăm $v = (\varepsilon\mu)^{-1/2}$). Se obține

$$Q_1^2 = \left(\frac{D(\alpha,\ \beta)}{D(y,\ z)}\right)^2 = \left(\frac{\partial\alpha}{\partial y}\frac{\partial\beta}{\partial z} - \frac{\partial\alpha}{\partial z}\frac{\partial\beta}{\partial y}\right)^2 =$$

$$= \left(\left(\frac{\partial\alpha}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial z}\right)^2\right)\left(\left(\frac{\partial\beta}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\beta}{\partial z}\right)^2\right) - \left(\frac{\partial\alpha}{\partial y}\cdot\frac{\partial\beta}{\partial y} + \frac{\partial\alpha}{\partial z}\cdot\frac{\partial\beta}{\partial z}\right)^2,$$

$$Q_1^2 = \left(\frac{j}{v}\frac{D(\alpha,\ \beta)}{D(x,\ t)}\right)^2 = -\frac{1}{v^2}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial x}\frac{\partial\beta}{\partial t} - \frac{\partial\alpha}{\partial t}\frac{\partial\beta}{\partial x}\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{1}{v^2}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial\alpha}{\partial x}\right)^2\right)\left(\frac{1}{v^2}\left(\frac{\partial\beta}{\partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial\beta}{\partial x}\right)^2 -\right.$$

$$\left. - \left(\frac{1}{v^2}\frac{\partial\alpha}{\partial t}\frac{\partial\beta}{\partial t} - \frac{\partial\alpha}{\partial x}\frac{\partial\beta}{\partial x}\right)^2\right.$$

Din comparația acestor două forme echivalente pentru Q_1 rezultă că α și β satisfac sistemul de ecuații

$$\left(\frac{\partial\alpha}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial z}\right)^2 = \frac{1}{v^2}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial t}\right)^2,$$

$$\left(\frac{\partial\beta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\beta}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\beta}{\partial z}\right)^2 = \frac{1}{v^2}\left(\frac{\partial\beta}{\partial t}\right)^2,$$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial x}\frac{\partial\beta}{\partial x} + \frac{\partial\alpha}{\partial y}\frac{\partial\beta}{\partial y} + \frac{\partial\alpha}{\partial z}\frac{\partial\beta}{\partial z} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial\alpha}{\partial t}\frac{\partial\beta}{\partial t},$$

care se transcrie vectorial astfel :

$$(\nabla\alpha)^2 - \frac{1}{v^2}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial t}\right)^2 = 0,$$

$$(\nabla\beta)^2 - \frac{1}{v^2}\left(\frac{\partial\beta}{\partial t}\right)^2 = 0,$$

$$(\nabla\alpha)(\nabla\beta) - \frac{1}{v^2}\frac{\partial\alpha}{\partial t}\frac{\partial\beta}{\partial t} = 0.$$

Aceste relații pot fi transcrise mai simplu, introducînd gradientul cvadridimensional :

$$\nabla_4 = \mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z} + \mathbf{l}\frac{j}{v}\frac{\partial}{\partial t}.$$

Cu acest operator relațiile anterioare se scriu compact astfel :

$$\begin{aligned} (\nabla_4 \alpha)^2 &= 0, \\ (\nabla_4 \beta)^2 &= 0, \\ (\nabla_4 \alpha)(\nabla_4 \beta) &= 0. \end{aligned} \tag{18}$$

Prin integrarea acestui sistem se obține soluții ale ecuațiilor fundamentale.

8. ALTE SOLUȚII GENERALE

În acest paragraf se vor studia unele procedee generale, datorită cărora se pot obține soluții ale sistemului (18). Punctul de plecare îl constituie observația că, dacă se cunoaște o pereche de funcții u și v care să satisfacă ecuațiile (18), atunci $F(u, v)$ este încă o soluție dacă

$$(\nabla_4 F)^2 = 0,$$

adică

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 = \frac{1}{v^2}\left(\frac{\partial F}{\partial t}\right)^2.$$

Pentru aceasta e suficient să observăm că

$$\begin{aligned} (\nabla F)^2 &= \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 = \\ &= \left(\frac{\partial F}{\partial u}\right)^2 \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2\right) + \\ &+ \left(\frac{\partial F}{\partial v}\right)^2 \left(\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 + \right. \\ &+ \left. 2\frac{\partial F}{\partial u}\frac{\partial F}{\partial v}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}\frac{\partial v}{\partial z}\right)\right) = \\ &= \frac{1}{v^2}\left(\left(\frac{\partial F}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2\right) + 2\frac{\partial F}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial t}\frac{\partial F}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial t} = \\ &= \frac{1}{v^2}\left(\frac{\partial F}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2 + \frac{1}{v^2}\left(\frac{\partial F}{\partial t}\right)^2. \end{aligned}$$

Se poate arăta de asemenea că dacă f este o funcţie arbitrară, iar Q_i o funcţie de α şi β care satisface ecuaţiile (18), atunci $\mathbf{Q}_f$ este încă o funcţie de undă.

Pentru aceasta scriem

$$\Box(Q_i f) = f \Box Q_i + 2\left(\frac{\partial Q_i}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial Q_i}{\partial y}\frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial Q_i}{\partial z}\frac{\partial f}{\partial z} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{v^2}\frac{\partial Q_i}{\partial t}\frac{\partial f}{\partial t}\right) + Q_i \Box f.$$

Dar Q_i satisface ecuaţia undelor, deci primul termen este nul.

Pentru termenul al dolea se ţine seama de faptul că $\mathbf{Q}$ şi f sînt funcţii de u şi v; rezultă că cel de-al doilea termen se poate scrie sub forma

$$\frac{\partial Q_i}{\partial u}\frac{\partial f}{\partial u}\left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 - a^2\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2\right) +$$

$$+ \frac{\partial Q_i}{\partial v}\frac{\partial f}{\partial v}\left(\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 - a^2\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\partial Q_i}{\partial u}\frac{\partial f}{\partial v} + \frac{\partial Q_i}{\partial v}\frac{\partial f}{\partial u}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}\frac{\partial v}{\partial z} - a^2\frac{\partial u}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial t}\right) = 0,\right.$$

$a^2 = (\varepsilon_\mu)^2$.

La fel se arată că şi ultimul termen este nul dacă u şi v satisfac ecuaţia undelor.

S-a demonstrat astfel că, dacă Q_i satisface ecuaţiile, atunci $\mathbf{Q}_f$ satisfac ecuaţiei undelor cu f arbitrar.

În particular, luînd pentru Q_i forma (10), rezultă că o expresie de forma

$$A = \frac{D(u, v)}{D(y, z)} g(u, v)$$

este o funcţie de undă dacă $\Box u = 0$, $\Box v = 0$.

9. CÎMPURI ELECTROMAGNETICE CARE DERIVĂ DIN FUNCŢII DE UNDĂ OMOGENE DE GRADUL DOI

În acest paragraf se va da o metodă de construire de cîmpuri electromagnetice, plecînd de la funcţii omogene de grad -2.

Se poate verifica că, dacă U este o funcție de undă omogenă de grad -2, atunci

$$p\mathbf{E} = \frac{\mathbf{r}}{v}\,\partial U/\partial t + vt\,\nabla U,$$

$$q\mathbf{H} = \mathbf{r}\times\nabla U$$

constituie o soluție a ecuațiilor lui Maxwell, $\mathbf{r}$ fiind vectorul de componente x, y, z, iar p și q scalari.

Pentru aceasta plecăm de la ecuația

$$\nabla\times\mathbf{H} - \partial\mathbf{D}/\partial t = 0$$

și calculăm expresia

$$\mathbf{I} = \nabla\times\mathbf{H} - \partial\mathbf{D}/\partial t.$$

Înlocuind mai întîi în $\mathbf{I}$ valorile date pentru $\mathbf{E}$ și $\mathbf{H}$ și ținînd seama de identitatea vectorială, observăm că primii trei termeni din paranteză pot fi puși sub o formă mai condensată. Pentru aceasta se consideră componenta după x a acestor termeni, componentă pe care să o numim C_x:

$$C_x = 4\frac{\partial}{\partial x} + \left(x\frac{\partial}{\partial x} + y\frac{\partial}{\partial y} + z\frac{\partial}{\partial z}\right)\frac{\partial}{\partial x} -$$

$$-\left(\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial}{\partial z}\right)x.$$

Regrupînd termenii, se găsește că C_x poate fi scrisă sub forma

$$C_x = 2\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(x\frac{\partial}{\partial x} + y\frac{\partial}{\partial y} + z\frac{\partial}{\partial z}\right),$$

ceea ce arată că

$$\mathbf{C} = 2\nabla + \nabla\,(\mathbf{r}\nabla).$$

În cele ce urmează se verifică faptul că U satisface ecuația undelor și în același timp este o funcție omogenă de grad -2.

În mod analog se poate constata că și a doua ecuație de evoluție este verificată.

Funcțiile de undă omogene și de grad -2 în x, y, z, t permit deci construirea unor unde electromagnetice.

Funcţii de undă omogene de grad -2 se pot obţine plecînd de la funcţii de undă omogene de grad zero. Astfel, dacă F este o funcţie arbitrară de două variabile, cu restricţiile cuvenite, integrala

$$\int_0^{2\pi} F\left(\frac{x \sin - x \cos - vt}{x \cos + y \sin + jz}\right) \alpha \, d\alpha$$

este o funcţie de undă de grad zero. Împărţind-o cu $s^2 = r^2 - v^2t^2$, se obţine o funcţie de undă de grad -2.

De asemenea funcţiile

$$f\left(\frac{x \pm jy}{z \pm vt}\right), \quad \arg \operatorname{tg} (y/x), \qquad \arg \operatorname{th} (vt/z),$$

$$\lg ((z^2 - v^2t^2)/(x^2 + y^2))$$

sînt încă funcţii de undă de grad zero.

10. CONSTRUIREA FUNCŢIILOR DE UNDĂ

În acest paragraf se vor da diverse metode de construire a funcţiilor de undă, deci a unor expresii ce descriu cîmpuri electromagnetice. Construirea funcţiilor se face plecînd de la soluţii cunoscute ale ecuaţiei undelor. Există diferite căi care permit construirea altor soluţii. De exemplu, funcţia ce se obţine diferenţiind de ori cîte ori în raport cu y, x, z, t, o funcţie de undă dată, este încă o funcţie de undă.

La fel, produsul unei soluţii cu o constantă este încă o soluţie, ca şi suma a n soluţii, multiplicată fiecare cu o constantă arbitrară.

Fie astfel două soluţii particulare :

$$f_1 = \frac{1}{r(r - vt)} \quad \text{şi} \quad f_2 = \frac{1}{r(r + vt)}.$$

Suma lor

$$f = \frac{2}{(r^2 - v^2t^2)}$$

este încă o integrală a ecuaţiei undelor.

De asemenea schimbarea originii axelor rectangulare permite obţinerea unei noi integrale. Dacă de la x, y, z, t se trece la $(x - x_0)$ etc., se obţine

$$f_0^{-1} = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 - v^2 (t - t_0)^2,$$

care este încă o funcţie de undă.

Plecînd de la funcțiile de undă în care intervin și parametrii, se obțin noi funcții de undă diferențiind în raport cu acești parametri sau integrînd în raport cu ei, după ce s-a înmulțit prima funcție de undă cu o funcție arbitrară de acești parametri. Astfel, de exemplu, funcția

$$f = \int \frac{f(\alpha)\, \mathrm{d}\alpha}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 - v^2 (t - t_0)^2}$$

este încă o funcție de undă, limitele de integrare fiind constante sau variabile.

În afara schimbărilor de origine, orice transformare lineară a coordonatelor, pentru care expresia

$$\mathrm{d}s^2 = \mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2 + \mathrm{d}z^2 - v^2 \mathrm{d}t^2$$

rămîne invariantă, conduce încă la o funcție de undă.

În afară de translație există și alte transformări care se bucură de aceste proprietăți, de exemplu transformarea

$$x' = x/s^2; \quad y' = y/s^2; \quad z = z/s^2; \quad t' = t/s^2, \tag{19}$$

unde

$$s^2 = r^2 - v^2 t^2.$$

Se poate arăta că, dacă $f(x, y, z, t)$ este o funcție de undă, atunci și

$$f_s = \frac{1}{s^2} f\left(\frac{x}{s^2}, \frac{y}{s^2}, \frac{z}{s^2}, \frac{t}{s^2}\right)$$

este încă o funcție de undă.

Altă transformare de acest gen este transformarea

$$x' = \frac{x}{z - vt}; \quad y' = \frac{y}{z - vt}; \quad z' = \frac{s^2 - 1}{2(z - vt)},$$

$$t' = \frac{s^2 + 1}{2c(z - ct)}.$$

Dacă $f(x, y, z, t)$ este o funcție de undă, atunci și

$$f_v = \frac{1}{z - vt} f(x', y', z', t')$$

este încă o funcție de undă, x', y', z', t' fiind date de transformarea anterioară.

Se deduce astfel că, dacă

$$f_e = \exp\ (-(z + vt))$$

este o funcţie de undă, rezultă că şi

$$f_u = \frac{\exp\ (-s^2/(z - vt)}{z - vt}$$

este încă o funcţie de undă.

Luînd

$$4\tau = z - vt\,;\ \sigma = z + vt,$$

o funcţie de forma

$$u = F(x, y, \tau) \exp\ (-\sigma)$$

este o funcţie de undă dacă F satisface ecuaţia

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \frac{\partial F}{\partial \tau},$$

de unde

$$F = \tau^{-1} \exp(-(x^2 + y^2)/4\tau).$$

11. RELAŢIILE DINTRE FUNCŢIILE DE UNDĂ ALE CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ŞI INTEGRALELE ECUAŢIEI CĂLDURII

Integrala obţinută anterior

$$F = \frac{1}{\tau} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{4\tau}\right)$$

este o integrală fundamentală în problema propagării căldurii. Dealtminteri, din cele de mai sus rezultă că orice soluţie bidimensională a ecuaţiei conducţiei căldurii permite construirea unei funcţii de undă.

Dacă $F(x, y, \tau)$ este o soluţie a ecuaţiei conducţiei căldurii ,atunci şi

$$G = \frac{1}{\tau} F\left(\frac{x}{\tau}, \frac{y}{\tau}, -\frac{1}{\tau}\right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{4\tau}\right)$$

este încă o soluţie a acestei ecuaţii.

Pentru ecuaţia bidimensională a undelor :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) u = 0,$$

se poate da o transformare utilă.

Dacă $f(x, y, t)$ este o funcție de undă și

$$s^2 = x^2 + y^2 - v^2t^2,$$

atunci

$$f_w = \frac{1}{s} f\left(\frac{x}{s^2}, \frac{y}{s^2}, \frac{t}{s^2}\right)$$

este încă o soluție a ecuației undelor.

La fel și

$$f_m = (y - vt)^{-1/2} f\left(\frac{x}{y - vt}, \frac{s^{2-1}}{2(y - vt)}, \frac{s^{2+1}}{2c(y - vt)}\right).$$

Scriind

$$4\tau = y - vt \; ; \; \sigma = y + vt,$$

se obține că

$$u = F \exp\ (-\sigma)$$

este o funcție de undă dacă

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \frac{\partial F}{\partial \tau}.$$

Această ultimă transformare arată că

$$F = \tau^{-1/2} \exp\ (-x^2/4\tau)$$

este o soluție și că, dacă $F(x, \tau)$ este o soluție, atunci și

$$H = \tau^{-1/2} F\left(\frac{x}{\tau}, -\frac{1}{\tau}\right) \exp\ (-x^2/4\tau)$$

este încă o soluție.

În concluzie, se dispune de o pluralitate de metode care permit construirea unor forme de cîmpuri electromagnetice compatibile cu ecuațiile lui Maxwell.

Aceste probleme au fost discutate cu ing. Al. Popovici, căruia îi mulțumim pentru observații și sugestii.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Bateman, *The mathematical analysis of electrical and optical wave-motion*, Dover Publ., 1955.
2. Edm. Nicolau, *Transcrierea tensorial complexă a ecuațiilor lui Maxwell*. Comunicările Acad. R.P.R., **IV**, *11–12*, 613–619 (1954).
3. Edm. Nicolau, *Cîmpuri și unde electromagnetice*, București, Edit. Academiei, 1972.

CÎMPUL ELECTROMAGNETIC ARMONIC AL UNUI CONDUCTOR SITUAT ÎN VECINĂTATEA UNUI ECRAN CONDUCTOR PLAN

CEZAR FLUERAȘU

537.311.5

Se determină cîmpul electromagnetic al unui conductor rectiliniu parcurs de curent alternativ, situat în prezența unui ecran conductor plan. Rezultatele obținute permit determinarea pierderilor în ecran, a coeficientului de ecranare și a forțelor exercitate asupra firului și asupra ecranului. Rezultate, prezentate sub formă de grafice, completează lucrarea.

1. INTRODUCERE

În construcția transformatoarelor și a mașinilor electrice de puteri mari, ca și în realizarea barelor colectoare pentru curenți intenși, sînt utilizate frecvent ecrane electromagnetice. Aceste ecrane au, în principal, două funcții: ecranarea părților metalice masive în scopul evitării apariției unor pierderi suplementare și micșorarea eforturilor electrodinamice exercitate asupra conductoarelor.

Din punct de vedere constructiv, ecranele se prezintă sub formă de plăci conductoare, avînd grosimea de ordinul cîtorva milimetri. În cazul utilizării lor la frecvența industrială, grosimea ecranelor este de ordinul de mărime al adîncimii de pătrundere a cîmpului electromagnetic:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}}. \tag{1}$$

Această circumstanță permite utilizarea unei metode de aproximare în calculul electromagnetic al ecranelor, metodă prezentată în [1] și dezvoltată în [2], [3]. Ideea acestei metode, aplicabilă la calculul cîmpului electromagnetic în prezența unor pereți subțiri conductori, constă în înlocuirea acestora printr-o pînză de curent și o pînză de flux magnetic,

avînd (în regim armonic permanent) o *conductivitate superficială* complexă $\underline{\sigma}_s$ și o *permeabilitate superficială* complexă $\underline{\mu}_s$, date de relațiile*)

$$\underline{\sigma}_s = \sigma d \underline{\Psi}\left(\frac{d}{\delta}\right); \quad \underline{\mu}_s = \mu d \underline{\Psi}\left(\frac{d}{\delta}\right), \tag{2}$$

în care d este grosimea ecranului, iar [3]

$$\underline{\Psi}(x) = \Psi_r(x) + j\Psi_i(x), \tag{3}$$

$$\begin{cases} \Psi_r(x) = \dfrac{1}{x}\dfrac{\operatorname{sh} x + \sin x}{\operatorname{ch} x + \cos x}, & (4) \\ \Psi_i(x) = \dfrac{1}{x}\dfrac{\sin x - \operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x + \cos x}. & (5) \end{cases}$$

Prin introducerea mărimilor de mai sus, suprafața conductoare devine o suprafață de discontinuitate pentru componenta normală a inducției magnetice și pentru componenta tangențială a intensității cîmpului magnetic, fapt pus în evidență de relațiile de trecere [3]:

$$\begin{cases} \boldsymbol{J}_s = \operatorname{rots} \boldsymbol{H}, & (6) \\ \boldsymbol{B}_s = \operatorname{rots} \boldsymbol{A}, & (7) \end{cases}$$

în care $\boldsymbol{J}_s$ reprezintă densitatea de linie a pînzei de curent, $\boldsymbol{B}_s$ densitatea de linie a pînzei de flux magnetic, iar $\boldsymbol{A}$ potențialul magnetic vector. De asemenea mai sînt satisfăcute relațiile [3]

$$\begin{cases} \boldsymbol{J}_s = \underline{\sigma}_s \dfrac{\boldsymbol{E}_{t1} + \boldsymbol{E}_{t2}}{2}, & (8) \\ \boldsymbol{B}_s = \underline{\mu}_s \dfrac{\boldsymbol{H}_{t1} + \boldsymbol{H}_{t2}}{2}, & (9) \end{cases}$$

în care indicii 1 și 2 se referă la cele două fețe ale ecranului, iar indicele t desemnează componenta tangențială a cîmpului respectiv.

Metoda prezentată dă rezultate bune în cazul în care grosimea ecranului este mică sau comparabilă cu adîncimea de pătrundere δ. Prin utilizarea acestei metode, calculele se simplifică considerabil, deoarece dispare necesitatea determinării cîmpului în interiorul ecranului.

Într-o lucrare anterioară [4] s-a studiat un ecran plan fără a se face aproximația amintită, deci prin integrarea exactă a ecuațiilor lui Maxwell în exteriorul și în interiorul ecranului. Rezultatele se prezintă sub o formă mai puțin comodă pentru calculele numerice. În aceeași lucrare se studiază aproximația unui ecran subțire, dotat cu o conductivitate superficială:

$$\sigma_{s0} = \sigma_d, \tag{10}$$

*) Mărimile subliniate sînt reprezentări în complex simplificat.

şi fără permeabilitate superficială. Cercetări ulterioare au arătat că se obţin aproximări mai bune şi valabile şi pentru grosimi mai mari ale ecranelor prin metoda prezentată mai sus. Ca urmare, în lucrarea de faţă se reia aceeaşi problemă, folosind de la început aproximaţia ecranului subţire cu conductivitate şi permeabilitate superficială, aproximaţie satisfăcătoare în marea majoritate a cazurilor de interes practic.

În afară de aproximaţia amintită se mai fac şi următoarele:

— se presupune cîmpul magnetic plan-paralel, în care caz se poate descrie cîmpul magnetic printr-un potenţial-vector cu o singură componentă (fig. 2):

$$\boldsymbol{A} = k\boldsymbol{A}(x, y); \tag{11}$$

— se consideră ecranul infinit extins, aproximaţie valabilă dacă lungimea şi lăţimea ecranului sînt mari în comparaţie cu distanţa dintre fir şi ecran;

— se presupune conductorul filiform;

— se consideră că întoarcerea curentului se face prin ecran (în lucrarea [4] citată mai sus se consideră că întoarcerea curentului se reali-

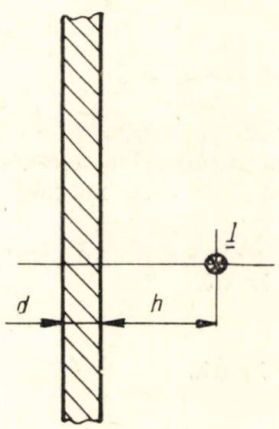


Fig. 1. — Conductor parcurs de curent alternativ în vecinătatea unui ecran conductor plan.

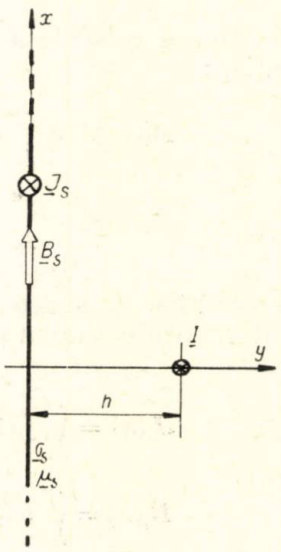


Fig. 2. — Modelul teoretic pentru calculul cîmpului.

zează printr-un al doilea conductor, care apoi este îndepărtat la infinit, în care caz termenul corespunzător din soluţie dispare, fapt care permite ca de la început să se considere cazul unui singur conductor, cu întoarcerea curentului prin ecran).

2. DETERMINAREA CÎMPULUI MAGNETIC

În cele două domenii delimitate de către ecran, unica componentă a potențialului-vector satisface ecuațiile lui Poisson, respectiv Laplace:

$$\Delta \boldsymbol{A}_1(x, y) = -\mu_0 \boldsymbol{I} \delta(x)\, \delta(y - h), \tag{12}$$

$$\Delta \boldsymbol{A}_2(x, y) = 0, \tag{13}$$

unde δ reprezintă „funcțiunea" lui Dirac.

Pentru comoditatea calculelor, în expresia lui A_1 se separă un termen care reprezintă contribuția conductorului izolat și a imaginii sale în raport cu un ecran perfect conductor:

$$\boldsymbol{A}_1 = -\frac{\mu_0 \boldsymbol{I}}{4\pi} \ln \frac{x^2 + (y - h)^2}{x^2 + (y + h)^2} + \boldsymbol{A}_1', \tag{14}$$

termenul $\boldsymbol{A}_1'$ satisfăcînd ecuația lui Laplace:

$$\Delta \boldsymbol{A}_1' = 0. \tag{15}$$

Se caută soluții generale ale ecuațiilor (13) și (15) de forma unor integrale Fourier:

$$\boldsymbol{A}_1'(x, y) = \int_0^\infty c(\lambda)\, e^{-\lambda y} \cos \lambda x\, d\lambda, \tag{16}$$

$$\boldsymbol{A}_2(x, y) = \int_0^\infty d(\lambda)\, e^{\lambda y} \cos \lambda x\, d\lambda, \tag{17}$$

care satisfac condițiile de simetrie și la infinit. De asemenea se caută pentru densitatea pînzei de curent și a pînzei de flux magnetic expresii de forma

$$\boldsymbol{J}_s(x) = \int_0^\infty j(\lambda) \cos \lambda x\, d\lambda, \tag{18}$$

$$\boldsymbol{B}_s(x) = \int_0^\infty b(\lambda) \cos \lambda x\, d\lambda. \tag{19}$$

Coeficienții $c(\lambda)$, $d(\lambda)$, $j(\lambda)$ și $b(\lambda)$ se determină din condițiile de trecere prin suprafața de discontinuitate reprezentată de către ecran. Astfel, din relațiile (6) și (7) rezultă

$$\boldsymbol{J}_s(x) = \frac{1}{\mu_0} \left[\frac{\partial \boldsymbol{A}_2}{\partial y} - \frac{\partial \boldsymbol{A}_1}{\partial y} \right]_{y=0}, \tag{20}$$

$$\boldsymbol{B}_s(x) = \boldsymbol{A}_1(x, 0) - \boldsymbol{A}_2(x, 0), \tag{21}$$

iar din relaţiile (8) şi (9) se obţine

$$\boldsymbol{J}_s(x) = -\frac{j\omega\underline{\sigma}_s}{2}[\boldsymbol{A}_1(x, 0) + \boldsymbol{A}_2(x, 0)], \tag{22}$$

$$\boldsymbol{B}_s(x) = \frac{\underline{\mu}_s}{2\mu_0}\left[\frac{\partial \boldsymbol{A}_1}{\partial y} + \frac{\partial \boldsymbol{A}_2}{\partial y}\right]_{y=0} \tag{23}$$

(în penultima relaţie nu intervine componenta potenţială a intensităţii cîmpului electric).

Se obţin următoarele expresii ale potenţialului-vector :

$$\boldsymbol{A}_1(x, y) = -\frac{\mu_0 I}{4\pi}\ln\frac{x^2 + (y-h)^2}{x^2 + (y+h)^2} + \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_0^\infty e^{-\lambda(y+h)}\left[\frac{1}{\lambda + \frac{j\omega\mu_0\underline{\sigma}_s}{2}} + \frac{1}{\frac{2\mu_0}{\underline{\mu}_s}}\right]\cos\lambda x\, d\lambda, \tag{24}$$

$$\boldsymbol{A}_2(x, y) = \frac{\mu_0 \boldsymbol{I}}{2\pi}\int_0^\infty e^{\lambda(y+h)}\left[\frac{1}{\lambda + \frac{j\omega\mu_0\underline{\sigma}_s}{2}} - \frac{1}{\frac{2\mu_0}{\underline{\mu}_s}}\right]\cos\lambda x\, d\lambda. \tag{25}$$

Densităţile pînzelor de curent şi de flux magnetic sînt, respectiv,

$$\boldsymbol{J}_s(x) = -\frac{j\omega\mu_0\underline{\sigma}_s}{2\pi}\boldsymbol{I}\int_0^\infty \frac{e^{-\lambda h}\cos\lambda x\, d\lambda}{\lambda + \frac{j\omega\mu_0\underline{\sigma}_s}{2}}, \tag{26}$$

$$\boldsymbol{B}_s(x) = \frac{\mu_0}{\pi}\boldsymbol{I}\int_0^\infty \frac{e^{-\lambda h}\cos\lambda x\, d\lambda}{\lambda + \frac{2\mu_0}{\underline{\mu}_s}}. \tag{27}$$

În scopul simplificării calculelor, rezultatele vor fi prezentate sub formă adimensională. Pentru aceasta se raportează mărimile $\boldsymbol{J}_s$ şi $\boldsymbol{B}_s$ la valorile de referinţă :

$$\boxed{\boldsymbol{J}_{s0} = \frac{\boldsymbol{I}}{2\pi h};\quad \boldsymbol{B}_{s0} = \frac{\underline{\mu}_s \boldsymbol{I}}{4\pi h},} \tag{28}$$

care reprezintă densitățile pînzelor de curent și de flux magnetic dintr-un ecran cilindric circular cu aceeași grosime, coaxial cu conductorul și cu raza h, curentul întorcîndu-se prin acest ecran (fig. 3).

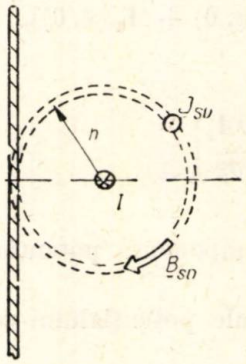


Fig. 3. — Ecran fictiv pentru definirea mărimilor de referință $\boldsymbol{J}_{s0}$ și $\boldsymbol{B}_{s0}$.

Rezultatele vor fi exprimate în funcțiune de parametrii adimensionali:

$$\boxed{\xi = \frac{d}{\delta}; \quad \eta = \frac{1}{\mu_r}\frac{h}{\delta}.} \tag{29}$$

Se mai definesc mărimile complexe

$$\begin{cases} \boldsymbol{Z}_1(\xi, \eta) = j2\eta\underline{\Phi}(\xi), & (30) \\ \boldsymbol{Z}_2(\xi, \eta) = \dfrac{4\eta}{\underline{\Phi}(\xi)}, & (31) \end{cases}$$

în care

$$\underline{\Phi}(\xi) = \xi\underline{\Psi}(\xi) = \Phi_r(\xi) + j\Phi_i(\xi), \tag{32}$$

$$\begin{cases} \Phi_r(\xi) = \dfrac{\operatorname{sh}\xi + \sin\xi}{\operatorname{ch}\xi + \cos\xi}, & (33) \\ \Phi_i(\xi) = \dfrac{-\operatorname{sh}\xi + \sin\xi}{\operatorname{ch}\xi + \cos\xi}. & (34) \end{cases}$$

Cu aceste notații se obține

$$\begin{cases} \dfrac{\boldsymbol{J}_s\left(\dfrac{x}{h}\right)}{\boldsymbol{J}_{s0}} = -\boldsymbol{Z}_1\displaystyle\int_0^\infty \frac{e^{-t}\cos\left(t\dfrac{x}{h}\right)dt}{t + \dfrac{\boldsymbol{Z}_1}{2}}, & (35) \\ \dfrac{\boldsymbol{B}_s\left(\dfrac{x}{h}\right)}{\boldsymbol{B}_{s0}} = \boldsymbol{Z}_2\displaystyle\int_0^\infty \frac{e^{-t}\cos\left(t\dfrac{x}{h}\right)dt}{t + \dfrac{\boldsymbol{Z}_2}{2}}. & (36) \end{cases}$$

Cele două integrale pot fi efectuate cu ajutorul relației [5]:

$$\int_0^\infty \frac{e^{-pt}\,dt}{t+a} = -e^{ap}Ei(-ap), \tag{37}$$

în care Ei este funcția exponențială integrală.

Definind funcția ajutătoare

$$\boxed{f(z,g) = ze^{zg}Ei(-zg),} \tag{38}$$

se obțin următoarele rezultate în forma definitivă:

$$\boxed{\frac{\boldsymbol{J}_s\left(\frac{x}{h}\right)}{\boldsymbol{J}_{s0}} = f\left(\frac{\boldsymbol{Z}_1}{2},\ 1+j\frac{x}{h}\right) + f\left(\frac{\boldsymbol{Z}_1}{2},\ 1-j\frac{x}{h}\right),} \tag{39}$$

$$\boxed{\frac{\boldsymbol{B}_s\left(\frac{x}{h}\right)}{\boldsymbol{B}_{s0}} = -f\left(\frac{\boldsymbol{Z}_2}{2},\ 1+j\frac{x}{h}\right) - f\left(\frac{\boldsymbol{Z}_2}{2},\ 1-j\frac{x}{h}\right).} \tag{40}$$

În cazul particular al ecranului perfect conductor ($\sigma \to \infty$), folosind aproximarea (vezi anexa 1)

$$f(z,g) \sim \frac{-1}{g}, \tag{41}$$

valabilă pentru $|zg| \gg 1$, se obține

$$\frac{\boldsymbol{J}_s}{\boldsymbol{J}_{s0}} \approx -\frac{\boldsymbol{B}_s}{\boldsymbol{B}_{s0}} \approx -\frac{2}{1+\left(\frac{x}{h}\right)^2}. \tag{42}$$

3. CALCULUL COEFICIENTULUI DE ECRANARE

Datorită reacției curenților turbionari induși în ecran, cîmpul magnetic din „domeniul ecranat" (domeniul 2) va fi mai slab decît cel care ar fi produs de către conductorul parcurs de curent în absența ecranului. Acesta este unul dintre motivele pentru care se utilizează ecranele, deoarece în acest mod se micșorează pierderile produse de către curenții turbionari induși în conductoarele masive care se găsesc în această regiune. Eficacitatea ecranării poate fi caracterizată din acest punct de vedere printr-un coeficient de ecranare, care va fi definit ca raportul dintre intensitatea cîmpului magnetic din domeniul ecranat și intensitatea cîmpului magnetic din același punct în absența ecranului. Pentru simpli-

tate, se vor lua în considerare numai punctele situate în dreptul firului (pe axa *oy*), în care cîmpul magnetic are numai componentă după axa *ox*. Cu notațiile din figura 4 se obține expresia coeficientului de ecranare, definit ca mai sus :

$$k_H = \frac{|\boldsymbol{H}_{x2}(0, -D+h)|}{\dfrac{I}{2\pi D}}. \tag{43}$$

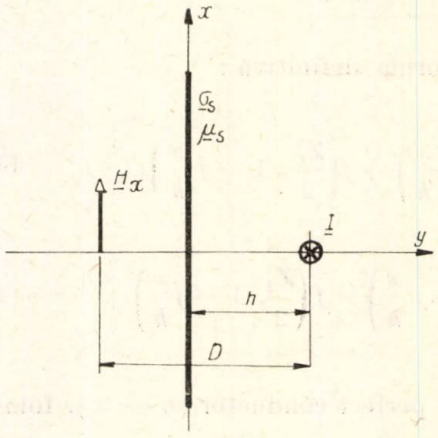


Fig. 4. — Definirea coeficientului de ecranare.

Dar

$$\boldsymbol{H}_{x2} = \frac{1}{\mu_0}\frac{\partial \boldsymbol{A}_2}{\partial y}. \tag{44}$$

Ținînd seama de expresia (25) a potențialului-vector din domeniul ecranat, se obține

$$\boldsymbol{H}_{x2}(0, -D+h) = \frac{I}{2\pi h}\int_0^\infty t\mathrm{e}^{-t\frac{D}{h}}\left[\frac{1}{t+\dfrac{\boldsymbol{Z}_1}{2}} - \frac{1}{t+\dfrac{\boldsymbol{Z}_2}{2}}\right]\mathrm{d}t. \tag{45}$$

Utilizînd formula de integrare [5]

$$\int_0^\infty \frac{t\mathrm{e}^{-pt}\,\mathrm{d}t}{t+a} = a\mathrm{e}^{ap}Ei(-ap) + \frac{1}{p}, \tag{46}$$

se obține

$$\boldsymbol{H}_{x2}(0, -D+h) = \frac{I}{2\pi h}\left[\frac{\boldsymbol{Z}_1}{2}\mathrm{e}^{\frac{\boldsymbol{Z}_1}{h}\frac{D}{h}}E_i\left(-\frac{\boldsymbol{Z}_1}{2}\frac{D}{h}\right) - \right.$$
$$\left. - \frac{\boldsymbol{Z}_2}{2}\mathrm{e}^{\frac{\boldsymbol{Z}_2}{2}\frac{D}{h}}E_i\left(-\frac{\boldsymbol{Z}_2}{2}\frac{D}{h}\right)\right]. \tag{47}$$

Acest rezultat poate fi exprimat cu ajutorul funcției definite prin relația (38) și se obține expresia coeficientului de ecranare:

$$k_H = \left| f\left(\frac{\boldsymbol{Z}_1}{2}\frac{D}{h}, 1\right) - f\left(\frac{\boldsymbol{Z}_2}{2}\frac{D}{h}, 1\right)\right|. \tag{48}$$

Este evident că acest coeficient de ecranare are valori subunitare și cu atît mai mici cu cît ecranarea este mai puternică. În cazul ecranului perfect conductor se obține $k_H = 0$, ceea ce era de așteptat.

4. CALCULUL FORȚELOR EXERCITATE ASUPRA ECRANULUI ȘI ASUPRA CONDUCTORULUI

Conform principiului acțiunii și reacțiunii, forța totală exercitată asupra ecranului este egală și de semn contrar cu cea exercitată asupra conductorului. Aceasta din urmă se calculează cu formula lui Laplace:

$$\boldsymbol{F}_{\text{cond}} = \boldsymbol{I}^*\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}' = -\boldsymbol{F}_{\text{ecr}}, \tag{49}$$

partea reală reprezentînd valoarea medie a forței care pulsează între zero și dublul valorii medii cu o frecvență dublă celei a curentului. În relația de mai sus, B' reprezintă inducția magnetică produsă în dreptul conductorului de către ceilalți curenți. Deoarece în expresia potențialului-vector contribuția curentului din conductor a fost separată, ea poate fi separată cu ușurință.

Ca și mai sus, rezultatul se raportează la o mărime de referință:

$$F_0 = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi h}, \tag{50}$$

care reprezintă forța exercitată asupra unui ecran perfect conductor. Alegînd ca sens pozitiv de referință cel corespunzător atracției, valorile medii ale forțelor exercitate asupra conductorului și asupra ecranului vor fi

$$\frac{\widetilde{F}_{\text{ecr}}}{F_0} = \frac{\widetilde{F}_{\text{cond}}}{F_0} = \text{Re}[1 + f(\boldsymbol{Z}_1, 1) + f(\boldsymbol{Z}_2, 1)]. \tag{51}$$

Se obțin concluzii interesante dacă se studiază cazurile particulare ale efectului pelicular slab, respectiv pronunțat. Astfel, în cazul efectului pelicular pronunțat $\left(\frac{d}{\delta} \gg 1\right)$, se obține rezultatul așteptat:

$$\frac{\widetilde{F}_{\text{ecr}}}{F_0} \approx -1, \tag{52}$$

care corespunde unei forțe de respingere între conductor și ecran.

În cazul efectului pelicular slab și al unui ecran feromagnetic $\left(\frac{d}{\delta} \ll 1,\ \mu_r \gg 1\right)$, se obține

$$\frac{\widetilde{F}_{ecr}}{F_0} \approx 1, \tag{53}$$

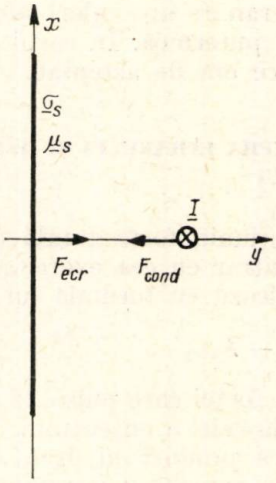


Fig. 5. — Sensurile de referință pentru calculul forțelor exercitate asupra conductorului și ecranului.

rezultat care corespunde unei forțe de atracție exercitate asupra unui ecran feromagnetic ideal.

Rezultă concluzia, de mare importanță practică, a existenței unei situații intermediare în care forța totală exercitată asupra ecranului este nulă. Aceasta se traduce prin existența unei relații între parametrii ξ și η, care asigură anularea forțelor exercitate asupra ecranului și conductorului.

Cunoscînd cîmpul magnetic și densitățile pînzelor de curent și de flux magnetic, se poate determina și repartiția forțelor exercitate asupra ecranului. Valoarea medie a forței exercitate asupra unității de suprafață a ecranului este dată de relația [3]

$$\frac{\widetilde{F}}{S} = \mathrm{Re}\left\{\boldsymbol{J}_s \times \left(\frac{\boldsymbol{B}_1 + \boldsymbol{B}_2}{2}\right)^* - \left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{B}_s}{\mathrm{d}x}\right)^* \frac{\boldsymbol{H}_1 + \boldsymbol{H}_2}{2}\right\}. \tag{54}$$

În practică prezintă interes numai componenta normală a acestei forțe, de natura unei presiuni, a cărei valoare este

$$p = \mathrm{Re}\left\{\boldsymbol{J}_s \left(\frac{\boldsymbol{B}_{1t} + \boldsymbol{B}_{2t}}{2}\right)^* - \left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{B}_s}{\mathrm{d}x}\right)^* \frac{\boldsymbol{H}_{1n} + \boldsymbol{H}_{2n}}{2}\right\}. \tag{55}$$

Se alege ca mărime de referință

$$\boxed{p_0 = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 h^2}.} \tag{56}$$

După efectuarea calculelor se obţine rezultatul :

$$\frac{p}{p_0} = \operatorname{Re}\left\{\frac{\boldsymbol{J}_s}{\boldsymbol{J}_{s0}}\left(\frac{\boldsymbol{B}_s}{\boldsymbol{B}_{s0}}\right)^* + \left\{-2j\left[f\left(\frac{\mathbf{Z}_1}{2}, 1 - j\frac{x}{h}\right) - f\left(\frac{\mathbf{Z}_2}{2}, 1 + j\frac{x}{h}\right)\right] + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{2\frac{x}{h}}{1 + \left(\frac{x}{h}\right)^2}\right\}\left\{2j\left[f\left(\frac{\mathbf{Z}_2}{2}, 1 - j\frac{x}{h}\right) - f\left(\frac{\mathbf{Z}_2}{2}, 1 + j\frac{x}{h}\right)\right] + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{2\frac{x}{h}}{1 + \left(\frac{x}{h}\right)^2}\right\}^*\right\}. \tag{57}$$

În cazul particular al ecranului perfect conductor se obţine

$$\frac{p}{p_0} = \frac{4}{\left[1 + \left(\frac{x}{h}\right)^2\right]^2}. \tag{58}$$

5. CALCULUL PIERDERILOR ÎN ECRAN

Utilizarea ecranelor conduce la micşorarea pierderilor suplimentare în piesele metalice masive situate în domeniul ecranat, dar în acelaşi timp este însoţită de apariţia unor pierderi localizate chiar în ecran. Aceste pierderi pot fi calculate, după cum se arată în [4], [6], cu ajutorul relaţiei

$$P = -\operatorname{Im}\{\omega l \boldsymbol{A}_f \boldsymbol{I}^+\}, \tag{59}$$

în care $\boldsymbol{A}_f$ este potenţialul-vector în punctul prin care trece conductorul. Termenul logaritmic prezent în expresia acestui potenţial-vector, care prezintă în acest punct o singularitate, nu intervine, contribuţia sa fiind reală (fapt care corespunde valorii infinite a inductivităţii, în acord cu caracterul filiform al conductorului). Utilizînd expresia (24) a potenţialului-vector şi relaţia (37), se obţine

$$P = \frac{\omega\mu_0 I^2 l}{2\pi}\operatorname{Im}\left\{e^{\mathbf{Z}_1} Ei(-\mathbf{Z}_1) + e^{\mathbf{Z}_2} Ei(-\mathbf{Z}_2)\right\}. \tag{60}$$

Alegînd drept mărime de referință

$$\boxed{P_0 = \frac{\omega\mu_0 I^2 l}{2\pi},} \tag{61}$$

rezultatul poate fi exprimat cu ajutorul funcției definite prin relația (38):

$$\boxed{\frac{P}{P_0} = \mathrm{Im}\{f(1, \mathbf{Z}_1) + f(1, \mathbf{Z}_2)\}.} \tag{62}$$

În cazul particular al efectului pelicular pronunțat, ținînd seama de relația (41), rezultă:

$$P \approx \frac{1}{\sigma\delta}\left(\frac{I}{2\pi h}\right)^2 2\pi h l. \tag{63}$$

Repartiția pierderilor în ecran este caracterizată de către pierderile specifice, adică de pierderile corespunzătoare unității de suprafață a ecranului. Aceste pierderi specifice sînt date de relația [3]

$$P_s = k'_{P1}\frac{J_s^2}{\sigma d} + k'_{P2}\frac{B_s^2}{\mu d}, \tag{64}$$

în care coeficienții k_{P1} și k_{P2} au expresiile

$$k'_{P1} = \frac{\psi_r}{|\psi|^2}; \qquad k'_{P2} = \frac{-\psi_i}{|\psi|^2}, \tag{65}$$

sau de relația echivalentă

$$P_s = \mathrm{Re}\left\{\frac{\boldsymbol{J}_s\boldsymbol{J}^*}{\underline{\sigma}_s} + j\omega\frac{\boldsymbol{B}_s\boldsymbol{B}_s^*}{\underline{\mu}_s^+}\right\}. \tag{66}$$

Pentru pierderile specifice se alege o mărime de referință definită prin relația

$$\boxed{P_{s0} = \frac{I^2}{4\pi^2 h^2 \sigma\delta},} \tag{67}$$

care reprezintă pierderile specifice în ecranul fictiv definit de relația (28). Ținînd seama și de semnificațiile mărimilor $\boldsymbol{J}_{s0}$ și $\boldsymbol{B}_{s0}$, definite prin aceeași relație, se obține

$$\boxed{\frac{P_s}{P_{s0}} = k_{P1}\left|\frac{\boldsymbol{J}_s}{\boldsymbol{J}_{s0}}\right|^2 + k_{P2}\left|\frac{\boldsymbol{B}_s}{\boldsymbol{B}_{s0}}\right|^2.} \tag{68}$$

Coeficienţii k_{p1} şi k_{P2} care intervin au expresiile

$$k_{P1}(\xi) = \frac{\Phi r}{|\Phi|^2}; \qquad k_{P2}(\xi) = -\frac{\Phi_i}{2} \tag{69}$$

şi au valorile date prin graficele din figura 6.

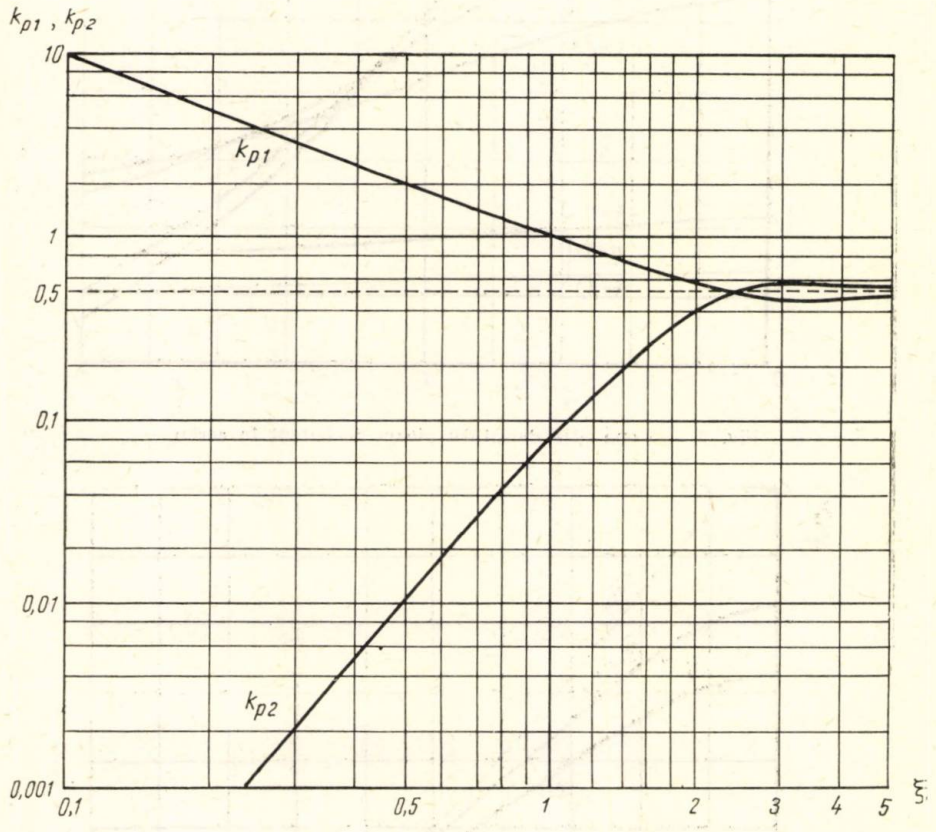


Fig. 6. — Valorile coeficienţilor k_{p1} şi k_{p2}.

În cazul particular al efectului pelicular pronunţat se obţine

$$\frac{P_s}{P_{s0}} \approx \frac{p}{p_0} \approx \frac{4}{\left[1+\left(\frac{x}{h}\right)^2\right]^2}, \tag{70}$$

relaţie care arată că în acest caz repartiţiile presiunii şi pierderilor specifice sînt proporţionale.

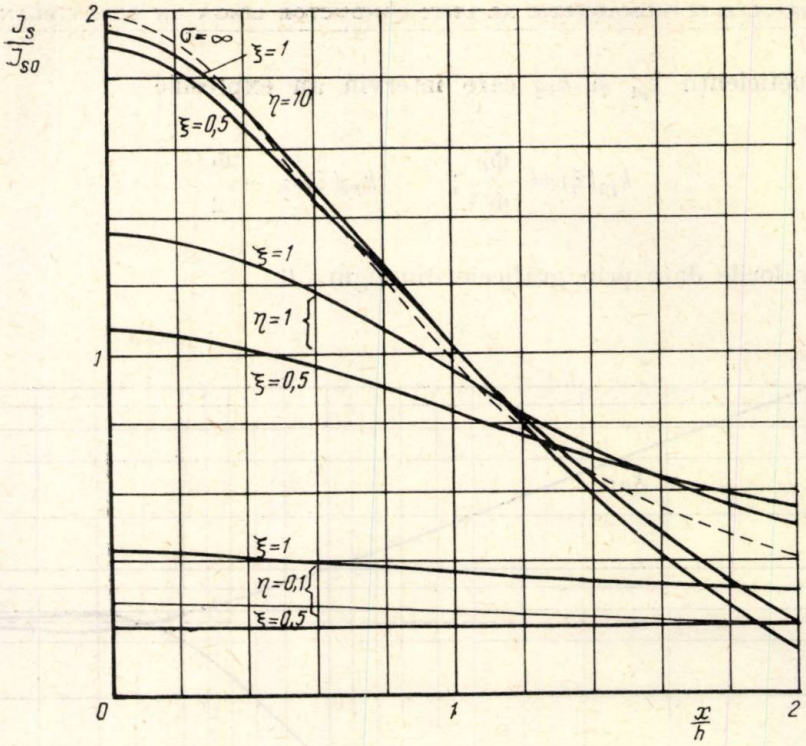


Fig. 7. — Repartiția densității pînzei de curent în ecran.

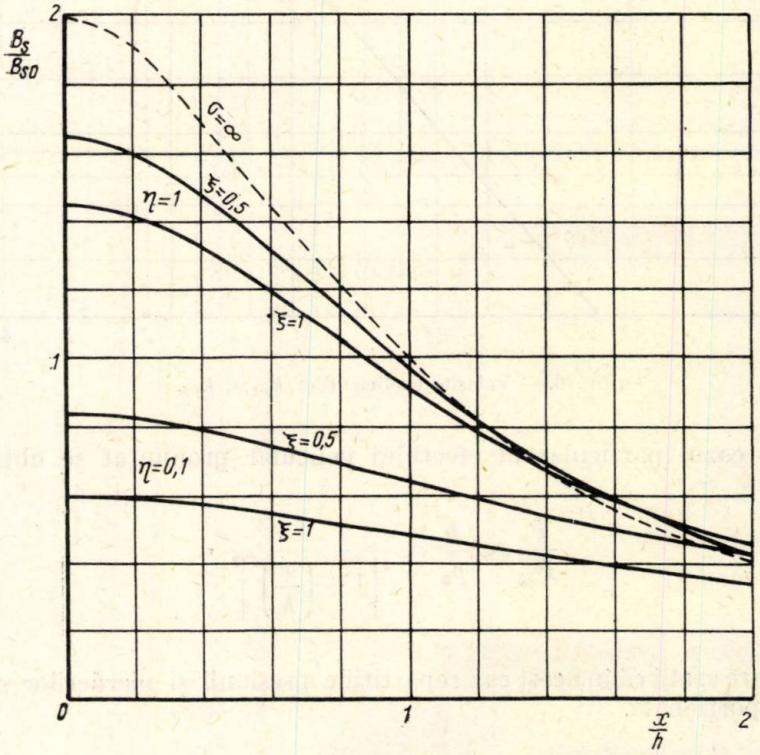


Fig. 8. — Repartiția densității pînzei de flux magnetic în ecran.

6. REZULTATE

După cum se observă, toate rezultatele obținute sînt exprimate prin intermediul funcției complexe definite prin relația (38). Calculele numerice pot fi efectuate în modul prezentat în anexa 2 cu ajutorul unui calculator electronic de birou de tipul HEWLETT-PACKARD—9100 B. În cele ce urmează sînt prezentate sub forma grafică o serie de rezultate obținute pe această cale.

Repartiția pînzei de curent și a pînzei de flux magnetic pentru diferite valori ale coeficienților ξ și η sînt reprezentate în figurile 7 și 8 (curbele trasate cu linie întreruptă se referă la cazul ecranului perfect conductor).

Forța medie exercitată asupra ecranului, calculată cu relația (51), este reprezentată în figura 9. Se observă că această forță se anulează pentru anumite valori ale coeficienților ξ și η, după cum arată tabela 1.

Tabela 1

Condiția de anulare a forței exercitate asupra ecranului

ξ	0,5	1	2
η	0,25	0,23	0,22

Condiția de anulare a forței poate fi satisfăcută în cazul unui ecran feromagnetic, considerînd o permeabilitate magnetică echivalentă.

Pierderile totale în ecran sînt reprezentate în figura 10, iar repartiția lor, calculată cu relația (68), este dată în figura 11. Ca și mai sus, cu linie întreruptă sînt reprezentate rezultatele corespunzătoare ecranului perfect conductor.

7. CONCLUZII

Utilizarea metodei reprezentării unui ecran conductor printr-o pînză de curent și o pînză de flux magnetic permite calculul cîmpurilor, al forțelor și al pierderilor cu o precizie satisfăcătoare, fără a conduce la calcule prea complicate. Un simplu calculator electronic de birou programabil, cum a fost utilizat de autor, permite efectuarea calculelor în timp scurt și cu o programare relativ simplă.

Rezultatele redate prin graficele de mai sus permit estimarea forțelor și a pierderilor pentru valorile uzuale ale parametrilor caracteristici. În anumite cazuri particulare, aproximația ecranului perfect conductor permite aprecierea simplă și suficient de precisă a densităților pînzelor de curent și de flux magnetic.

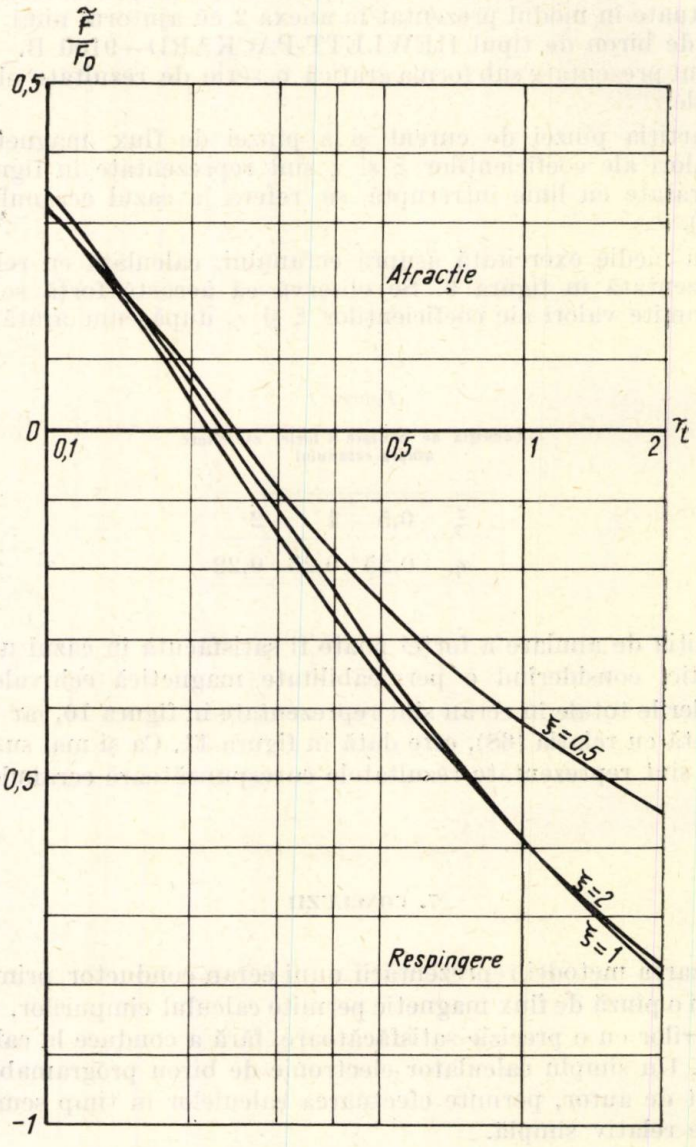


Fig. 9. — Forța totală exercitată asupra ecranului.

Calculul pierderilor şi al forţelor folosind distribuţia de curent şi de flux referitoare la ecranul perfect conductor este mai puţin precis, datorită faptului că aceste mărimi depind de produsul dintre densităţile pînzelor de curent şi de flux magnetic, încît erorile de calcul cresc.

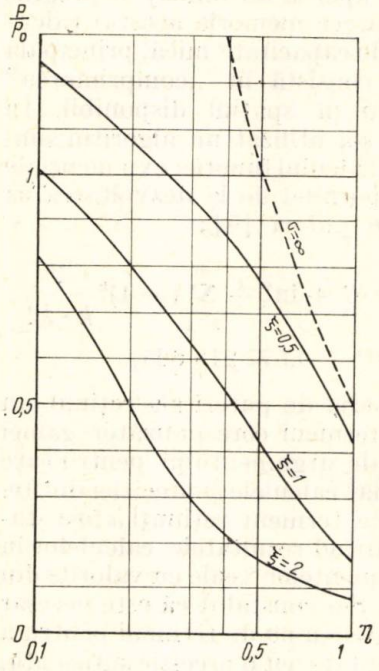


Fig. 10. — Pierderile totale în ecran.

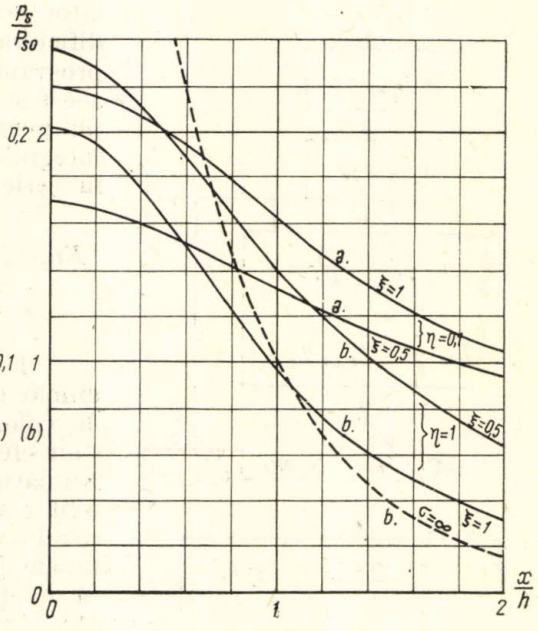


Fig. 11. — Repartiţia pierderilor în ecran.

Anexe

1. *Cazul ecranului perfect conductor*

Acest caz corespunde situaţiei $\xi \to \infty$ şi conduce la relaţiile $|\boldsymbol{Z}_1| \gg 1$, $|\boldsymbol{Z}_2| \gg 1$. Comportarea asimptotică a funcţiei f, definită prin relaţia (38), se obţine ţinînd seama de expresia asimptotică a funcţiei exponenţiale integrale [5]

$$Ei(x) \sim \frac{e^{-x}}{-x}\left(1 - \frac{1!}{x} + \frac{2!}{x^2} - \frac{3!}{x^3} \dots\right).$$

Reţinînd numai primul termen din această dezvoltare, se obţine relaţia (41).

2. *Efectuarea calculelor numerice*

După cum se poate constata, toate rezultatele sînt exprimate prin intermediul funcţiei complexe de variabilă complexă f, definită în relaţia (38). Deoarece tabele de valori ale funcţiei exponenţiale integrale de

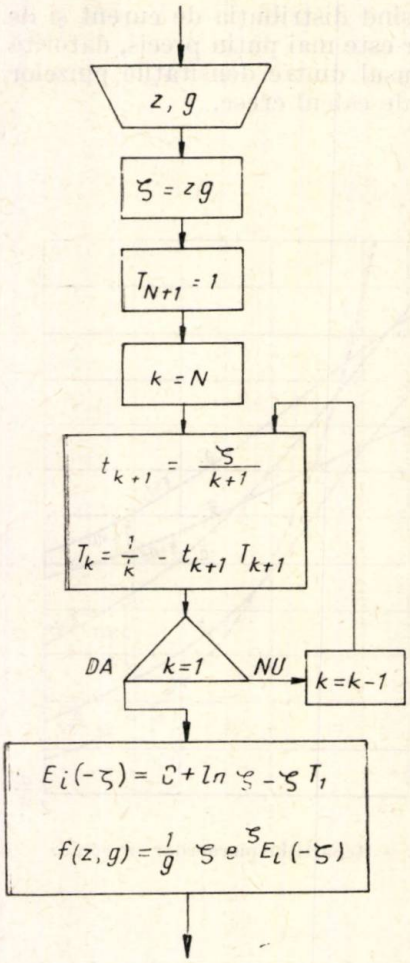


Fig. 12. — Algoritmul pentru calculul funcției f (relația (38)).

argument complex se găsesc cu greutate, s-a apelat la un calculator electronic de birou de tip HEWLETT-PACKARD. Acest calculator permite calculul cu numere complexe și poate fi programat fără a face apel la un limbaj de programare. Deoarece memoria acestui calculator este de capacitate mică, principala dificultate consistă în „comprimarea" programului în spațiul disponibil. În acest scop s-a utilizat un algoritm simplu pentru calculul funcției exponențiale integrale, pornind de la dezvoltarea sa în serie de puteri [5]:

$$Ei(-\zeta) = C + \ln\zeta + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\zeta^k}{k \cdot k!}$$

$$(C = 0{,}577\,215\,665).$$

Din seria de puteri s-a reținut un număr de termeni corespunzător gamei de valori ale argumentului pentru care s-au efectuat calculele și preciziei dorite. Numărul de termeni reținuți a fost stabilit comparînd rezultatele calculelor în cazul argumentelor reale cu valorile din tabele [7]. S-a constatat că este necesar să se rețină circa 60 de termeni pentru a obține rezultate cu o precizie suficientă, ținînd seama și de acumularea erorilor în calculele care urmează. Pentru calculul sumei din expresia de mai sus s-a utilizat algoritmul prezentat în figura 12, adaptat posibilităților calculatorului amintit și ocupînd un loc minim în memoria mașinii.

BIBLIOGRAFIE

1. A. Țugulea, C. Fluerașu, *The complex surface conductivity and permeability in the study of a.c. in thin wall conductors.* Rev. Roum. Sci. Techn.—Electrotechn. Energ., **14**, *3*, 403—419 (1969).

2. C. Fluerașu, *An approximation method for determining the quasi-stationary electromagnetic field of thin wall conductors.* Rev. Roum. Sci. Techn.—Electrotechn. Energ., **14**, *3*, 371—386 (1969).

3. C. Fluerașu, *Cîmpul și acțiunile ponderomotoare ale pînzelor de curent și de flux magnetic cuasistaționar. Aplicații la formarea electromagnetică.* Rezumatul tezei de doctorat, Inst. politehnic București, 1970.

4. A. Timotin, A. Ţugulea, C. Flueraşu, *Cîmpul electromagnetic cvasistaţionar al unor fire parcurse de curent alternativ în prezenţa unui ecran plan infinit de grosime finită.* St. cerc. energ. electr., **16**, *3*, 481—501 (1966).
5. A. Erdély, W. Magnus, F. Oberhettinger, G. Tricomi, *Higher Transcedental Functions*, New York—Toronto—Londra, McGraw-Hill, 1953.
6. A. Timotin, *Unicitatea soluţiilor şi calculul puterii în cîmpul electromagnetic cvasistaţionar al unui sistem de conductoare paralele.* St. cerc. energ. electr., **17**, *1*, 143—156 (1967).
7. Janke, Emde, Losch, *Tafeln höherer Funktionen*, Stuttgart, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1960.

REALIZĂRI ÎN DOMENIUL PILEI DE COMBUSTIE

M. MARINESCU şi ŞT. DOBOŞ

541.135.5 :621.352.6

Se defineşte şi se arată importanţa cercetării pilelor de combustie, atît pe plan extern, cît şi pe plan intern, în cadrul Institutului de energetică al Academiei R.S.R., în prezent ICPET, făcîndu-se consideraţii privind studiul proceselor de electrod şi al criteriilor pentru alegerea tehnologiei electrozilor.

Se trec în revistă principalele tipuri de electrozi realizaţi, condiţiile de experimentare şi performanţele obţinute şi sînt discutate principalele tipuri de pile de combustie realizate pînă în prezent, perspectivele cercetărilor şi realizărilor în domeniul noilor surse de energie de natură electrochimică pe plan mondial.

1. INTRODUCERE

Transformarea directă a energiei chimice în energie electrică deschide un vast cîmp de aplicaţii, în special în realizarea programelor de cercetări cosmice, fapt care a determinat dealtfel dezvoltarea rapidă a pilelor de combustie prin reluarea unor lucrări mai vechi de conversie a energiei, precum şi înlocuirii tracţiunii auto cu tracţiunea electrică în industria mijloacelor de transport, rezolvînd în acelaşi timp şi problema poluării atmosferei din mediul urban. Aceste consideraţii sînt suficiente pentru a evidenţia interesul de care se bucură în prezent cercetările în acest domeniu.

Pila de combustie este un dispozitiv în care, ca rezultat al oxidării combustibilului introdus la electrodul negativ (hidrogen, oxid de carbon, hidrazină, alcooli, hidrocarburi etc.) şi al comburantului la cel pozitiv (oxigen sau aer), se obţine energia electrică utilizabilă direct sub formă de curent electric în circuitul exterior al pilei.

În figura 1 se reprezintă schematic principiul de funcţionare al unei pile de combustie şi al reacţiilor electrochimice care au loc la cei doi electrozi, anod şi catod.

Dacă pe plan extern problema combustiei electrochimice se află într-o fază destul de avansată prin realizarea unor pile care au echipat

rachetele trimise în spaţiul cosmic sau a unor electrocare sau chiar automobile cu o autonomie limitată, relativ redusă, la noi pe plan intern primele cercetări sistematice au fost realizate în cadrul Institutului de energetică al Academiei R.S.R., în prezent ICPET.

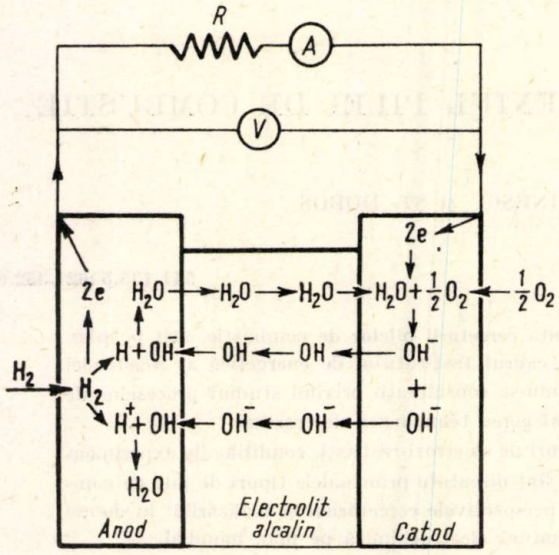


Fig. 1. — Pilă hirogen-oxigen în electrolit alcalin.

Prezentarea cercetărilor şi a realizărilor obţinute de noi în cadrul unei scurte comunicări este dificilă, de aceea vom încerca să scoatem în evidenţă principalele direcţii în vederea realizării combustiei electrochimice, menţionînd că eforturile noastre au fost îndreptate spre studiul materialelor indigene folosite drept catalizatori, în special ca electrozi într-o pilă de combustie cu combustibil lichid metanol şi hidrazină.

2. CONSIDERAŢII ASUPRA PROCESELOR DE ELECTROD

Funcţionarea unei pile de combustie ridică probleme fundamentale atît din punct de vedere termodinamic, legate de posibilitatea desfăşurării în condiţiile date a reacţiei globale generatoare de energie electrică, cît mai ales din punct de vedere cinetic, al desfăşurării reacţiei, legate de efectele catodice ale suprafeţei electrozilor la nivelul contactului triplu. În această zonă se manifestă pronunţate efecte de anizotropie, pe de o parte în transportul sarcinii în faza electrolitică la o distribuţie neuniformă a cîmpului primar şi, pe de altă parte, al transportului de masă, ca efecte antagoniste de aducere a reactivilor şi de evacuare a produselor de reacţie rezultate.

Dezvoltarea actuală a pilelor de combustie este determinată de performanţele electrozilor, sediul transformărilor electrochimice care intervin la debitarea curentului electric, precum şi de găsirea unor materiale

catalitice noi, capabile să înlocuiască metalele nobile, folosite încă pe scară largă în prezent. Performanţe ridicate ale electrozilor echivalează cu viteze mari de reacţie, respectiv densităţi ridicate de curent pe tot timpul funcţionării pilei. Or, se ştie că, la închiderea circuitului electric al pilei, tensiunea scade ca urmare a fenomenelor de polarizare.

Polarizarea trebuie înţeleasă ca un fenomen complex, înglobînd totalitatea proceselor care fac ca la trecerea curentului electric tensiunea la bornele pilei să scadă mai mult sau mai puţin faţă de funcţionarea ei în condiţii reversibile. Polarizarea depinde de sarcina la care este supusă pila şi poate fi determinată de cauze multiple. În funcţie de aceasta se disting: polarizarea de activare, de concentraţie şi datorită rezistenţei ohmice a electrodului.

Măsurătorile de polarizare sînt fundamentale pentru înţelegerea proceselor electrochimice şi aprecierea performanţelor electrozilor, fiind determinate funcţie de densitatea de curent prin trasarea curbei caracteristice $\eta = f(D_c)$.

În figura 2 sînt prezentate tipuri de polarizare la funcţionarea unei pile de combustie, şi anume polarizarea de activare predomină la densităţi de curent mari [5].

Prin trasarea curbei caracteristice la debitarea curentului electric de către o pilă, înregistrăm o polarizare globală, fără a putea face distincţia care dintre componentele acestei polarizări este predominantă. Aceasta se realizează prin experimentarea în toate condiţiile de lucru care pot pune în evidenţă pe fiecare tip în parte, astfel că la funcţionarea unei pile de combustie (fig. 3) tensiunea ei în funcţionare nu trebuie să coboare sub o valoare anumită, valoarea-limită, cînd fenomenele de polarizare foarte accentuate pot reduce performanţele pilei.

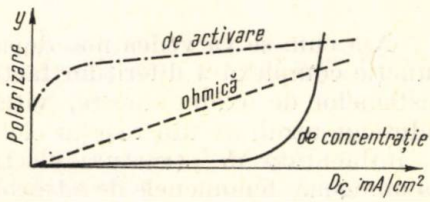


Fig. 2. — Tipuri de polarizare la funcţionarea unei pile de combustie.

Tensiunea de funcţionare a pilei E_i este dată de tensiunea E_0 în condiţii normale de funcţionare şi E_p, sau tensiunea de polarizare (supratensiune):

$$E_i = E_0 - E_p \tag{1}$$

Dar

$$E_p = \eta_c + \eta_a = \eta_t, \tag{2}$$

unde η_t este polarizarea globală, iar η_c şi η_a polarizările catodice şi anodice.

Această polarizare globală se mai poate scrie

$$\eta_t = \eta_0 + \eta_\alpha + \eta_\Omega + \eta_d = \eta_c + \eta_a, \tag{3}$$

indicele 0 referindu-se la polarizarea de repaus în circuit deschis, α la polarizarea de activare, Ω la polarizarea datorită rezistenţei ohmice a electrodului şi d la polarizarea de concentraţie, ceilalţi indici fiind cunoscuţi.

Curbele de polarizare se determină atît pentru procesele catodice de electrod, cît şi pentru cele anodice, separat sau simultan, cu ajutorul electrozilor de referinţă, în general de calomel (Hg_2Cl_2), în soluţie saturată de clorură de potasiu, conform schemei din figura 4.

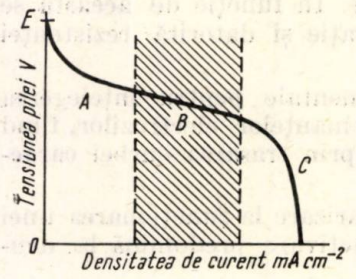


Fig. 3. — Forma tipic generală de descărcare a unei pile de combustie :

Zona A — curenţi mici, polarizare de activare influenţată de efectele de transfer electronic şi catalitic; *Zona B* — curenţi de valoare medie, polarizare influenţată de difuzia ionilor şi rezistenţa chimică a electrodului; *Zona C* — curenţi mari, cădere mare a tensiunii pilei, polarizare de concentraţie.

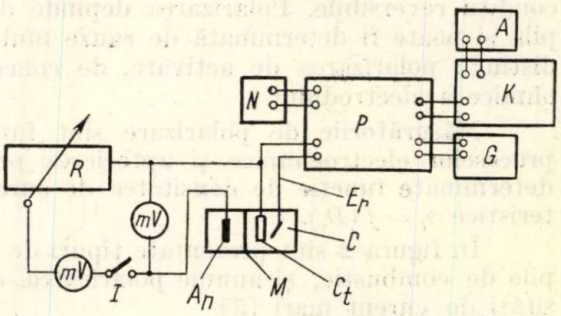


Fig. 4. — Schema circuitului de măsură a potenţialului de electrod în timpul funcţionării pilei :

A — acumulator; K — compensator de precizie; G — galvanometru; P — potenţiometru; N — element normal; E_r — electrod de referinţă; C_t — catod; M — membrană schimbătoare de ioni; A_n — anod; C — celulă de măsură; I — întrerupător; R — rezistenţă variabilă.

Aşa cum se va vedea mai departe, forma curbelor de polarizare este o funcţie complexă a diferiţilor factori, ca : valorile potenţialelor normale a sistemelor de oxidoreducere, vitezele de difuzie ale reactanţilor şi ale produselor rezultate din reacţia eletrochimică, viteza transferului electronic influenţată de structura electrodului, concentraţia reactantului în faza omogenă, fenomenele de adsorbţie şi desorbţie de pe suprafaţa electrodului, temperatura, presiunea gazului, cantitatea şi calitatea catalizatorului, concentraţia şi conductibilitatea electrolitului etc. Pila va debita curent atît timp cît electrozii vor fi alimentaţi continuu cu combustibil, respectiv comburant.

Cercetările noastre au fost orientate spre realizarea combustiei electrochimice a unor combustibili dizolvaţi în electrolit alcalin, metanol şi hidrazină, folosind drept comburant oxigen îmbuteliat, cu ajutorul electrozilor realizaţi şi cercetaţi în cadrul laboratorului nostru.

Am folosit hidrazina ca sursă ideală de hidrogen, permiţîndu-ne obţinerea unor densităţi ridicate de curent pentru o valoare redusă a polarizării. Mecanismul reducerii electrochimice a hidrazinei nu este încă complet elucidat, diverşi autori propunînd mecanisme diferite, astfel că el diferă după natura şi structura electrodului şi a mediului în care are loc reacţia. Acest mecanism a fost tratat mai detaliat în lucrarea [4].

În mediul alcalin din compartimentul anodic, oxidarea hidrazinei va avea loc conform următoarei reacții :

$$N_2H_4 + 4\ OH^- \rightarrow N_2 + 4H_2O + 4e^- \qquad (4)$$

Și în cazul oxidării metanolului procesul electrochimic este complex, catalizatorii avînd un rol deosebit în stabilirea gradului de oxidare, reacția fiind lentă.

Reacția globală de oxidare completă a metanolului în mediul alcalin este

$$CH_3OH + 8\ OH^- \rightarrow CO_3^{2-} + 6\ H_2O + 6e^- \qquad (5)$$

O dificultate a acestui combustibil este carbonatarea electrolitului prin absorbția CO_2, produsul final de oxidare completă a metanolului, ceea ce impune regenerarea electrolitului.

Ca proces catodic, în orice tip de pilă este reducerea oxigenului indiferent de proveniența și forma sub care s-ar găsi. Această electroreducere este extrem de complicată, literatura conținînd multe date contradictorii. În mediul bazic această reacție se desfășoară după două căi principale [2] cinetica și mecanismul de reacție depinzînd în mare măsură de starea suprafeței.

Prima cale este

$$O_2 \rightarrow O_{2\,ads.} + H_2O + 2e^- \rightarrow OH^- + HO_2^- \qquad (6)$$

care indică formarea peroxidului de hidrogen ca produs intermediar.

A doua cale posibilă de reducere a oxigenului molecular este dată de reacția

$$O_2 \rightarrow 2O_{ads.} + 2H_2O + 4e^- \rightarrow 4OH^- \qquad (7)$$

implicînd disocierea moleculei de oxigen în atomii adsorbiți pe suprafața electrodului. Avînd în vedere că mecanismul proceselor de electrod atît pentru procesele de oxidare, cît și pentru cele de reducere se desfășoară în zona reacțională a electrodului prin mai multe etape care nu sînt simultane, unele desfășurîndu-se lent, iar altele rapid (adsorbție, transfer electronic), există totdeauna un defazaj între ele care poate fi accentuat prin imobilitatea electrolitului din această zonă poroasă, astfel că schimburile de reactanți se realizează numai prin difuzie și migrațiune.

Vitezele-limită ale celor două procese anodic și catodic ce ne interesează vor fi direct proporționale cu concentrația și cu constanta de difuzie a reactanților considerați, electrolitul trebuind să prezinte o concentrație și o conductibilitate optimă pentru a asigura densități de curent mai mari.

Din cele de mai sus se poate deduce ușor că alimentarea cu oxigen, a catodului la presiunea mică trebuie astfel aleasă, încît difuziunea sa la electrod să permită schimbul ionic în zona reacțională. Variațiile de presiune din timpul funcționării pilei trebuie complet evitate, altfel zona reacțională se deplasează, putîndu-se produce înecarea electrodului, ceea ce conduce la o scădere a performanțelor lui prin mărirea polarizării catodice.

3. CRITERII TEHNOLOGICE ŞI PERFORMANŢELE ELECTROZILOR OBŢINUŢI

Performanţele pilelor depind în majoritatea cazurilor de calitatea fiecărui electrod în parte, anod şi catod. Calităţile tehnologice comune ambilor electrozi pot fi rezumate astfel [1]:

— conductibilitate electrică ridicată;
— rezistenţă mecanică bună;
— stabilitate ohmică în soluţiile utilizate;
— rezistenţă la coroziune la potenţialele şi pH-ul pilei în funcţiune;
— stabilitatea catalizatorilor utilizaţi.

Electrozii de gaz vor trebui să aibă, în afara acestor calităţi comune, în plus:

— stabilitate la interferenţa electrolit-gaz;
— hidrofobie;
— proprietăţi bune adsorbante.

Natura chimică a suprafeţei electrodului trebuie să înlesnească desfăşurarea reacţiei electrochimice cu viteza maximă posibilă. Deoarece catalizatorul inclus sau depus pe suprafaţa electrodului promovează această reacţie electrochimică, el poate fi numit şi electrocatalizator.

Tipul de electrocatalizator utilizat într-o pilă de combustie depinde de natura combustibilului şi, într-o anumită măsură, de condiţiile de lucru; astfel că la temperaturi mai ridicate pot fi utilizaţi şi catalizatorii care au o activitate mai mică, deoarece energia termică mare uşurează depăşirea barierei de energie de activare de către reactanţi. Performanţele electrocatalizatorului, determinate de activitatea lui, nu trebuie să scadă în cursul funcţionării pilei în urma blocării centrilor activi prin contaminarea cu impurităţi.

Graţie proprietăţilor lor electrocatalitice ridicate, metalele platinice s-au bucurat de cea mai largă utilizare la prepararea electrozilor, atît pentru procese de oxidare, cît şi pentru cele de reducere, însă preţul lor ridicat şi rezervele mici ale acestor metale le fac nerentabile din punct de vedere economic.

Şi în experimentările noastre am utilizat metale platinice, mai mult pentru a compara eforturile îndreptate spre utilizarea unor materiale indigene ieftine, ca nichel, cobalt, argint şi carbon.

Cărbunele vegetal activ este materialul cel mai utilizat în cadrul cercetărilor noastre, folosit sub formă granulară, plăci sau electrozi circulari, de diametru şi grosimi diferite. Performanţele electrozilor obţinuţi depind de mai mulţi factori, ca natura carbonului, granulometria, natura liantului, condiţiile de amestec, presare, uscare şi tratare, precum şi de condiţiile de activare, descrise detaliat în lucrările indicate în bibliografie. În vederea măririi activităţii catalitice a electrozilor de cărbune, s-a urmărit încorporarea metalelor cu acţiune catalitică pronunţată, fin dispersată în structura lor poroasă prin mai multe procedee, şi anume reducerea chimică a sărurilor metalelor catalitice la temperatură ridicată în atmosferă reducătoare şi la temperatură joasă în soluţii reducătoare (formol 40%), depuneri electrolitice de suprafaţă, şi prin încorporarea directă a pulberilor metalice reduse chimic sau electrochimic la operaţia de amestecare şi la presarea electrozilor.

S-a obţinut o pulbere de Ni-Raney, foarte activă, pornind de la aliajul AlNi prin tratarea lui cu soluţia alcalină. S-au realizat o mare diversitate de electrozi, care au fost încercaţi în trei tipuri de pile, şi anume zinc-oxigen, hidrazină-oxigen şi metanol-oxigen, toate folosind drept electrolit soluţii de KOH.

În primul tip de pilă au fost încercaţi în special electrozi de cărbune folosiţi drept catozi :

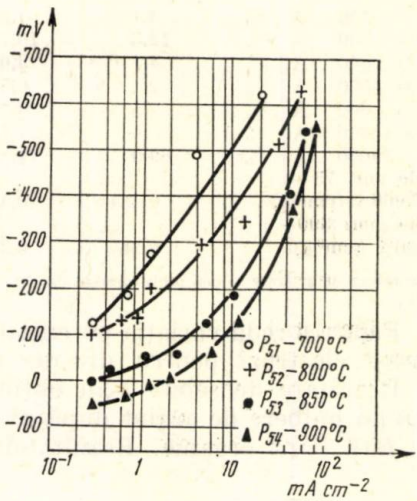


Fig. 5. — Caracteristica potenţial-densitate de curent pentru electrozii de cărbune activaţi în atmosferă de CO_2 la diverse temperaturi.

Temperatura de activare a electrozilor de cărbune, de difuzie gazoasă, a fost cuprinsă între 450 şi 1 200°C. Figura 5 redă performanţele obţinute pentru un tratament în atmosferă de CO_2 la diverse temperaturi, rezultatele cele mai bune fiind obţinute cu electrozii trataţi la 900°C.

Studiul cîtorva proprietăţi fizico-chimice care pot da o imagine asupra structurii electrozilor obţinuţi şi activaţi în amestec de vapori de apă şi bioxid de carbon la diverse temperaturi sînt redate în tabelele 1 şi 2.

Tabela 1

Variaţia caracteristicilor fizice cu temperatura

Caracteristica	Temperatura de activare (°C)				
	700	800	850	850*	900
Suprafaţa specifică (BET m²/g)	194	488,75	548,37	495	942,3
Volumul porilor (cm³/g)	0,442	0,573	0,486	1,24	1,44
Greutatea specifică reală (g/cm³)	1,67	1,86	2,00	1,95	2,09
Greutatea specifică aparentă (g/cm³)	0,96	0,90	0,78	0,57	0,52
Porozitatea (%)	42,51	51,60	66,00	70,76	75,08

Analiza chimică elementară (%): umiditate 7,71, cenuşă 4,77, hidrogen 0,85, carbon 79,70, volatile (6,97)

*) Temperatura de activare a unei probe presate din 50% pastă iniţială şi 50% pastă pretratată la 400°C.

Tabela 2

Variaţia distribuţiei de pori cu temperatura

Caracteristica	Temperatura de activare (°C)				
	700	800	850	850*	900
Distribuţia de pori (75—75000 Å)					
75— 100 Å %	4,1	4,2	4,7	3,2	3,8
100— 300 Å %	12,3	10,1	11,3	7,8	10,1
300— 600 Å %	4,1	3,0	3,5	2,0	3,3
600— 1000 Å %	2,1	0,5	0,6	2,0	2,4
1000— 5000 Å %	7,5	0,7	0,6	1,00	1,9
5000—10000 Å %	0,0	7,1	11,9	14,0	14,5
10000—75000 Å %	69,9	74,4	67,4	70,0	64,0
Vol. de pori 75—75000Å (cm^3/g)	0,431	0,404	0,502	0,697	0,102
Vol. de pori 300—75000Å (cm^3/g)	0,367	0,346	0,422	0,619	0,880

*) Temperatura de activare a unei probe presate din 50% pastă iniţială şi 50% pastă presată la 400°C.

Figura 6 redă variaţia potenţialului (curbele continue) şi a porozităţii aceloraşi electrozi pentru diverse medii de activare.

Rezultate deosebite s-au obţinut cu un electrod de cărbune activ conţinînd pulbere de argint după un tratament în atmosferă reducătoare, cu şi fără liant organic. Rezultatele acestor electrozi, A-77-1 şi A-77-2,

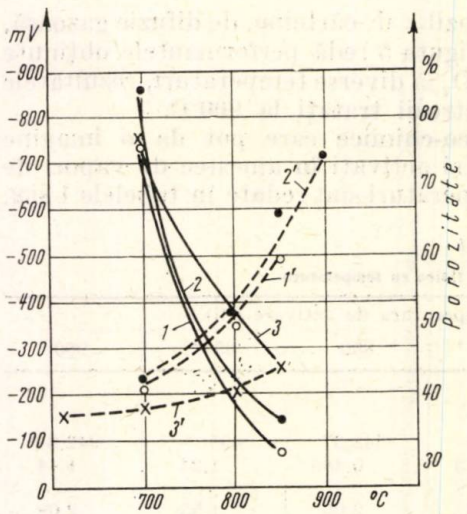


Fig. 6. — Variaţia potenţialului de electrod şi a porozităţii cu temperatura de activare pentru diverse atmosfere de activare: *1, 1'* — activare în vapori de apă; *2, 2'* — activare în atmosferă de CO_2; *3, 3'* activare în vapori de apă şi CO_2.

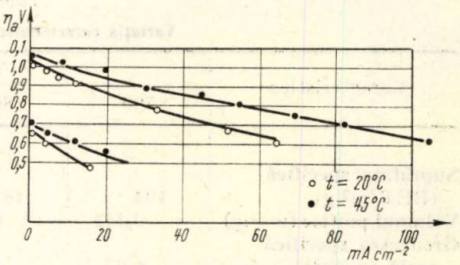


Fig. 7. — Curbele de polarizare comparative pentru electrozi de cărbune cu şi fără liant organic verificate într-o pilă hidrazină-oxigen la temperatura de 20 şi 45°C.

sînt redate în curbele din figura 7, evidenţiindu-se clar calităţile mult superioare ale electrodului A-77-2 cu liant organic.

Din analiza diagramelor de pe figură, pentru o temperatură mai ridicată de 45°C reiese că electrodul cu liant organic poate furniza densităţi de curent destul de ridicate, de peste 100 mA/cm², faţă de numai 25 mA/cm² pentru cel fără liant organic pentru aceeaşi temperatură, raportate la tensiunea finală a pilei de combustie pînă la 0,600 V. Comparate performanţele celor doi electrozi trataţi la aceeaşi temperatură şi măsuraţi în aceleaşi condiţii, reducerea pronunţată a performanţelor electrodului fără liant organic este atribuită polarizării de activare.

Performanţele pentru electrodul fără liant organic sînt perfect concordante cu cele obţinute de un electrod de compoziţie apropiată, A-71-5, a cărui curbă caracteristică este dată de diagrama din figura 8. Folosind un catod special, despre care se va vorbi mai departe, figura 8

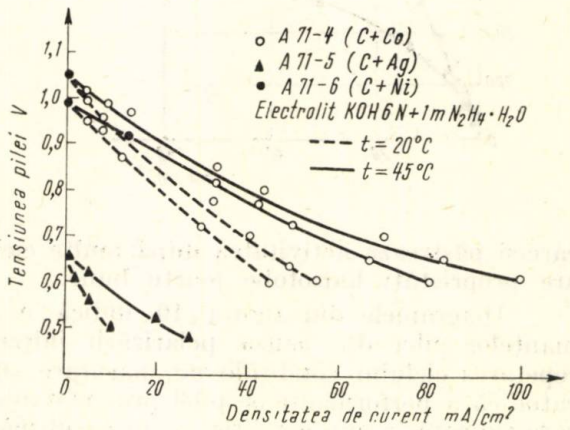


Fig. 8. — Variaţia tensiunii pilei hidrazină-oxigen cu densitatea de curent pentru electrozi din cărbune cu diferite pulberi metalice, catodul fiind acelaşi.

indică rezultatele obţinute cu electrozi de cărbune sinterizaţi la 850°C în atmosferă de hidrogen, cu pulberi metalice în proporţie de 33,33 % în greutate, utilizaţi ca anozi într-o pilă de combustie cu electrolit 6N KOH + 1 m $N_2H_4 \cdot H_2O$ la 20°C (curbele cu linii întrerupte) şi la 45°C (curbele continue).

Deşi rezultatele sînt bune, electrozii cu pulberi de cobalt şi de nichel nu păstrează performanţele timp mai îndelungat, astfel că după cîteva cicluri cu densităţi variabile de curent, fără a coborî sub limita tensiunii pilei de 0,600 V, curbele trasate nu mai pot reproduce valorile iniţiale.

În stabilirea performanţelor anozilor obţinuţi, calitatea catozilor la formarea pilei de combustie contează foarte mult, aşa precum se poate observa din analiza diagramelor din figurile 9 şi 10. Diagrama din figura 9 indică două rezultate complet diferite pentru acelaşi anod A-71-6, încercat cu doi catozi diferiţi, cum este indicat în figură. Totodată, catodul din cărbune presat cu pulbere catalitică de Ni-Raney de compoziţie C = 66,6 % şi Ni = 33,3 %, activat în vapori de amoniac la 850°C, după mai multe cicluri de funcţionare în pilă îşi pierde treptat activitatea. Această reducere de activitate se explică prin oxidarea nichelului activ, proces ireversibil care determină diminuarea performanţelor electrodului, în special prin mărirea considerabilă a valorii polarizării de activare.

Această diagramă mai scoate în evidenţă un rezultat deosebit obţinut în experimentările noastre, şi anume realizarea unui nou tip de electrod pentru reducerea electrolitică a oxigenului din pulbere de argint încorporată într-o masă de teflon, realizat printr-o tehnologie specială, electrod

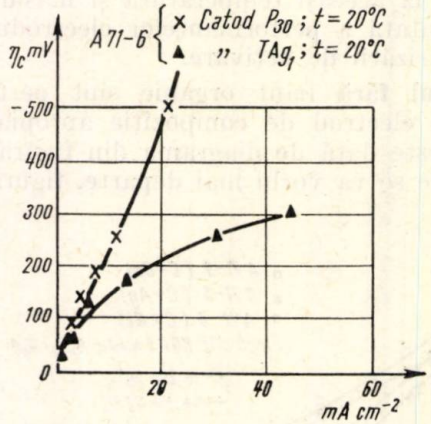


Fig. 9. — Influenţa calităţii catodului asupra caracteristicii potenţial-densitate de curent într-o pilă hidrazină-oxigen în electrolit alcalin.

care-şi păstrează activitatea după multe cicluri de experimentări şi care are proprietăţi hidrofobe foarte bune.

Diagramele din figura 10 indică o serioasă reducere a performanţelor pilei din cauza polarizării iniţiale foarte puternică, deşi la repetarea ciclului condiţiile de măsurare sînt aceleaşi. Această limitare catodică a performanţelor pilei prin manifestarea fenomenelor de polarizare ridicată impun condiţia ca, în cazul măsurătorilor de test pentru un anumit tip de electrod, celălalt să aibă o capacitate de cel puţin două ori mai ridicată pentru a putea evidenţia performanţa maximă ce poate fi obţinută de electrodul încercat.

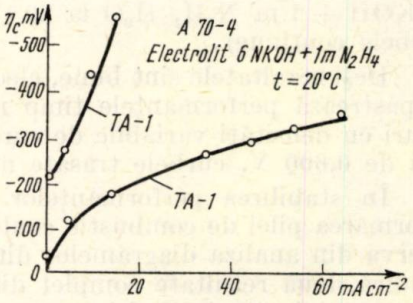


Fig. 10. — Influenţa polarizării iniţiale a catodului asupra caracteristicii potenţial-densitate de curent la funcţionarea într-o pilă hidrazină-oxigen în mediu alcalin.

Performanţele electrozilor cresc pe măsură ce temperatura creşte. Acest lucru se poate uşor constata din analiza diagramelor din figura 11.

Acestea au fost rezultatele mai remarcabile obţinute în cadrul cercetărilor noastre, iar bibliografia indicată arată şi alte aspecte ale combustiei şi reducerii electrochimice şi a tehnologiei de obţinere a electrozilor.

Că o realizare deosebită în tehnologia electrozilor de reducere catalitică a oxigenului, în locul electrodului poros de difuzie gazoasă trebuie să menționăm rezultatele obținute de B. Warszawski, de la forma „Alsthom"-

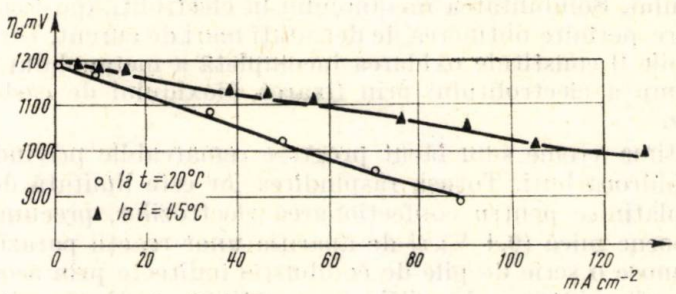


Fig. 11. — Influența temperaturii asupra polarizării anodice într-o pilă hidrazină-oxigen în electrolit alcalin.

Franța, cu un nou tip de electrod, „electrodul de emulsie", și realizarea unui aparat de încercare, „Catalizatron", care permite măsurarea și trasarea simultană a curbelor de polarizare pentru 144 de electrozi încă din 1969.

4. PRINCIPALELE TIPURI DE PILE DE COMBUSTIE

Luînd în considerație principalele criterii de clasificare a pilelor de combustie, temperatura de funcționare, natura electrolitului și natura combustibilului utilizat, putem trece în revistă rezultatele obținute pînă în prezent, avînd în vedere că scopul final al cercetărilor este realizarea combustiei electrochimice a hidrocarburilor și a derivatelor lor ca produși intermediari.

Pila hidrogen-oxigen, cea mai simplă dintre pilele de combustie, este și cea mai mult și bine studiată, avînd o istorie bogată și veche și, ca urmare, cele mai multe soluții și variante de construcție.

Ea a fost utilizată în proiectele „Gemini" și „Apollo", hidrogenul fiind combustibilul cel mai simplu și mai reactiv, folosit fie ca atare, fie asociind la pilele în funcțiune un generator de hidrogen, rezultat din conversia catalitică a hidrocarburilor. Ca reacție chimică globală, în această pilă se realizează sinteza apei (inversul procesului de electroliză).

Dintre pilele de combustie cu combustibil lichid, cele mai bune rezultate le prezintă pila cu hidrazină, ceea ce a determinat atenția deosebită a fabricanților. Activitatea electrochimică a hidrazinei fiind mare, este în același timp ușor de stocat și de transportat. Are temperatura de fierbere ridicată 118°C și se oxidează la o valoare de potențial apropiată hidrogenului. Este folosită mai ales ca hidrat de hidrazină, $N_2H_4.H_2O$, concentrația optimă fiind cuprinsă între 2 și 5%, utilizînd un electrolit alcalin. Prețul ei, încă destul de ridicat, limitează deocamdată încă sfera ei de aplicare.

O altă pilă cu electrolit lichid este pila cu amoniac, care necesită însă anozi de platină aliată cu iridiu, metale rare şi scumpe, ceea ce limitează răspîndirea ei.

Pila cu metanol este foarte mult studiată din cauza preţului coborît al metanolului. Solubilitatea metanolului în electroliţi apoşi constituie un avantaj care permite obţinerea de densităţi mari de curent. Un dezavantaj al acestei pile îl constituie oxidarea incompletă a metanolului şi carbonatarea în timp a electrolitului prin fixarea bioxidului de carbon degajat din reacţie.

În ultima vreme s-au făcut progrese remarcabile privind realizarea pilelor cu hidrocarburi. Totuşi, răspîndirea lor este limitată de utilizarea metalelor platinice pentru confecţionarea electrozilor, precum şi de tensiunea la borne mică (0,4 V) şi de apariţia unor reacţii parazite la anod.

Se cunosc o serie de pile de combustie indirecte prin asocierea unor generatoare de hidrogen la pilele în funcţiune, obţinut prin conversia catalitică a hidrocarburilor sau a metanolului. S-au realizat de asemenea pile de temperatură înaltă prin utilizarea gazului de generator, a hidrocarburilor cracate funcţionînd cu electrolit, săruri topite de preferinţă amestecuri de carbonaţi. Aceste pile ridică serioase dificultăţi tehnologice.

Alt tip de pile de combustie sînt pilele regenerative, în care reactanţii se regenerează din produşii de reacţie şi apoi se reciclează. Regenerarea poate avea loc în interiorul sau în exteriorul pilei de combustie, metodele de regenerare putînd fi foarte diferite (termice, fotochimice, electrice, radiochimice şi chimice).

Ceva mai puţin răspîndite sînt pilele de combustie biochimice, cărora li se acordă un mare interes, şi pilele cu amalgam, răspîndite în special în instalaţiile de electroliza clorurilor.

Fabricarea pilelor de combustie reţine atenţia încă din primele cercetări, graţie caracteristicilor foarte avantajoase: funcţionare silenţioasă, densitate de energie mare, viaţă lungă, simplitate, siguranţă în funcţionare şi randament ridicat. S-au realizat pile cu o putere specifică cuprinsă între 15 şi 50 kg/KW, iar mai recent doar cîteva kg/KW („Alsthom").

BIBLIOGRAFIE

1. M. Marinescu, St. Doboş, *Electrozi pentru pile de combustie cu combustibil dizolvat.* St. cerc. energ. electr., **18**, 2, 461 (1968).
2. M. Marinescu, St. Doboş, *Procese de reducere catalitică a oxigenului în pile de combustie pe suport de cărbuni special trataţi.* St. cerc. energ. electr., **19**, 2, 427 (1969).
3. M. Marinescu, Şt. Doboş, *Comptes-Rendus des Troisièmes Journées d'étude des piles à combustible.* Presses Académiques Europeennes Bruxelles, 1969, p. 66.
4. M. Marinescu, Şt. Doboş, *Pile de combustie cu hidrazină.* St. cerc. energ. electr., **20**, 4, 937 (1970).
5. L. Onciu, *Pile de combustie*, Bucureşti, Edit. ştiinţifică, 1971.

MODELAREA ELECTRICĂ A TRANSMITERII CĂLDURII PRIN CONDUCȚIE ȘI CONVECȚIE

G. SIMIONESCU

536.2

În lucrare se prezintă cîteva modele electrice pentru transmiterea căldurii în domenii solide sau fluide, justificîndu-se teoretic schemele obținute și precizîndu-se totodată limitele de aplicabilitate ale metodei și aproximările făcute.

1. INTRODUCERE

Rezolvarea exactă a problemei determinării cîmpului de temperaturi în domenii cu transmitere de căldură prin conducție și convecție (sau numai prin conducție) întîmpină uneori dificultăți matematice de netrecut. Din acest motiv, metodele de rezolvare aproximativă a unor astfel de probleme se bucură de o largă răspîndire. Dintre acestea, cea mai precisă este, fără îndoială, modelarea electrică.

Aceasta are la bază existența în anumite cazuri particulare a unei identități formale a ecuațiilor ce descriu transmiterea căldurii prin conducție și convecție cu ecuațiile conducției electrice. Deoarece particularizările necesare obținerii acestei identități nu afectează decît în mică măsură generalitatea conducției sau convecției termice, modelarea electrică a unor astfel de fenomene poate fi folosită cu succes.

În cele ce urmează, prin prezentarea paralelă a ecuațiilor ce descriu conducția și convecția termică, pe de o parte, și conducția electrică, pe de altă parte, se stabilesc domeniile de aplicativitate a acestei modelări, limitele ei precum și mărimile corespondente. De menționat că pentru conducția și convecția termică prezentarea relațiilor fundamentale se face mai detaliat într-un mod puțin folosit, dar care se apropie sensibil de cel întrebuințat de obicei în prezentarea ecuațiilor conducției electrice.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 483–502, 1973

2. CONDUCȚIA ȘI CONVECȚIA TERMICĂ

2.1 ECUAȚIILE CONDUCȚIEI TERMICE

Relațiile fundamentale ale conducției termice sînt date de teorema bilanțului termic [1], [2] și de „legea lui Fourier". În acest paragraf stabilim aceste relații pentru cazul unor domenii cu schimbare de fază.

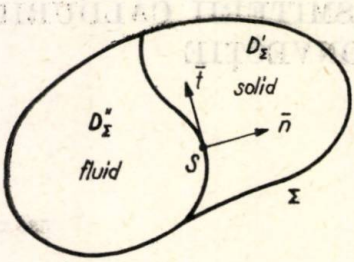


Fig. 1

Fie deci un domeniu D_Σ mărginit de suprafața închisă Σ din interiorul unui corp în care transmiterea de căldură se produce cu schimbare de fază (fig. 1). Aplicînd principiul de conservare a energiei referitor la energia termică a domeniului considerat, se obține teorema bilanțului termic, a cărei formă integrală este

$$-\frac{\mathrm{d}Q_{D_\Sigma}}{\mathrm{d}t} = \Phi_\Sigma. \tag{2.1}$$

Cantitatea de căldură Q_{D_Σ} conținută în domeniul D_Σ este dată de relația

$$Q_{D_\Sigma} = \int_{D_\Sigma} [\gamma c\theta + \gamma c_l 1(M)] \cdot \delta v, \tag{2.2}$$

în care :

c_l este căldura latentă de topire,

$$1(M) = \begin{cases} 0, & \text{pentru } M \in D'_\Sigma, \\ 1, & \text{pentru } M \in D''_\Sigma, \end{cases}$$

iar fluxul Φ_Σ care iese prin suprafața Σ în cazul în care presupunem că nu există surse interne de căldură de relația

$$\Phi_\Sigma = \oint_\Sigma \bar{q} \cdot \bar{n} \cdot \delta A, \tag{2.3}$$

în care $\bar{q}$ este densitatea fluxului conductiv. Relația (2.1) devine deci

$$\begin{aligned}
&-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{D_\Sigma} [\gamma c\theta + \gamma c_l \cdot 1(M)] \cdot \delta v = \oint_\Sigma \bar{q} \cdot \bar{n} \cdot \delta A, \\
&-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{D_\Sigma} \gamma c\theta \delta v - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{D''_\Sigma} \gamma c_l \cdot \delta v = \oint_\Sigma \bar{q} \cdot \bar{n} \cdot \delta A, \\
&-\int_{D_\Sigma} \gamma c \frac{\partial \theta}{\partial t} \cdot \delta v - \int_{D''_\Sigma} \gamma c_l \operatorname{div} \bar{w} \cdot \delta v = \oint_\Sigma \bar{q} \cdot \bar{n} \cdot \delta A, \\
&-\int_{D_\Sigma} \gamma c \frac{\partial \theta}{\partial t} \delta v - \int_S \gamma c_l \bar{w} \cdot \bar{n} \cdot \delta A = \oint_\Sigma \bar{q} \cdot \bar{n} \cdot \delta A,
\end{aligned} \tag{2.4}$$

în care $\overline{w}$ este viteza frontului de schimbare a stării de agregare (viteza de deplasare a suprafeței S).

Aplicînd în membrul drept al relației (2.4) transformarea Gauss-Ostrogradski în condițiile în care suprafața S este o suprafață de discontinuitate pentru cîmpul $\overline{q}$, se obține

$$-\int_{D_\Sigma} \gamma c \frac{\partial \theta}{\partial t} \cdot \delta v - \int_S \gamma c_l \cdot \overline{w} \cdot \overline{n} \cdot \delta A = \int_{D_\Sigma} \operatorname{div} \overline{q} \cdot \delta v + \int_S \operatorname{div}_s \overline{q} \cdot \delta A. \quad (2.5)$$

Cum această egalitate are loc pentru orice domeniu D_Σ ce conține o suprafață S, se obțin relațiile

$$\begin{cases} \operatorname{div} \overline{q} = -\gamma c \dfrac{\partial \theta}{\partial t}, & \text{pentru } M \in D_\Sigma - S, \\ \operatorname{div}_s \overline{q} = -\gamma c_l \cdot \overline{w} \cdot \overline{n}, & \text{pentru } M \in S, \end{cases} \quad (2.6)$$

care exprimă sub formă locală teorema bilanțului termic.

Subliniem că în expunerea prezentată nu s-a luat în considerare modificarea produsului γc la suprafața de trecere solid-fluid (suprafața S), deoarece, în majoritatea cazurilor în care interesează conducția termică însoțită de schimbarea stării de agregare, o astfel de modificare este neglijabilă

A doua relație fundamentală a conducției termice este așa-numita lege a lui Fourier:

$$\overline{q} = -\lambda \operatorname{grad} \theta, \quad (2.7)$$

obținută ca o consecință a relației experimentale

$$\delta Q = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial n} \cdot \delta A \cdot dt$$

pentru cazul cînd valorile gradientului nu depășesc anumite valori.

Cu ajutorul ecuațiilor (2.6) și (2.7) se obține ecuația de ordinul II

$$\operatorname{div} (\lambda \operatorname{grad} \theta) = \gamma c \frac{\partial \theta}{\partial t}. \quad (2.8)$$

cu condițiile de trecere pe suprafața S:

$$\begin{cases} \left(\lambda \dfrac{\partial \theta}{\partial n}\right)_{\text{solid}} - \left(\lambda \dfrac{\partial \theta}{\partial n}\right)_{\text{fluid}} = -\gamma c_l \overline{w} \overline{n}, \\ \theta_{\text{solid}} = \theta_{\text{fluid}}. \end{cases} \quad (2.9)$$

2.2. ECUAȚIILE CONVECȚIEI TERMICE

Aceste ecuații se obțin într-un mod analog cu cele din paragraful 2.1. Astfel, teorema bilanțului termic, scrisă pentru un domeniu D_Σ aflat în fluid, dar neatașat acestuia :

$$-\frac{\mathrm{d}Q_{D_\Sigma}}{\mathrm{d}t} = \Phi_\Sigma,$$

cu

$$Q_{D_\Sigma} = \int_{D_\Sigma} \gamma c\theta \cdot \delta v$$

și

$$\Phi_\Sigma = \oint_\Sigma \bar{q}\cdot\bar{n}\cdot\delta A + \oint_\Sigma \gamma c\theta\cdot\bar{w}\cdot\bar{n}\cdot\delta A,$$

devine în condițiile în care presupunem că nu există surse interne de căldură în fluid

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{D_\Sigma} \gamma c\theta\cdot\delta v = \oint_\Sigma [\bar{q} + \gamma c\theta\bar{w}]\cdot\bar{n}\cdot\delta A, \tag{2.10}$$

în care $\bar{w}$ este viteza fluidului.

Ecuația (2.10) conduce la forme locale diferite ale teoremei bilanțului termic, după cum vom considera că fluidul este compresibil sau nu.

2.2.1. Ecuațiile convecției termice pentru un gaz perfect

Din ecuația de stare a gazelor perfecte, presupunînd că presiunea nu variază, se obține

$$\gamma = \frac{k}{\theta}\cdot \tag{2.11}$$

În consecință, relația (2.10) devine

$$0 = \oint_\Sigma [\bar{q} + kc\bar{w}]\cdot\bar{n}\cdot\delta A,$$

adică sub formă locală

$$\operatorname{div}[\bar{q} + kc\bar{w}] = 0. \tag{2.12}$$

Cealaltă ecuație se referă la expresia densității fluxului conductiv, dată de legea lui Fourier :

$$\bar{q} = -\lambda \operatorname{grad}\theta. \tag{2.7}$$

Aceste două ecuații conduc la ecuația de ordinul II

$$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} \theta) = kc \operatorname{div} \overline{w}. \tag{2.13}$$

În afara ecuațiilor (2.12) și (2.7), în studiul convecției mai intervin și ecuațiile necesare determinării cîmpului de viteze $\overline{w}$. Deoarece nu ne propunem să determinăm acest cîmp, pe care în lucrarea de față îl presupunem cunoscut, ne vom referi numai la teorema continuității :

$$\operatorname{div}(\gamma \overline{w}) = -\frac{\partial \gamma}{\partial t}, \tag{2.14}$$

cu ajutorul căreia ecuația (2.13) capătă cunoscuta formă Fourier-Kirchhoff. Astfel, ținînd cont în relația (2.14) că $\gamma = \frac{k}{\theta}$, rezultă după efectuarea calculelor

$$\operatorname{div} \overline{w} = \frac{1}{\theta}\left[\frac{\partial \theta}{\partial t} + \overline{w} \operatorname{grad} \theta\right]$$

și, înlocuind în (2.13).

$$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} \theta) = \frac{kc}{\theta}\left[\frac{\partial \theta}{\partial t} + \overline{w} \operatorname{grad} \theta\right],$$

adică

$$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} \theta) = \gamma c\left[\frac{\partial \theta}{\partial t} + \overline{w} \operatorname{grad} \theta\right]. \tag{2.15}$$

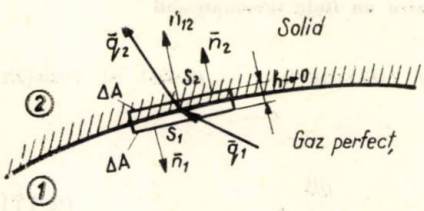


Fig. 2

La suprafața de separație gaz perfect — solid, aplicarea teoremei bilanțului termic pentru un domeniu de formă plată care îmbrățișează o porțiune a acestei suprafețe (fig. 2) conduce la ecuația locală

$$\operatorname{div}_s \overline{q} = 0\ , \tag{2.16}$$

care din punct de vedere fizic ne permite să afirmăm că transmiterea de căldură prin convecție nu poate avea loc dacă se neglijează conducția în gaz în imediata vecinătate a peretelui solid. Acest lucru este evident, deoarece fluxul primit pe suprafața S_2 a peretelui solid are expresia

$$\Phi = \int_{S_2} \overline{q}_2 \cdot \overline{n}_{12} \cdot \delta A = \int_{S_1} \overline{q}_1 \cdot n_{12} \cdot \delta A,$$

care devine nulă dacă presupunem $\overline{q}_1 \cong 0$.

Dacă considerăm că domeniul D_Σ, pe care aplicăm teorema bilanțului termic, are o formă asemănătoare celei prezentate în figura 3, obținem fluxul de căldură care se transmite peretelui solid

$$\Phi = \int_{S_1} \overline{q}_2 \cdot n_{12} \cdot \delta A = - \int_S [\overline{q} + kc\overline{w}] \cdot \overline{n} \cdot \delta A \,.$$

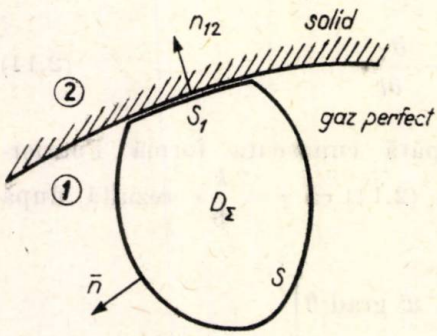


Fig. 3

Neglijarea conducției în gazul perfect conduce la

$$\Phi = - \int_S kc\,\overline{w} \cdot \overline{n} \cdot \delta A = - \oint_\Sigma kc\overline{w}\overline{n}\,\delta A,$$

unde $\Sigma = S + S_1$, deoarece, pe suprafața S_1, $\overline{w}\overline{n} = 0$,

adică

$$\Phi = - \int_{D_\Sigma} \operatorname{div}(kc\overline{w}) \cdot \delta v = 0,$$

deoarece $\operatorname{div} kc\overline{w} = 0$ conform relației (2.12) în condițiile în care neglijăm densitatea de flux conductiv $\overline{q}$.

Rezultă că pentru gazul perfect conducția nu poate fi neglijată în nici un punct al acestuia, deși ea are valori foarte mici.

2.2.2. Ecuațiile convecției termice pentru un fluid incompresibil

Pentru fluidul incompresibil putem considera $\gamma = \text{const}$ și relația (2.10) conduce la ecuația locală

$$\operatorname{div}[\overline{q} + \gamma c \theta \overline{w}] = - \gamma c \frac{\partial \theta}{\partial t}, \tag{2.17}$$

care, având în vedere teorema continuității în acest caz,

$$\operatorname{div} \overline{w} = 0, \tag{2.18}$$

devine

$$\operatorname{div} \overline{q} = - \gamma c \left[\frac{\partial \theta}{\partial t} + \overline{w} \operatorname{grad} \theta \right]. \tag{2.19}$$

Cealaltă ecuație necesară determinării cîmpului de temperaturi este dată de legea lui Fourier :

$$\bar{q} = - \lambda \text{grad } \theta . \tag{2.7}$$

Ecuațiile (2.19) și (2.7) conduc la ecuația de ordinul II

$$\text{div } (\lambda \text{ grad } \theta) = \gamma c \left[\frac{\partial \theta}{\partial t} + \bar{w} \text{ grad } \theta \right], \tag{2.20}$$

identică cu ecuația (2.15), obținută pentru gazul perfect.

Procedînd analog cazului precedent, pentru suprafața de separație lichid-solid se obține ecuația locală a teoremei bilanțului termic sub forma

$$\text{div}_s \bar{q} = 0, \tag{2.21}$$

care conduce la concluzia că și în cazul fluidului incompresibil conducția nu poate fi neglijată în imediata vecinătate a peretelui solid. Și în acest caz rezultă că conducția în fluid nu poate fi neglijată nici în celelalte puncte ale fluidului din considerente asemănătoare celor expuse în paragraful precedent.

3. CONDUCȚIA ELECTRICĂ

Pentru ecuațiile conducției electrice ne vom mărgini la scrierea lor fără să urmărim modul de deducere, deoarece acesta este expus în orice manual de bazele electrotehnicii într-o formă analoagă celei folosite pentru deducerea ecuațiilor conducției și convecției termice.

Legea conservării sarcinii electrice :

a) sub formă integrală :

$$- \frac{dq_{D_\Sigma}}{dt} = i_\Sigma ; \tag{3.1}$$

b) sub formă locală :

$$\begin{cases} \text{div } \bar{J} = - \dfrac{\partial \rho_e}{\partial t} , \text{ pentru domenii de continuitate,} \\ \text{div}_s \bar{J} = - \dfrac{\partial \rho_s}{\partial t} , \text{ pentru suprafețe de discontinuitate.} \end{cases} \tag{3.2}$$

Legea inducției electromagnetice combinată cu legea conducției electrice, scrise sub formă locală :

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \dfrac{\overline{J}}{\sigma} = -\dfrac{\partial \overline{B}}{\partial t} + \operatorname{rot} \overline{E}_i, \text{ pentru domenii de continuitate,} \\ \operatorname{rot}_s \dfrac{\overline{J}}{\sigma} = \operatorname{rot}_s \overline{E}_i, \text{ pentru suprafețe de discontinuitate.} \end{cases} \tag{3.3.}$$

4. ANALOGIA CONDUCȚIEI ȘI CONVECȚIEI TERMICE CU CONDUCȚIA ELECTRICĂ. MODELUL ELECTRIC

4.1. ANALOGIA CONDUCȚIEI TERMICE CU CONDUCȚIA ELECTRICĂ MODELUL ELECTRIC AL ELEMENTULUI FINIT MIC

Comparînd ecuațiile (2.6) și (2.7) cu ecuațiile (3.2), respectiv (3.3), constatăm că local cele două fenomene nu prezintă analogie [1]. În cazul unui regim termic staționar, ecuațiile (2.6) și (2.7) devin însă analoage ecuațiilor (3.3) pentru regimul electrocinetic staționar și fără cîmp electric imprimat :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \overline{q} = 0 \ , \\ \operatorname{div}_s \overline{q} = 0 \ , \end{cases}$$

$$\overline{q} = -\lambda \operatorname{grad} \theta$$

și

$$\begin{cases} \operatorname{div} \overline{J} = 0, \\ \operatorname{div}_s \overline{J} = 0, \end{cases}$$

$$\operatorname{rot} \frac{\overline{J}}{\sigma} = 0 \Rightarrow \overline{J} = -\sigma \operatorname{grad} V \text{ (teorema potențialului electrocinetic),}$$

cu mărimile corespondente

$$\overline{q} \text{ cu } \overline{J} \ ; \quad \lambda \text{ cu } \sigma ; \quad \theta \text{ cu } V \ .$$

Limitîndu-ne deci la ecuațiile locale, constatăm că pot exista posibilități de modelare electrică numai pentru conducția termică în regim staționar.

Dacă vom considera însă că domeniul D_Σ este un element de rețea termică, respectiv electrică [1], relațiile integrale care se pot scrie în con-

dițiile în care suprafața Σ este o suprafață de separație (fig. 4) evidențiază existența analogiei în condiții mai puțin restrictive.

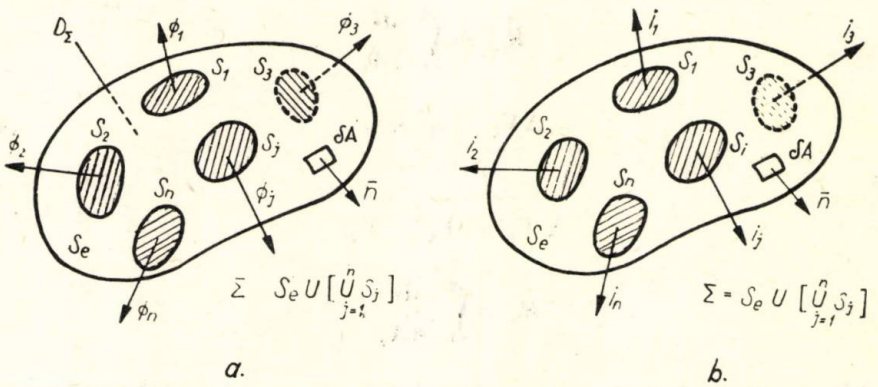


Fig. 4. — Elemente de rețea: *a* — element de rețea termică; *b* — element de rețea electrică.

Astfel teorema bilanțului termic și legea conservării sarcinii capătă formule analoage:

$$\sum_{j=1}^{n} \Phi_j = -\frac{\mathrm{d}Q_{D_\Sigma}}{\mathrm{d}t}, \tag{4.1}$$

care se mai poate scrie și

$$\sum_{j=1}^{n+2} \Phi_j = 0\,, \tag{4.2}$$

cu

$$\Phi_{n+1} = \int_{D_\Sigma} \gamma c \frac{\partial \theta}{\partial t}\, \delta v \text{ și } \Phi_{n+2} = \int_S \gamma c_l \overline{w}\, \overline{n}\, \delta A$$

pentru conducția termică, respectiv

$$\sum_{j=1}^{n+2} i_j = 0 \tag{4.3}$$

pentru conducția electrică într-un element de rețea cu $n+2$ borne.

În cazul în care structura interioară a domeniului D_Σ este aceea a unei rețele termice, respectiv electrice propriu-zise, se obțin cu ajutorul legii lui Fourier și teoremei potențialului electrocinetic relațiile analoage

$$\Delta\, \theta_k = \Phi_k \cdot R_{t_k}\,; \tag{4.4}$$

cu

$$\Delta\,\theta_k = \theta_1 - \theta_2 \quad ;$$

$$R_{t_k} = \int_1^2 \frac{\mathrm{d}l}{\lambda A_k}$$

$$\Delta V_k = i_k \cdot R_k \,, \tag{4.5}$$

cu

$$\Delta\, V_k = V_1 - V_2,$$

$$R_k = \int_1^2 \frac{\mathrm{d}l}{\sigma A_k} \,,$$

valabile pentru o latură de reţea termică, respectiv electrică (fig. 5 *a*, respectiv 5 *b*), precum şi

$$\sum_{k \in (p)} \Delta\theta_k = 0, \tag{4.6}$$

$$\sum_{k \in (p)} \Delta V_k = 0, \tag{4.7}$$

valabile pentru ochiul (p) de reţea termică, respectiv electrică.

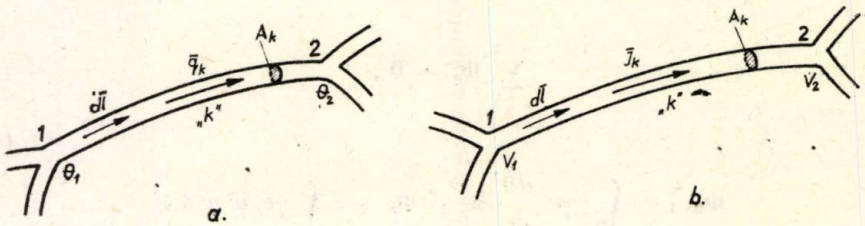


Fig. 5

Rezultă deci că analogia integrală în condiţiile arătate are loc şi pentru regimul termic nestaţionar, iar mărimile analoage sînt

$$\Phi \text{ cu } i \quad ; \quad R_t \text{ cu } R \quad ; \quad \Delta\theta \text{ cu } \Delta V = U.$$

Pentru a stabili configuraţia reţelei electrice care modelează conducţia termică într-un corp, considerăm corpul împărţit într-o serie de domenii de formă paralelipipedică (fig. 6*a*), fiecare din aceste domenii satisfăcînd condiţiile impuse unui element de reţea [1], ale cărui borne sînt reprezentate de cele şase feţe ale paralelipipedului. Pentru ca această condiţie

să fie acceptabilă din punctul de vedere al respectării fenomenului, este necesar ca dimensiunile acestor paralelipipezi să fie cît mai mici.

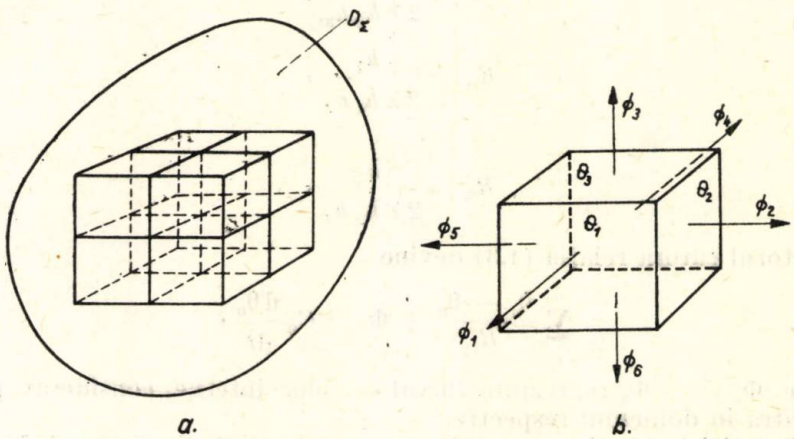


Fig. 6. — Divizarea domeniului cercetat în elemente paralelipipedice finit mici (*a*); aplicarea teoremei bilanțului termic pe un element paralelipipedic finit mic (*b*).

Teorema bilanțului termic ia în acest caz forma

$$\sum_{j=1}^{8} \Phi_j = 0, \tag{4.2}$$

cu

$$\Phi_7 = \int_{D\Sigma} \gamma c \frac{\partial \theta}{\theta t} \delta v = C_0 \cdot \frac{\mathrm{d}\theta_0}{\mathrm{d}t},$$

$$C_0 = \int_{D_\Sigma} \gamma c \cdot \delta v \quad ; \quad \theta_0 = \frac{1}{C_0} \int_{D_\Sigma} \gamma c \theta \cdot \delta v$$

și

$$\Phi_8 = \int_S \gamma c_i \overline{w}\, \overline{n}\, \delta A,$$

adică

$$\sum_{j=1}^{6} \Phi_j + \Phi_8 = -C_0 \frac{\mathrm{d}\theta_0}{\mathrm{d}t}. \tag{4.8}$$

Considerînd că structura interioară a domeniului paralelipipedic ales este aceea a unei rețele propriu-zise, se pot scrie, conform relației (4.4), următoarele ecuații:

$$\begin{cases} \theta_0 - \theta_1 = \Phi_1 \cdot R_{t_1}, \\ \theta_0 - \theta_2 = \Phi_2 \cdot R_{t_2}, \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ \theta_0 - \theta_6 = \Phi_6 \cdot R_{t_6}, \end{cases} \tag{4.9}$$

cu

$$R_{t_1} = \frac{h_1}{2\lambda h_2 h_3},$$

$$R_{t_2} = \frac{h_2}{2\lambda h_1 h_3},$$

. . . . . .

$$R_{t_6} = \frac{h_1}{2\lambda h_2 h_3},$$

cu ajutorul cărora relația (4.3) devine

$$\sum_{j=1}^{6} \frac{\theta_j - \theta_0}{R_{t_j}} + \Phi_i = C_0 \frac{\mathrm{d}\theta_0}{\mathrm{d}t}, \tag{4.11}$$

în care $\Phi_i = -\Phi_8$ reprezintă fluxul surselor interne, considerat pozitiv cînd intră în domeniul respectiv.

Relației (4.12) îi corespunde rețeaua electrică din figura 7, în care V reprezintă potențialul corespunzător temperaturii medii inițiale în domeniul respectiv [1], iar V_8 reprezintă un potențial variabil cu ajutorul căruia,

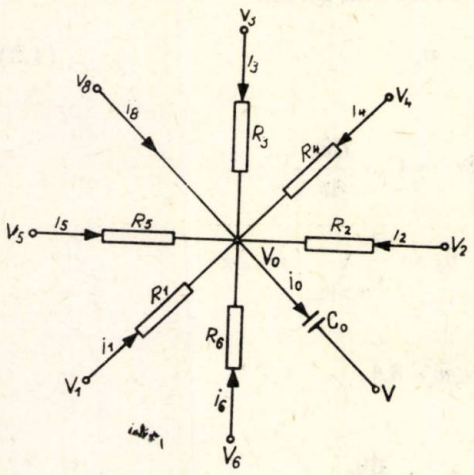


Fig. 7. — Rețea de modelare RC a conducției termice cu schimbare de fază într-un element paralelipipedic finit mic.

de îndată ce potențialul V_0 a atins valoarea corespunzătoare temperaturii de schimbare a fazei, o menține constantă o durată Δt, astfel încît mărimea $\int_t^{t+\Delta t} i_8 \, \mathrm{d}t$ să corespundă mărimii $\gamma c_1 h_1 h_2 h_3$ (i_8 corespunde lui Φ_i).

În cazul în care fenomenul termic nestaționar este considerat divizat în timp în intervale suficient de mici pentru a putea liniariza fenomenul pe durata fiecărui interval, relația (4.12) devine

$$\sum_{j=1}^{6} \frac{\theta_j - \theta_0}{R_{t_j}} + \Phi_i = C_0 \frac{\theta_0 - \theta_0'}{\Delta t}, \tag{4.12}$$

în care θ_0' reprezintă temperatura medie a paralelipipedului considerat la începutul intervalului de timp Δt pentru care am liniarizat fenomenul.

Relația (4.12) se mai poate scrie

$$\sum_{j=1}^{8} \frac{\theta_j - \theta_0}{R_{t_j}} = 0, \tag{4.13}$$

cu

$$\theta_7 = \theta_0',$$

$$R_{t_7} = \frac{\Delta t}{C_0},$$

$$\Phi_i = \frac{\dfrac{\theta_8 - \theta_0}{\theta_8 - \theta_0}}{\beta \dfrac{\gamma c_l h_1 h_2 h_3}{\Delta t}} \Rightarrow R_{t_8} = \frac{\Delta t (\theta_8 - \theta_0)}{\beta \gamma c_l h_1 h_2 h_3},$$

în care β reprezintă raportul volumului care își modifică starea de agregare a domeniului considerat în intervalul de timp Δt și volumul total al domeniului.

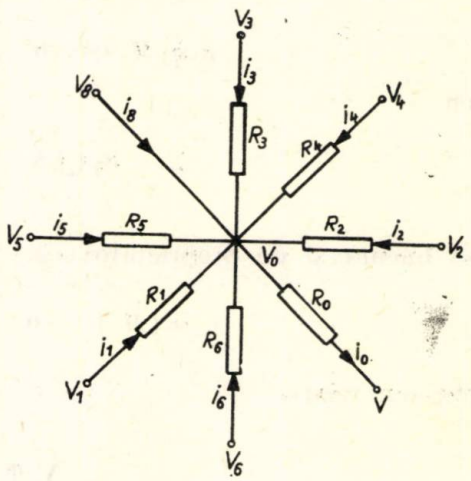


Fig. 8. — Rețea de modelare R a conducției termice cu schimbare de fază într-un element paralelipipedic finit mic.

Relației (4.14) îi corespunde rețeaua electrică din figura 8 cu

$$R_1 = \frac{K \cdot h_1}{2 \lambda h_2 h_3},$$

. . . . . .

$$R_6 = \frac{K \cdot h_1}{2 \lambda h_2 h_3},$$

$$R_0 = \frac{K \cdot \Delta t}{C_0}, \tag{4.14}$$

unde

$$K = \frac{k_{v\theta}}{k_{i\Phi}},$$

$k_{v\theta}$ fiind coeficientul de transformare grade—volți iar $k_{i\Phi}$ coeficientul de transformare flux termic — intensitate (atît $k_{v\theta}$ cît și $k_{i\Phi}$ se adoptă).

4.2. ANALOGIA CONVECȚIEI TERMICE PENTRU GAZUL PERFECT CU CONDUCȚIA ELECTRICĂ. MODELUL ELECTRIC AL ELEMENTULUI FINIT MIC

Analizînd relațiile fundamentale ale convecției în acest caz, constatăm că analogia cu conducția electrică nu este posibilă local nici chiar pentru regimul termic și electrocinetic staționar.

Integrînd însă ecuația (2.12) pentru un domeniu D_Σ a cărui suprafață Σ este o suprafață de separație în sensul că pe lîngă condițiile

$$\bar{n} \cdot \bar{q}\,(M, t) = 0 \quad , \quad \text{pentru } M \in S_b$$

$$\bar{n} \cdot \bar{q}\,(M, t) = 0 \quad , \quad \text{pentru } M \in S_e$$

cu

$$\Sigma = S_b \cup S_e \quad ; \quad S_b = \bigcup_{j=1}^{n} S_j,$$

se bucură și de proprietatea că

$$\bar{n} \cdot \bar{w}\,(M, t) = 0 \quad , \quad \text{pentru } M \in S_e \tag{4.15}$$

obținem relația

$$\sum_{j=1}^{2n} \Phi_j = 0, \tag{4.16}$$

în care $\sum_{j=1}^{n} \Phi_j$ reprezintă suma fluxurilor conductive,

$\sum_{j=n+1}^{2n} \Phi_j$ reprezintă suma fluxurilor convective,

analoagă relației

$$\sum_{j=1}^{2n} i_j = 0, \tag{4.17}$$

care se obține pentru conducția electrică într-un element de rețea cu $2n$ borne.

Dacă structura interioară a domeniului D_Σ este aceea a unei rețele termice, respectiv electrice propriu-zise, pentru conducție se obțin relațiile analoage (4.4), (4.6), respectiv (4.7).

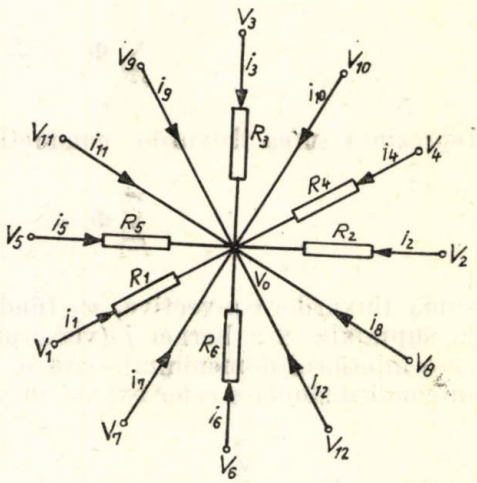


Fig. 9. — Rețea de modelare a conducției și convecției într-un element paralelipipedic finit mic dintr-un domeniu fluid compresibil.

Cu aproximații similare celor arătate în paragraful precedent, rețeaua electrică corespunzătoare unui domeniu paralelipipedic din gazul perfect este cea din figura 9, în care mărimile notate de la 1 la 6 au semnificațiile și valorile cunoscute din paragraful precedent, iar curenții $i_7 - i_{12}$ corespund fluxurilor convective $\Phi_7 - \Phi_{12}$ cunoscute (deoarece s-a presupus cîmpul de viteze cunoscut).

Potențialele $V_7 - V_{12}$ se obțin de la surse independente.

4.3. ANALOGIA CONVECȚIEI TERMICE PENTRU FLUIDUL INCOMPRESIBIL CU CONDUCȚIA ELECTRICĂ. MODELUL ELECTRIC AL ELEMENTULUI FINIT MIC

În cazul fluidului incompresibil, rețelele electrice din figurile 7 și 8 se completează cu încă șase laturi, prin care se vor injecta curenții corespunzători fluxurilor convective întocmai ca în cazul precedent.

Se obțin astfel rețele de modelare din figurile 10 *a* și *b*, după cum fenomenul nu se consideră (fig. 10 *a*) sau se consideră (fig. 10 *b*) divizat în timp.

Deoarece în cazul acestui model, spre deosebire de cel precedent, curenții $i_7 - i_{12}$ depind de valorile potențialelor $V_1 - V_6$ (întocmai cum fluxurile convective $\Phi_7 - \Phi_{12}$ depind de valorile temperaturilor $\theta_1 - \theta_6$),

utilizarea unor modele de cele prezentate în figurile 10 *a* și *b* este dificilă.

Însă relația integrală

$$\sum_{j=1}^{12} \Phi_j = - C_0 \frac{\mathrm{d}\theta_0}{\mathrm{d}t}, \tag{4.18}$$

în care

$$\sum_{j=1}^{6} \Phi_j = - \sum_{j=1}^{6} \frac{\theta_j - \theta_0}{R_{t_j}}$$

reprezintă suma fluxurilor conductive, iar

$$\sum_{j=7}^{12} \Phi_j = - \sum_{j=1}^{6} \gamma c \; \theta_j \, w_j S_j$$

suma fluxurilor convective, w_j fiind componenta după direcția normală la suprafața S_j a bornei j (versorul normalei considerîndu-se cu sensul spre interiorul domeniului), care se obține prin integrarea ecuației (2.17) în condiții similare celor expuse în paragrafele precedente, poate fi adusă

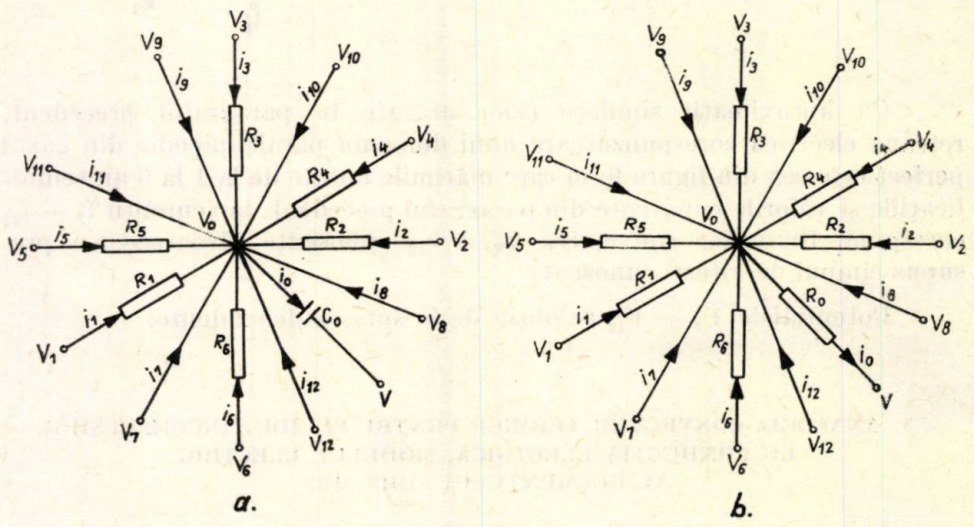


Fig. 10. — Rețele de modelare a conducției și convecției într-un element paralelipipedic finit mic dintr-un domeniu fluid incompresibil.

în cazul fluidului incompresibil la o formă care să conducă la un model ușor de folosit dacă se ține cont și de teorema continuității aplicată domeniului paralelipipedic considerat, adică

$$\sum_{j=1}^{6} w_j \, S_j = 0, \tag{4.19}$$

cînd relația (4.18) poate fi scrisă sub forma

$$\sum_{j=1}^{6} \frac{\theta_j - \theta_0}{R_{t_j}} + \sum_{j=1}^{6} \gamma c\, \theta_j\, w_j\, S_j - \sum_{j=1}^{6} \gamma c \theta_0\, w_j\, S_j = C_0 \frac{\mathrm{d}\theta_0}{\mathrm{d}t},$$

$$\sum_{j=1}^{6} (\theta_j - \theta_0)\left[\frac{1}{R_{t_j}} + \gamma c\, w_j\, S_j\right] = C_0 \frac{\mathrm{d}\theta_0}{\mathrm{d}t},$$

$$\sum_{j=1}^{6} \frac{\theta_j - \theta_0}{\dfrac{R_{t_j}}{1 + \gamma c w_j\, S_j R_{t_j}}} = C_0 \frac{\mathrm{d}\theta_0}{\mathrm{d}t},$$

și cum

$$R_{t_j} = \frac{h_j}{2\lambda S_j},$$

rezultă

$$\sum_{j=1}^{6} \frac{\theta_j - \theta_0}{\dfrac{R_{t_j}}{1 + \dfrac{\gamma c}{\lambda} \cdot \dfrac{h_j}{2} w_j}} = C_0 \frac{\mathrm{d}\theta_0}{\mathrm{d}t}. \tag{4.20}$$

Acestei relații îi corespunde rețeaua electrică din figurile 11 *a* și *b* în care C_0, R_0 au valorile cunoscute, iar

$$R'_j = \frac{K \cdot R_{t_j}}{1 + \dfrac{\gamma c}{\lambda} \cdot \dfrac{h_j}{2} \cdot w_j}. \tag{4.21}$$

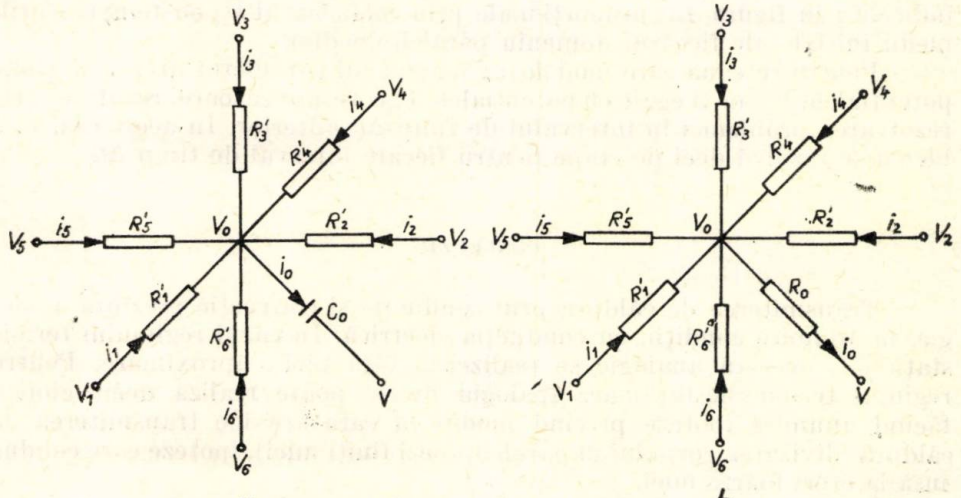


Fig. 11. — Rețele de modelare simplificate a conducției și convecției într-un element paralelipipedic finit mic dintr-un domeniu fluxal incompresibil.

4.4. MODELUL ELECTRIC AL TRANSMITERII DE CĂLDURĂ ÎNTR-UN DOMENIU OARECARE

Fie un domeniu D_Σ (pe care îl vom reprezenta în plan pentru a simplifica figurile) care cuprinde o zonă solidă D'_Σ, presupusă, pentru simplificare, fără schimbare de fază și una fluidă D''_Σ, separate printr-o suprafață S (fig. 12).

Considerînd acest domeniu divizat în mici elemente paralelipipedice, modelul electric rezultă simplu conectînd între ele rețelele de modelare obținute pentru fiecare element paralelipipedic în parte. Se obțin astfel rețelele electrice din figurile 13 *a*, *b*, *c*, *d*, după cum fluidul este sau nu compresibil (fig. 13 *a*, *b*, respectiv 13 *c*, *d*) și după cum fenomenul se consideră sau nu divizat în timp (fig. 13 *b*, *d*, respectiv 13 *a*, *c*).

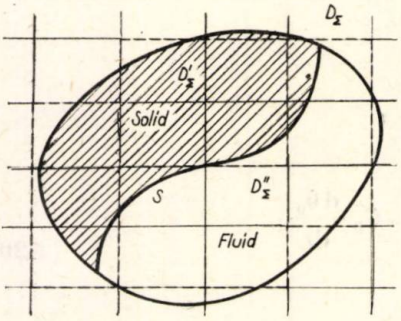


Fig. 12

Menționăm că, funcție de precizia necesară măsurătorilor, norma diviziunilor din zona solidă poate fi diferită de cea din zona fluidă, iar în vecinătatea suprafeței S și Σ se poate face și o divizare suplimentară.

Condițiile de unicitate ale problemei se realizează fie prin potențialele de contur V_c aplicate bornelor notate cu indicele c în figura 13 (care vor fi proporționale prin coeficientul k_{ve} cu temperaturile corespunzătoare de pe frontieră), fie prin intensitățile curenților injectați în aceste borne (care vor fi proporționale prin coeficientul $k_{i\Phi}$ cu fluxurile corespunzătoare de pe frontieră), precum și prin potențialele V_i aplicate bornelor notate cu indicele i în figura 13 (proporționale prin coeficientul k_{v0} cu temperaturile medii inițiale ale fiecărui domeniu paralelipipedic).

Pentru rețeaua care modelează fenomenul considerat divizat în timp, potențialele V_i vor fi egale cu potențialele V_0 corespunzătoare, rezultate prin rezolvarea problemei în intervalul de timp Δt anterior. În acest caz, problema se rezolvă deci pe etape pentru fiecare interval de timp Δt.

5. CONCLUZII

Transmiterea de căldură prin conducție și convecție prezintă analogie, în anumite condiții, cu conducția electrică. În cazul regimului termic staționar, această analogie se realizează fără nici o aproximare. Pentru regimul termic nestaționar, analogia nu se poate realiza decît global, făcînd anumite ipoteze privind modul în care are loc transmiterea de căldură (divizarea corpului în paralelipipezi finiți mici), ipoteze care conduc însă la erori foarte mici.

În lucrare s-au stabilit cîteva tipuri de rețele de modelare pentru transmiterea de căldură prin conducție în cazul cînd aceasta are loc cu schimbarea stării de agregare, precum și pentru transmiterea de căldură

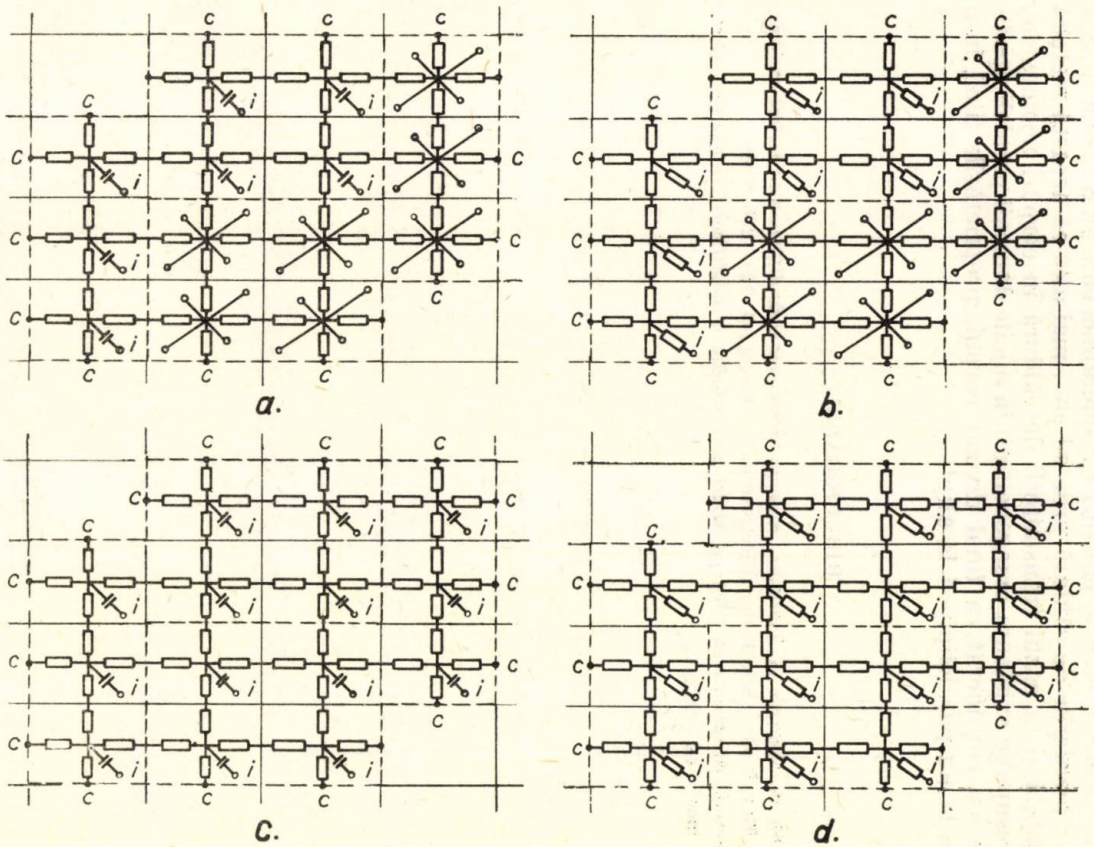


Fig. 13. — Rețele electrice de modelare a transmisiei de căldură prin conducție și în convecție în domenii oarecare : *a* — fluid compresibil ; *b* — fenomen divizat în timp, fluid compresibil ; *c* — fluid incompresibil ; *d* — fenomen divizat în timp, fluid incompresibil.

prin convecție în cazul cînd se cunoaște cîmpul de viteze. Menționăm că se fac cercetări pentru a elimina această din urmă condiție în cazul modelării convecției și a o înlocui cu condiții care să lărgească domeniul de aplicabilitate al metodei.

Metoda de modelare prezentată facilitează rezolvarea unei game largi de probleme de transmitere a căldurii, care nu pot fi rezolvate prin alte metode decît cu erori și eforturi considerabile, cum ar fi : solidificarea lingourilor, pierderile de căldură prin sol etc., mai ales că această metodă este aplicabilă și în cazul transmiterii de căldură în corpuri neomogene, cînd se presupune existența omogeneității în micile domenii paralelipipedice în care s-a considerat ca fiind divizat corpul, proprietățile fiind însă diferite de la un paralelipiped la altul.

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleț, A. Timotin, A. Țugulea, *Réseaux thermiques et de diffusion en régime variable.* Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ., *2*, 229—266 (1969).
2. G. Simionescu, *Modelarea electrică pe model electrocinetic a solidificării lingourilor.* Cerc. mat., **13** (1972).

SCRIEREA SISTEMULUI DE ECUAȚII DIFERENȚIALE DUPĂ SCHEMA-BLOC

MIOARA ALECU-CĂLUȘIȚĂ

62.50.19

Lucrarea prezintă o regulă de scriere a sistemului de ecuații diferențiale aferent unui sistem dinamic reprezentat prin funcțiile de transfer ale elementelor componente din schema-bloc. Ca variabile de stare ale sistemului se aleg variabilele de fază ale elementelor componente.
Se prezintă programul în FORTRAN pentru calculator numeric.

1. STABILIREA METODEI

Fie schema-bloc avînd funcția de transfer scrisă în forma

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_{m+1}s^m + b_m s^{m-1} + \ldots + b_1}{s^n + a_n s^{n-1} + a_{n-1}s^{n-2} + \ldots + a_1}, \tag{1}$$

unde $m < n$ (fig. 1).

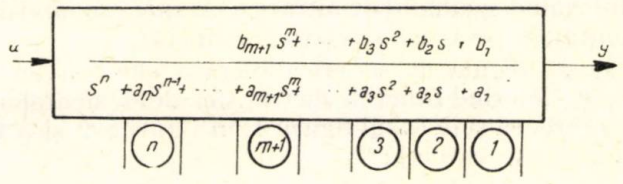


Fig. 1

Alegerea variabilelor de fază ca variabile de stare corespunde la alegerea primei componente a vectorului de stare x_1 ca transformata Laplace inversă :

$$x_1 = L^{-1}\left(\frac{U}{s^n + a_n s^{n-1} + \ldots + a_1}\right), \tag{2}$$

și a celorlalte componente ale vectorului de stare ca derivatele succesive ale acestuia.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 503 – 511, 1973.

Sistemul de ecuații diferențiale corespunzător funcției de transfer (1) este dat de [1]:

$$\dot{x}_1 = x_2,$$

$$\dot{x}_2 = x_3, \tag{3}$$

$$\dot{x}_n = -a_1 x_1 - a_2 x_2 - a_3 x_3 \ldots - a_n x_n + u,$$

$$y = b_1 x_1 + b_2 x_2 + \ldots + b_m x_m + b_{m+1} x_{m+1}. \tag{4}$$

Demonstrația este imediată, din formulele (3), (4) obținîndu-se prin calcul expresia (1).

În lucrarea de față se arată regula după care acest sistem poate fi scris direct și pentru sisteme avînd scheme-bloc complicate, reacții multiple, elemente neliniare etc.

Sistemul diferențial corespunzător are forma generală

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}(\boldsymbol{c}\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{r}, \tag{5}$$

unde

$\boldsymbol{A}$ este o matrice $n \times n$, reprezentînd partea liniară a sistemului,

$\boldsymbol{b}(\boldsymbol{cx})$ — un vector reprezentînd neliniaritățile din sistem, avînd componenta k: $\boldsymbol{b}_k(\boldsymbol{c}_k\boldsymbol{x})$ o funcție neliniară de produsul scalar între vectorul linie $\boldsymbol{c}_k$ și vectorul $\boldsymbol{x}$,

$\boldsymbol{r}$ — vectorul coloană al intrării și reprezintă semnalele primite de sistem din exterior,

$\boldsymbol{x}$ — vectorul de stare.

Alegînd vectorul de stare astfel încît să corespundă variabilelor de fază ale fiecărui bloc, sistemul (5) se obține scriind pentru fiecare bloc relația (3) separat și înlocuind semnalul de intrare u cu suma semnalelor de intrare ale blocului obținută prin niște relații de tip (4).

Mai jos se dă regula de scriere directă a elementelor matricei $\boldsymbol{A}$, vectorilor $\boldsymbol{b}, \boldsymbol{r}$ și $\boldsymbol{c}_k$, folosind funcțiile de transfer ale elementelor din schema-bloc. Pentru ușurare, ca și în cazul figurii 1, în figurile 2 și 3 formulele au fost încadrate într-un caroiaj:

1) se numerotează blocurile liniare și se atribuie variabile de stare fiecărui bloc, scriind sub funcția de transfer indicii corespunzători variabilelor de stare atribuite (încercuiți în figuri);

2) se completează elementele din relație (5) începînd cu primul bloc căruia i s-au afectat variabilele de stare cu indicii $1 \ldots p$. În acest scop, pe liniile și coloanele $1 - p$ ale matricei $\boldsymbol{A}$ se scrie matricea corespunzătoare primului bloc, ca și cum ar fi independent (neinterconectat). Se însumează la linia p semnalele de intrare, care se aplică primului bloc. Pentru blocurile liniare la linia p a matricei $\boldsymbol{A}$ se însumează algebric coeficienții numărătorilor funcțiilor de transfer (la coloanele matricei $\boldsymbol{A}$ corespunzînd indicilor variabilelor de stare), pentru blocurile neliniare funcția neliniară a blocului respectiv la componenta p a vectorului $\boldsymbol{b}$, pentru semnalele externe semnalul extern la componenta p a vectorului $\boldsymbol{r}$;

3) se repetă procedeul de la punctul 2 pentru toate elementele din schema-bloc.

Pentru exemplificare s-a considerat schema-bloc din figura 2. Relația (5) devine (6) (fig. 3).

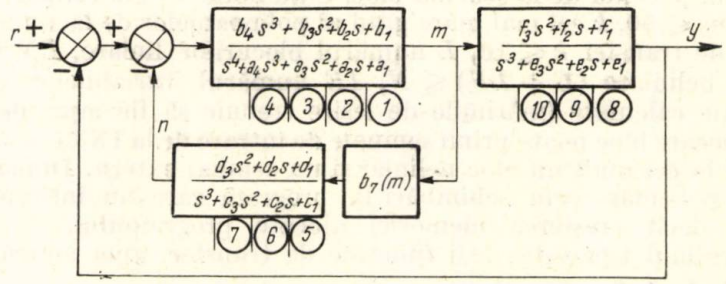


Fig. 2

$$
\begin{array}{c|cccccccccc}
 & (1) & (2) & (3) & (4) & (5) & (6) & (7) & (8) & (9) & (10) \\
\dot{x}_1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\dot{x}_2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\dot{x}_3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\dot{x}_4 & -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 & -d_1 & -d_2 & -d_3 & -f_1 & -f_2 & -f_3 \\
\dot{x}_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\dot{x}_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
\dot{x}_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_1 & -c_2 & -c_3 & 0 & 0 & 0 \\
\dot{x}_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
\dot{x}_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\dot{x}_{10} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & 0 & 0 & 0 & -e_1 & -e_2 & -e_3
\end{array}
=
\begin{array}{|c|}
\hline x_1 \\ \hline x_2 \\ \hline x_3 \\ \hline x_4 \\ \hline x_5 \\ \hline x_6 \\ \hline x_7 \\ \hline x_8 \\ \hline x_9 \\ \hline x_{10} \\ \hline
\end{array}
\bullet
\begin{array}{|c|}
\hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline b_7/m \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline
\end{array}
+
\begin{array}{|c|}
\hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline r \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline
\end{array}
\qquad (6)
$$

Fig. 3

La sistemul (6) se adaugă relațiile (7) — (10), care dau mărimile fizice din sistem. Acestea sînt suma semnalelor care ajung în punctul dat:

$$n = d_1 x_5 + d_2 x_6 + d_3 x_7, \tag{7}$$

$$m = b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4, \tag{8}$$

$$y = f_1 x_8 + f_2 x_9 + f_3 x_{10}, \tag{9}$$

$$p = r - m - n \tag{10}$$

În mod particular, blocul neliniar poate fi înlocuit cu un eșantionator sau un bloc de timp mort.

2. PROGRAMUL SCRE

2.1. GENERALITĂȚI

Programul SCRE, scris în FORTRAN, permite scrierea ecuațiilor unui sistem, pornind de la schema-bloc. S-au notat N gradul părții liniare a sistemului $\leqslant 50$, k cel mai mare grad al polinoamelor de la numărătorul funcțiilor de transfer $k \leqslant 10$, L numărul blocurilor liniare, LN numărul blocurilor neliniare $(L + LN) \leqslant N$, IE numărul variabilelor de ieșire care trebuie calculate (mărimile de ieșire trebuie să fie ieșiri de blocuri liniare). Fiecare bloc poate primi semnale de intrare de la INT1 $\leqslant 5$ blocuri liniare, de la cel mult un bloc neliniar și un semnal extern. Dimensiunile-limită se pot mări prin schimbări în program care nu întîmpină alte dificultăți decît creșterea memoriei alocate programului.

Programul tipărește întîi funcțiile de transfer, apoi matricea $\boldsymbol{A}$ și vectorii $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{r}$ și $\boldsymbol{c}$.

2.2. MODUL DE INTRODUCERE A DATELOR DE INTRARE

Cartelele 1 și 2 introduc datele privind numărul de elemente ale schemei. Urmează apoi descrierea blocurilor liniare. Cartela 3 indică dimensiunile blocului liniar și modul de introducere a funcției de transfer numărătorul în formă de polinom (cartela 4) sau factorizat (cartelele 7—(9 + p — 1)). La fel și pentru numitor. De la (9 + q) urmează cartelele caracterizînd blocurile neliniare, iar de la (9 + q + r) cartelele descriind semnalele de ieșire.

Nr. cartelei	Nr. coloanei	Denumirea	Format
1.	1—20	Denumirea programului	5A4
	21—23	N = gradul părții liniare a sistemului $\leqslant 50$	I3
2.	1— 2	L = numărul blocurilor liniare	I2
	3— 4	LN = numărul blocurilor neliniare	I2
	5— 6	K = cel mai mare grad de numărător	I2
	7— 8	IE = numărul variabilelor de ieșire	I2
3.	1— 3	ID = numărul blocului	I3
	4	KE1 = 0 numărătorul în formă polinomială = 1 numărătorul în formă factorizată	I1
	5— 6	NR1 = gradul numărătorului	I2
	7	KE2 = 0 numitorul în formă polinomială = 1 numitorul în formă factorizată	I1
	8— 9	NM = gradul numitorului	I2
	10—12	INT1 = numărul intrărilor de la blocurile liniare	I2
	13—14	NEL = numărul blocului neliniar care furnizează intrarea	I2
	15—16	IEX = numărul semnalului extern	I2

Nr. cartelei	Nr. coloanei	Denumirea	Format
		Datele scrise în varianta KE1=0	
4	1—10	D(1) Coeficienţii polinomului de la	
	11—20	D(2) numărător după puterile crescă-	
		D(NR+1) toare ale lui s	8E10
		Datele scrise în varianta KE2=0	
5	1—10	DNUM(1) Coeficienţii polinomului de la	
	11—20	DNUM(2) numitor după puterile crescă-	
		DNUM(NM) toare ale lui s	8E10
		DNUM(NM+1)= 1	
6		Ca la cartela 3	
7		Datele scrise în varianta KE1=1	8E10
	1—10	GAIN=amplificarea blocului	
8	1—10	RR=partea reală a primei rădăcini a	
	11—20	numărătorului	
		RI partea imaginară a primei rădăcini	
		a numărătorului; perechea de rădă-	
		cini complexe se introduce cu o singu-	
		ră cartelă	8E10
9	1—10	RR corespunzător la următoarea rădă-	
	11—20	cină a numărătorului	8E10
		Datele scrise în varianta KE2=1	
9+p		RR=partea reală a primei rădăcini a	
	1—10	numitorului	
	11—12	RI=partea imaginară a primei rădăcini	8E10
		a numitorului	
		INTR(ID,1) numărul blocurilor care	
	1— 3	furnizează semnale	5I3
	4—6	INTR (ID, INT1) de intrare cu semn	
	1—10	XO1 vectorul condiţiilor iniţiale	8E10
	11—20	XO2 aferent blocului	
	1—3	ID=numărul blocului	I3
	4—7	IFUN=denumirea funcţiei blocului	
	8—9	(4 caractere)	
9+q	10—11	INT1=numărul intrărilor de la blocuri	A4
		liniare	I2
		IEX = numărul semnalului extern	I2
9+q+1	1— 3	INTR(ID,1) numărul blocurilor care	
	4— 6	furnizează semnale de intrare cu semn	
		INTR(ID, INT1)	5I3
9+q+r	1— 2	IND=indicele ieşirii(Y. IND)	I2
	3— 5	I2 = numărul blocului liniar care o formează	I3

1. Program de scriere a ecuaţiilor sistemului după schema-bloc

```
C    S-AU NOTAT
C      N = ORDINUL PARTII LINIARE A SISTEMULUI
C      A = MATRICEA PARTII LINIARE DE DIMENSII  N * N
C      B = MATRICEA COLOANA DE DIMENSIE  N  A FUNCTIILOR NELINIARE
C      C = MATRICEA COLOANA DE DIMENSIE  N  A INTRARILOR BLOCURILOR
C      XO= VECTORUL DE STARE DE DIMENSIE  N  LA TIMPUL INITIAL
C      L = NUMARUL DE BLOCURI LINIARE MAI MIC SAU EGAL CU N
C      LN=NUMARUL DE BLOCURI NELINIARE
C      D(J,10) = MATRICEA LINIE DE IESIRE A BLOCULUI J
C      I1(J) = NUMARUL ATASAT BLOCULUI LINIAR J
C      K = CEL MAI MARE ORDIN DE MATRICE DE IESIRE DIN SISTEM
C      I1(J) = NUMARUL ASOCIAT BLOCULUI J
C      NR(J) = GRADUL NUMITORULUI FUNCTII DE TRANSFER A BLOCULUI J
C      KE1 = 0 NUMARATORUL IN FORMA POLINOMIALA
C      KE1 = 1 NUMARATORUL IN FORMA FACTORIZATA.
C      KE2 = 0 NUMITORUL IN FORMA POLINOMIALA
C      KE2 = 1 NUMITORUL IN FORMA FACTORIZATA
       DIMENSION A(50,50),NE(50),C(50),XO(50),D(50,10),I1(50),NR(50),
      +IP(50),INTR(50,5),DNUM(10),NAME(5)
       DIMENSION RTR(10),RTI(10), CO(11)
 1001  FORMAT (5A4,I3)
 1002  FORMAT (1HO,5X,20HDENUMIREA PROBLEMEI, 5A4)
 1003  FORMAT (1HO,10X,45HFUNCTIILE DE TRANSFER ALE ELEMENTELOR SCHEMEI
 1004  FORMAT(1HO,3X,60(1H*))
 1005  FORMAT (4I2)
 1006  FORMAT (//, 2X, 7HNR BLOC, 9X, 19HFUNCTIA DE TRANSFER, 62X,
      +32HPRIMESTE SEMNALE DE LA BLOCURILE)
 1007  FORMAT (//  ,10X, E10.4)
 1008  FORMAT (/, 99X, 33HLINIARE        NELINIARE  EXTERNE )
 1009  FORMAT (1H ,3X, I3,2X, 90(1H-))
 1010  FORMAT (1H+, 98X, 5(I3,1H,))
 1011  FORMAT (1H+,118X,4HFUNC,I2)
 1012  FORMAT (1H+,127X,1HU,I2)
 1013  FORMAT (1H ,9X,E10.4)
 1014  FORMAT (I3,I1,I2,I1,4I2)
 1015  FORMAT (8E10.0)
 1016  FORMAT (//,5X,12H MATRICEA  A)
 1017  FORMAT (/,2X, 10(1X,E10.4))
 1018  FORMAT (5I3)
 1019  FORMAT (//,5X,12H MATRICEA  B)
 1020  FORMAT (//,5X,12H MATRICEA  C)
 1021  FORMAT (/,18X, 17HFUNCTIA SPECIALA )
 1022  FORMAT(/,3X, 4HFUNC, I2)
 1023  FORMAT (/,3X,1HU,I2)
 1024  FORMAT (1H+, 19X, 7(1H+,E10.4,3HS**,I1))
 1025  FORMAT (I3,A4,2I2)
 1026  FORMAT (/,4X,I3,6H  FUNC,I3,3H =  , A4)
 1027  FORMAT (//,3X,4HFUNC,I2,35H  ARE ARGUMENTUL PRODUSUL SCALAR AL,
      *26H VECTORULUI X CU VECTORUL )
 1028  FORMAT (I2,I3)
 1029  FORMAT (//, 3X, 1HY, I2, 25H  ESTE PRODUSUL SCALAR AL,
      *26H VECTORULUI X CU VECTORUL )
 1030  FORMAT (//,3X, 40HVALOAREA INITIALA A VECTORULUI DE STARE )
 1031  FORMAT (/,3X,I2)
   50  READ (1,1001,END = 100)(NAME(I),I = 1,5),N
       WRITE (3,1002) (NAME(I),I = 1,5)
       WRITE (3,1003)
       WRITE (3,1004)
       READ (1, 1005) L, LN, K, IE
       DO 25 I = 1,N
       NE(I)=0
       C(I) = 0.0
       DO 25 J = 1,N
   25  A(I,J) = 0.0
       DO 20 I = 1,L
       DO 20 J = 1,K
   20  D(I,J) = 0.0
       N1 = L + LN
       DO 26  J1 = 1, N1
       DO 24  J2 = 1,5
   24  INTR(J1,J2) = 0.0
   26  CONTINUE
       WRITE (3,1006)
       WRITE (3,1008)
       IC = 0
       DO 30 I = 1,L
       READ (1, 1014) ID,KE1,NR1,KE2,NM,INT1,NEL,IEX
       I1(I) = ID
       II = IC + 1
       NR(ID) = NM
       IP(ID) = IC + NM
       N1 = NR1 + 1
       IF (KE1) 33,33,31
```

```
      I = 0
      READ (1,1015) GAIN
   32 I = I + 1
      READ (1,1015) RR,RI
      RTR (I) = -RR
      RTI (I) = RI
      IF(RI)   34,35,34
   34 I = I + 1
      RTR (I) = -RR
      RTI (I) = -RI
   35 IF (I.LT.NR1) GO TO 32
      CALL SEMBL (NR1,RTR,RTI,CO)
      DO 36 J = 1,N1
   36 D(ID,J)=CO(J)*GAIN
      GO TO 43
   33 READ (1, 1015) (D(ID ,J), J = 1,N1)
   43 IF (KE2) 45, 45, 37
   37 I = 0
   38 I = I + 1
      READ (1, 1015) RR,RI
      RTR(I) =-RR
      RTI(I) = RI
      IF (RI) 46,39,46
   46 I = I + 1
      RTR(I) = -RR
      RTI(I) = -RI
   39 IF(I.LT.NM) GO TO 38
      CALL SEMBL (NM,RTR,RTI,CO)
      DO 44   J = 1,NM
   44 DNUM(J) = CO(J)
      GO TO 47
   45 READ (1,1015) (DNUM(J) , J= 1,NM)
   47 DNUM(NM+1) = 1.0
      NE(IC + NM) = NEL
      C(IC+NM) = IEX
      WRITE (3,1007) D(ID,1)
      IF (NR1.EQ.0) GO TO 27
      WRITE (3,1024) (D(ID,J+1),J ,J= 1, NR1)
   27 WRITE (3,1009) ID
      IF (INT1.EQ.0) GO TO 80
      READ (1,1018) (INTR(ID,J) ,J = 1, INT1)
      WRITE (3,1010) (INTR(ID,J), J = 1, INT1)
   80 IF (NEL.EQ.0) GO TO 81
      WRITE (3,1011) NEL
   81 IF (IEX.EQ.0) GO TO 82
      WRITE (3,1012) IEX
   82 WRITE (3,1013) DNUM(1)
      WRITE (3,1024) (DNUM(J+1), J, J = 1,NM)
      N2 = IP(ID)
      READ( 1,1015) (XO(J), J = II,N2)
      I2 = IC + 1
      I3 = IC+NM-1
      I4 = IC+NM
      DO 40 K1 = I2, I3
   40 A(K1,K1+1) = 1.0
      DO 51 K1 = 1, NM
   51 A(I4,IC+K1) = -DNUM(K1)
      IC = IC + NM
   30 CONTINUE
      WRITE (3,1021)
      DO 92 I = 1, LN
      READ (1,1025) ID,IFUN,INT1,IEX
      I1(L+I)  = ID
      WRITE (3,1026) ID,I,IFUN
      IF (INT1.EQ.0) GO TO 90
      READ (1,1018) (INTR(ID,J) , J = 1, INT1)
      WRITE (3,1010) (INTR(ID,J),J = 1, INT1)
   90 IF (IEX.EQ.0) GO TO 92
      WRITE (3,1012) IEX
   92 CONTINUE
      DO 62 ID = 1,L
      IA = IP(ID)
      DO 61   J = 1, 5
      IB = INTR(ID,J)
      IF (IB.EQ.0) GO TO 61
      IB=IABS(IB)
      IS = INTR(ID,J)/IB
      IO = IP(IB) - NR(IB)
      DO 60   JI = 1, K
      IF ((IO + JI).GT.N) GO TO 61
      A(IA,IO + JI) = A(IA,IO + JI) - IS*D(IB,JI)
```

```
 61 CONTINUE
 62 CONTINUE
    WRITE (3,1004)
    WRITE (3,1016)
    DO 70 J = 1,N
 70 WRITE (3,1017) (A(J,L1),L1 = 1,N)
    WRITE (3,1019)
    DO 105 J = 1, N
    IF (NE(J).EQ.0)  GO TO 104
    WRITE (3,1022) NE(J)
    GO TO 105
104 WRITE (3,1031) NE(J)
105 CONTINUE
    WRITE (3,1020)
    DO 102 J = 1,N
    IF (C(J).EQ.0) GO TO 101
    LC =C(J)
    WRITE (3,1023) LC
    GO TO 102
101  WRITE (3,1017) C(J)
102 CONTINUE
    DO 49  J = 1,LN
    DO 42 I = 1, N
 42 C(I) = 0.0
    ID = L + J
    WRITE (3,1027) J
    DO 48 J1 = 1,5
    IB = INTR(ID,J1)
    IF (IB.EQ.0) GO TO 48
    IB = IABS(IB)
    IS = INTR(ID,J1)/(IB)
    IO = IP(IB) - NR(IB)
    DO  41  J2= 1,K
    IF((IO + J2).GT.N) GO TO  48
 41 C(IO+J2) = C(IO+J2) +IS*D(IB,J2)
 48 CONTINUE
    WRITE (3,1017) (C(J3),J3 = 1,N)
 49 CONTINUE
    DO 53 J1 = 1,IE
    DO 54 I = 1, N
 54 C(I) = 0.0
    READ (1, 1028) IND, J2
    WRITE (3, 1029) IND
    IO= IP(J2) - NR(J2)
    DO 56 J3=1,K
    C(IO + J3) = D(J2,J3)
 56 CONTINUE
    WRITE (3,1017) (C(J), J = 1,N)
 53 CONTINUE
    WRITE (3, 1030)
    WRITE (3, 1017) (XO(J), J = 1,N)
    GO TO 50
100 STOP
    END
```

În anexe se dă listarea programului principal și un exemplu de redactare a datelor de ieșire.

Subrutina SEMBL [1] realizează trecerea expresiilor de la forma factorială la forma polinomială.

3. CONCLUZII

Metoda prezentată indică primul pas în modelarea numerică, și anume trecerea de la schema-bloc la un sistem de ecuații de forma (6) —(10), și are largă aplicabilitate practică.

Metoda nu face nici un fel de supoziții privind observabilitatea și controlabilitatea fiecărui bloc, dar nici nu trage concluzii privind observabilitatea și controlabilitatea sistemului în ansamblu.

2. Imprimantă cu rezultate

```
NR BLOC          FUNCTIA DE TRANSFER                                                    PRIMESTE SEMNALE DE LA BLOCURILE
                                                                                        LINIARE        NELINIARE  EXTERNE

     0.4000E 01+0.5000E 01S**1+0.6000E 01S**2+0.7000E 01S**3+
  1 ------------------------------------------------------------------------------------ -2, -3,                    U 1
     0.5000E 01+0.1000E 01S**1+0.2000E 01S**2+0.3000E 01S**3+0.1000E 01S**4+

     0.8000E 01+0.2000E 01S**1+0.1000E 01S**2+
  2 ------------------------------------------------------------------------------------                  FUNC 1
     0.2000E 01+0.2000E 01S**1+0.4000E 01S**2+0.1000E 01S**3+

     0.5000E 01+0.2000E 01S**1+0.1000E 01S**2+
  3 ------------------------------------------------------------------------------------  1,
     0.3000E 01+0.1000E 01S**1+0.2000E 01S**2+0.1000E 01S**3+
            FUNCTIA SPECIALA
  4  FUNC  1 = INTR                                                                      2,
 ***********************************************************

   MATRICEA  A
0.0        0.1000E 01 0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0
0.0        0.0        0.1000E 01 0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0
0.0        0.0        0.0        0.1000E 01 0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0
-.5000E 01 -.1000E 01 -.2000E 01 -.3000E 01 0.8000E 01 0.2000E 01 0.1000E 01 0.5000E 01 0.2000E 01 0.1000E 01
0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.1000E 01 0.0        0.0        0.0        0.0
0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.1000E 01 0.0        0.0        0.0
0.0        0.0        0.0        0.0        -.2000E 01 -.2000E 01 -.4000E 01 0.0        0.0        0.0
0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.1000E 01 0.0
0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.1000E 01
-.4000E 01 -.5000E 01 -.6000E 01 -.7000E 01 0.0        0.0        0.0        -.3000E 01 -.1000E 01 -.2000E 01

   MATRICEA  B
 0
 0
 0
 0
 0
 0
FUNC 1
 0
 0
 0

   MATRICEA  C
0.0
0.0
0.0
U 1
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0

FUNC 1  ARE ARGUMENTUL PRODUSUL SCALAR AL VECTORULUI X CU VECTORUL
0.0 *      0.0        0.0        0.0        0.8000E 01 0.2000E 01 0.1000E 01 0.0        0.0        0.0

Y 1  ESTE PRODUSUL SCALAR AL VECTORULUI X CU VECTORUL
0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.0        0.5000E 01 0.2000E 01 0.1000E 01

VALOAREA INITIALA A VECTORULUI DE STARE
0.0        0.0        0.0        0.0        0.2000E 01 0.5000E 01 0.1000E 01 0.0        0.0        0.0
```

Se poate porni de la o formulare mai generală a problemei, și anume : fiind dată schema-bloc a sistemului și fiecare element liniar prin ecuațiile matriceale de tipul

$$\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t), \tag{11}$$

$$\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}\boldsymbol{u}(t), \tag{12}$$

în care $\boldsymbol{x}$ este vectorul de stare, $\boldsymbol{u}$ vectorul de ieșire, $\boldsymbol{A}$ matricea sistemului $n \times n$, $\boldsymbol{B}$ matricea de comandă $n \times n$, $\boldsymbol{C}$ matricea de ieșire a stării $l \times n$ și $\boldsymbol{D}$ matricea de ieșire a comenzii $l \times n$, și alegînd ca variabile de stare ale sistemului variabilele de stare ale fiecărui bloc, să se scrie ecuațiile (11) și (12) corespunzătoare pentru întregul sistem. În acest caz, pentru fiecare bloc în loc de funcția de transfer trebuie introduse matricele aferente blocului. Față de soluția acestei probleme, cazul prezentat în articol constituie un caz particular. Abordarea unui program pentru problema formulată general crește numărul și dimensiunile tabelelor memorate și complică mult programul. Ținînd seama că în majoritatea cazurilor din practică elementele din schema-bloc pot fi caracterizate prin funcția de transfer, o astfel de complicare a programului nu este justificată.

BIBLIOGRAFIE

1. J. L. Melsa, *Computer programs for computational assistances*, New York, McGraw—Hill, 1970.

FORMULE TOPOLOGICE GENERALE ȘI UNITARE PENTRU TRANSMITANȚELE CIRCUITELOR MULTIPORT CU SURSE COMANDATE

M. PREDA ȘI IOANA DOROBANȚU

621.3.011

Se deduc două noi formule topologice generale pentru circuite multiport cu surse comandate de aceeași natură. Aceste formule dau fiecare cîte o expresie unitară pentru toate transmitanțele referitoare la porți. Un rol central în aceste formule îl are graful conținînd laturi corespunzătoare porților și pasivizarea surselor asociate mărimilor de intrare ale porților, în raport cu care se definesc transmitanțele.

1. INTRODUCERE

Se consideră transmitanțe în gol și în scurtcircuit referitoare la porți oarecare, cu borne de acces care în general nu sînt bornele unei laturi a circuitului situate în paralel cu poarta și nici borne care

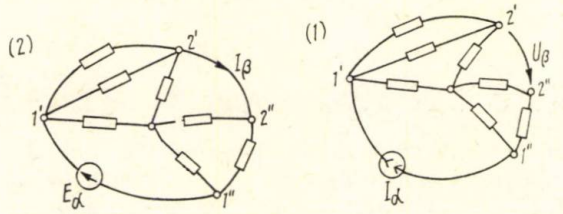


Fig. 1. — Exemplu de porți utilizate la definirea transmitanțelor generale între porți care nu au laturi în paralel sau în serie.

întrerup o latură a circuitului situată în serie cu poarta (exemplificare în figura 1).

Se observă că, în general, pentru un multiport (pasiv) valorile acestor transmitanțe oarecare se pot calcula așa cum se indică în cele ce urmează : a) se introduce cîte o latură suplimentară de impedanță finită

şi diferită de zero pentru fiecare dintre porţi; b) se leagă sursa de curent în paralel, iar sursa de tensiune în serie cu această latură; c) se elimină latura introdusă prin trecerea la limită spre valori convenabile ale impedanţelor introduse. În figura 2*b* se ilustrează introducerea laturilor suplimentare cu admitanţele respective pentru cele patru tipuri de transmitanţe, definite în figura 2a: impedanţa de transfer (*1*), coeficientul de transfer în curent (*2*), factorul de transfer în tensiune (*3*) şi admitanţa de transfer (*4*).

Transmitanţele în gol şi în scurtcircuit se pot calcula folosind relaţiile

$$Z_{\beta\alpha} = \lim_{\substack{Y_\alpha \to 0 \\ Y_\beta \to 0}} Z'_{\beta\alpha}, \tag{1}$$

$$A_{I,\beta\alpha} = \lim_{\substack{Y_\alpha \to 0 \\ Y_\beta \to \infty}} A'_{I\beta\alpha}, \tag{2}$$

$$A_{U,\beta\alpha} = \lim_{\substack{Y_\alpha \to \infty \\ Y_\beta \to 0}} A'_{U,\beta\alpha}, \tag{3}$$

$$Y_{\beta\alpha} = \lim_{\substack{Y_\alpha \to \infty \\ Y_\beta \to \infty}} Y'_{\beta\alpha}. \tag{4}$$

Se mai observă că toate transmitanţele $Z'_{\beta\alpha}$, $A'_{I,\beta\alpha}$, $A'_{U,\beta\alpha}$, $Y'_{\beta\alpha}$ se pot exprima simplu în funcţie de impedanţa de transfer $Z'_{\beta\alpha}$ cu ajutorul relaţiilor

$$A'_{I,\beta\alpha} = Y_\beta Z'_{\beta\alpha}, \tag{5}$$

$$A'_{U,\beta\alpha} = Y_\alpha Z'_{\beta\alpha}, \tag{6}$$

$$Y'_{\beta\alpha} = Y_\beta Y_\alpha Z'_{\beta\alpha}, \tag{7}$$

(deoarece $I'_\beta = Y_\beta U'_\beta$ şi $I_\alpha = Y_\alpha E_\alpha$).

Folosind o formulă topologică cunoscută pentru impedanţa de transfer $Z'_{\beta\alpha}$, cu ajutorul relaţiilor (1)—(7) se poate deduce, aşa cum se face în paragraful 3, o formulă topologică unică pentru transmitanţele în gol şi în scurtcircuit $Z_{\beta\alpha}$, $A_{I,\beta\alpha}$, $A_{U,\beta\alpha}$ şi $Y_{\beta\alpha}$.

Posibilitatea obţinerii unei interpretări topologice unitare în formulele deduse este condiţionată şi de considerarea unor surse la toate porţile multiportului pentru care se definesc transmitanţele. O interpretare simplă şi firească a acestor surse (introduse şi la porţile corespunzătoare mărimii de ieşire) rezultă din considerarea multiportului liniar pasiv şi reciproc cu diverse mărimi de intrare, aşa cum se face în paragraful 2. Ecuaţiile acestui multiport exprimă mărimile de ieşire ale porţilor, cu ajutorul celor patru tipuri de transmitanţe considerate mai sus, în funcţie de mărimile de intrare ataşate unor surse corespunzătoare.

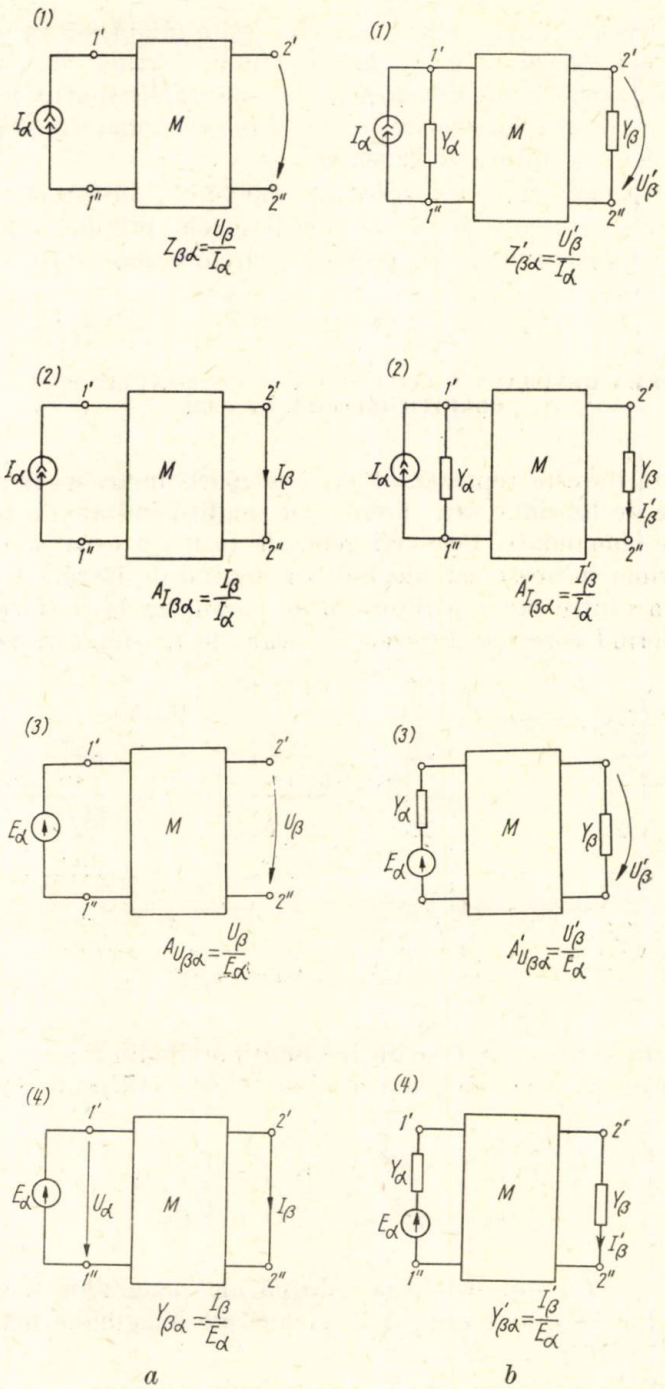


Fig. 2. — Definirea transmitanţelor generale pentru porţi care nu au obligatoriu elemente (impedanţe) în serie sau paralel (*a*) şi completarea acestor porţi prin elemente în paralel sau în serie cu ele (*b*).

Aceste transmitanţe, pentru porţi de ieşire în gol sau în scurtcircuit printr-o alegere adecvată a amplasamentului porţilor în serie sau în paralel cu anumite laturi, exprimă şi transmitanţele dintre aceste laturi cu impedanţe oarecare. Ca urmare, pe calea indicată mai sus se pot deduce formule topologice unitare şi generale.

Pentru generalizare se foloseşte metoda transformării Laplace, notîndu-se cu majuscule imaginile şi diversele mărimi operaţionale. Transmitanţele operaţionale se referă la circuite pasivizate cu condiţii iniţiale de zero.

2. FORMA GENERALĂ A ECUAŢIILOR MULTIPORTULUI PASIV CU CONDIŢII INIŢIALE DE ZERO

În figura 3*a* este reprezentat un multiport liniar, pasiv (fără surse independente de tensiune sau curent), cu condiţii iniţiale de zero şi care conţine surse comandate. Cea mai generală formă a ecuaţiilor multiportului se exprimă în acest caz alegînd ca mărimi de intrare tensiunile la bornele unora dintre porţi şi intensităţile curenţilor la bornele celorlalte porţi. Considerînd corespunzător surse ideale de tensiune, respectiv surse

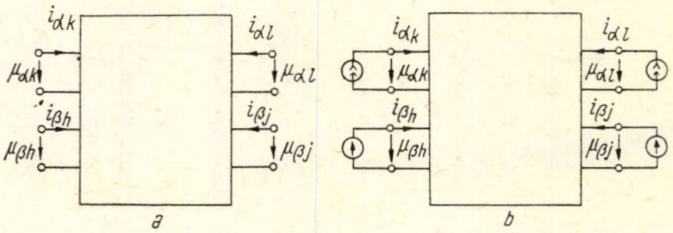


Fig. 3. — Multiport alimentat cu surse ideale corespunzătoare mărimii de intrare a fiecărei porţi.

ideale de curent pentru porţi, se obţine multiportul din figura 3*b*. Ecuaţia matriceală în formă operaţională a unui astfel de multiport se poate scrie

$$\left|\begin{matrix}[U_\alpha]\\ [I_\beta]\end{matrix}\right| = \left|\begin{matrix}[Z_{\alpha\alpha}] & [A_{U,\alpha\beta}]\\ [A_{I,\beta\alpha}] & [Y_{\beta\beta}]\end{matrix}\right| \left|\begin{matrix}[I_\alpha]\\ [U_\beta]\end{matrix}\right|, \tag{8}$$

în care $[U_\alpha]$ şi $[I_\beta]$ sînt matricele-coloană ale imaginilor mărimilor de ieşire, iar $[I_\alpha]$ şi $[U_\beta]$ sînt matricele-coloană ale imaginilor mărimilor de intrare de la porţile α, respectiv β.

Transmitanţele operaţionale: impedanţe, factori de transfer în curent sau tensiune, admitanţe, definite de ecuaţia matriceală (8), corespund regimurilor reprezentate în figurile 4 *a* şi *b*, în care se pasivizează

toate sursele în afară de cea corespunzătoare mărimii de intrare respective, și au expresiile

$$Z_{\alpha_l \alpha_k} = \left(\frac{U_{\alpha_l}}{I_{\alpha_k}}\right)_{I_{\alpha_k}}, \qquad (9) \qquad A_{I,\beta_h \alpha_k} = \left(\frac{I_{\beta_h}}{I_{\alpha_k}}\right)_{I_{\alpha_k}}, \qquad (10)$$

$$A_{U_{\alpha_l} \beta_h} = \left(\frac{U_{\alpha_l}}{U_{\beta_h}}\right)_{U_{\beta_h}}, \qquad (11) \qquad Y_{\beta_j \beta_h} = \left(\frac{I_{\beta_j}}{U_{\beta_h}}\right)_{U_{\beta_h}}, \qquad (12)$$

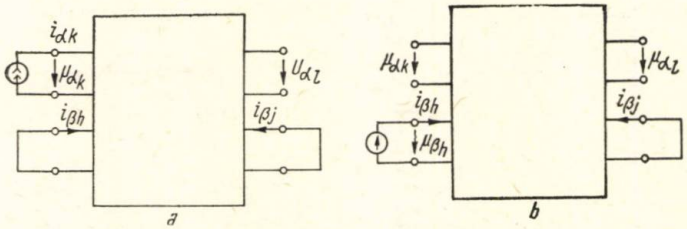


Fig. 4. — Multiportul cu o singură mărime de intrare nepasivizată : *a* — sursă de curent ; *b* — sursă de tensiune.

unde indicele din exteriorul parantezelor indică singura mărime de intrare nenulă în regimul care determină transmitanța respectivă.

3. FORMELE TOPOLOGICE GENERALE PENTRU TRANSMITANȚELE CIRCUITELOR MULTIPORT CU SURSE DE CURENT COMANDATE PRIN TENSIUNE

Fie multiportul cu surse de curent comandate prin tensiune.

Pentru deducerea formulei topologice generale a transmitanțelor multiportului considerat se introduc elemente pasive de circuit care formează laturile necesare aplicării formulelor topologice particulare din [3], [5], [6] și apoi se fac trecerile la limită adecvate care corespund eliminării elementelor pasive introduse.

Astfel, pentru calculul impedanței de transfer $Z_{\alpha_l \alpha_k}$ se introduc laturile pasive α_k, α_l cu admitanțele operaționale Y_k, Y_l, indicate punctat în figura 5*a*, și se pornește de la următoarea formulă topologică [5] a impedanței de transfer între laturile α_l și α_k pentru un circuit cu surse de curent comandate prin tensiune :

$$Z'_{\alpha_l \alpha_k} = \frac{\sum\limits_{S \in A_{-1,c}} \varepsilon_{S+1} V_S(Y)}{\sum\limits_{S \in A_c} \varepsilon_S V_S(Y)}, \qquad (13)$$

unde cu $\sum_{S\in A_c}$ s-a notat suma valorilor în admitanțe ale arborilor comuni în cele două grafe de tensiune G_U și de curent G_I, iar cu $\sum_{S\in A_{-1,c}}$ suma valorilor în admitanțe ale subgrafelor comune în cele două grafe de tensiune și de

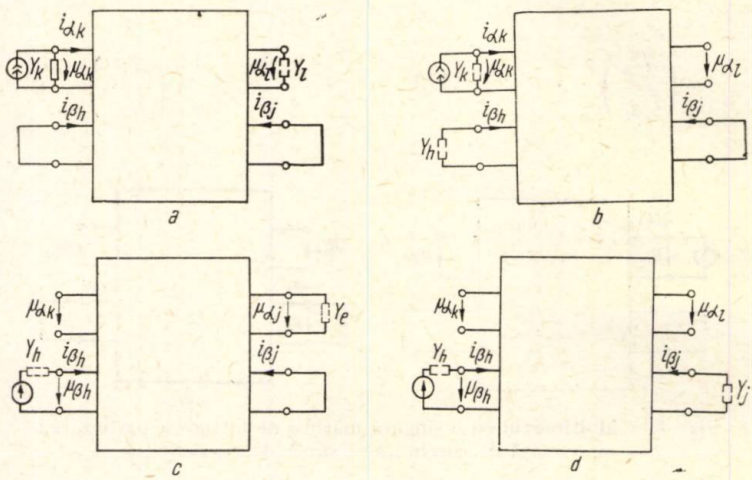


Fig. 5. — Multiportul cu surse de curent comandate prin tensiune completat în vederea calculării impedanței operaționale de transfer (*a*), factorului operațional de transfer în curent (*b*), factorului operațional de transfer în tensiune (*c*), respectiv admitanței operaționale de transfer (*d*).

curent, care, completate cu latura α_k, formează un arbore în graful de curent G_I, iar completate cu latura α_l formează un arbore în graful de tensiune G_U. Graful de tensiune G_U se obține din cel de curent G_I prin mutarea laturilor corespunzătoare surselor de curent comandate în paralel cu bornele între care există tensiunile ce comandă aceste surse.

Factorii de semn ε_{S+1} și ε_S se calculează cu algoritmul lui Mayeda [3], [5].

Trecînd la limită în (13) pentru $Y_l \to 0$, $Y_k \to 0$, se obține

$$Z_{\alpha_l\alpha_k} = \lim_{\substack{Y_l\to 0\\ Y_k\to 0}} \frac{\sum\limits_{S\in A_{-1,c}} \varepsilon_{S+1} V_S(Y)}{\sum\limits_{S\in A_c} \varepsilon_S V_S(Y)}. \tag{14}$$

Suma de la numitorul relației (14) se dezvoltă după laturile cu admitanțele Y_l, Y_k, utilizînd formula lui Feussner [2]:

$$\sum_{S\in A_c} \varepsilon_S V_S(Y) = Y_l Y_k \sum_{S\in A_c l_s, k_s} \varepsilon_S V_S(Y) + Y_l \sum_{S\in A_c l_s, k_g} \varepsilon_S V_S(Y) +$$

$$+ Y_k \sum_{S\in A_c l_g, k_s} \varepsilon_S V_S(Y) + \sum_{S\in A_c l_g, k_g} \varepsilon_S V_S(Y), \tag{15}$$

unde indicele suplimentar g indică eliminarea laturii respective prin gol, iar indicele suplimentar s indică eliminarea laturii respective prin scurt-circuit (suprapunerea punctelor la care era legată latura). Calculînd limita din (14), se obține formula topologică căutată:

$$Z_{\alpha_l\alpha_k} = \frac{\sum\limits_{S\in A_{-1,c}} \varepsilon_S V_S(Y)}{\sum\limits_{S\in A_c, lgk_s} \varepsilon_S V_S(Y)}. \tag{16}$$

Pentru calculul factorului de transfer în curent $A_{I,\beta_h\alpha_k}$ se introduc laturile pasive β_h, α_k cu admitanțele Y_h, Y_k, așa cum se arată în figura 5*b*. Pornind de la formula topologică (13), se înmulțește cu admitanța operațională Y_h și se trece la limită pentru $Y_h \to \infty$, $Y_k \to 0$:

$$A_{I,\beta_h\alpha_k} = \lim_{\substack{Y_h\to\infty \\ Y_k\to 0}} Y_h \frac{\sum\limits_{S\in A_{-1,c}} \varepsilon_{S+1} V_S(Y)}{\sum\limits_{S\in A_c} \varepsilon_S V_S(Y)}. \tag{17}$$

Ținînd seama de dezvoltarea sumei de la numitor după formula lui Feussner, rezultă

$$A_{I,\beta_h\alpha_k} = \frac{\sum\limits_{S\in A_{-1,c}} \varepsilon_{S+1} V_S(Y)}{\sum\limits_{S\in A_c, h_s k_s} \varepsilon_S V_S(Y)}. \tag{18}$$

Calculul transmitanței $A_{U\alpha_l,\beta_h}$ se face printr-un procedeu analog, utilizînd circuitul reprezentat în figura 5*c*:

$$A_{U,\alpha_l\beta_h} = \lim_{\substack{Y_l\to 0 \\ Y_h\to\infty}} Y_h \frac{\sum\limits_{S\in A_{-1,c}} \varepsilon_{S+1} V_S(Y)}{\sum\limits_{S\in A_c} \varepsilon_S V_S(Y)}. \tag{19}$$

Efectuînd trecerea la limită, se obține formula pentru factorul de amplificare în tensiune:

$$A_{U,\alpha_l\beta_h} = \frac{\sum\limits_{S\in A_{-1,c}} V_S(Y)}{\sum\limits_{S\in A_c, lgh_s} \varepsilon_S V_S(Y)}. \tag{20}$$

Admitanța de transfer $Y_{\beta_j\beta_h}$ se determină din circuitul reprezentat în figura 5*d*. Pornind de la formula topologică (13), se înmulțește cu Y_j, Y_h și se trece la limită pentru

$Y_j \to \infty$, $Y_h \to \infty$:

$$Y_{\beta_j\beta_h} = \lim_{\substack{Y_j\to\infty \\ Y_h\to\infty}} Y_j Y_h \frac{\sum\limits_{S\in A_{-1,c}} \varepsilon_{S+1} V_S(Y)}{\sum\limits_{S\in A_c} \varepsilon_S V_S(Y)}. \tag{21}$$

Calculînd limita de mai sus, se obţine

$$Y_{\beta_j\beta_h} = \frac{\sum\limits_{S\in A_{-1,c}} \varepsilon_{S+1} V_S(Y)}{\sum\limits_{S\in A_{c,j_s k_s}} \varepsilon_S V_S(Y)}. \tag{22}$$

Formulele topologice (16), (18), (20), (22) pot fi cuprinse într-o formulă unică, observînd că eliminările de laturi prin mers în gol, respectiv scurtcircuit, indicate în arborii comuni de la numitor, corespund trecerii de la graful considerat în sumele de la numărător la graful cu toate sursele mărimilor de intrare ale porţilor pasivizate corespunzător.

Prin urmare, pentru transmitanţele unor porţi diferite μ, ν ale unui multiport cu surse de curent comandate prin tensiune, indiferent ce mărimi de intrare (respectiv surse) au aceste porţi, se obţine formula topologică generală şi unitară

$$T_{\mu\nu} = \frac{\sum\limits_{S\in A_{-1,\mu\nu,c}} \varepsilon_{S+1} V_S(Y)}{\sum\limits_{S\in A_{c,p}} \varepsilon_S V_S(Y)}, \tag{23}$$

în care $A_{c,p}$ este mulţimea arborilor comuni ai celor două grafe de tensiune G_U şi de curent G_I ale multiportului pasivizat corespunzător (cu sursele de tensiune eliminate prin scurtcircuit) şi sursele de curent eliminate prin gol, iar $A_{-1,\mu\nu,c}$ este mulţimea subgrafelor comune ale celor două grafe G_U şi G_I, grafe care au sursele laturilor porţilor μ şi ν nepasivizate şi sursele celorlalte porţi toate pasivizate şi care, completate cu latura μ, formează un arbore în graful de tensiune G_U şi completate cu latura ν formează un arbore în graful de curent G_I.

Se remarcă faptul că această formulă topologică exprimă şi transmitanţele de intrare : admitanţa de intrare $Y_{\mu\mu}$ şi impedanţa de intrare $Z_{\mu\mu}$. Pentru aceasta este suficient să se considere latura $\nu = \mu$ în serie, respectiv în paralel cu latura μ (fig. 6*a*, *b*). Aceste mărimi sînt, evident, una inversă celeilalte $Y_{\mu\mu} = Z_{\mu\mu}^{-1}$.

În cazul particular al circuitelor multiport fără surse comandate, deoarece grafele G_U şi G_I se confundă, din (23) se obţine formula topologică dedusă în [1] :

$$T_{\mu\nu} = \frac{\sum\limits_{S\in A_{-1,\mu\nu}} \alpha_S V_S(Y)}{\sum\limits_{S\in A_p} V_S(Y)}. \tag{24}$$

Factorul de semn A_p în (24) are valorile $+1$, respectiv -1, după cum laturile μ și ν adăugate la subgraful $S \in A_{-1,\mu\nu}$ au același sens, respectiv sensuri opuse în bucla pe care o închid.

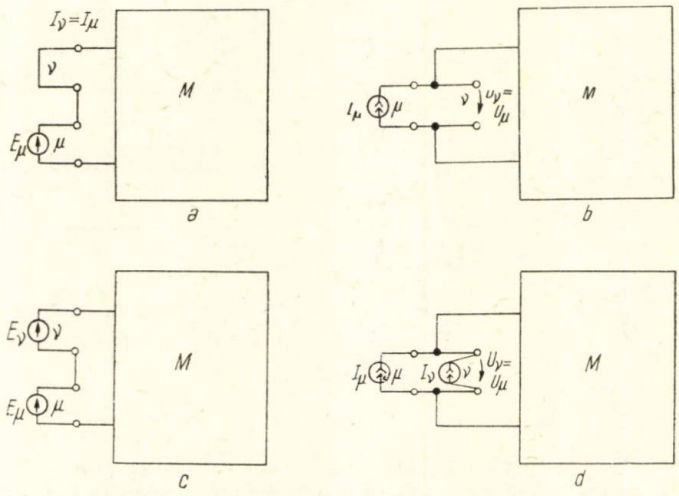


Fig. 6. — Multiportul la care se introduc porți în serie pentru calculul admitanței de intrare (*a*, *c*) și porți în paralel pentru calculul impedanței de intrare (*b*, *d*).

4. FORMELE TOPOLOGICE GENERALE PENTRU CIRCUITE MULTIPORT CU SURSE DE TENSIUNE COMANDATE PRIN CURENT

Fie multiportul cu surse de tensiune comandate prin curent.

Procedînd la fel ca în capitolul precedent, și anume trecînd la limită astfel încît să se elimine laturile pasive introduse (desenate punctat în figura 7 *a*, *b*, *c*, *d*), pentru transmitanțele operaționale (admitanță, factor de transfer în tensiune și curent, impedanță de transfer) se obțin formule topologice generale care pot fi cuprinse într-o expresie unică :

$$T_{\mu\nu} = \frac{\sum\limits_{S \in C_{-1,\mu\nu,c}} \varepsilon_{S+1} V_S(Z)}{\sum\limits_{S \in C_{c,p}} \varepsilon_S V_S(Z)}, \tag{25}$$

în care $C_{-1,\mu\nu,c}$ este mulțimea subgrafelor comune ale grafelor G_I și G_U ce conțin laturile porților μ și ν și au pasivizate sursele celorlalte porți și care, completate cu latura μ, formează coarbore în G_I și cu latura ν formează coarbore în G_U, iar $C_{c,p}$ este mulțimea coarborilor comuni ai celor două grafe de curent și de tensiune ale multiportului pasivizat corespunzător.

Graful de curent G_I se obţine prin mutarea laturilor corespunzătoare surselor de tensiune comandate prin curent în serie cu laturile prin care circulă curenţii ce comandă sursele.

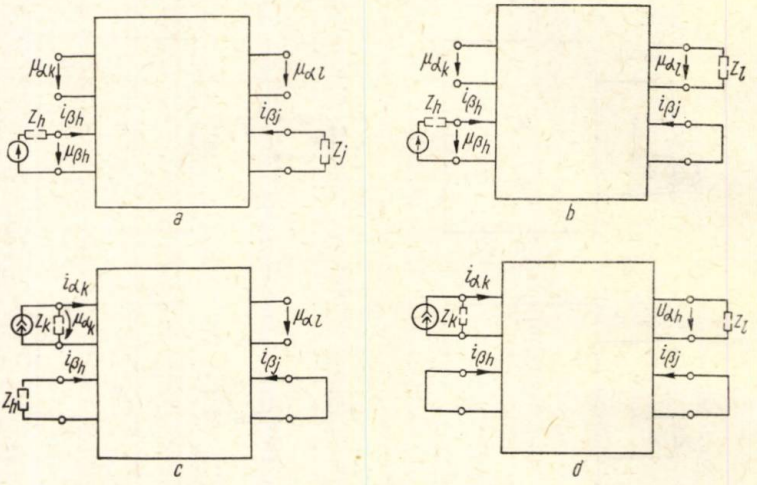


Fig. 7. — Multiportul cu surse de tensiune comandate prin curent completat în vederea calculării admitanţei operaţionale de transfer (*a*), factorului de transfer în tensiune (*b*), factorului de transfer în curent (*c*) şi impedanţei operaţionale de transfer (*d*).

Particularizînd formula (25) pentru circuite fără surse comandate, deoarece în acest caz graful de curent se confundă cu cel de tensiune, se obţine următoarea formulă topologică dual ă formulei (24):

$$T_{\mu\nu} = \frac{\sum\limits_{S \in C_{-1,\mu\nu}} \alpha_S \, V_S(Z)}{\sum\limits_{S \in C_p} V_S(Z)}, \tag{26}$$

Factorul de semn α_S din (26) este $+1$ sau -1, după cum laturile μ şi ν au sensurile de referinţă orientate în acelaşi sens sau în sensuri opuse de-a lungul buclei formate de subgraful complementar lui $C_{-1,\mu\nu}$.

5. CONCLUZII

Transmitanţele oarecare ale circuitelor cu surse comandate se pot exprima, aşa cum se arată în lucrare, prin cîte o formulă topologică unică generală, corespunzătoare cazului cînd sursele sînt surse de curent comandate prin tensiune sau, respectiv, surse de tensiune comandate prin curent.

Formulele topologice deduse exprimă transmitanţele cu ajutorul unui graf auxiliar conţinînd laturi corespunzătoare unor porţi cu surse auxiliare.

Semnificaţia simplă şi directă a acestui graf auxiliar face ca utilizarea formulelor unitare să fie mai avantajoasă decît utilizarea de la caz la caz a unor formule diferite, cum se procedează uzual în literatura de specialitate pentru calculul diverselor mărimi de transfer particulare.

Anexă

EXEMPLE

Exemplul nr. 1. Pentru circuitul diport din figura 8 se determină factorul operațional de transfer în tensiune:

$$A_U = \frac{U_\mu}{U_\nu}.$$

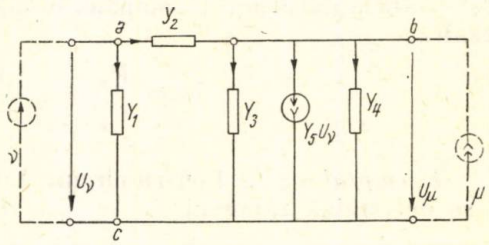


Fig. 8. — Diport cu sursă de curent comandată prin tensiune.

Circuitul este completat cu laturile μ și ν desenate punctat, care corespund celor două porți considerate μ și ν. Sursele auxiliare introduse în schemă corespund mărimilor de intrare atașate celor două porți.

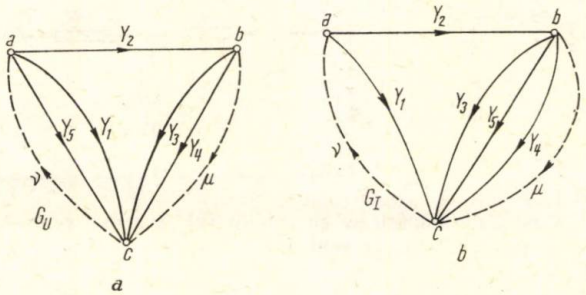


Fig. 9. — Grafe pentru determinarea mulțimii arborilor comuni: *a* — graful de tensiune; *b* — graful de curent.

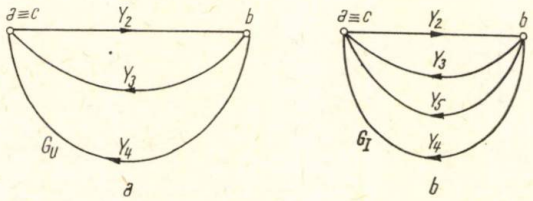


Fig. 10. — Grafe pentru determinarea mulțimii subgrafelor A_p: *a* — graful de tensiune; *b* — graful de curent.

Se utilizează formula topologică (23). În figura 9 *a*, *b* sînt reprezentate grafele de tensiune G_U și respectiv, G_I necesare pentru calculul numărătorului transmitanței cerute. Aceste grafe conțin laturile μ și ν. Mulțimea $A_{-1,\mu\nu,c}$ cuprinde subgrafele Y_2, Y_5.

În figura 10 *a*, *b* sînt reprezentate grafele de tensiune şi, respectiv, de curent necesare pentru calculul numitorului transmitanţei cerute. Ambele grefe sînt pasivizate corespunzător, adică cu latura porţii μ în gol şi cu latura porţii ν scurtcircuit.

Mulţimea arborilor comuni este formată din subgrafele Y_2, Y_3, Y_4.

Pentru determinarea factorilor de semn, se utilizează algoritmul lui Mayeda ; ε_S este $+1$ pentru toţi termenii de la numitor, deoarece aceştia conţin numai laturi ordinare (care nu îşi schimbă poziţia de la un graf la altul).

Pentru determinarea semnului termenului de la numărător se întocmeşte tabela laturilor principale, luîndu-se nodul C ca nod de referinţă. Rezultă

$$A_U = \frac{U_\mu}{U_\nu} = \frac{Y_2 - Y_5}{Y_2 + Y_3 + Y_4}.$$

Exemplul nr. 2. Pentru circuitul de amplificare cu reacţie din figura 11 se determină raportul

$$A_I = \frac{I_s}{I_i}.$$

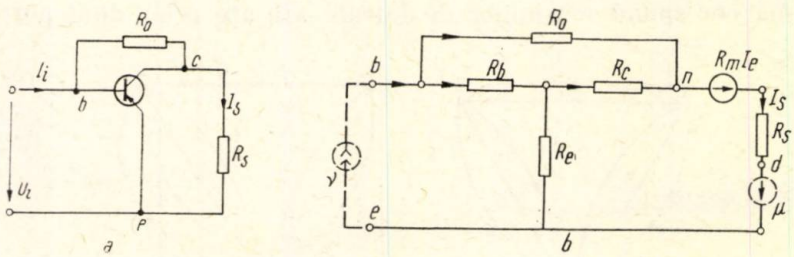


Fig. 11. — Circuit de amplificare cu reacţie (*a*), schema echivalentă cu sursă de tensiune comandată prin curent (*b*).

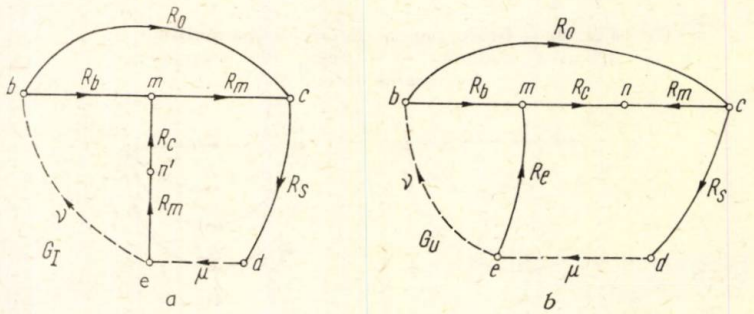


Fig. 12. — Grafe de calcul : *a* — de curent ; *b* — de tensiune.

Circuitul din figura 11*a* admite schema echivalentă din figura 11 *b*, în care s-au pus în evidenţă porţile μ şi ν, desenate punctat.

Sursele auxiliare introduse în schemă corespund mărimilor de intrare ataşate celor două porţi. Se foloseşte relaţia (25).

Mulțimea $C_{-1,\mu,\nu,c}$ se determină din grafele din figura 12 *a*, *b*, care conțin laturile μ și ν și este formată din

$$R_bR_c,\ R_cR_e,\ R_bR_m,\ R_bR_e,\ R_0R_m,\ R_0R_e.$$

Numitorul formulei se determină din grafele de curent și de tensiune (fig. 12 *a*, *b*), pasivizate corespunzător, cu latura μ în scurtcircuit și cu latura ν în gol.

Mulțimea $C_{c,p}$ cuprinde următoarele subgrafe:

$$R_bR_s,\ R_cR_s,\ R_0R_s,\ R_bR_e,\ R_bR_m,$$

$$R_0R_e,\ R_0R_c,\ R_0R_m,\ R_cR_e,\ R_bR_c.$$

Rezultă factorul de amplificare în curent:

$$A_I = \frac{R_cR_b + R_cR_e - R_bR_m - R_0R_m + R_bR_c + R_0R_e}{R_bR_s+R_cR_s+R_0R_s+R_bR_e+R_bR_c+R_cR_e-R_bR_m+R_0R_e+R_0R_c-R_0R_m}.$$

Semnele tensiunilor se stabilesc ca și în cazul precedent cu algoritmul lui Mayeda.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Preda, I. Breazu, *O formulă topologică generală pentru transmitanțele circuitelor multiport.* St. cerc. energ. electr., *1* (1972).
2. M. Preda, P. Cristea, *Analiza și sinteza circuitelor electrice*, București, Edit. tehnică, 1968.
3. M. Preda, *Bazele electrotehnicii*, București, Edit. didactică și pedagogică, 1968.
4. C. I. Coates, *General topological formulas for linear network functions*, Trans. Inst. Radio. Engrs., *CT—5*, 30—42 (1958).
5. M. Reed, S. Seshu, *Linear graphs and electrical networks*, Massachusetts, Reading, Addison—Wesley Publishing Co., Inc., 1961.
6. G. Zobrist, M. Iong, *Topological formulas for general linear networks*, I. E.E.E. Trans. Circuit. Theory, *CT—15*, 251—259 (1968).

ASUPRA CONCEPTELOR DE LEGE DE REGLARE ȘI DE ESTIMAȚIE ÎN TEORIA SISTEMELOR LINIARE

VL. IONESCU

621.316.7.001

Articolul își propune să generalizeze problematica atributelor cauzale și anticauzale ale unui sistem liniar neted, precum și aspectele operante legate de construcția legii de reglare și de estimație. Se evidențiază importanța pozitivității uniforme a atributelor în cazul comportării asimptotice.

1. INTRODUCERE

Lucrarea își propune să generalizeze cîteva aspecte operante legate de atributele cauzale și anticauzale ale sistemelor liniare finit dimensionale netede. În acest sens se abordează :

— problema construcției *legii de reglare* pentru problema de acces și problema de control referitoare la o varietate terminală liniară ;

— problema *stabilizabilității* ;

— problema construcției *legii de estimare* pentru problema de construcție și problema de observare referitoare la o varietate terminală liniară ;

— problema *construcției regulatorului* pentru transferul în interval finit de timp ;

— problema *reglării* și *estimării asimptotice*.

Modul de abordare a problematicii enunțate se face în ideea consecințelor operante ale definițiilor corespunzătoare la atributele generalizate ale sistemelor și nu din punctul de vedere al tratării variațional-pătratice cu extreme supuse la legături.

De asemenea lucrarea își mai propune unele precizări la articolul [3], care, după părerea noastră, conține unele inadvertențe referitoare în special la problemele de estimare.

2. PROCES DE ACCES ȘI PROCES DE REGLARE (CONTROL)

Fie $\Sigma = (A(.), B(.), C(.))$ un *sistem liniar finit dimensional și neted* și $F \in \mathrm{Hom}_K(X, X)$ definind o *varietate terminală* (inițială sau finală) prin $\mathscr{T} = \ker F$.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 527—551, 1973

Problema de acces. Se dă *faza prezentă* (τ, x) și se cere să se găsească o comandă $\omega \in \Omega_\tau^c$ care să transfere *faza arbitrară* (s, ξ) cu $-\infty < s < \tau$, $\xi \in \mathcal{T}$ în (τ, x).

Problema de control. Se dă faza prezentă (τ, x) și se cere să se găsească o comandă $\omega \in \Omega_\tau^a$ care să transfere (τ, x) pe varietatea terminală la un moment arbitrar t, cu $\tau < t < \infty$.

Rezolvarea problemei de acces. Trebuie rezolvată ecuația cu legături

$$x = \Phi(\tau, s)\,\xi + \int_s^\tau \Phi(\tau, \sigma)\,B(\sigma)\,u(\sigma)\,\mathrm{d}\sigma,$$

$$F\xi = 0,$$

de unde

$$\xi = \Phi(s, \tau)\,x - \int_s^\tau \Phi(s, \sigma)\,B(\sigma)u(\sigma)\,\mathrm{d}\sigma$$

sau

$$\int_s^\tau F\,\Phi(s, \sigma)\,B(\sigma)\,u(\sigma)\,\mathrm{d}\sigma = F\,\Phi(s, \tau)\,x.$$

Așa cum este cunoscut [1], condiția necesară și suficientă de rezolvare a ecuației este ca

$$F\,\Phi(s, \tau)\,x \in \operatorname{dom} \int_s^\tau F\,\Phi(s, \sigma)\,B(\sigma)\,B^T(\sigma)\,\Phi^T(s, \sigma)F^T\,\mathrm{d}\sigma.$$

Notînd $\mathscr{R}_F(s, \tau) = F\mathscr{R}(s, \tau)F^T$, unde $\mathscr{R}(s, \tau)$ este *matricea de s-controlabilitate*, rezultă în definitiv drept condiție necesară și suficientă de rezolvare a problemei de acces

$$F\,\Phi(s, \tau)\,x \in \operatorname{dom} \mathscr{R}_F(s, \tau).$$

Dacă condiția este satisfăcută, comanda de *normă minimă* este dată de

$$u(\sigma) = \underbrace{B^T(\sigma)\,\Phi^T(s, \sigma)\,F^T}_{\text{partea adjunctă}}\ \underbrace{\mathscr{R}_F^{\#}(s, \tau)}_{\substack{\text{pseudoinversa matricei} \\ \text{de control}}}\ \underbrace{F\,\Phi(s, \tau)x}_{\substack{\text{membrul drept} \\ \text{al ecuației}}}.$$

Rezolvarea problemei de control. Trebuie rezolvată ecuația cu legături

$$\xi = \Phi(t, \tau)\,x + \int_\tau^t \Phi(t, \sigma)\,B(\sigma)\,u(\sigma)\,\mathrm{d}\sigma,$$

$$F\xi = 0,$$

sau

$$\int_{\tau}^{t} F\,\Phi(t,\,\sigma)\,B(\sigma)\,u(\sigma)\,\mathrm{d}\sigma = -F\,\Phi(t,\,\tau)\,x.$$

Introducînd

$\mathscr{A}_F(\tau, t) = F\mathscr{A}(\tau, t)\,F^T$, unde $\mathscr{A}(\tau, t)$ este matricea *de t-accesibilitate*, rezultă drept condiţie necesară şi suficientă a problemei de control

$$F\,\Phi(t,\,\tau)\,x \in \operatorname{dom} \mathscr{A}_F(\tau, t).$$

Dacă condiţia este satisfăcută, atunci comanda de normă minimă este dată de

$$u(\sigma) = -B^T(\sigma)\,\Phi^T(t,\,\sigma)\,F^T\,\mathscr{A}_F^{\#}(\tau, t)\,F\,\Phi(t,\,\tau)\,x.$$

Cazuri particulare. Dacă $\ker F = 0$, atunci se poate lua $F = I$ şi rezultă :

— pentru problema de acces, *din origine* :

$$\Phi(s,\,\tau)\,x \in \operatorname{dom} \mathscr{R}(s,\,\tau)$$

sau

$$x \in \operatorname{dom} \mathscr{A}(s,\,\tau),$$

care este condiţia clasică de *τ-accesibilitate*;

— pentru problema de control, *în origine* :

$$x \in \operatorname{dom} \mathscr{R}(\tau, t),$$

care este condiţia clasică de *τ-controlabilitate.*

Definiţii. I. Un sistem Σ se numeşte complet accesibil relativ la perechea $(\tau, \mathscr{T})$ dacă există $-\infty < \bar{s} < \tau$ astfel încît

$$\operatorname{dom} \mathscr{R}_F(\bar{s},\,\tau) = \operatorname{dom} F.$$

II. Un sistem Σ se numeşte complet controlabil relativ la perechea $(\tau, \mathscr{T})$ dacă există $\tau < \bar{t} < \infty$ astfel ca

$$\operatorname{dom} \mathscr{A}_F(\tau,\,\bar{t}) = \operatorname{dom} F.$$

Cele două definiţii I, II evidenţiază globalitatea proceselor de acces sau de control.

Într-adevăr, dacă $\operatorname{dom} \mathscr{R}_F(\bar{s},\,\tau) = \operatorname{dom} F$, aceasta înseamnă că, oricare ar fi $x \in X$, rezultă $F\,\Phi(\bar{s},\,\tau)x \in \operatorname{dom} \mathscr{R}_F(\bar{s},\tau)$, Φ fiind nesingulară.

3. LEGE DE REGLARE

Se numeşte *lege de reglare* modelul dependenţei exclusive a comenzii la un moment dat σ de faza $(\sigma, x(\sigma))$ a sistemului.

Se va adopta o lege de reglare liniară:

$$u(\sigma) = -K(\sigma)\, x(\sigma),$$

unde $K(.)$ este o aplicaţie continuă a unei părţi din T în mulţimea $n \times r$-matricelor.

Teoremă. Condiţia necesară şi suficientă ca să existe o lege de reglare care să transfere faza (τ, x) pe varietatea finală $\mathcal{T}$ la momentul $t > \tau$ este ca

$$F\Phi(t, \tau)\, x \in \operatorname{dom} \mathcal{A}_F(\tau, t).$$

Demonstraţie. Comanda care execută transferul este

$$u(\sigma) = -B^T(\sigma)\Phi^T(t, \sigma)F^T \mathcal{A}_F^{\#}(\tau, t)\, F\Phi(t, \tau)\, x.$$

Actualizînd-o, rezultă

$$u^*(\sigma) = -B^T(\sigma)\,\Phi^T(t, \sigma)\,F^T\,\mathcal{A}_F^{\#}(\sigma, t)\,F\Phi(t, \sigma)\,x(\sigma).$$

Să arătăm că aceasta este chiar legea de reglare, adică

$$K(\sigma) = B^T(\sigma)\,\Phi^T(t, \sigma)F^T\,\mathcal{A}_F^{\#}(\sigma, t)\,F\Phi(t, \sigma).$$

Pentru aceasta să vedem care este traiectoria provocată de comanda în circuit deschis. Deoarece $F\Phi(t, \tau)x \in \operatorname{dom} \mathcal{A}_F(\tau, t)$, există $z \in \operatorname{dom} \mathcal{A}_F(\tau, t)$ unic, astfel ca

$$\mathcal{A}_F(\tau, t)\, z = F\Phi(t, \tau)x.$$

aşa că

$$u(\sigma) = -B^T(\sigma)\,\Phi^T(t, \sigma)\,F^T z,$$

de unde, sub acţiunea acestei comenzi, rezultă traiectoria iniţializată în (τ, x):

$$x(\sigma) = \Phi(\sigma, \tau)x - \int_\tau^\sigma \Phi(\sigma, \eta)\, B(\eta)\, B^T(\eta)\, \Phi^T(t, \eta)\, F^T\, d\eta\, z$$

sau încă

$$F\Phi(t, \sigma)\, x(\sigma) = F\Phi(t, \tau)x -$$

$$-\int_\tau^\sigma F\Phi(t, \eta)\, B(\eta)\, B^T(\eta)\, \Phi^T(t, \eta) F^T \mathrm{d}\eta z =$$

$$= \left(\int_\tau^t F\Phi(t, \eta)\, B(\eta)\, B^T(\eta)\, \Phi^T(t, \eta) F^T \mathrm{d}\eta - \right.$$

$$\left. -\int_\tau^\sigma F\Phi(t, \eta)\, B(\eta)\, B^T(\eta)\, \Phi^T(t, \eta) F^T \mathrm{d}\eta \right) z = \mathscr{A}_F(\sigma, t)\, z.$$

Atunci comanda dată de legea de reglare devine

$$u^*(\sigma) = -B^T(\sigma)\Phi^T(t, \sigma) F^T \mathscr{A}_F^\#(\sigma, t)\, \mathscr{A}_F(\sigma, t) z,$$

care se compară cu

$$u(\sigma) = -B^T(\sigma)\Phi^T(t, \sigma) F^T z,$$

rezultînd identitatea celor două comenzi. Într-adevăr, fie

$$w(\theta) = B^T(\theta)\Phi^T(t, \theta) F^T z - B^T(\theta)\Phi^T(t, \theta) F^T \mathscr{A}_F^\#(\sigma, t)\, \mathscr{A}_F(\sigma, t) z,$$

care pentru $\theta = \sigma$ este chiar diferenţa dintre cele două comenzi la momentul σ. Rezultă atunci

$$\int_\sigma^t w^T(\theta) w(\theta)\, \mathrm{d}\theta = z^T \int_\sigma^t F\Phi(t, \theta)\, B(\theta)\, B^T(\theta)\, \Phi^T(t, \theta) F^T \mathrm{d}\theta z +$$

$$+ z^T \mathscr{A}_F(\sigma, t) \mathscr{A}_F^\#(\sigma, t) \int_\sigma^t F\Phi(t, \theta)\, B(\theta)\, B^T(\theta) \Phi^T(t, \theta) F^T \mathrm{d}\theta\, \mathscr{A}_F^\#(\sigma, t) \mathscr{A}_F(\sigma, t) z -$$

$$- 2 z^T \int_\sigma^t F\Phi(t, \theta)\, B(\theta)\, B^T(\theta)\, \Phi^T(t, \theta) F^T \mathrm{d}\theta\, \mathscr{A}_F^\#(\sigma, t)\, \mathscr{A}_F(\sigma, t) z =$$

$$= z^T (\mathscr{A}_F(\sigma, t) + \mathscr{A}_F(\sigma, t)\, \mathscr{A}_F^\#(\sigma, t)\, \mathscr{A}_F(\sigma, t)\, \mathscr{A}_F^\#(\sigma, t)\, \mathscr{A}_F(\sigma, t) -$$

$$- 2\, \mathscr{A}_F(\sigma, t)\, \mathscr{A}_F^\#(\sigma, t)\, \mathscr{A}_F(\sigma, t)) z = 0,$$

conform cunoscutei proprietăţi a pseudoinversei: $L L^\# L = L$.

Aşa că

$$\int_\sigma^t \|w(\theta)\|^2 \mathrm{d}\theta = 0 \Rightarrow w(\theta) \equiv 0 \text{ pe } [\sigma, t],$$

ceea ce demonstrează egalitatea comenzilor. Reciproca teoremei este evidentă.

Observație. Traiectoria $x(.)$ ajunge în mod sigur la momentul t pe varietatea finală $\mathcal{T}$, deoarece

$$F\Phi(t, \sigma)\, x(\sigma) = \mathcal{A}_F(\sigma, t)\, z,$$

care, pentru $\sigma = t$, dă

$$Fx(t) = 0.$$

Caz particular. Dacă $F = I$, atunci

$$u(\sigma) = -B^T(\sigma)\Phi^T(t, \sigma)\, \mathcal{A}^{\#}(\sigma, t)\Phi(t, \sigma)x(\sigma) =$$

$$= -B^T(\sigma)\, \mathcal{R}^{\#}(\sigma, t)x(\sigma),$$

care este legea de reglare *a transferului în origine* a oricărei faze (τ, x) pentru care $x \in \operatorname{dom} \mathcal{R}(\tau, t)$.

Analog, *legea de reglare pentru problema de acces* este

$$u^*(\sigma) = B^T(\sigma)\Phi^T(s, \sigma)F^T\mathcal{R}_F^{\#}(s, \sigma)F\Phi(s, \sigma)x(\sigma),$$

adică

$$K(\sigma) = -B^T(\sigma)\Phi^T(s, \sigma)\, F^T\mathcal{R}_F^{\#}(s, \sigma)F\Phi(s, \sigma).$$

Într-adevăr, considerînd dinamica desfășurată în sensul $\tau \to s$, rezultă

$$x(\sigma) = \Phi(\sigma, \tau)x + \int_\tau^\sigma \Phi(\sigma, \eta)B(\eta)B^T(\eta)\Phi^T(s, \eta)F^T\, \mathrm{d}\eta z,$$

unde

$z = \mathcal{R}_F^{\#}(s, \tau)F\Phi(s, \tau)x$-unic determinat.

Atunci

$$F\Phi(s, \sigma)x(\sigma) = F\Phi(s, \tau)x -$$

$$-\int_\sigma^\tau F\Phi(s, \eta)B(\eta)B^T(\eta)\Phi^T(s, \eta)F^T\, \mathrm{d}\eta z =$$

$$= \left(\int_s^\tau F\Phi(s, \eta)B(\eta)B^T(\eta)\Phi^T(s, \eta)\, F^T\, \mathrm{d}\eta -\right.$$

$$\left. -\int_\sigma^\tau F\Phi(s, \eta)B(\eta)\, B^T(\eta)\, \Phi^T(s, \eta)\, F^T\, \mathrm{d}\eta\right) z = \mathcal{R}_F(s, \sigma)z.$$

Se vede imediat că traiectoria pleacă de pe varietatea inițială, căci $Fx(s) = 0$ $(\sigma = s)$.

Va rezulta

$$u^*(\sigma) = B^T(\sigma)\Phi^T(s, \sigma)F^T\mathscr{R}_F^{\#}(s, \sigma)\mathscr{R}_F(s, \sigma)z,$$

care, printr-un raționament analog făcut mai sus, este identică cu $u(\sigma)$.

Caz particular. Dacă $F = I$, atunci legea de reglare devine

$$u(\sigma) = B^T(\sigma)\mathscr{A}^{\#}(s, \sigma)x(\sigma).$$

Concluzionînd, avem :

1) pentru problema de control :

$$K(\sigma) = B^T(\sigma)\Phi^T(t, \sigma)F^T\mathscr{A}_F^{\#}(\sigma, t)F\Phi(t, \sigma),$$

care devine, cînd $\mathscr{T} = \{0\}$,

$$K(\sigma) = B^T(\sigma)\mathscr{R}^{\#}(\sigma, t);$$

2) pentru problema de acces :

$$K(\sigma) = -B^T(\sigma)\Phi^T(s, \sigma)F^T\mathscr{R}_F^{\#}(s, \sigma)F\Phi(s, \sigma),$$

care devine, cînd $\mathscr{T} = \{0\}$,

$$K(\sigma) = -B^T(\sigma)\mathscr{A}^{\#}(s, \sigma),$$

legeea de reglare fiind, evident, descrisă de

$$u(\sigma) = -K(\sigma)x(\sigma).$$

Rezultă imediat următoarea

Teoremă. Condiția necesară și suficientă ca să existe o lege de reglare care să realizeze procesul de control, respectiv procesul de acces pentru toate fazele inițiale respectiv finale (τ, x) cu τ-fix și $x \in X$ arbitrar, este ca sistemul să fie complet controlabil, respectiv complet accesibil referitor la perechea $(\tau, \mathscr{T})$.

Observație importantă. $\|K(\sigma)\| = \infty$ pentru :

$\sigma = t$ în cazul problemei de control;

$\sigma = s$ în cazul problemei de acces.

4. STABILIZABILITATE

Fie sistemul $\Sigma = (A(.), B(.), C(.))$. Vom spune că Σ este $M(.)$-*uniform accesibil*, $M(.) \geqslant 0$ dacă există $\Delta > 0$, astfel ca, oricare ar fi $t \in R$,

$$\mathscr{A}_M(t - \Delta, t) = \int_{t-\Delta}^{t} \Phi(t, \sigma)B(\sigma)M(\sigma)B^T(\sigma)\Phi^T(t, \sigma)\,d\sigma > 0.$$

În mod analog se introduc definițiile de uniformitate relative la *observabilitate* și la *constructibilitate* și *controlabilitate.*

Se vede imediat că, dacă Σ *este* $M(.)$*-uniform accesibil, el este și* $M(.)$*-uniform controlabil.*

Într-adevăr,

$$\mathscr{R}_M(t, t+\Delta) = \int_{\tau}^{t+\Delta} \Phi(t, \sigma) B(\sigma) M(\sigma) B^T(\sigma) \Phi^T(t, \sigma)\, d\sigma =$$

$$= \Phi(t, t+\Delta)\, \mathscr{A}_M(t, t+\Delta) \Phi^T(t, t+\Delta) =$$

$$= \Phi(t, t+\Delta) \mathscr{A}_M((t+\Delta)-\Delta, (t+\Delta)) \Phi^T(t, t+\Delta) > 0.$$

Vom spune că Σ este $M(.)$*-uniform pozitiv accesibil,* $M(.) \geqslant 0$, dacă există α_a, β_a, $\Delta > 0$, astfel încît, oricare ar fi $t \in R$,

$$0 < \alpha_a I \leqslant \mathscr{A}_M(t-\Delta, t) \leqslant \beta_a I.$$

În mod analog se dau definițiile de pozitivitate uniformă relative la observabilitate și la controlabilitate și constructibilitate.

Se vede imediat că *pozitivitatea uniformă implică uniformitatea atributelor cauzale și anticauzale.*

Fie $\Sigma = (A, B, C)$ *invariant în timp* și complet accesibil (ceea ce este echivalent cu complet controlabil) sau complet observabil (ceea ce este echivalent cu complet constructibil). Atunci el este *M-uniform pozitiv*, cu $M > 0$, față de atributul presupus complet.

Într-adevăr,

$$\mathscr{A}_M(t, t+\Delta) = \mathscr{A}_M(0, \Delta),\ M > 0,\ \forall\ \Delta > 0.$$

Fie acum ecuația Riccati:

$$-\dot{P} = A^T(t)P + PA(t) - PB(t)R^{-1}(t)B^T(t)P + Q(t)$$

$$P(T) = S \geqslant 0,$$

cu

$$R^{-1}(.) > 0,\ Q(.) \geqslant 0,$$

unde soluția se notează cu $\Pi(.\,;\, T, S)$, existînd și fiind unică pe $(-\infty, T)]$ datorită ipotezei $S \geqslant 0$. De asemenea $\Pi(t\,;\, T, S) \geqslant 0$.

De asemenea, dacă $(A(.), ., \sqrt{Q(.)})$ este *T-complet constructibil*: $\Pi(t\,;\, T, S) > 0$, $(S \geqslant 0)$, îndată ce $t < \bar{t}$, unde

$\mathscr{C}(\bar{t}, T) > 0$*).

*) $\mathscr{C}$ – matricea de constructibilitate.

Să presupunem că :
— $(A(.), B(.), .)$ este $R^{-1}(.)$-uniform controlabil ;
— $(A(.),., \sqrt{Q(.)})$ este I-uniform observabil.

Atunci, evident, $(A(.),., \sqrt{Q(.)})$ este I-uniform constructibil, deci $\Pi^{-1}(t; T, S)$ există pentru $t \leqslant T - \Delta$. Rezultă atunci [2] inegalitatea

$$(\hat{\mathcal{O}}_Q^{-1}(t, t+\Delta) + \mathcal{R}_{R^{-1}}(t, t+\Delta))^{-1} \leqslant \Pi(t; T, S) \leqslant \mathcal{R}_{R^{-1}}^{-1}(t, t+\Delta) + \hat{\mathcal{O}}_Q(t, t+\Delta),$$

oricare ar fi $T \in R$ şi $S \geqslant 0$.

Să presupunem acum că :
— $(A(.), B(.),.)$ este $R^{-1}(.)$-uniform pozitiv controlabil ;
— $(A(.), ., \sqrt{Q(.)})$ este I-uniform pozitiv observabil.

Atunci va rezulta imediat că există $\alpha, \beta > 0$ astfel ca

$$\alpha I \leqslant \Pi(t; T, S) \leqslant \beta I, \quad t + \Delta \leqslant T,$$

oricare ar fi $T \in R$ şi $S \geqslant 0$, deci în particular

$$\alpha I \leqslant \Pi(t; T, 0) \leqslant \beta I, \quad t + \Delta < T,$$

oricare ar fi $T \in R$.

Pe de altă parte, dacă $S \geqslant 0$, atunci

$$\Pi(t; T, 0) \leqslant \Pi(t; T, S).$$

Într-adevăr (fără a recurge la optimalitate), fie

$$\Pi(t; T, S) = P_1(t), \quad \Pi(t; T, 0) = P_2(t).$$

Atunci

$$-\dot{P}_1 = A^T(t)P_1 + P_1A(t) - P_1B(t)R^{-1}(t)B^T(t)P_1 + Q(t), \quad P_1(T) = S,$$

$$-\dot{P}_2 = A^T(t)P_2 + P_2A(t) - P_2B(t)R^{-1}(t)B^T(t)P_2 + Q(t), \quad P_2(T) = 0$$

şi

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(P_1 - P_2) = A^T(t)(P_1 - P_2) + (P_1 - P_2)A(t) +$$

$$+ (P_1 - P_2)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)(P_1 - P_2) + P_1B(t)R^{-1}(t)B^T(t)P_2 +$$

$$+ P_2B(t)R^{-1}(t)B^T(t)P_1 - 2P_1B(t)R^{-1}(t)B^T(t)P_1 = (A(t) -$$

$$- B(t)R^{-1}(t)B^T(t)P_1)^T(P_1 - P_2) + (P_1 - P_2)(A(t) -$$

$$- B(t)R^{-1}(t)B^T(t)P_1) + (P_1 - P_2)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)(P_1 - P_2)$$

sau

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(P_1 - P_2) = -(A(t) - B(t)R^{-1}(t)B^T(t)P_1)^T(P_1 - P_2) -$$

$$(P_1 - P_2)(A(t) - B(t)R^{-1}(t)B^T(t)P_1) - (P_1 - P_2)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)(P_1 - P_2).$$

Punînd $P_1 - P_2 = \Pi$, se vede că $\Pi(T) = S$. Atunci

$$\Pi(t) = \Psi^T(T,t)S\Psi(T,t) + \int_t^T \Psi^T(t,\sigma)\Pi(\sigma)B(\sigma)R^{-1}(\sigma)B^T(\sigma)\Pi(\sigma)\Psi(t,\sigma)\,\mathrm{d}\sigma \geqslant 0,$$

Ψ-matricea fundamentală a lui $A(t) - B(t)R^{-1}(t)B^T(t)P_1(t)$, adică

$$P_1(t) \geqslant P_2(t).$$

Concluzie. Fie $T' < T''$; atunci

$$\Pi(t;\ T'',\ 0) = \Pi(t;\ T',\ \Pi(T';\ T'',\ 0)) \geqslant \Pi(t;\ T',\ 0),$$

ceea ce arată că $\Pi(t;\ T,\ 0)$ *este monoton crescătoare în funcție de* T *crescător.*

Atunci, oricare ar fi t, $\in R$ $\lim_{T\to\infty} \Pi(t;\ T,\ 0)$, există monotonie crescătoare și majorare, împreună cu continuitate, definind

$$\overline{P}_t = \lim_{T\to\infty} \Pi(t;\ T,\ 0).$$

Aplicația $t \mapsto \overline{P}_t$, notată $\overline{P}(.)$, este
— continuă și derivabilă pe $(-\infty,\ \infty)$;
— verifică ecuația Riccati și, evident,

$$\alpha I \leqslant \overline{P}(t) \leqslant \beta I,$$

după cum se poate arăta ușor.

Se spune că $\Sigma = (A(\cdot),\ B(.),.)$ este *stabilizabil* dacă există $K(.) : T \to \{r \times n\text{-matrice}\}$ continuă și mărginită, astfel încît

$$\dot{x} = (A(t) - B(t)K(t))x$$

este *exponențial stabil.*

Rezultă atunci următoarea

Teoremă. Fie $\Sigma = (A(.),\ B(.),.)$ și $R(.) > 0$, $Q(.) \geqslant 0$, astfel ca:
1) $(A(.),\ B(.),.)$ este $R^{-1}(.)$-uniform pozitiv controlabil;
2) $(A(.),.,\ \sqrt{Q(.)})$ este I-uniform pozitiv observabil;
3) există $\rho > 0$, astfel ca

$$Q(t) \geqslant \rho I.$$

Atunci *soluția limită* $\overline{P}(.)$ a ecuației Riccati

$$-\dot{P} = A^T(t)P + PA(t) - PB(t)R^{-1}(t)B^T(t)P + Q(t),$$

care există conform celor de mai sus, definește o lege de reglare prin care face sistemul stabilizabil.

Demonstrație. Fie

$$V(t, x) = x^T P(t)x,$$

de unde se vede imediat că

$$\alpha\| x \|^2 \leqslant V(t, x) \leqslant \beta\| x \|^2,$$

iar

$$\frac{\mathrm{d}V(t, x(t))}{\mathrm{d}t} = \dot{x}^T\overline{P}(t)x + x^T\dot{\overline{P}}(t)x + x^T\overline{P}\,\dot{x} =$$

$$= -x^T(t)(Q(t) + \overline{P}(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)\overline{P}(t))x(t) \leqslant$$

$$\leqslant -\| x(t) \|^2_{Q(t)} \leqslant -\rho\| x(t)\|^2.$$

Sînt, în consecință, satisfăcute condițiile teoremei lui Leapunov asupra stabilității exponențiale.

Observație. Toate perechile $(R(.), Q(.))$ pentru care

$$R(.) \geqslant 0,$$
$$Q(.) \geqslant \rho I,\ \rho > 0,$$

$(A(.),\ B(.),.)$ este $R^{-1}(.)$-uniform pozitiv controlabil,

$(A(.),.,\ \sqrt{Q(\cdot)})$ este I-uniform pozitiv observabil

generează legi de reglare exponențial stabile.

În fine, să evidențiem comportarea asimptotică, *în cadrul acelorași condiții*, dată de soluția $\Pi(.;T,\ S)$, cu $S \geqslant 0$.

Evident, se pune problema tinderii lui t către $-\infty$, soluția fiind bine definită dacă $t \leqslant T$. Rezultă atunci următoarea

Teoremă. În condițiile menționate relative la $\Sigma = (A(.),\ B(.),.)$, $R^{-1}(.)$ și $Q(.)$, soluția sistemului

$$\dot{x} = -(A(t) - B(t)R^{-1}(t)B^T(t)\,\Pi(t;\ T,\ S))^T x$$

este exponențial stabilă cu $t \to -\infty$, în sensul că

$$\| x(t)\|^2 \leqslant A\| x(T - \Delta)\|^2 \mathrm{e}^{\gamma(t-T)},\ A, \gamma > 0,$$

cu $t \leqslant T - \Delta$.

Demonstrație. În condițiile presupuse, $\Pi^{-1}(t; T, S)$ există și este pozitiv definită pentru $t + \Delta \leqslant T$, rezultînd, evident,

$$\varepsilon I = \frac{1}{\beta} I \leqslant \Pi^{-1}(t; T, S) \leqslant \frac{1}{\alpha} I = \delta I, \quad t + \Delta \leqslant T.$$

Fie atunci

$$V(t, x) = x^T \Pi^{-1}(t; T, S) x, \quad t + \Delta \leqslant T,$$

de unde

$$\frac{\mathrm{d}V(t, x(t))}{\mathrm{d}t} = x^T(t)(\Pi^{-1}(t; T, S) Q(t) \Pi^{-1}(t; T, S) +$$

$$+ B(t) R^{-1}(t) B^T(t)) x(t).$$

Așadar,

$$\varepsilon \| x \|^2 \leqslant V(t, x) \leqslant \delta \| x \|^2$$

și

$$\frac{\mathrm{d}V(t, x(t))}{\mathrm{d}(-t)} \leqslant -\varepsilon^2 \rho \| x(t) \|^2,$$

pentru $t + \Delta \leqslant T$, ceea ce demonstrează teorema.

Să abordăm acum cazul particular al *sistemelor invariante în timp*. În acest caz, condițiile de stabilizabilitate devin mai slabe.

Considerînd ecuația Riccati:

$$-\dot{P} = A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q,$$

unde A, B, R, Q sînt *matrice constante* ($R^{-1} > 0$, $Q \geqslant 0$), și presupunînd $(A, B, .)$ *complet controlabil*, rezultă pentru orice $\Delta > 0$

$$\Pi(t; T, 0) \leqslant \mathscr{R}^{-1}_{R^{-1}}(0, \Delta) + \hat{\mathscr{O}}_Q(0, \Delta)$$

pentru $t + \Delta \leqslant T$. De unde, datorită invarianței,

$$\Pi(t; T, 0) = \Pi(0; T - t, 0)$$

monoton crescătoare în T, ceea ce conduce la definirea lui

$$\overline{P} = \lim_{T \to \infty} \Pi(0; T - t, 0).$$

Deoarece $\overline{P}$ este *punct fix* al aplicaţiei $\Pi(t;\, T,.)$, după cum rezultă imediat:

$$\Pi\,(t;\, T, \overline{P}) = \Pi(t;\, T, \lim_{T'\to\infty} \Pi\,(T;\, T', 0)) =$$

$$= \lim_{T'\to\infty} \Pi(t;\, T', 0) = \lim_{T'\to\infty} \Pi\,(0;\, T' - t, 0) = \overline{P},$$

rezultă în final că $\overline{P} \geqslant 0$ este soluţie a ecuaţiei Riccati algebrice:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P = -Q.$$

Dacă, în plus, $(A,.,\ \sqrt{Q})$ este *complet observabil*, atunci $\overline{P} > 0$ şi

$$\dot{x} = (A - BR^{-1}B^T P)\, x$$

este *exponenţial stabilă*, deoarece:

1) verifică ecuaţia de tip Leapunov cu membrul drept negativ semidefinit:

$$(A - BR^{-1}B^T P)^T \overline{P} + \overline{P}(A - BR^{-1}B^T \overline{P}) = -Q - \overline{P}BR^{-1}B^T P;$$

2) $(A - BR^{-1}B^T\overline{P},.,\ \sqrt{Q + \overline{P}BR^{-1}B^T\overline{P}})$ este complet observabil, după cum uşor se poate verifica.

Mai mult, sistemele invariante în timp *permit reconsiderarea legii de reglare abordată la §2)*:

$$u\,(\sigma) = -B^T(\sigma)\,\mathscr{R}^{\#}(\sigma, t)x\,(\sigma),$$

care realizează, în cazul că $(A\,(.),\, B\,(.),.)$ este τ-complet controlabil, transferul $(\tau, x) \mapsto (t, 0)$.

Fie, aşadar, $(A, B,.)$ invariant în timp *complet controlabil.*

Atunci

$$\mathscr{R}(\sigma, t) = R\,(0, t - \sigma) > 0 \quad \text{dacă } t - \sigma > 0.$$

Fie $t - \sigma = \theta > 0$ şi fie θ-*fixat.* Să vedem efectul legii de reglare

$$u\,(\sigma) = -B^T\mathscr{R}^{-1}(0,\, \theta)\; x\,(\sigma)$$

şi unde, evident,

$$\mathscr{R}(0,\, \theta) = \int_0^{\theta} \mathrm{e}^{-At} BB^T \mathrm{e}^{-A^T t}\, \mathrm{d}t \triangleq \mathscr{R}_\theta.$$

Scriind ecuaţia Leapunov duală:

$$(A - BB^T\mathscr{R}_\theta^{-1})\mathscr{R}_\theta + \mathscr{R}_\theta(A - BB^T\mathscr{R}_\theta^{-1})^T = A\mathscr{R}_\theta + \mathscr{R}A_\theta^T - 2BB^T =$$

$$= -(\mathrm{e}^{-A\theta}BB^T\mathrm{e}^{-A^T\theta} + BB^T),$$

se vede că :

1) membrul drept este seminegativ definit ;

2) $(A - BB^TR^{-1}, \sqrt{e^{-A\theta}BB^Te^{A^T\theta} + BB^T},.)$ este complet controlabil.

Rezultă atunci că

$$\dot{x} = (A - BB^T\mathscr{R}^{-1}(0, \theta))\, x$$

este *asimptotic stabil.*

Cu alte cuvinte, oricare ar fi $\theta > 0$,

$$K_\theta = B^T\mathscr{R}^{-1}(0, \theta)$$

este un factor matriceal de reacţie stabilizator, iar cînd $\theta \searrow 0$, $\|\mathscr{R}^{-1}(0,\theta)\| \to \infty$ sistemul devine din ce în ce mai rapid, adică K_θ are proprietatea remarcabilă că „oricît de mare ar fi" realizează un „timp tranzitoriu oricît de mic", cu conservarea strictă a stabilităţii.

5. ESTIMAREA STĂRILOR

Fie sistemul $\Sigma = (A(.),.,C(.))$ cu regimul liber :

$$\frac{dx}{d\sigma} = A(\sigma)x,$$

$$y(\sigma) = C(\sigma)x(\sigma),$$

generat de o iniţializare x la momentul prezent τ. Se enunţă două probleme :

Problema de construcţie. Se cunoaşte ieşirea γ pe intervalul $[s, \tau]$, $(s < \tau)$, generată de faza (τ, x), x-necunoscută.

Din observarea lui γ pe durata $\tau - s$ „trecută" să se determine starea x.

Problema de observare. Se cunoaşte ieşirea γ pe intervalul $[\tau, t]$ $(t > \tau)$, generată de faza (τ, x), x-necunoscută.

Din observarea lui γ pe durata $t - \tau$ „viitoare", să se determine starea x.

Rezolvarea problemei de construcţie. Trebuie rezolvată ecuaţia

$$C(\sigma)\Phi(\sigma, \tau)x = y(\sigma) \quad s \leqslant \sigma \leqslant \tau \ (x\text{-necunoscută}),$$

care sigur are cel puţin o soluţie pe baza ipotezei.

Atunci

$$x = \mathscr{C}^{\#}(s, \tau)\int_s^\tau \Phi^T(\sigma, \tau)C^T(\sigma)y(\sigma)d\sigma + x_K,$$

unde $x_K \in \ker \mathscr{C}(s, \tau)$ arbitrar, iar

$$\mathscr{C}(s, \tau) = \int_s^\tau \Phi^T(\sigma, \tau)C^T(\sigma)C(\sigma)\Phi(\sigma, \tau)d\sigma$$

este *matricea de τ-constructibilitate.*

Rezolvarea problemei de observare. Trebuie rezolvată ecuaţia

$$C(\sigma)\Phi(\sigma, \tau)x = y(\sigma) \qquad \tau \leqslant \sigma \leqslant t \ (x\text{-necunoscută}),$$

care sigur are cel puţin o soluţie datorită ipotezei.

Atunci

$$x = \mathcal{O}^{\#}(\tau, t)\int_{\tau}^{t} \Phi^T(\sigma, \tau)\, C^T(\sigma)\, y(\sigma)\, \mathrm{d}\sigma + x_K,$$

unde $x_K \in \ker\, \mathcal{O}(\tau, t)$ arbitrar, iar

$$\mathcal{O}(\tau, t) = \int_{\tau}^{t} \Phi^T(\sigma, \tau)\, C^T(\sigma)\, C(\sigma)\, \Phi(\sigma, \tau)\, \mathrm{d}\sigma$$

este *matricea de τ-observabilitate.*

Fie acum matricea problemei generale de control

$$\mathscr{A}_F(\tau, t) = \int_{\tau}^{t} F\Phi(t, \sigma)\, B(\sigma)\, B^T(\sigma)\, \Phi^T(t, \sigma)\, F^T\, \mathrm{d}\sigma$$

şi fie introducerea variabilei simetrice faţă de τ:

$$\eta = 2\tau - \sigma.$$

Atunci

$$\mathscr{A}_F(\tau, t) = \int_{s}^{\tau} F\Phi(2\tau - s, 2\tau - \eta)\, B(2\tau - \eta)\, B^T(2\tau - \eta)\, \Phi^T(2\tau - s, 2\tau - \eta) F^T \mathrm{d}\eta,$$

unde

$$s \triangleq 2\tau - t.$$

Introducînd

$$\hat{A}(\eta) = A^T(2\tau - \eta),$$

$$\hat{C}(\eta) = B^T(2\tau - \eta),$$

rezultă imediat din implicaţiile

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\eta} = \hat{A}(\eta)x \Rightarrow \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\eta} = A^T(2\tau - \eta)\, x \Rightarrow \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}(-\eta)} = -A^T((-\eta) + 2\tau)\, x$$

că

$$\hat{\Phi}(\mu, \nu) = \Phi^T(2\tau - \nu, 2\tau - \mu),$$

de unde

$$\Phi(2\tau - s,\ 2\tau - \eta) = \hat{\Phi}^T(\eta, s).$$

Introducînd $\hat{F} = F^T$, rezultă

$$\mathscr{A}_F(\tau, t) = \int_s^\tau \hat{F}^T\hat{\Phi}^T(\eta, s)\ \hat{C}^T(\eta)\ \hat{C}(\eta)\ \hat{\Phi}(\eta, s)\ \hat{F}\mathrm{d}\eta = \hat{F}^T\mathscr{O}(s, \tau)\hat{F}_{=}^{\Delta}\ \hat{\mathscr{O}}_{\hat{F}}(s, \tau),$$

unde $\mathscr{O}(s, \tau)$ este matricea de s-observabilitate.
Pe de altă parte,

$$F\Phi(t, \tau) = \hat{F}^T\hat{\Phi}^T(\tau, s).$$

Să presupunem acum că

$$F\Phi(t, \tau)\, x \in \mathrm{dom}\ \mathscr{A}_F(\tau, t),$$

ceea ce este identic cu

$$\hat{F}^T\hat{\Phi}^T(\tau, s)x \in \mathrm{dom}\ \hat{\mathscr{O}}_{\hat{F}}(s, \tau).$$

Atunci, aşa cum s-a văzut, sistemul

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\sigma} = (A(\sigma) - B(\sigma)\, B^T(\sigma)\, \Phi^T(t, \sigma)\, F^T\mathscr{A}_F^{\#}(\sigma, t)\, F\Phi(t, \sigma))\, x$$

efectuează transferul

$$(\tau, x) \to (t, \mathscr{T}).$$

Fie Ψ matricea fundamentală a acestui sistem. Atunci avem implicaţia

$$(F\Phi(t, \tau)x \in \mathrm{dom}\ \mathscr{A}_F(\tau, t)) \Rightarrow (F\Psi(t, \tau)x = 0).$$

Mai mult,

$$(F\Phi(t, \sigma)x \in \operatorname*{dom}_{\tau \leqslant \sigma \leqslant t} \mathscr{A}_F(\sigma, t)) \Rightarrow (F\Psi(t, \sigma)x = 0).$$

Schimbînd acum σ cu simetricul $2\tau - \sigma = \eta$, rezultă imediat că sistemul

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\eta} = -(\hat{A}(\eta) - \hat{\Phi}(\eta, s)\, \hat{F}\hat{\mathscr{O}}_{\hat{F}}^{\#}(s, \eta)\, \hat{F}^T\, \hat{\Phi}^T(\eta, s)\, C^T(\eta)\, C(\eta))^T\, x$$

realizează transferul

$$(\tau, x) \mapsto (s, \mathscr{T}).$$

Dacă se notează cu $\hat{\Psi}^T(\tau,\eta)$ matricea fundamentală a sistemului de mai sus, rezultă implicaţia

$$(\hat{F}^T\hat{\Phi}^T(\tau, s)\, x \in \operatorname{dom} \hat{\mathcal{C}}_{\hat{\mathcal{F}}}(s, \tau)) \Rightarrow (\hat{F}^T\hat{\Psi}^T(\tau, s)\, x = 0).$$

Mai mult,

$$(\hat{F}^T\hat{\Phi}^T(\eta, s)x \in \operatorname*{dom}_{s\leqslant\eta\leqslant\tau} \hat{\mathcal{C}}_{\hat{\mathcal{F}}}(s, \eta)) \Rightarrow (\hat{F}^T\hat{\Psi}^T(\eta, s)\, x = 0).$$

Să presupunem că sistemul $\Sigma = (A(.), B(.),.)$ este complet controlabil relativ la perechea $(\tau, \mathcal{F})$. Vom spune atunci prin definiţie că $\hat{\Sigma} = (\hat{A}(.), \hat{C}(.),.)$ este *complet constructibil referitor la perechea* $(\tau, \hat{\mathcal{F}})$ cu $\hat{\mathcal{F}} = \mathcal{F}^{\perp}$.

Fie acum $\overline{\eta} \leqslant \eta \leqslant \tau$, unde $\overline{\eta}$ este *pragul de degenerescenţă dimensională* al lui $\operatorname{dom} \hat{\mathcal{C}}_{\hat{\mathcal{F}}}(s, \eta)$. Atunci, în ipoteza completei controlabilităţi referitoare la perechea $(\tau, \mathcal{F})$ a sistemului Σ, sau, ceea ce este acelaşi lucru cu ipoteza completei constructibilităţi referitoare la perechea $(\tau, \hat{\mathcal{F}})$, avem

$$\hat{F}^T\hat{\Psi}^T(\eta, s)\, x = 0, \quad \forall x \in X \text{ şi } \overline{\eta} \leqslant \eta \leqslant \tau,$$

ceea ce înseamnă că

$$\hat{F}^T\hat{\Psi}^T(\eta, s) \equiv 0 \text{ pentru } \overline{\eta} \leqslant \eta \leqslant \tau$$

adică

$$\hat{\Psi}(\eta, s)\hat{F} \equiv 0 \text{ pentru } \overline{\eta} \leqslant \eta \leqslant \tau$$

sau, altfel scris,

$$\hat{\Psi}(\eta, s)\hat{F}x = 0, \forall x \in X, \ \overline{\eta} \leqslant \eta \leqslant \tau.$$

Dar $\hat{F}x = F^Tx$ şi $\operatorname{dom} F^T \perp \ker F$ sau $\mathcal{F}^{\perp} \perp \mathcal{F}$.

Concluzie. Dacă $\hat{\Sigma} = (\hat{A}(.), .,\hat{C}(.))$ este complet constructibil referitor la perechea $(\tau, \hat{\mathcal{F}})$, unde $\hat{\mathcal{F}} \perp \mathcal{F}^{\perp}$, atunci pentru orice $x \in \hat{\mathcal{F}}$ avem $\Psi(\eta, s)x = 0$, unde $\overline{\eta} \leqslant \eta \leqslant \tau$, sau că $\Psi(\eta, s)\, x \to 0$ cînd $\eta \to \overline{\eta}$ sau, în definitiv, că

$$\dot{x} = (\hat{A}(\eta) - \hat{\Phi}(\eta, s)\, \hat{F}\hat{\mathcal{C}}_{\hat{\mathcal{F}}}(s, \eta)\, \hat{F}^T\hat{\Phi}^T(\eta, s)\, \hat{C}^T(\eta)\, \hat{C}(\eta))\, x$$

efectuează transferul

$$(s, x \in \hat{\mathcal{F}}) \mapsto (\overline{\eta}, 0), \text{ cu } s \leqslant \overline{\eta} < \tau.$$

Se va nota

$$\hat{L}(\eta) = \hat{\Phi}(\eta, s)\, \hat{F}\hat{\mathcal{O}}^{\#}_{\hat{F}}(s, \eta)\, \hat{F}^T\hat{\Phi}^T(\eta, s)\, \hat{C}^T(\eta),$$

de unde se vede că

$$\dot{x} = (A(\eta) - \hat{L}(\eta)\, \hat{C}(\eta))\, x$$

efectuează transferul

$$(s, x \in \hat{\mathscr{T}}) \mapsto (\bar{\eta}, 0), \text{ cu } s \leqslant \bar{\eta} < \tau.$$

Fie acum, în general,
$\Sigma = (A(.),.,C(.))$ complet constructibil referitor la perechea $(\tau, \mathscr{T})$, $\mathscr{T} = \text{dom } F$.
Se numește *estimator de stare* (prin construcție) sistemul

$$\dot{\hat{x}} = A(\sigma)\, \hat{x} + B(\sigma)\, u(\sigma) + L(\sigma)\, (y(\sigma) - \hat{y}(\sigma)), \tag{E}$$

cu

$$\hat{y}(\sigma) = C(\sigma)\, \hat{x}(\sigma),$$

iar $\hat{x}$ se numește *stare estimată*.
Datorită ipotezei

$$\forall x \in X \Rightarrow F^T\, \Phi^T(\tau, s),\ x \in \text{dom } \mathcal{O}_F(s, \tau)$$

sau

$$\text{dom } F^T = \text{dom } \mathcal{O}_F(s, \tau),$$

există

$$L(\sigma) = \Phi(\sigma, s)\, F\, \mathcal{O}^{\#}_F(s, \tau)\, F^T\, \Phi^T(\sigma, s)\, C^T(\sigma),$$

$$s \leqslant \sigma \leqslant \tau$$

astfel ca

$$(s, \tilde{x} \in \mathscr{T} = \text{dom } F) \mapsto (\bar{\sigma}, 0), \text{ cu } s \leqslant \bar{\sigma} < \tau,$$

pentru

$$\dot{\tilde{x}} = (A(\sigma) - L(\sigma)\, C(\sigma))\, \tilde{x}. \tag{EE}$$

Să presupunem că trebuie estimată starea x a sistemului

$$\dot{x} = A(\sigma)\, x + B(\sigma)\, u(\sigma),$$

$$y(\sigma) = C(\sigma)\, x(\sigma),$$

la un moment, cel mult egal cu τ, ştiind că starea acestuia se găseşte la momentul s pe $\mathcal{T}$ (undeva).

Iniţializînd estimatorul cu o stare arbitrară din $\mathcal{T} = \mathrm{dom}F$, în particular cu zero, rezultă că eroarea de estimare

$$\tilde{x} = x - \hat{x}$$

este la momentul s

$$\underset{\mathrm{dom}\,F}{\tilde{x}}(s) = \underset{\mathrm{dom}\,F}{x}(s) - \underset{\mathrm{dom}\,F}{\hat{x}}(s) \in \mathrm{dom}\,F,$$

iar această eroare este guvernată de ecuaţia (EE).

Atunci

$$\tilde{x}(\sigma) = 0 \text{ pentru } \bar{\sigma} \leqslant \sigma, \text{ deci}$$

$$\hat{x}(\sigma) = x(\sigma) \text{ pentru } \bar{\sigma} \leqslant \sigma,$$

unde $\bar{\sigma}$ este pragul de degenerescenţă dimensională a lui $\mathcal{O}_F(s, \sigma)$, adică

$$\dim \underset{\sigma < \bar{\sigma}}{\mathrm{dom}}\, \mathcal{O}_F < \dim\ \mathrm{dom}\ F.$$

Caz particular. $\mathrm{dom}F = X$, adică $F = I$ şi $\mathcal{O}_F(s, \tau)$ nesingulară în consecinţă. Atunci

$$\Phi^T(\tau, s)\, x \in \mathrm{dom} \int_s^\tau \Phi^T(\sigma, s)\, C^T(\sigma)\, C(\sigma)\, \Phi(\sigma, s)\ \mathrm{d}\sigma =$$

$$= \mathrm{dom}\ \Phi^T(\tau, s) \int_s^\tau \Phi^T(\sigma, \tau)\, C^T(\sigma)\, C(\sigma)\, \Phi(\sigma, \tau)\, \mathrm{d}\sigma\, \Phi(\tau, s)$$

pentru orice $x \in X$.

De unde

$$\mathrm{dom} \int_s^\tau \Phi^T(\sigma, \tau)\, C^T(\sigma)\, C(\sigma)\, \Phi(\sigma, \tau)\, \mathrm{d}\sigma = X,$$

adică *matricea de τ-constructibilitate* $\mathcal{C}(s, \tau)$, este nesingulară.

În concluzie, estimatorul (E), cu

$$L(\sigma) = \Phi(\sigma, s)\, \mathcal{O}^{\#}(s, \sigma)\, \Phi^T(\sigma, s)\, C^T(\sigma) = \mathcal{C}^{\#}(s, \sigma)\, C^T(\sigma),$$

estimează orice stare x a sistemului $\Sigma = (A(.), B(.), C(.))$, τ-complet constructibil, considerată la un moment superior pragului de degenerescență dimensională al matricei $\mathscr{C}(s, \sigma)$, pentru orice inițializare arbitrară a estimatorului la momentul s.

Observație. Dacă $\mathscr{C}^{-1}(s, \sigma)$ există pentru orice $s \leqslant \sigma \leqslant \tau$, *estimarea se face instantaneu*, deoarece $\overline{\sigma} = s$.

În mod analog se obține un *estimator de stare prin observație*, în care caz factorul de reacție este negativ, adică avem o conexiune inversă pozitivă. Aceasta se obține dualizînd legea de reglare prin acces, rezultînd

$$L(\sigma) = -\Phi(\sigma, t) F \mathscr{C}_F^{\#}(\sigma, t) F^T \Phi^T(\sigma, t) C^T(\sigma), \quad \tau \leqslant \sigma \leqslant t,$$

care, în ipoteza *completei observabilități relative la perechea* $(\tau, \mathscr{T} = \operatorname{dom} F)$, estimează prin observare cu parcurgere inversă a timpului orice stare aflată în $\operatorname{dom} F = \mathscr{T}$ la momentul t, estimație realizată cel mai devreme la $\overline{\sigma}$.

În particular, dacă $F = I$,

$$L(\sigma) = -\mathscr{O}^{\#}(\sigma, t) C^T(\sigma).$$

Observație importantă. $\|L(\sigma)\| = \infty$, pentru :

$\sigma = s$ în cazul construcției ;

$\sigma = t$ în cazul observației.

Analog se pune problema ,ca și la reglare, a estimării asimptotice. Fie ecuația Riccati duală :

$$\dot{P} = A(t) P + PA^T(t) - PC^T(t) R^{-1}(t) C(t) P + Q(t), \quad P(T) = S \geqslant 0,$$

cu

$$R^{-1}(.) > 0, \quad Q(.) \geqslant 0,$$

care are soluție unică pe $[T, \infty)$, notată $\Pi(.\,;\, T, S)$.

Să presupunem că :

$-(A(.),.,C(.))$ este $R^{-1}(.)$ — uniform pozitiv constructibil;

$-(A(.), \sqrt{Q(.)},.)$ este I-uniform pozitiv accesibil.

Atunci din mărginirea uniformă

$$(\hat{\mathscr{A}}_Q^{-1}(t-\Delta, t) + \mathscr{C}_{R^{-1}}(t-\Delta, t))^{-1} \leqslant \underset{t-\Delta \geqslant T}{\Pi}(t\,;\, T, S) \leqslant \mathscr{C}_R^{-1}(t-\Delta, t) + \hat{\mathscr{A}}_Q(t-\Delta, t)$$

rezultă, datorită și pozitivității, că

$$\alpha I \leqslant \Pi(t\,;\, T, S) \leqslant \beta I,$$

cu $\alpha, \beta > 0$ și $t - \Delta \geqslant T$ și în particular

$$\alpha I \leqslant \Pi(t\,;\, T, 0) \leqslant \beta I, \quad t - \Delta \geqslant T.$$

Făcînd $T \searrow -\infty$, datorită monotoniei rezultă că există $\overline{P}(.)$ astfel ca

$$\lim_{T \to -\infty} \Pi(t; T, 0) = \overline{P}(.),$$

soluţie a ecuaţiei Riccati, astfel încît

$$\alpha I \leqslant \overline{P}(t) \leqslant \beta I.$$

Rezultă atunci următoarea

Teoremă. Fie $\Sigma = (A(.),.,C(.))$, cu $R(.) > 0$ şi $Q(.) \geqslant 0$, astfel încît:
1) $(A(.),.,C(.))$ este $R^{-1}(.)$—uniform pozitiv constructibil ;
2) $(A(.), \sqrt{Q(.)},.)$ este I-uniform pozitiv accesibil;
3) există $\rho > 0$ astfel ca:

$$Q(t) \geqslant \rho I.$$

Atunci soluţia-limită $\overline{P}(.)$ a ecuaţiei Riccati:

$$\dot{P} = A(t)\, P + PA^T(t) - PC^T(t) R^{-1}(t)\, C(t)\, P + Q(t),$$

generează prin

$$L(t) = P(t)\, C^T(t)\, R^{-1}(t)$$

un *estimator asimptotic prin construcţie*, adică

$$\dot{x} = (A(t) - P(t)\, C^T(t)\, R^{-1}(t)\, C(t))\, x$$

este exponenţial stabil.

Demonstraţie. Fie

$$V(t, x) = x^T \overline{P}^{-1}(t) x,$$

unde, evident,

$$\frac{1}{\alpha} \| x \|^2 \leqslant V(t, x) \leqslant \frac{1}{\beta} \| x \|^2,$$

iar

$$\frac{\mathrm{d}V(t, x(t))}{\mathrm{d}t} = - x^T \overline{P}^{-1} Q(t)\, \overline{P}^{-1} x - x^T C^T(t)\, R^{-1} C(t)\, x \leqslant - x^T \overline{P}^{-1} Q(t)\, \overline{P}^{-1} x,$$

unde

$$\dot{\overline{P}}^{-1} = - A^T(t) \overline{P}^{-1} - \overline{P}^{-1} A(t) + C^T(t) R^{-1}(t) C(t) - \overline{P}^{-1} Q(t) \overline{P}^{-1}$$

este ecuația Riccati în inversă, care există evident, rezultînd, datorită ipotezei 3), că

$$x^T\overline{P}^{-1}Q(t)\overline{P}^{-1}x \geqslant \gamma\,||x||^2, \quad \gamma > 0,$$

adică

$$\frac{dV}{dt} \leqslant -\gamma||x||^2,$$

ceea ce incumbă stabilitatea exponențială.

Analog se arată că pentru

$$\overline{x} = (A(t) - \Pi(t;\, T, S)\, C^T(t)R^{-1}(t)\, C(t))x$$

avem în aceleași ipoteze

$$||x(t)||^2 \leqslant A\,||x(T+\Delta)||^2\, e^{-\gamma(t-T)}, \quad A, \gamma > 0,\ t - \Delta \geqslant T.$$

Dacă $\Sigma = (A,.,C)$ este invariant în timp și complet observabil, atunci

$$L = \left(\int_{-\theta}^{0} e^{A^T t} C^T C e^{At}\, dt\right)^{-1} \qquad \forall\, \theta > 0.$$

generează un estimator asimptotic prin construcție *oricît de rapid tranzitoriu* dacă $\theta \searrow 0$.

6. CONSTRUCȚIA REGULATORULUI

Prin definiție, un *regulator* este descris de modelul

$$u(t) = -K(t)\,\hat{x}(t),$$

unde $\hat{x}(t)$ este starea *estimată* la momentul t (și nu starea de fapt existentă).

Problema construcției (la nivel formal) a regulatorului este :

1) se dă sistemul $\Sigma = (A(.), B(.), C(.))$;

2) intervalul $[s, t]$;

3) o fază inițială (s, x) starea x fiind *necunoscută* și *arbitrară*.

Să se construiască modelul formal al regulatorului, care efectuează transferul $(s, x) \to (t, 0)$ (oricare ar fi x).

Observație. Modelul trebuie astfel construit, încît „decizia" de reglare să fie luată exclusiv pe baza „interpretării" numai a ieșirii și intrării sistemului.

Teoremă. Problema se poate rezolva dacă și numai dacă există τ_1 și τ_2 astfel încît $s < \tau_1 \leqslant \tau_2 < t$, care să implice

$$\mathscr{C}(s, \tau_1), \quad \mathscr{R}(\tau_2, t) > 0.$$

Demonstraţie. Să observăm că dom $\mathscr{C}(s, \sigma)$ şi dom $\mathscr{R}(\eta, t)$ nu degenerează dimensional dacă $\sigma \geqslant \tau_1$, respectiv $\eta \leqslant \tau_2$.

Fie atunci modelul

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{d\sigma} &= A(\sigma)x + B(\sigma)u(\sigma) \\ y(\sigma) &= C(\sigma)x(\sigma) \end{aligned}\right\} \text{ sistem,}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\hat{x}}{d\sigma} &= A(\sigma)\hat{x} + \mathscr{C}^{\#}(s, \sigma)\, C^T(\sigma)\,(y(\sigma) - \hat{y}(\sigma)) + B(\sigma)\,u(\sigma) \\ \hat{y}(\sigma) &= C(\sigma)\,x(\sigma) \\ u(\sigma) &= -B^T(\sigma)\,\mathscr{R}^{\#}(\sigma, t)\,\hat{x}(\sigma), \end{aligned}\right\} \text{ estimator,}$$

şi fie de asemenea $\bar{\sigma}$ pragul de degenerescenţă dimensională a lui dom $\mathscr{C}(s, \sigma)$, unde $s \leqslant \bar{\sigma} < \tau_1$.

Ecuaţiile de mai sus se spot scrie introducînd

$$\tilde{x}(\sigma) = x(\sigma) - \hat{x}(\sigma),$$

$$\frac{dx}{d\sigma} = (A(\sigma) - B(\sigma)B^T(\sigma)\,\mathscr{R}^{\#}(\sigma, t))x + B(\sigma)B^T(\sigma)\,\mathscr{R}^{\#}(\sigma, t)\tilde{x}(\sigma),$$

$$\frac{d\tilde{x}}{d\sigma} = (A(\sigma) - \mathscr{C}^{\#}(s, \sigma)\,C^T(\sigma)\,C(\sigma))\tilde{x},$$

estimatorul fiind iniţializat arbitrar, în particular cu zero.

Conform ipotezei şi celor relatate în paragrafele precedente, $\tilde{x}(\sigma) \equiv 0$ pentru $\bar{\sigma} < \sigma$ şi totodată $\mathscr{R}^{-1}(\bar{\sigma}, t)$, existînd, aşa cum a rezultat din dispunerea momentelor reprezentative, $\bar{\sigma}$, τ_1, τ_2.

Deci, *de la* $\bar{\sigma}$ *încolo*, ecuaţia a doua este zero identic satisfăcută, iar prima devine

$$\frac{dx}{d\sigma} = (A(\sigma) - B(\sigma)B^T(\sigma)\,\mathscr{R}^{\#}(\sigma, t))x,$$

cu $x(\bar{\sigma})$ cît a rezultat din procesul de estimaţie terminat, dar, în acelaşi timp, $x(\bar{\sigma}) \in X = \text{dom}\,\mathscr{R}(\sigma, t)$, deci $(\bar{\sigma}, x(\bar{\sigma})) \to (t, 0)$ (indiferent de rezultatul procesului de estimaţie).

Reciproca este imediată.

Pentru cazul reglării exponenţial stabile avem următoarea.

Teoremă. Fie $\Sigma = (A(.), B(.), C(.))$ şi $R^{-1}(.), \hat{R}^{-1}(.) > 0$, $Q(.)$, $\hat{Q}(.) \geqslant 0$, astfel încît:

1) $(A(.), B(.),.)$ este $R^{-1}(.)$—uniform pozitiv controlabil;

2) $(A(.),., C(.))$ este $\hat{R}^{-1}(.)$—uniform pozitiv constructibil;

3) $(A(.),., \sqrt{Q(.)})$ este I—uniform pozitiv observabil ;

4) $(A(.), \sqrt{\hat{Q}(.)}, .)$ este I—uniform pozitiv accesibil;

5) $Q(t) \geqslant \rho I$ şi $\hat{Q}(.) \geqslant \rho I$;

6) $||B(.)||$ — mărginită.

Atunci modelul

$$\dot{x} = (A(t) - B(t)K(t))x + B(t)K(t)\tilde{x}(t),$$

$$\dot{\tilde{x}} = A(t) - L(t)C(t))\tilde{x}$$

este exponenţial stabil, unde

$$K(t) = R^{-1}(t)B^T(t)\overline{P}(t),$$

$$L(t) = \hat{\overline{P}}(t)C^T(t)\hat{R}^{-1}(t),$$

$\overline{P}(.)$ şi $\hat{\overline{P}}(.)$ fiind soluţiile-limită mărginite ale ecuaţiilor Riccati introduse corespunzător problemelor de control şi de estimaţie (prin construcţie).

Demonstraţie. Fie Ψ_K şi Ψ_L matricele fundamentale corespunzătoare lui $(A-BK)$, respectiv $(A-LC)$. Evident,

$$||\Psi_K(t, \tau)|| \leqslant Me^{-\mu(t-\tau)}, \quad ||\Psi_L(t, \tau)|| \leqslant Ne^{-\nu(t-\tau)},$$

cu $\mu, \nu > 0$ şi $t \geqslant \tau$, τ-arbitrar.

Fie $\delta = \min(\mu, \nu)$. Atunci

$$x(t) = \Psi_K(t, \tau)\, x(\tau) + \int_\tau^t \Psi_K(t, \sigma)\, B(\sigma)\, K(\sigma)\, \tilde{x}(\sigma)\, d\sigma,$$

unde estimatorul *se iniţializează cu zero* şi deci

$\tilde{x}(\tau) = x(\tau)$, adică $\tilde{x}(\sigma) = \Psi(\sigma, \tau)\, x(\tau)$. Atunci

$$\|x(t)\| \leqslant \|\Psi_K(t,\tau)\|\, \|x(\tau)\| + \int_\tau^t \|\Psi_K(t,\sigma)\|\, \|B(\sigma)\|\, \|K(\sigma)\|\, \|\Psi_L(\sigma, \tau)\| d\sigma \|x(\tau)\| \leqslant$$

$$\leqslant (Me^{-\delta(t-\tau)} + MSN \int_\tau^t e^{-\delta(t-\tau)}\, e^{-\delta(\sigma-\tau)}\, d\sigma) \|x(\tau)\|,$$

unde

$$S = \sup \|B(\sigma)\|\, \|K(\sigma)\|.$$

Atunci

$$\|x(t)\leqslant (Me^{-\delta(t-\tau)}+MSNe^{-\delta(t-\tau)}(t-\tau))\|x(\tau)\|\leqslant$$
$$\leqslant We^{-\xi(t-\tau)}\|x(\tau)\| \text{ cu } \xi<\delta,$$

ceea ce atestă stabilitatea exponenţială.

7. CONCLUZII

1. Comenzile corespunzătoare transferului faţă de o varietate terminală : iniţială pentru problema de acces (cauzală), finală pentru problema de control (anticauzală), se exprimă cu ajutorul matricelor de controlabilitate (anticauzal), respectiv accesibilitate (cauzal), adică temporal simetric, şi, analog, în problema de estimaţie prin construcţie, respectiv observare, considerîndu-se însă atributele duale celor enumerate mai sus.

2. Problema construcţiei regulatorului implică formal următoarele aspecte :

— *aspectul restrictiv* : intervalul de conducere $[s, t]$ trebuie să poată fi divizat de $\tau\in(s, t)$, astfel încît *mai tîrziu* de τ matricea de constructibilitate să aibă rangul maximal, iar *mai devreme* de τ matricea de controlabilitate să aibă rangul maximal pentru *problema de control* (anticauzală) ; pentru *problema de acces* (cauzală), matricea de accesibilitate trebuie să aibă rangul maximal *mai tîrziu* de τ, iar matricea de observabilitate rangul maximal *mai devreme* de τ ;

— *aspectul de „calcul"* : succesiunea operaţiilor şi sensul temporal de rezolvare sînt : pentru problema de control

$$\underset{(1)}{s\to\tau}, \quad \underset{(2)}{\tau\leftarrow t}$$

iar pentru problema de acces

$$\underset{(1)}{t\to\tau}, \quad \underset{(2)}{\tau\leftarrow s};$$

— *aspectul — „limită"* : un proces instantaneu de reglare $[\tau, \tau]$ nu poate avea loc decît dacă degenerescenţa rangului matricelor este punctuală, cum este cazul sistemelor invariante în timp sau, mai general, al celor de rang constant.

3. Problema construcţiei regulatorului asimptotic reclamă nu numai globalitatea atributelor anticauzale (cauzale), dar şi pozitivitatea uniformă a acestora.

BIBLIOGRAFIE

1. V. Ionescu, *Sisteme liniare*, Edit. Academiei, 1973.
2. R. Bucy, *Global Theory of the Riccati Equation*. Jurnal of Computing Systems and Sciences, *I* (1967).
3. J. C. Willems, S. K. Mitter, *Controllability, Observability, Pole Allocation and State Reconstruction*. IEE Trans. on A. C., **AC—16**, *6* (1971).

ASUPRA CONSTRUCȚIEI COMENZILOR SUBOPTIMALE LINIARE

L. LUPAȘ

621.316.7.001

Se prezintă cîteva posibilități de a construi comenzi suboptimale liniare (liniare pe porțiuni) pentru sisteme liniare invariante în timp. Se propune o metodă bazată pe considerarea unor comenzi suboptimale care stabilizează sistemul pe fiecare interval de timp.

În aplicațiile practice este deosebit de util de a avea comenzi suboptimale liniare (liniare pe porțiuni), cu tot dezavantajul obținerii unei performanțe inferioare performanței optimale. De aceea în acest articol se va căuta să se proiecteze comenzi suboptimale liniare pentru sisteme liniare invariante în timp cu diferite criterii de performanță. Metoda propusă se bazează, în esență, pe o formă modificată a unei teoreme datorată lui Kleinman [1]. În cele ce urmează se va demonstra această teoremă. Pentru comparație s-a dat metoda propusă de Fortman, Kleinman, Athans și Bertsekas [2], [4], [5] pentru sisteme liniare variabile în timp cu criteriu pătratic. O extindere a lucrărilor [2], [5] este dată de Jacusiel și Rootenberg [3] pentru cazul în care condițiile inițiale ale sistemului sînt cunoscute statistic.

Fie sistemul liniar descris de

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),$$

$$x(0) = x_0, \tag{1}$$

unde x este un vector n-dimensional, u un vector r-dimensional, matricele constante A și B sînt de forma $n \times n$ și, respectiv, $n \times r$, iar perechea matriceală (A, B) este complet controlabilă. Se urmărește să se determine o comandă liniară (constantă pe porțiuni) de forma

$$u(t) = -Lx(t), \tag{2}$$

St: cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 553–558, 1973

unde matricea constantă L este de forma $r \times n$ şi stabilizează sistemul (1), adică toate valorile proprii ale matricei $(A - BL)$ au partea reală negativă.

Teoremă. Dacă se consideră sistemul (1) cu perechea matriceală (A, B) complet controlabilă, atunci comanda liniară (2) conduce la un sistem în circuit închis stabil dacă se alege

$$L = \frac{1}{k} B^T W^{-1}(t_1) \quad , \quad k > 0, \tag{3}$$

$$W(t_1) = \int_0^{t_1} \mathrm{e}^{-As} BB^T \mathrm{e}^{-A^T s} \mathrm{d}s \quad , \quad t_1 > 0. \tag{4}$$

Demonstraţie. Considerăm matricea

$$V(t_1) = kW(t_1) \quad , \quad k > 0\,; \tag{5}$$

atunci

$$V^{-1}(t_1) = \frac{1}{k} W^{-1}(t_1) \tag{6}$$

şi teorema enunţată mai sus se poate transcrie astfel: Fie comanda (2) unde

$$L = B^T V^{-1}(t_1), \tag{7}$$

$$V(t_1) = k \int_0^{t_1} \mathrm{e}^{-As} BB^T \mathrm{e}^{-A^T s} \mathrm{d}s\,; \tag{8}$$

atunci comanda (2) stabilizează sistemul (1). Principiul demonstraţiei coincide cu acela utilizat de Kleinman [1]. Avem

$$AV(t_1) + V(t_1)A^T = -k \int_0^{t_1} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s} (\mathrm{e}^{As} BB^T \mathrm{e}^{-A^T s}) \mathrm{d}s =$$

$$= -k (\mathrm{e}^{-At_1} BB^T \mathrm{e}^{-A^T t_1} - BB^T). \tag{9}$$

Dar

(A, B) complet controlabil $\Leftrightarrow$ $(-A, B)$ complet controlabil $\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow W(t_1)$ pozitiv definită $\Leftrightarrow$ $V(t_1)$ pozitiv definită. (10)

Adunînd în ambii membri ai relaţiei (9) expresia

$$-2kBB^T = -kV(t_1)V^{-1}(t_1)BB^T - kBB^T V^{-1}(t_1)V(t_1), \tag{11}$$

se obţine

$$[A - kBB^T V^{-1}(t_1)]V(t_1) + V(t_1)[A - kBB^T V^{-1}(t_1)]^T =$$

$$= - k\,[e^{-At_1} BB^T e^{-A^T t_1} + BB^T]. \tag{12}$$

Notînd

$$\overline{A} = A - kBB^T V^{-1}(t_1), \tag{13}$$

$$Q = e^{-At_1} BB^T e^{-A^T t_1} + BB^T, \tag{14}$$

relația (12) devine

$$\overline{A}V(t_1) + V(t_1)\overline{A}^T = - kQ. \tag{15}$$

Deoarece $V(t_1) > 0$ și $Q \geqslant 0$, teorema stabilității Leapunov garantează că matricea $\overline{A}$ este stabilă dacă $e^{\overline{A}t}\, Q\, e^{\overline{A}^T t} \not\equiv 0$, $\forall t$ [7]. Aceasta înseamnă că este suficient să arătăm că $e^{\overline{A}t}\, B \not\equiv 0$, $\forall t$, ceea ce echivalează cu faptul că perechea $(\overline{A}, B)$ este complet controlabilă. Dar avem implicația (A, B) complet controlabil $\Leftrightarrow$ $(A - kBB^T V^{-1}(t_1), B)$ complet controlabil [6].

În concluzie, teorema a fost demonstrată.

Kleinman [1] a dat teorema pentru cazul $k = 1$.

Observație. Mărimile k ($k > 0$) și $t_1 (t_1 > 0)$ se pot alege arbitrar, ceea ce permite un grad mare de libertate în generarea unor comenzi liniare care stabilizează sistemul (1). Totodată trebuie subliniat faptul că metoda este aplicabilă pentru sisteme multivariabile.

Generarea unor comenzi suboptimale de tip proporțional. Fie sistemul liniar (1) cu indicele de performanță

$$J = \int_{t_0}^{t_f} f_0\,(x, u, t)\,dt \tag{16}$$

și se urmărește determinarea unor comenzi suboptimale de forma

$$u_s(t) = - Lx(t), \tag{17}$$

care să minimizeze aproximativ funcționala (16). Matricea L de forma $r \times n$ este dată de relația

$$L = L_i \qquad \text{pentru} \qquad t \in [t_{i-1},\ t_i) \subset [t_0,\ t_f],$$

$$i = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ N, \tag{18}$$

$$t_0 < t_1 < t_2 < \ldots < t_{N-1} < t_N = t_f,$$

adică t_i sînt momentele de comutație.

Calculul matricei L_i pentru intervalul $[t_{i-1}, t_i]$ se va face utilizînd relaţiile (3) şi (4), cu următoarele corespondenţe :

$$\begin{aligned} t_{i-1} &\longrightarrow 0, \\ t_{1i} &\longrightarrow t_1, \\ x(t_{i-1}) &\longrightarrow x_0, \\ k_i &\longrightarrow k, \\ L_i &\longrightarrow L, \end{aligned}$$

unde t_{1i} este durata care se ia în considerare la calculul matricei L_i (nu este necesar ca t_{1i} să coincidă cu t_i). Se vor determina mărimile k_i, t_{1i} şi t_i (eventual numărul de comutaţii N), astfel ca să fie minimizată funcţionala (16).

Pentru a putea aprecia caracteristicile metodei propuse mai sus se va prezenta pe scurt o metodă suboptimală similară, metoda Fortman-Kleinman-Athans-Bertsekas, metodă aplicată cu succes pentru sisteme liniare cu criteriu pătratic.

Metoda Fortman-Kleinman-Athans-Bertsekas. Fie sistemul liniar descris de

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t), \tag{19}$$
$$x(t_0) = x_0,$$

cu indicele de performanţă

$$J = x^T(t_0) F x(t_0) + \int_{t_0}^{t_f} [x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R(t) u(t)] \, dt. \tag{20}$$

Se consideră comanda suboptimală de forma

$$u_L(t) = -\left(\sum_{i=1}^{N} a_i(t) L_i \right) x(t) = -L(t) x(t), \tag{21}$$

unde N este fixat, L_i sînt matrice constante şi

$$a_i(t) = \begin{cases} 1 & \text{pentru} \quad t \in (t_{i-1}, t_i], \\ 0 & \text{pentru} \quad t \notin (t_{i-1}, t_i], \end{cases} \tag{22}$$

$i = 1, 2, \ldots, N$, unde t_i sînt momentele de comutaţie astfel ca $t_0 < t_1 < t_2 < \ldots < t_N = t_f$. Pentru un indice de performanţă pătratic (20), performanţa suboptimală va fi dată de relaţia

$$J_L = x_0^T V_L(t_0) x_0, \tag{23}$$

unde $V_L(t)$ este matricea cost asociată comenzii suboptimale (21), care verifică ecuația matriceală diferențială liniară

$$\dot{V}_L(t) = -V_L(t)[A(t) - B(t)L(t)] - [A(t) - B(t)L(t)]^T V_L(t) - \\ - Q(t) - L^T(t)R(t)L(t), \tag{24}$$

$$V^T(t_f) = F.$$

Funcționala auxiliară care se minimizează pentru determinarea comenzii suboptimale (21) este

$$\mu(L) = tr\,[V_L(t_0)]. \tag{25}$$

a) Varianta Fortman-Kleinman-Athans [2]:

t_i — fixat,

L_i — se determină astfel ca să se minimizeze funcționala auxiliară (25). Pentru generarea comenzii suboptimale trebuie memorate valorile

$$\{t_i\} \text{ și } \{L_i\}.$$

b) Varianta Bertsekas [4]: mărimile t_i și L_i se determină astfel ca să se minimizeze funcționala auxiliară (25). Această variantă necesită, evident, calcule mai multe [4]. Pentru generarea comenzii suboptimale trebuie memorate valorile $\{t_i\}$ și $\{L_i\}$.

Observații cu privire la metoda propusă. Pentru sisteme liniare cu criteriu pătratic se poate considera minimizarea unei funcționale auxiliare de tipul celei folosite la metoda Fortman-Kleinman-Athans [2]. Mărimile t_i, k_i și t_{1i} se determină astfel ca să fie minimizată funcționala auxiliară. Calculul comenzii suboptimale nu va fi mai complicat decît acela impus de aplicarea metodei Fortman-Kleinman-Athans, în timp ce memoria necesară pentru generarea comenzii suboptimale este, evident, mai redusă (avantajul este mai mare pentru sisteme multivariabile). În cazul utilizării unui criteriu pătratic, demonstrația convergenței metodei se poate face urmînd tipul de demonstrație utilizat în lucrarea [2].

Trebuie subliniat faptul că construcția menționată mai sus este efectivă pentru sisteme liniare cu criteriu de performanță cu timp final finit. Se propune studiul unui exemplu de calcul prin metoda propusă pentru stabilirea eficienței acesteia față de celelalte metode menționate în lucrare.

Se pot sugera extinderi ale metodei propuse pentru construcția unor comenzi suboptimale liniare pe porțiuni în funcție de mărimea de ieșire sau de aplicarea metodei propuse în cazul sistemelor liniare cu stări nemăsurabile. În toate aceste cazuri sînt necesare investigații aprofundate în vederea stabilirii unor condiții suficiente de suboptimalitate, ținînd seama de structura dată a sistemului liniar.

BIBLIOGRAFIE

1. D. L. KLEINMAN, *An easy way to stabilize a linear constant system.* IEEE Trans., **AC—15**, *6*, 692 (1970).
2. D. L. KLEINMAN, T. FORTMAN, M. ATHANS, *On the design of linear systems with piecewise constant feedback gains.* IEEE Trans., **AC—13**, *4*, 354—361 (1968).
3. P. JACUSIEL, J. ROOTENBERG, *On the design of suboptimal linear time-varying systems.* Proc. IEEE, *2*, 258—259 (1970).
4. D. P. BERTSEKAS, *Note on the design of linear systems with piecewise constant feedback gains.* IEEE Trans., **AC—15**, *2*, 262—263 (1970).
5. D. L. KLEINMAN, M. ATHANS, *The design of suboptimal linear time-varying systems.* IEEE Trans., **AC—13**, *2*, 150—159 (1968).
6. V. M. POPOV, *Hiperstabilitatea sistemelor automate*, București, Edit. Academiei, 260(1966).
7. L. LUPAȘ, *Studiul unor clase de sisteme suboptimale.* Teză de doctorat, Institutul politehnic București, iunie 1972.

J. M. BEÉR and N. A. CHIGIER, *Combustion aerodynamics*,
Londra, Applied Science Publishers, Lid., 1972 (264 p., 12 tab., 124 fig.)

Cartea, apărută în seria „Fuel and Energy Science", constituie un material necesar studierii procesului arderii, precum și o lucrare de referință pentru inginerii care proiectează și exploatează echipamente de ardere. Ea este o lucrare sintetică, materialul fiind prezentat ordonat, cu eleganță. Autorii își propun să analizeze critic procesele de aerodinamică a arderii, în special flăcările difuzive turbulente, cele mai utilizate în practică.

Se prezintă un tablou general al proceselor de combustie în limitele unei scurte monografii. În consecință, apar limitări referitoare la tratarea comprehensivă a materialului abordat. Predomină prezentarea și analiza cercetărilor efectuate de autori la Research Station din cadrul Fundației internaționale de cercetare a flăcărilor din Ijmunden (Olanda) și la Universitatea din Sheffield. Acest fapt dă un plus de originalitate cărții și o garanție a calității lucrării, autorii fiind binecunoscuți în domeniul arderii.

În general se remarcă tratări cantitative, simple ale proceselor pentru facilitarea abordării materialului de către proiectanți. Se subliniază importanța utilizării relațiilor semiempirice și a modelării fizice.

Cartea cuprinde o prefață, 8 capitole și un index de termeni utilizați. Fiecare capitol include o bibliografie referitoare la subiectele abordate. Primul capitol este o introducere, autorii prezentînd noțiuni sumare despre flăcările industriale și jeturile de combustibil.

În al doilea capitol autorii se ocupă de curgerea în jet. Problemele atacate se referă la elementele jeturilor, ecuațiile liniilor de curent, funcția de curent, procesul de antrenare a fluidului din mediul ambiant de către jeturi, dîndu-se relații de calcul pentru masa de fluid antrenat. Se demonstrează posibilitatea extinderii relațiilor de calcul de la jeturi rotunde libere la jeturi în sisteme de densitate variabilă, utilizînd diametrul echivalent al ajutajului arzătorului. Se prezintă comportarea jeturilor însoțite, folosind date teoretice și experimentale referitoare la jeturi axial-simetrice, precum și cazul jeturilor în curent transversal de fluid și a urmelor (*wakes*) care apar. Se mai prezintă particularitățile jeturilor inelare și coaxiale comparativ cu ale celor rotunde. Se discută jeturile înecate, considerînd și recircularea, și se prezintă teoria aproximativă a jetului înecat dată în Craya și Curtet, criteriul de similitudine Craya-Curtet și se compară teoriile lui Thring-Newby și Craya-Curtet. Referitor la comportarea flăcării în jet, se abordează problemele flăcărilor laminare și difuzive turbulente. Se analizează distribuția concentrației în jet, comparîndu-se cu cazul jetului izoterm și la rece. Se discută lungimea flăcării difuzive turbulente înecate și se compară cu lungimea flăcării libere turbulente. Se mai discută problema flăcărilor grupate în jet.

Capitolul al treilea tratează problema stabilității flăcării. Autorii analizează propagarea undei de ardere adiabatică plană și laminară printr-un amestec combustibil. Se prezintă elemente ale stabilității flăcării laminare de preamestec, analizîndu-se procesele de suflare și retur

ale flăcării. Se discută arderea turbulentă și se dau tabele cu teorii ale flăcărilor turbulente și rezultate referitoare la flăcări în incinte limitate. Autorii prezintă mecanismul stabilizării la utilizarea deflectoarelor neaerodinamice. Se discută arderea în zonele cu recirculație și limitele în care se poate menține stabilitatea arderii cînd se folosesc deflectoare.

În capitolul al patrulea autorii abordează problema metodelor de analiză a desfășurării procesului de ardere. Sînt prezentate ecuațiile diferențiale de bază, relațiile termodinamice și ecuațiile în sistemul de coordonate cilindrice polare care guvernează curgerea sistemelor cu mai mulți componenți ce reacționează chimic. Dîndu-se condițiile la limită, este posibilă determinarea vitezei, presiunii, temperaturii și compoziției componentelor chimice. Se face o analiză a regimurilor de curgere în funcție de numărul de turbionare S. Pentru cazul flăcărilor și jeturilor turbionate fără recirculare, se analizează metoda de calcul a unor elemente ale fluxurilor turbulente și a coeficienților de schimb asociați cu ajutorul distribuțiilor valorilor mediate în timp ale datelor experimentale.

Capitolul al cincilea tratează curgerea în jeturi cu turbionare. Se prezintă jeturi slab turbionate, puternic turbionate cu recirculare internă și jeturi turbulente portante în incinte în rotație. În cadrul acestor grupe se prezintă cazurile cînd există o diferență de densitate între jet și mediul ambiant, precum și cazul jetului de flacără difuzivă turbulentă. Autorii prezintă curgerile rotaționale, irotaționale, caracteristicile turbioanelor, numărul de turbionare S, precum și o clasificare a metodelor și a dispozitivelor de generare a turbioanelor, discutînd și eficiența generării turbioanelor. Se tratează cazurile turbionării slabe ($S<0{,}6$) la flăcărilve difuziv și turbionării puternice ($S>0{,}6$), arătîndu-se, gradul de turbionare, influența geometriei ajutajului asupra modelului de curgere a jetului, timpul de rezidență în focar și efectul recirculării asupra turbionării jetului. În continuare se discută flăcările difuzive în jeturi portante în spații limitate în rotație, precum și laminarizarea curgerii cauzată de rotirea sistemului.

Capitolul al șaselea abordează problemele arderii picăturilor de lichid pulverizat. Se prezintă generalități legate de injectarea combustibililor, se dau tabelar caracteristicile jetului de lichid și se discută particularitățile unor tipuri de injectoare. Autorii prezintă mecanismul formării picăturilor în jet și metode de măsurare a dimensiunii picăturilor. Pe bază de date și de fotografii se discută mișcarea și traiectoriile picăturilor. Se tratează întîi arderea unei picături izolate, prezentîndu-se diverse teorii de combustie ; se discută date obținute la arderea grupurilor de picături și a jeturilor monodisperse de lichid. Analizîndu-se mărimea impulsului fluxului de combustibil plus agentul de pulverizare, se dau rezultatele optimizării construcției unui injector ; se discută flăcările în jet de păcură sub presiune.

În penultimul capitol, autorii tratează problema modelării sistemelor de ardere. Este discutată metoda de stabilire a criteriilor de similitudine, bazată pe teorema π a lui Buckingham, și se prezintă tabelar criterii adimensionale. Se dau regulile de similitudine care pot fi neglijate la modelare. Se prezintă aplicarea modelării parțiale la flăcări difuzive în cazuri de importanță practică. Se discută problema jeturilor turbulente libere, a jeturilor neizoterme, a jeturilor în spații limitate și a celor dublu concentrice și portante.

În capitolul final, autorii se ocupă de problemele măsurătorilor în flăcări. Se prezintă metode de măsurare și dispozitive pentru determinarea vitezei gazelor, presiunii, temperaturii, transferului de căldură, prelevarea de probe de gaz și solid, măsurarea dimensiunilor picăturilor și traiectoriilor lor, determinarea turbulenței în flăcări.

Abordînd o tematică variată într-o prezentare accesibilă, monografia lui Beér și Chigier se recomandă ca un auxiliar prețios pentru toți cei interesați în domeniul arderii.

Jean Simovici

REZUMATELE ARTICOLELOR APĂRUTE ÎN „REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TÉCHNIQUE, SÉRIE ÉLECTROTECHNIQUE ET ÉNERGÉTIQUE", TOME 18, N° 1, 1973

A. PANAITESCU

538.63

Studiul cîmpului electromagnetic progresiv şi al forţelor electromagnetice într-un canal cilindric circular

Se calculează cîmpul electromagnetic progresiv în interiorul unui canal lung, cilindric, circular, parcurs de un fluid conductor izotrop şi omogen, cu viteza constantă în toată secţiunea canalului. Se calculează forţele medii axiale şi radiale şi puterea medie pierdută prin efect Joule. Nu se consideră pierderile hidraulice.

CORNELIA IONESCU, RODRIG MĂRCULESCU

Studiu analitic şi experimental al regimului tranzitoriu în sisteme de conductoare de fază ecranate individual

Se studiază analitic forţele electrodinamice în regim tranzitoriu din sisteme de conductoare de fază ecranate individual cu ecrane cilindrice circulare scurtcircuitate la ambele capete la diverse tipuri de avarii. Rezultatele obţinute sînt verificate experimental, măsurînd prin oscilografiere curenţii din ecran prin varierea distanţei dintre fazele conductoare şi faza iniţială a tensiunii de alimentare. Aceasta constituie o verificare experimentală indirectă a forţelor electrodinamice dintre faze.

D. CRISTESCU, J. AUBRY, F. FREMIOT

537.523.4

Studiul descărcărilor în aer cu ajutorul cîmpului pe electrozi

Se dau calculele teoretice şi se descriu încercările efectuate în laborator privind utilizarea sondelor în măsurătorile de cîmp electric, în scopul unei mai bune cunoaşteri a fenomenelor referitoare la străpungerea intervalelor mari de aer.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 561—564, 1973

18—c.2694

După prezentarea teoriei sondei se cercetează comportarea sistemului de măsură în tensiune alternativă şi la undă de impuls pentru un interval sferă-plan. Compararea experimentului cu rezultatele teoretice a permis să se aprecieze această metodă drept corespunzătoare şi să fie prezentată drept utilizabilă şi pentru procese mai complexe.

G. DRĂGAN, M. UNGUREANU, P. POSTOLACHE

621.316.93: 551.591.221

Determinarea sarcinii induse într-un conductor orizontal şi a potenţialului său, datorită sarcinii liderului

Se determină potenţialul care apare pe un conductor orizontal la apropierea liderului de pămînt, conductorul avînd iniţial potenţialul zero.

S-a considerat sarcina spaţială a liderului sub forma unui cilindru semiinfinit şi a unui elipsoid. Repartiţia potenţialului depinde de distanţa de-a lungul conductorului, de unghiul α şi de poziţia liderului.

Se determină de asemenea legea de variaţie a sarcinii induse în funcţie de diferiţi parametri: poziţia liderului, înălţimea conductorului şi sarcina liderului.

M. POLOUJADOFF, J-C. SABONNADIERE

621.313.39.025.3 : 538.552.9

Studiul liniilor de curent indus în motoarele de inducţie cu secundarul închis de o pînză conducătoare

Motoarele cu inducţie al căror secundar este constituit de o pînză conducătoare au luat un avînt considerabil de la introducerea motorului liniar.

Se expune o teorie generală direct aplicabilă acestuia din urmă şi care permite calculul diferiţilor parametri ai maşinii : forţă de tracţiune, pierderi etc. În cazul cînd pînza conducătoare se închide pe ea însăşi (cazul motoarelor cu inducţie rotative), această teorie se simplifică şi permite calculul pierderilor superficiale.

Sînt prezentate rezultate experimentale care permit să verificăm valabilitatea acestei teorii.

F. M. G. TOMESCU

538.1 : 621.382

Difuzia tranzitorie şi parametrii tranzitorii ai diodei semiconductoare cu bază infinită şi joncţiune plană

Se stabileşte un model linear al diodei semiconductoare cu bază infinită şi joncţiune plană pe baza căruia se studiază procesele de difuzie tranzitorie în dioda comandată în tensiune sau

în curent. Se introduc apoi parametrii tranzitorii de difuzie ai diodei şi se deduce o relaţie simplă între parametrii amintiţi şi parametrii tranzitorii electrici incrementali.

B. ASNER, A. HALANAY

621.316.7.001

Necontrolabilitatea sistemelor liniare invariante în timp folosind reacţia inversă liniară unidimensională cu întîrziere

Se arată că este imposibilă comanda unui obiect liniar invariant în timp cu ajutorul unei reacţii inverse liniare unidimensionale cu întîrziere.

Lucrarea se bazează pe extinderea la cazul cu mai multe întîrzieri a unei teorii a lui V. M. Popov.

VL. IONESCU

621.316.7.001

Asupra conceptului algebric în sistemele liniare finit dimensionate invariante în timp şi netede

Se prezintă o extensiune algebrică de la sistemele discrete la sistemele continue. Se arată analogia care există în aplicarea mecanismului teoriei modulelor faţă de sistemele discrete.

Concluzia constă în absenţa diferenţelor din punct de vedere structural algebric între sistemele continue şi cele discrete.

L. LUPAŞ

621.316.7.001

Proiectarea regulatoarelor suboptimale proporţional-integrale pentru problema optimală liniar-pătratică

În această lucrare se tratează problema construcţiei unor regulatoare suboptimale multivariabile de tip proporţional-integrale pentru problema optimală liniar-pătratică. Problema suboptimală formulată se rezolvă prin introducerea unei probleme optimale auxiliare, iar regulatorul suboptimal proporţional-integral se obţine prin rezolvarea printr-un procedeu iterativ a problemei optimale auxiliare.

Pe baza algoritmului propus s-a elaborat un program de calcul în limbajul FORTRAN IV şi s-au efectuat numeroase exemple de calcul.

VL. RĂSVAN

62.501.32

Stabilitatea absolută a unei clase de sisteme automate descrise de ecuații diferențiale cu întîrziere cuplate cu ecuații cu diferențe

Într-o serie de aplicații (circuite electrice conectate prin linii lungi fără pierderi, sisteme de reglare automată conținînd conducte de gaz sau de abur) apar ecuații diferențiale cu întîrziere, cuplate cu ecuații cu diferențe.

În prezenta lucrare se obțin criterii frecvențiale de stabilitate absolută pentru sisteme descrise de astfel de ecuații. Aceste criterii se obțin pe baza rezultatelor cunoscute privind stabilitatea absolută a sistemelor de ecuații integrale și a unor formule de reprezentare a soluțiilor pentru sistemul de ecuații diferențiale și cu diferențe.

JUHANI NIEMINEN

518.4 : 512

Despre sensivitatea unui graf de comunicații

Se prezintă o metodă de analiză a sensivității unui graf de comunicații în raport cu o schimbare a capacității într-o ramură a unui graf.

Se propune un procedeu de calcul al mărimilor necesare în analiza sensivității.

T. POPA

621.181.65:621.165

CONSIDERAȚII PRIVIND OPORTUNITATEA FUNCȚIONĂRII CU PRESIUNE ALUNECĂTOARE A BLOCURILOR ENERGETICE

Se prezintă o metodă de calcul pentru compararea din punct de vedere economic a funcționării blocurilor de 330 MW cu presiune inițială constantă sau alunecătoare.

Folosindu-se condiții inițiale diferite a rezultat avantajoasă funcționarea cu presiune alunecătoare.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 291—298, 1973

ST. PETRESCU

536.71

STUDIUL INTERACȚIUNII DE VITEZĂ FINITĂ ÎN CAZUL PROCESELOR CU CURGERE

Se studiază influența pe care o are viteza finită a procesului de destindere din ajutaje asupra desfășurării acestuia din punctul de vedere al ireversibilității pe care o provoacă interacțiunea normală de neechilibru de tip gaz-gaz

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 299—312, 1973

B. POPA, N. CÂRPEANU

536.24

CONTRIBUȚII LA DIMENSIONAREA OPTIMĂ A ȚEVILOR CU ARIPIOARE. INDICE DE EFICACITATE VOLUMETRICĂ

Schimbătoarele de căldură folosesc pe o scară largă țevi cu suprafețe active de schimb de căldură.

Odată cu creșterea razei exterioare a aripioarei transferul de căldură este mai puțin eficient. Acest efect este evidențiat calculîndu-se valorile coeficientului global de propagare a căldurii K raportat la suprafața activă și a indicelui de eficacitate volumetrică K_v raportat la volumul de material activ.

Lucrarea stabilește dependența diametrului optim al aripioarelor d_0 de diametrul părții lise d_1.

Noțiunea de indice de eficacitate volumetrică K_v permite întocmirea unor calcule comparative tehnico-economice, între diferite tipuri de țevi cu aripioare.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 313—326, 1973

C. A. VASILESCU, T. TURCOIU

621.515

STUDIUL CONDIȚIILOR DE ADAPTARE ALE GRUPULUI TURBOCOMPRESOR LA CREȘTEREA PRESIUNII DE SUPRAALIMENTARE

Se folosește un model de ciclu semiral de motor cu aprindere prin comprimare, pentru a calcula condițiile teoretice de adaptare ale grupului turbocompresor. S-au variat parametrii : raport volumetric de comprimare ε, coeficient al excesului de aer α, presiune de supraalimentare p_a, avans la degajarea căldurii θ_i, durata procesului de ardere θ_a, forma caracteristicii de degajare a căldurii B, coeficient de baleiaj φ și randamentul global al grupului de supraalimentare η_e, pentru a reliefa posibilitățile de adaptare ale grupului turbocompresor la motor.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 327—349, 1973

N. STOICA

621.43.044

ANALIZA DESFĂȘURĂRII PROCESULUI DE ARDERE PRIN PRELUCRAREA DIAGRAMELOR INDICATE, CONSIDERÎND NEUNIFORMITATEA TERMICĂ

Se prezintă rezultatele calculului procesului de ardere pentru două camere de ardere : una în piston și alta în chiulasă, pornind de la digrama indicată și caracteristica camerei de ardere, ambele determinate experimental. Calculele sînt făcute pe baza unei metode care ține seama de neuniformitatea termică și chimică a fluidului de lucru în timpul procesului de ardere.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 351—361, 1973

B. GRÜNWALD, AL. DĂNESCU, N. APOSTOLESCU

621.43.05

SCHIMBAREA GAZELOR LA UN MOTOR DIESEL SUPRAALIMENTAT ÎN CONDIȚIILE LIMITĂRII TEMPERATURII GAZELOR ARSE LA EVACUARE

Se studiază schema complexă a unui motor cu aprindere prin comprimare supraalimentat — prevăzută cu două compresoare de supraalimentare, răcitoare pentru aerul comprimat și pentru gazele de evacuare, cameră de ardere la presiune constantă — în vederea stabilirii condițiilor optime de schimbare a gazelor, menținînd sub o anumită limită temperatura gazelor de evacuare la intrarea în turbină.

În lucrare s-au obținut ecuațiile care îngăduie definirea completă a stării fluidului motor la începutul evacuării gazelor din cilindru și la finele cursei de admisie, cu menținerea condiției restrictive privind temperatura gazelor la intrare în turbină.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 363—383, 1973

C. JIANU, N. LEMNEANU, M. PETCU

662.61:662.68

STUDIUL ARDERII UNUI JET DE COMBUSTIBIL LICHID ÎN CÎMP ULTRASONOR

Lucrarea constituie un studiu experimental comparativ al arderii unui jet de combustibil lichid cu și fără ultrasunete. Rezultatele referitoare la modificările cîmpurilor termice și chimice, ca și cele privind aspectul și geometria flăcărilor vibrate, atestă creșterea vitezei de ardere în cîmp ultrasonor. Pentru diferite frecvențe ale cîmpului ultrasonor s-au obținut caracteristici diferite ale flăcărilor.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 385—413, 1973

AL. TIMOTIN, A. PANAITESCU

621.3.001

ASUPRA CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC PROGRESIV ȘI FORȚELOR DIN FLUIDE CONDUCTOARE ÎN MIȘCARE RECTILINIE ȘI UNIFORMĂ

Se prezintă calculul cîmpului electromagnetic cuasistaționar progresiv într-un fluid conductor aflat în mișcare rectilinie și uniformă în două cazuri particulare : fluidul ocupă un semispațiu infinit și fluidul curge printr-un canal de lungime foarte mare cu secțiunea dreptunghiulară. Se determină forțele medii care acționează în direcția mișcării și perpendiculare pe direcția mișcării, puterea utilă medie și puterea pierdută prin efect Joule-Lenz.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 415—433, 1973

ED. NICOLAU

621.3

SOLUȚIILE COMPLEXE ALE ECUAȚIILOR LUI MAXWELL

În prima parte a articolului se studiază posibilitatea reducerii sistemului de ecuații ale cîmpului electromagnetic maxwellian la o singură ecuație tensorială complexă.

În partea a doua, se arată posibilitatea de a construi, utilizînd rezultatele obținute precedent, soluții complexe ale ecuațiilor lui Maxwell.

În întregul studiu se presupune că mediul este liniar, omogen și izotrop, nedisipativ.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 435—449, 1973

CEZAR FLUERAȘU

537.311.5

CÎMPUL ELECTROMAGNETIC ARMONIC AL UNUI CONDUCTOR SITUAT ÎN VECINĂTATEA UNUI ECRAN CONDUCTOR PLAN

Se determină cîmpul electromagnetic al unui conductor rectiliniu parcurs de curent alternativ, situat în prezența unui ecran conductor plan. Rezultatele obținute permit determinarea pierderilor în ecran, a coeficientului de ecranare și a forțelor exercitate asupra firului și asupra ecranului. Rezultatele, prezentate sub formă de grafice, completează lucrarea.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 451—469, 1973

M. MARINESCU, ȘT. DOBOȘ

541.135.5 :621.352.6

REALIZĂRI ÎN DOMENIUL PILEI DE COMBUSTIE

Se definește și se arată importanța cercetării pilelor de combustie, atît pe plan extern cît și pe plan intern, în cadrul Institutului de energetică al Academiei R. S. România, în prezent ICPET.

Se fac considerații privind studiul proceselor de electrod și al criteriilor pentru alegerea tehnologiei electrozilor.

Se trec în revistă principalele tipuri de electrozi realizați, condițiile de experimentare și performanțele obținute.

Sînt discutate principalele tipuri de pile de combustie realizate pînă în prezent, perspectivele cercetărilor și realizărilor în domeniul noilor surse de energie de natură electrochimică pe plan mondial.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 471—482, 1973

G. SIMIONESCU

536.2

MODELAREA ELECTRICĂ A TRANSMITERII CĂLDURII PRIN CONDUCȚIE ȘI CONVECȚIE

Se prezintă cîteva modele electrice pentru transmiterea căldurii în domenii solide sau fluide justificîndu-se teoretic schemele obținute și precizîndu-se totodată limitele de aplicabilitate ale metodei precum și aproximările făcute.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 483—502, 1973

MIOARA ALECU CĂLUȘIȚĂ

62.50.19

SCRIEREA SISTEMULUI DE ECUAȚII DIFERENȚIALE DUPĂ SCHEMA-BLOC

Se prezintă o regulă de scriere a sistemului de ecuații diferențiale aferent unui sistem dinamic reprezentat prin funcțiile de transfer ale elementelor componente din schema bloc. Ca variabile de stare ale sistemului se aleg variabilele de fază ale elementelor componente.

Se prezintă programul în FORTRAN pentru calculator numeric.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 503—511, 1973

M. PREDA, IOANA DOROBANȚU

621.3.011

FORMULE TOPOLOGICE GENERALE ȘI UNITARE PENTRU TRANSMITANȚELE CIRCUITELOR MULTIPORT CU SURSE COMANDATE

Se prezintă noi formule topologice generale pentru circuitul multiport cu surse comandate de același tip. Fiecare dintre aceste formule dă o expresie unică pentru toate funcțiile de circuit.

Un rol important în aceste formule îl are graful conținînd laturi corespunzătoare porților și pasivizarea surselor asociate mărimilor de intrare ale porților în raport cu care se definesc transmitanțele.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 513—525, 1973

VL. IONESCU

621.316.7.001

ASUPRA CONCEPTELOR DE LEGE DE REGLARE ȘI DE ESTIMAȚIE ÎN TEORIA SISTEMELOR LINIARE

Articolul își propune să generalizeze problematica atributelor cauzale și anticauzale ale unui sistem liniar neted și aspectele operante legate de construcția legii de reglare și de estimație. Este evidențiată importanța pozitivității uniforme a atributelor în cazul comportării asimptotice.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 527—551, 1973

L. LUPAȘ

621.316.7.001

ASUPRA CONSTRUCȚIILOR COMENZILOR SUBOPTIMALE LINIARE

Se tratează problema construcției unor regulatoare suboptimale multivariabile de tip proporțional-integrale pentru problema optimală liniar-pătratică. Problema suboptimală formulată se rezolvă prin introducerea unei probleme optimale auxiliare, iar regulatorul suboptimal proporțional-integral se obține prin rezolvarea printr-un procedeu iterativ a problemei optimale auxiliare. Pe baza algoritmului propus s-a elaborat un program de calcul în limbajul FORTRAN—IV și s-au efectuat numeroase exemple de calcul.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 553—558, 1973

T. POPA

621.181.65 :621.165

BETRACHTUNGEN ÜBER DIE OPORTUNITÄT DES GLEITDRUCKBETRIEBS DER ENERGETISCHEN BLÖCKE

Es wurde eine Berechnungsmethode zur wirtschaftlichen Vergleichung des Betriebes der 330 MW Blöcke, mit Fest-oder Gleitdruck ausgearbeitet und für verschiedere Anfangsbedingungen angewendet. Der Gleitdruckbetrieb erweist sich als vorteilhaft.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 291—293, 1973

ST. PETRESCU

536.71

STUDY OF THE GAS-GAS INTERACTION WITH FINITE VELOCITY IN THE CASE OF FLOW PROCESSES

The author studies the influence of the finite velocity of the expansion process in nozzles on the evolution of this process, as concerns the irreversibility caused by the normal nonequilibrium interaction of the gas-gas type.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 299—312, 1973

B. POPA, N. CÂRPEANU

536.24

BEITRÄGE ZUR OPTIMALEN BEMESSUNG DER FLOSSENROHRE. DIE VOLUMMÄSSIGE WIRKUNGSZAHL

Die Wärmeaustauschkörper verwenden in einer Vielzahl von Fällen Rohre mit aktiven Wärmeaustauschflächen.

Mit dem Anwachsen des äusseren Halbmessers der Flosse ist der Wärmeaustausch weniger wirksam. Dieser Effekt wird augenscheinlich durch die Berechnung der Verhältnisse der globalen Wärmebewegungszahl zur aktiven Fläche und der volummässigen Wirkungszahl K_v zum Rauminhalt des aktiven Materials.

In dem Aufsatz wird die Abhängigkeit des optimalen Flossendurchmessers d_0 von dem Durchmesser des flachen Teiles d_1 angegeben.

Der Begriff des volummässigen Wirkungszahl K_v bietet die Möglichkeit zur Durchführung von technisch-ökonomischen Vergleichsrechnungen für verschiedene Typen von Flossenrohren.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 313—326, 1973

C. A. VASILESCU, T. TURCOIU

621.515

L'ÉTUDE DES CONDITIONS D'ADAPTATION DU TURBOCOMPRESSEUR COMPTE TENU DE L'AUGMENTATION DE LA PRESSION DE SURALIMENTATION

On utilise un modèle du cycle semi-réel du moteur à allumage par compression pour le calcul des conditions théoriques d'adaptation du turbocompresseur. On a fait varier les paramètres : taux de compression ε, coefficient d'excédent d'air α, pression de suralimentation p_s, avance au dégagement de la chaleur θ_i, durée du processus de dégagement de la chaleur θ_d, forme de la caractéristique du dégagement de la chaleur B, coefficient de balayage φ et rendement global du turbocompresseur η_e pour mettre en évidence les possibilités d'adaptation du groupe turbocompresseur au moteur.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 327—349, 1973

N. STOICA

621.43.044

L'ANALYSE DU DÈVELOPPEMENT DU PROCESSUS DE COMBUSTION PAR L'INTERPRÉTATION DES DIAGRAMMES INDIQUÉS CONSIDÉRANT LA NON-UNIFORMITÉ THERMIQUE

On présente les résultats du calcul du processus de la combustion pour deux chambres de combustion, une dans le piston et l'autre dans la culasse, déterminant expérimentalement le diagramme indiqué et les caractéristiques de la chambre de combustion.

Les calculs sont faits à l'aide d'une méthode tenant compte de la non-uniformité thermique et chimique du fluide pendant le processus de combustion.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 351—361, 1973

B. GRÜNWALD, AL. DANESCU, N. APOSTOLESCU

621.43.05

INLET AND EXHAUST PROCESSES IN A SUPERCHARGED DIESEL ENGINE IN THE CONDITIONS OF THE LIMITATION OF THE EXHAUST GAS TEMPERATURE

The authors study the compound scheme of a compression-ignition engine system (having two superchargers, coolers for compressed air and for exhausted gases, combustion chamber at constant pressure, constant pressure turbine) in order to establish the optimum conditions of the inlet and exhaust processes, keeping the exhaust gas temperature (and the turbine inlet temperature) under a certain limitation. The equations which permit the complete definition of the working fluid state at the beginning of the exhaust process and at the end of the intake stroke, maintaining the mentioned restrictive condition for the turbine inlet gas temperature.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 363—383, 1973

C. JIANU, N. LEMNEANU, M. PETCU

662.61 : 662.68

BURNING OF A LIQUID FUEL JET IN ULTRASONIC FIELD

This paper deals with the experimental study of the liquid jet burning with and without ultrasonic field. The results concerning the thermal and chemical field modifications and the geometrical aspect of the flame show that the burning rate is intensified in ultra sonic field.

Flame characteristics are obtained for different frequences. A theoretical study on the intercorrelations between the ultrasonic field and gasodynamic properties is of help for a better understanding of the results.

St, cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 385—413, 1973

AL. TIMOTIN, A. PANAITESCU

621.3.001

SUR LE CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE PROGRESSIF ET SUR LES FORCES DES FLUIDES CONDUCTEURS EN MOUVEMENT RECTILIGNE ET UNIFORME

On présente le calcul du champ électromagnétique quasi stationnaire progressif dans un fluide conducteur qui se trouve en mouvement rectiligne et uniforme dans deux cas particuliers : le fluide occupe un semi-espace infini et le fluide coule par un canal d'une longueur très grande, à section rectangulaire. On détermine les forces moyennes qui agissent dans la direction du mouvement et perpendiculairement à la direction du mouvement, le pouvoir utile moyen reçu par le fluide et le pouvoir perdu par l'effet Joule-Lenz.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 415—433, 1973

ED. NICOLAU

621.3

SOLUTIONS COMPLEXES DES ÉQUATIONS DE MAXWELL

Dans la première partie de l'article, on étudie les possibilités de réduire le système des équations du champ électromagnétique maxwellien à une seule équation tensorielle-complexe.

Dans la seconde partie on montre la possibilité de construire, en utilisant les résultats précédents, des solutions complexes des équations de Maxwell.

On admet que le milieu est linéaire, homogène, isotrope et non dissipatif.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 453—449, 1973

CEZAR FLUERAȘU

537.311.5

LE CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE HARMONIQUE D'UN CONDUCTEUR SITUÉ À PROXIMITÉ D'UN ÉCRAN CONDUCTEUR PLAN

On détermine le champ électromagnétique d'un conducteur rectiligne parcouru d'un courant alternatif situé à proximite d'un ecran conducteur plan.

Les résultats permettent la détermination des pertes dans l'écran, du coefficient d'écranage et des forces exercées sur le fil et sur l'écran.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 451—469, 1973

M. MARINESCU, ȘT. DOBOȘ

541.135.5 :621.352.6

RÉALISATION DANS LE DOMAINE DES PILES À COMBUSTIBLE

On présente l'importance des recherches concernant les piles à combustible sur le plan mondial, de même que, dans le cadre de l'Institut de l'Energie de l'Académie actuellement ICPET.

On étudie les processus aux électrodes et les critères pour le choix de leur technologie.

On présente les principaux types d'électrodes réalisés, les conditions d'expérimentation et les performances obtenues.

On passe en revue les principaux types de piles à combustible réalisés sur le plan mondial, de même que les perspectives des recherches dans ce domaine.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 471—482, 1973

G. SIMIONESCU

536.2

ELECTRICAL MODELLING OF CONDUCTIVE AND CONVECTIVE HEAT TRANSFER

A study of the electrical modelling of the heat transfer in solid and liquid state is performed. The theoretical basis of the resulting networks is presented. The availability of the method and the assumptions used are presented.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 483—502, 1973

MIOARA ALECU-CĂLUȘIȚĂ

62.50.19

WRITING OF THE DIFFERENTIAL EQUATION SYSTEM CORRESPONDING TO A BLOCK DIAGRAM

The paper furnishes a rule for writing the differential equation system, corresponding to a dynamic system represented by the transfer functions of the component elements of the block diagram.

As state variables, the phase variables of the component elements are chosen. The program written in FORTRAN is presented.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 503—511, 1973

M. PREDA, IOANA DOROBANȚU

621.3.001

GENERAL AND UNITARY TOPOLOGIC FORMULAE FOR THE NETWORK FUNCTION OF MULTIPORTS WITH CONTROLLED SOURCES

This paper presents new general topological formulae for multiport networks with controlled sources of the same nature.

Each of this formulae gives a unique expression for all the network functions.

An important role in these formulae is that of the graph with edges for ports and the passivisation of the sources associated with the multi-port imputs considered in the definition of the network functions.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 513—525, 1973

VL. IONESCU

621.316.7.001

ON THE CONCEPTS OF CONTROL LAW AND STATE ESTIMATION IN THE LINEAR SYSTEM THEORY

In this paper the extended concepts of accessibility/controllability and constructibility/observability related to a terminal variety are discussed. It is shown how the above concepts allow to solve the typical aspects raised by the problem of closed-loop regulation of a linear continuous time-varying system.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 527—551, 1973

L. LUPAȘ

621.316.7.001

ON DESIGNING SUBOPTIMAL LINEAR CONTROLS

This paper deals with the problem of designing suboptimal linear controls for linear time-invariant systems. A method based on designing controls which stabilize linear constant systems on finite time intervals is proposed.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 2, p. 553—558, 1973

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI

Revista „Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: economie energetică, electroenergetică şi electrotehnică, termoenergetică şi termotehnică, sisteme automate în energetică, sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde şi rubricile: recenzii, discuţii, informaţii şi altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări ştiinţifice şi tehnice.

1. *Structura lucrării*

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoştinţelor actuale, va desemna obiectivele şi indica metodele utilizate ;

b) Tratarea (despărţită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate şi va discuta rezultatele, erorile, posibilităţile şi comoditatea aplicării ;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obţinute, limita lor de valabilitate şi aplicaţiile posibile.

2. *Forma lucrării*

a) Lucrările se predau în 3 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenţii.

b) Se vor anexa :

Bibliografia după standardele în vigoare ; desenele pe calc şi tuş, însoţite de cîte două copii şi o listă a titlurilor figurilor ; un rezumat de cinci-şase rînduri în limba română şi la alegere în una din limbile engleză, franceză, germană sau rusă.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internaţională.

d) Volumul lucrării să nu depăşească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacţie : Bucureşti, Şos. Vitan nr. 236, sectorul 2.

1973 JUL 04

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

CONSTANTIN HAIDUC, **Optimizarea parametrilor centralelor nucleare-electrice**, 1970, 322 p., 17,50 lei.

M. Gr. NĂSTASE, **Bazele defectoscopiei radiologice**, 1970, 258 p., 14 lei.

C. PENESCU, VL. IONESCU şi E. ROSINGER, **Sisteme optimale**, 1970, 336 p., 12 lei.

EDMOND NICOLAU, **Sinteza sistemelor radiante**, 1971, 376 p., 22 lei.

C. I. PENESCU, **Sisteme de protecţie de distanţă**, 1971, 624 p., 41 lei.

MARIN ENE, **Metoda mărimilor determinante**, 1971, 228 p., 13 lei.

N. REUS, **Tratarea simbolică a schemelor de comutaţie**, 1971, 270 p., 11 lei.

B. POPA şi V. KASSIAN, **Teoria şi calculul injectoarelor mecanice cu cameră de turbionare**, 1971, 311 p., 21 lei.

EDMOND NICOLAU, **Cîmpuri şi unde electromagnetice**, 1972, 360 p., 21,50 lei.

CĂLIN ADRIAN VASILESCU ş.a. **Corelaţiile dintre combustibilul lichid şi motorul cu ardere internă**, 1972, 336 p., 23,50 lei.

I. A. ADĂMUŢ, **Analiza propagării undelor electromagnetice pe linii în regim tranzitoriu**, 1972, 376 p., 25 lei.

VLAD IONESCU, **Sisteme liniare**, 1973, 228 p., 10 lei.

I. P. Informaţia o. 2694

43 821

Lei 40.—

F 1736

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

3

RM ISSN 0039—3932

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 565—830, Bucureşti, 1973

COMITETUL DE REDACȚIE

Redactor responsabil:

Prof. dr. docent REMUS RĂDULEȚ, membru al Academiei Republicii Socialiste România

Redactor responsabil adjunct:

Prof. dr. docent G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România

Membri:

Prof. dr. docent A. AVRAMESCU, membru al Academiei Republicii Socialiste România
Prof. dr. docent C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Prof. dr. docent M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Dr. inginer V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Prof. dr. docent V. PIMSNER
Prof. dr. docent C. A. VASILESCU
Prof. dr. ing. C. APETREI
Prof. dr. ing. AL. TIMOTIN
Conf. dr. ing. A. MORARU
Dr. ing. D. GRECOV
Ing. CS. NAGY

Secretar științific de redacție:

Dr. ing. ECATERINA ARIE

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 160 de lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la Întreprinderea „Rompresfilatelia", Căsuța poștală 2001, București, România, sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență, se trimit la Comitetul de redacție, pe adresa: BUCUREȘTI, Șos. Vitan, nr. 236.

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
BUCUREȘTI, STR. GUTENBERG NR. 3 BIS, SECTORUL 6

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 23, nr. 3 1973

SUMAR

Economie energetică

N. LICIU, SORA MANEA şi M. COMŞA, Aspecte ale evoluţiei consumului de energie în cadrul prognozării dezvoltării energeticii în R.S. România 567
V. CARACUDOVICI şi ZENI MARINESCU, Asupra folosirii indicatorilor valorici ai producţiei industriale în exprimarea normelor de consum specific de energie . . . 583

Termoenergetică şi termotehnică

C. HAIDUC, V. VINIŢCHI, P. VIDICAN, ELENA ISBĂŞESCU, D. BERCOVICI şi JANINA ADAMEŞTEANU, Cercetări experimentale asupra procesului de convecţie forţată a apei în modele de casete de reactor nuclear energetic 591
C. NEAGA, Corelaţie între gradul de recirculare şi diametrul particulei în procesul de ardere a cărbunelui pulverizat 599
V. V. GHIA şi A. PĂLTÎNEA, Influenţa caracteristicilor combustibilului asupra căldurii recuperate la cuptoare pentru preîncălzirea aerului de ardere 617
N. PĂNOIU, Asupra funcţionării morilor-ventilator la măcinarea huilei 635
AL. DĂNESCU, N. APOSTOLESCU şi B. GRÜNWALD, Determinarea diagramei indicate a unui motor diesel supraalimentat în condiţiile limitării solicitărilor mecanice şi a temperaturii gazelor arse la evacuare 649
V. VINIŢCHI, Asupra unor efecte termoelectrice în solide cu geometrie sau dimensiune neuniformă supuse unui gradient de temperatură 669

Electroenergetică şi electrotehnică

J. CONSTANTINESCU, Metodă de analiză a sistemelor electrice prin descompunere în subreţele 675
HERMINA ALBERT, Comanda operativă ierarhizată a sistemului energetic 693
ECATERINA ARIE, M. POMÂRLEANU, LIA BEJUSCU şi M. BOTGROS, Determinarea rezervei de stabilitate statică a sistemelor electroenergetice complexe . . . 709

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 565—830, 1973

S. IONESCU, A. CRISTOVICI și ADRIANA BOGDAN, Regimuri admisibile de funcționare și scheme echivalente ale autotransformatoarelor de 400/231 kV 729
FATHY AL-DAKHAKHNY și G. DRĂGAN, Determinarea analitică a supratensiunilor la conectarea liniilor în gol reprezentate prin parametri concentrați 759
I. RĂDUCAN și D. CÎRSTEA, Determinarea forțelor electrodinamice la scurtcircuit brusc în transformatoare de putere utilizînd calculatorul cifric 769
C. I. MOCANU, Schemele magnetice echivalente în regimuri cvasistaționare permanente și tranzitorii ale armăturilor și miezurilor lamelate ale bobinelor 783
G. RULEA, Propagarea cîmpului electromagnetic în galeria de mină 797

Sisteme automate în energetică

D. MIHOC și LUCIA PANTELIMON, Considerații privind studiul parametric al influenței regulatorului automat de viteză asupra reglajului frecvență-putere activă . . 817

Recenzie 825

Material documentar 827

ASPECTE ALE EVOLUȚIEI CONSUMULUI DE ENERGIE ÎN CADRUL PROGNOZĂRII DEZVOLTĂRII ENERGETICII ÎN R.S. ROMÂNIA

N. LICIU, SORA MANEA și M. COMȘA

620.9

Se analizează unele aspecte ale evoluției consumului de energie al țării noastre pentru ultimii 20 de ani prin prisma necesităților practice ale prognozării dezvoltării energeticii pe termen lung și ținînd seama de informațiile statistice disponibile. Sînt folosite în acest scop seriile dinamice ale consumului de energie, corelația dintre evoluția acestuia și dinamica producției industriale, precum și diferite observații deduse prin analogie cu dezvoltarea energoeconomică a altor țări.

1. CONSIDERAȚII INTRODUCTIVE

Energia, sub diferitele sale forme și purtători, are un rol deosebit în dezvoltarea societății și în îmbunătățirea calității vieții, fiind necesară astăzi ca :

— energie pentru creșterea economică, permițînd dezvoltarea producției, crearea unor noi locuri de muncă și extinderea serviciilor ;

— energie pentru productivitate, ceea ce în ultimă instanță înseamnă a lucra mai puțin pentru a obține aceleași rezultate sau a depune același efort la realizarea unei producții mai mari ;

— energie pentru comoditate, care permite înzestrarea fiecărei gospodării — și nu numai a gospodăriilor — cu numeroase aparate utilizatoare de energie, sporind astfel gradul de confort și asigurînd condiții mai bune de odihnă și de recuperare a forțelor ;

— energie pentru supraviețuire, incluzînd aici consumul industriilor producătoare de înlocuitori ai unor resurse naturale deficitare, consumul pentru control și reducerea poluării mediului înconjurător, pentru reciclarea reziduurilor etc.

Toate acestea arată importanța ce trebuie să se acorde în prezent dezvoltării energeticii în vederea satisfacerii optime a cererilor de energie

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 567—581, 1973

ale consumatorilor; în acest context, cunoaşterea evoluţiei consumului de energie reprezintă unul dintre elementele esenţiale pentru fundamentarea unei politici energetice de perspectivă.

Pornind de la necesităţiie practice, de la sarcinile actuale privind prognozarea dezvoltării energeticii româneşti şi de la importanţa susamintită a factorului consum de energie, se prezintă o analiză a unor aspecte ale evoluţiei sale în ultimele două decenii, desprinzîndu-se cîteva tendinţe şi caracteristici ce trebuie să fie considerate în studiile de prognoză a consumului de energie din ţara noastră.

Din nefericire, o atare analiză este îngreuiată de penuria de date statistice concludente asupra diferitelor consumuri de energie, de inexistenţa unei succesiuni de balanţe energetice detaliate *), aşa cum sînt întocmite în numeroase ţări, precum şi de faptul că formele de energie „necomerciale", care sînt numai foarte aproximativ evaluate, au deţinut o pondere importantă în consumul total de energie al ţării noastre. Totodată, se cuvine să amintim că analiza evoluţiei consumului de energie primară este mai dificilă decît în cazul energiei electrice, întrucît energia primară se prezintă sub diferite forme şi purtători a căror echivalare reprezintă o sursă importantă de erori.

Aceste dificultăţi îşi pun amprenta şi asupra metodelor posibil şi raţional a fi utilizate în prognozarea evoluţiei consumului de energie. Astfel, deşi, teoretic vorbind, se cunosc numeroase metode de proiectare a evoluţiei consumului de energie, dintre care unele deosebit de elaborate, cum ar fi, de exemplu, întocmirea unor balanţe *input-output* cu ajutorul cărora să se proiecteze coeficienţii energotehnologici ai balanţelor energetice viitoare, metodă utilizată în Anglia [1], considerăm că, cel puţin într-o primă etapă, nu se justifică folosirea unor metode de un asemenea rafinament. În consecinţă, avînd în vedere evantaiul de metode de prognoză utilizabile şi baza de informaţii disponibilă în prezent, apreciem că în condiţiile ţării noastre pentru prognozarea consumului de energie cele mai indicate rămîn metodele globale de extrapolare a tendinţelor manifestate în perioada de referinţă, ţinînd seama de unele analogii rezultate din analiza dezvoltării energoeconomice în trecut şi în viitorul apropiat a ţărilor mai avansate din punct de vedere economic, precum şi cu considerarea opţiunilor privind strategia de dezvoltare economică a ţării noastre. Aceste metode reprezintă un instrument simplu, dar eficient dacă nu este aplicat în mod mecanic, ci pe baza unei temeinice analize a diferitelor influenţe care se exercită asupra evoluţiei consumului de energie. Desigur, alegerea metodelor este condiţionată şi de orizontul pentru care se face prognoza — în cadrul studiului întreprins avîndu-se în vedere viitorii 20—30 de ani —, precum şi de ritmul deosebit de înalt de creştere economică existent şi prevăzut pentru ţara noastră, ritm echivalent sui-generis cu o îndepărtare a orizontului considerat.

Aceste metode de extrapolare nu au, cum ar putea părea la o examinare superficială, un caracter pur explorativ, întrucît în cazul corelaţiilor evoluţia indicatorului economic cu care se corelează creşterea consumului

*) În ţara noastră au fost totuşi întocmite, după o metodologie elaborată în Institutul de energetică al Academiei R.S. România, balanţe energetice detaliate pentru anii 1959 şi 1966, iar ulterior, în cadrul Direcţiei Centrale de Statistică, pentru anul 1969.

de energie și care este o mărime exogenă pentru studiile de prognoză energetică poate fi normată.

Este de menționat și faptul că orizontul pentru care se dorește efectuarea prognozei nu coincide în mod obligatoriu cu orizontul posibil de examinat printr-o anumită metodă și în condițiile unei anumite baze statistice disponibile.

Aceasta determină o dată în plus utilizarea corelată a mai multor metode, permițînd creșterea gradului de probabilitate al prognozelor obținute.

2. ANALIZA DINAMICII CONSUMULUI DE ENERGIE

Utilizarea corectă a metodei extrapolării dinamicii consumului de energie presupune stabilirea judicioasă a cel puțin două caracteristici importante ale seriei, și anume :

— un interval concludent de referință ;

— o clasă de modele matematice care să aproximeze cît mai fidel evoluția acestui consum într-o perioadă suficient de lungă.

Aceste două elemente au o contribuție hotărîtoare și în stabilirea fundamentată a orizontului posibil de considerat în cazul utilizării acestei metode, astfel încît rezultatele ce se obțin să aibă un nivel de probabilitate acceptabil.

În ceea ce privește lungimea intervalului de referință este necesar să se evite utilizarea unor perioade de bază prea scurte, dar în același timp și folosirea unei perioade oricît de lungi, în sensul că în mod evident informațiile privind evoluția din perioada trecută își pun amprenta asupra evoluției viitoare cu atît mai puțin cu cît se referă la ani mai îndepărtați de momentul care delimitează cele două perioade. De aceea, mai ales în cazul utilizării unor modele exponențiale, este necesar să se examineze în ce măsură informațiile din anii mai îndepărtați au încă o influență semnificativă asupra valorilor de prognoză. Menționăm că nici ponderarea informațiilor din intervalul de referință, care a fost încercată în trecut de autori [2], deși în mod formal echivalează cu extinderea perioadei de bază, nu aduce un avantaj esențial, întrucît stabilirea ponderilor se face empiric.

Este necesar să subliniem că și alegerea modelului matematic care să aproximeze evoluția din perioada de referință se face încă necorespunzător. După cum este cunoscut, această alegere trebuie făcută în prezența a două cerințe contradictorii : pe de o parte, funcția aleasă trebuie să aproximeze cît mai fidel evoluția considerată și, pe de altă parte, modelul adoptat trebuie să aibă o expresie cît mai simplă.

Criteriile elaborate în acest scop (începînd cu primul criteriu al lui Gauss și pînă la cele mai recente), deși încearcă să reconcilieze cele două cerințe, nu reușesc încă s-o facă în mod satisfăcător. Considerăm că în prezent, cu ajutorul calculatoarelor, a devenit posibilă efectuarea unor progrese în această direcție. Astfel, un prim pas a constat într-o inventariere a principalelor tipuri de modele utilizabile, întocmindu-se subrutine de calcul pentru fiecare dintre acestea, subrutinele corespunzătoare putînd

fi activate la cerere în cadrul unui program special de conectare. Cu acelaşi program se pot face şi calcule, utilizînd diferite perioade de bază din seria de date disponibilă.

Un al doilea pas ar urma să fie făcut în sensul trecerii de la alegerea modelului matematic, bazată în principal pe compararea dintre reprezentarea grafică a evoluţiei reale a mărimii studiate şi graficul teoretic al funcţiei, la selectarea modelelor prin compararea a patru perechi de reprezentări grafice, respectiv ale graficelor funcţiei $y(t)$, derivatei sale $y'(t)$, derivatei relative $y'_r(t)$ şi funcţiei de elasticitate $e(t)$, cu cele obţinute pe baza şirurilor de valori $y(t_i)$, $y'(t_i)$, $y'_r(t_i)$ şi $e(t_i)$, care le aproximează în cazul concret studiat pe baza expresiilor [3]

$$y'(t_i) = \frac{\mathrm{d}y_i}{\mathrm{d}t_i} = \frac{y_i - y_{i-1}}{t_i - t_{i-1}}, \quad (i = \overline{2, n})$$

$$y'_r(t_i) = \frac{1}{y_i}\frac{\mathrm{d}y_i}{\mathrm{d}t_i} = \frac{1}{y_i}\frac{y_i - y_{i-1}}{t_i - t_{i-1}},$$

$$e(t_i) = \frac{t_i}{y_i}\frac{\mathrm{d}y_i}{\mathrm{d}t_i} = \frac{t_i}{y_i}\frac{y_i - y_{i-1}}{t_i - t_{i-1}}.$$

Cele patru reprezentări grafice ar putea fi vizualizate de calculator împreună cu graficele teoretice memorizate în prealabil, permiţînd astfel specialistului să aleagă mai judicios modelul matematic corespunzător evoluţiei procesului analizat.

Procedeul poate fi utilizat şi pentru regresii, prin înlocuirea variabilei independente t cu indicatorul de corelare. În acest ultim caz se evită şi eventualele erori cauzate de reprezentarea la scări diferite a indicatorilor ce se corelează.

Din analiza figurii 1, în care este redată evoluţia consumului de energie al ţării noastre (W) în perioada 1950—1970, se observă că pot fi distinse două etape, caracterizate prin ritmuri de creştere deosebite ale acestui consum, respectiv perioadele 1950—1960 şi 1961—1970, evoluţia din cadrul fiecărei etape putînd fi ajustată suficient de precis cu ajutorul unei funcţii liniare iar dinamica pe întreaga perioadă fiind, desigur, aproximată mai fidel de o curbă de tip parabolic.

Aceste remarce rezultă mai pregnant din tabela 1, în care sînt indicate rezultatele obţinute din aproximări.

Tabela 1

Ajustarea dinamicii consumului de energie al R. S. România în perioada 1950—1970

Relaţia matematică	Perioada de bază	Abaterea standard (%)
$W = 21{,}06 + 5{,}621\ t$	1950—1960	2,86
$W = -103{,}29 + 13{,}163\ t$	1961—1970	2,35
$W = -9{,}6 + 8{,}59\ t$	1950—1970	10,58
$W = 57{,}82 - 2{,}149\ t + 0{,}358\ t^2$	1950—1970	3,97

$W = 100$ în 1960; $t = 0$ în 1945.

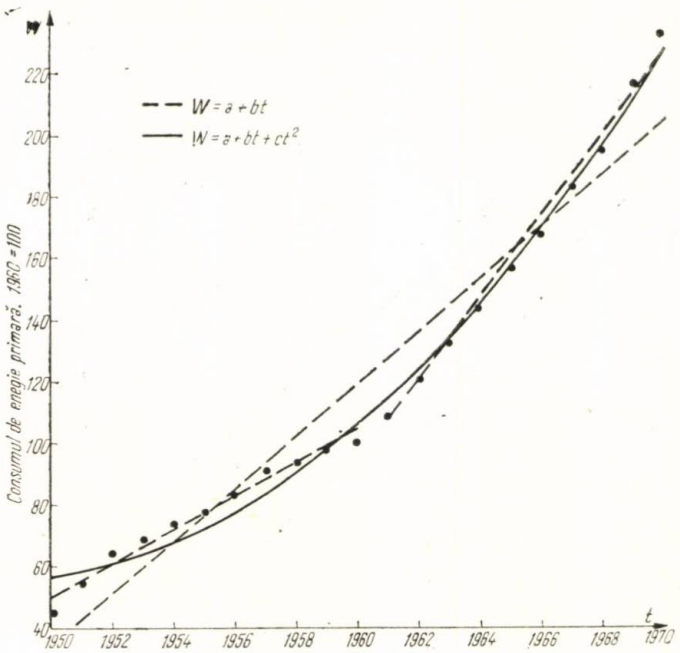


Fig. 1. — Evoluția consumului de energie primară al R.S. România în perioada 1950—1970.

Pentru a vedea dacă această evoluție în etape, constatată în cazul țării noastre, este o caracteristică intrinsecă a dinamicii consumului de energie al unei țări sau are un caracter particular generat de condițiile specifice ale R.S. România, s-a analizat dinamica acestui consum în perioada 1950—1970 pentru un număr de 34 de țări aflate în diferite stadii de dezvoltare economică. S-a urmărit de asemenea indicatorul consum de energie pe locuitor pentru fiecare dintre aceste țări la începutul și la sfîrșitul perioadei analizate, spre a vedea cu ce interval din evoluția trecută sau viitoare a consumului de energie al țării noastre este corespondentă perioada respectivă. În urma analizei s-a conchis că pentru situația examinată nu este sesizabilă o astfel de evoluție etapizată *. La o concluzie similară s-a ajuns și pe baza analizei evoluției consumului de energie al S.U.A. ** în perioada 1920—1969 *** (menționăm că un consum pe locuitor asemănător cu cel realizat de S.U.A. în 1970 se apreciază că se va înregistra în țara noastră în jurul anului 1995).

* Dacă se extinde analiza la un interval de timp foarte lung (în care, de exemplu, consumul de energie pe locuitor crește de la 100 kg c.c. la 12 000), se poate considera că în evoluția consumului de energie pot fi distinse cîteva etape, corespunzătoare diferitelor stadii de dezvoltare socioeconomică.

** S-a analizat evoluția consumului de energie pentru S.U.A., întrucît pentru această țară a fost disponibilă o serie statistică mai lungă, influențată în mai mică măsură de efectele celui de-al doilea război mondial.

*** Menționăm că valorile consumului de energie considerate în calcule conțin și lemnele de foc, deoarece, într-o primă perioadă, acestea au contribuit într-o pondere importantă la acoperirea necesarului de energie.

Din figura 2, în care este reprezentată această evoluţie, şi din tabela 2, care conţine rezultatele calculelor, se observă că pe ansamblu dinamica are o alură curbilinie iar în cadrul unor perioade mai scurte, de exemplu de 20 de ani, evoluţia poate fi ajustată suficient de precis cu ajutorul unor funcţii liniare (calitatea mai scăzută a ajustării din primele două perioade se datorează variaţiilor conjuncturale cauzate în special de criza economică din 1930).

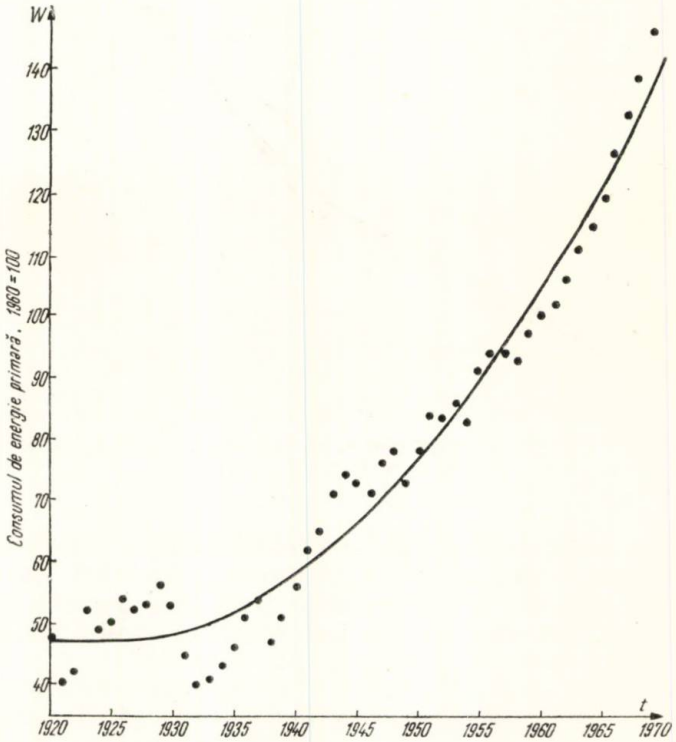


Fig. 2. — Evoluţia consumului de energie primară în S.U.A. pentru perioada 1920—1969.

Tabela 2

Analiza ajustării consumului de energie primară din S.U.A. în perioada 1920—1969

Relaţia matematică	Perioada de bază	Abaterea standard %
$W = 47{,}60 + 0{,}052\ t$	1920—1939	10,22
$W = 8{,}80 + 2{,}029\ t$	1930—1949	8,60
$W = 14{,}89 + 1{,}869\ t$	1940—1959	3,54
$W = -41{,}21 + 3{,}268\ t$	1950—1969	5,13
$W = 20{,}83 + 1{,}836\ t$	1920—1969	13,30
$W = 51{,}07 - 0{,}859\ t + 0{,}0457\ t^2$	1920—1969	6,97
$W = 100$ pentru 1960 ; $t = 0$ pentru 1915.		

Pe baza celor de mai sus și ținînd seama de strategia de dezvoltare a țării noastre, se poate admite că evoluția consumului de energie în R.S. România pînă la nivelul anilor 1985—1990 nu va prezenta vreo schimbare de trend, putînd fi aproximată prin funcția polinomială

$$W = 57{,}82 - 2{,}149\, t + 0{,}358\, t^2, \qquad (1)$$

stabilită considerînd drept perioadă de bază intervalul 1950—1970.

Întrucît se poate aprecia că evoluția consumului de energie pe locuitor are practic aceeași tendință ca și evoluția consumului total, dinamica sa poate fi descrisă de asemenea cu o relație de forma (1). Expresia matematică corespunzătoare, dedusă utilizînd drept perioadă de bază intervalul 1950—1970, este

$$w = 847{,}8 - 15{,}96\, t + 3{,}996\, t^2.$$

3. ANALIZA CORELAȚIEI DINTRE EVOLUȚIA CONSUMULUI DE ENERGIE ȘI DINAMICA PRODUCȚIEI INDUSTRIALE

Pornind de la faptul că industria este principalul consumator de energie, dezvoltarea sa (caracterizată în principal prin creșterea indicatorului producția industrială) influențînd în mare măsură evoluția consumului de energie al țării, a fost analizată corelația dintre dinamicile acestor doi indicatori. A fost preferată corelația cu indicatorul producție industrială și deoarece pentru acesta se dispune de o evidență statistică mai bună decît pentru alți indicatori ce ar putea veni în considerare. Figura 3 prezintă această corelație pentru România, corespunzător perioadei 1950—1970.

La fel ca în cazul seriilor dinamice, este necesar a cunoaște evoluția acestei corelații pe o perioadă suficient de lungă. În plus, trebuie să ne asigurăm că legătura analizată are un caracter neîntîmplător (ceea ce este evident în acest caz) și să cercetăm cît de strînsă este corelația celor doi indicatori.

Din analiza figurii 4 și a tabelei 3, care conțin informații referitoare la corelația dintre consumul de energie și producția industrială din perioada 1955—1970 * pentru mai multe țări, se observă că între indicatorii corelați există o legătură strînsă, coeficienții de corelație depășind în marea majoritate a cazurilor valoarea de 0,98. Se remarcă de asemenea că panta dreptei de corelație este destul de diferită de la țară la țară în funcție de rezultanta acțiunii a mai mulți factori, cum ar fi ponderea industriei în consumul total de energie, structura și gradul de energointensivitate al acesteia, felul resurselor energetice consumate etc. În general însă se poate aprecia că au pantă mai mare dreptele reprezentînd corelații din țările în care industria are o pondere mai mică în ansamblul economiei

* Datele din perioada 1955—1970 se referă la consumul surselor comerciale de energie așa cum este publicat în statisticile O.N.U. și care actualmente, în special în țările dezvoltate, acoperă marea majoritate a necesarului de energie.

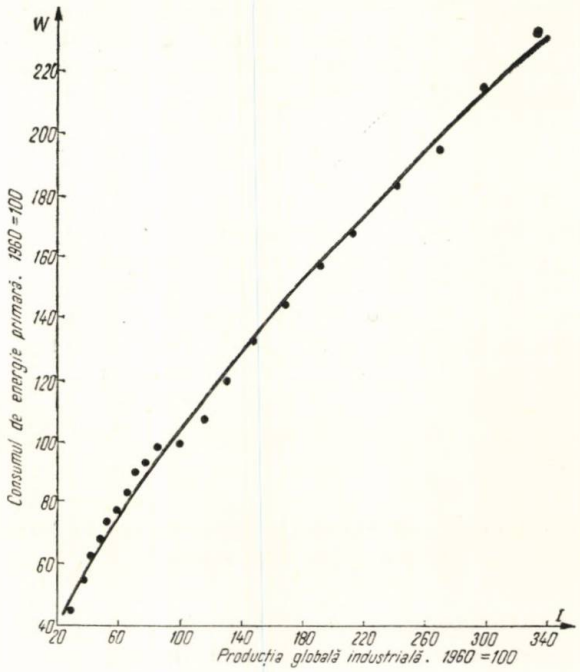


Fig. 3. — Corelaţia dintre consumul de energie primară şi producţia industrială în R.S. România pentru perioada 1950—1970.

naţionale, ceea ce sugerează că analiza figurii 4 trebuie făcută în paralel cu examinarea structurii consumului de energie pe ramuri ale economiei naţionale din diferitele ţări considerate.

Totodată, din tabelă şi din figură se mai poate observa că funcţia liniară ajustează destul de precis evoluţia din perioada de bază, remarcîndu-se însă la unele ţări, printre care şi România, o tendinţă de micşorare a coeficientului unghiular al dreptei, cu alte cuvinte o evoluţie după o funcţie cu o uşoară concavitate.

În scopul obţinerii unor informaţii suplimentare în legătură cu tendinţa generală de evoluţie, s-a analizat pentru o perioadă suficient de lungă (1920—1969) consumul de energie în corelaţie cu producţia industrială pentru S.U.A. *, corelaţie prezentată în figura 5.

Se remarcă faptul că evoluţia este foarte apropiată de o dreaptă, dar, aşa cum rezultă din tabela 4, în cazul calculării acesteia pe perioade lisante de 20 de ani, se înregistrează o tendinţă de scădere a pantei dreptei de corelaţie, ceea ce a sugerat ajustarea evoluţiei şi cu o funcţie care să ţină seama de această tendinţă. Funcţia aleasă a fost de forma

$$W = a + b\, I^{\alpha}. \tag{2}$$

* Motivele alegerii perioadei şi a ţării sînt aceleaşi ca în cazul analizei seriilor de timp şi au fost expuse în paragraful anterior.

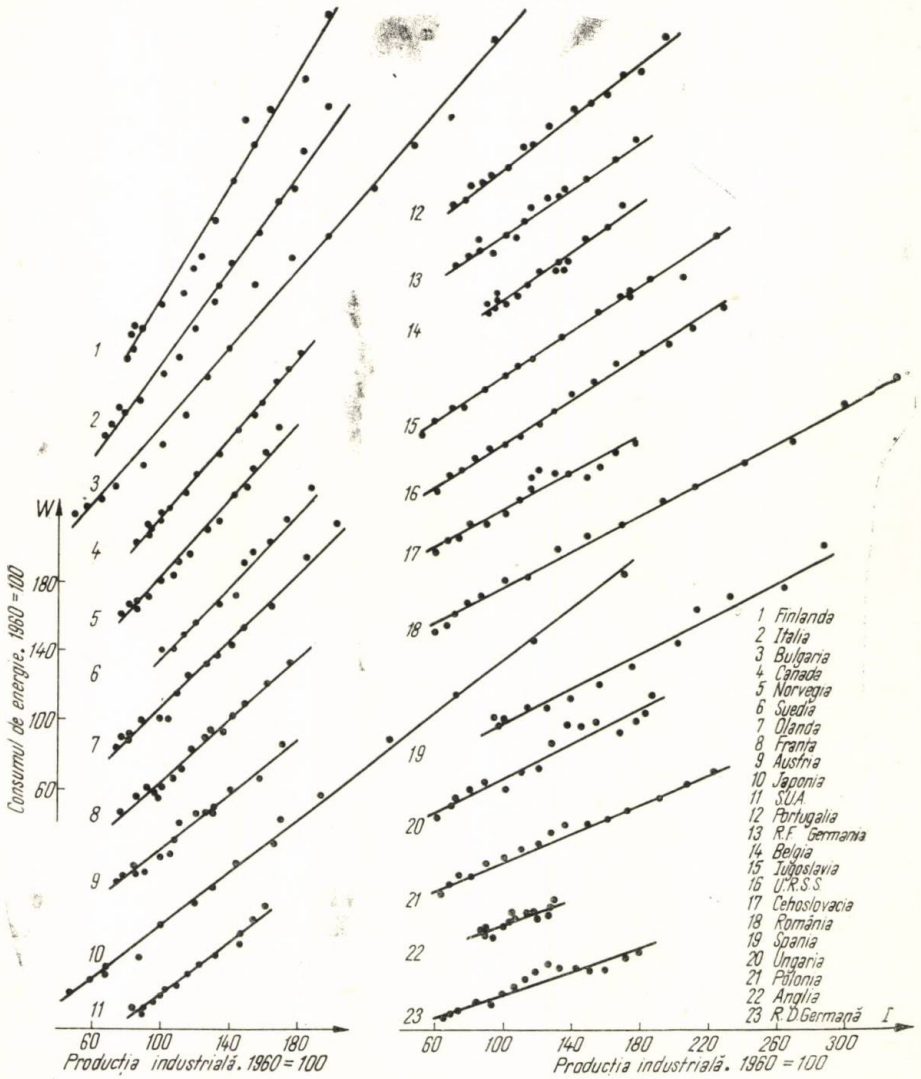


Fig. 4. — Corelația dintre consumul de energie și producția industrială din perioada 1955—1970.

Scăderea pantei de corelație din ultima perioadă (1950—1969) a fost, într-o oarecare măsură, atenuată de creșterea mai rapidă a consumului de energie din ultimii trei ani, datorită, așa cum se arată în [4], următoarelor cauze: importanța crescîndă a consumului de combustibili pentru utilizări neenergetice, o stabilizare în ameliorarea adusă randamentului termic al centralelor electrice și importanța crescîndă a consumului de energie pentru condiționarea aerului și încălzitul electric.

În cadrul lucrării, cu toate lacunele statisticilor energetice din țara noastră, s-a încercat și o sumară analiză a evoluției acestei corelații, pornind de la dependențele similare la nivelul ramurilor economiei, respectiv ale industriei.

Tabela 3

Corelația dintre consumul de energie și producția industrială în perioada 1955—1969

Țara	Relația matematică	Coeficient de corelație	Abaterea standard %
1. Finlanda	$W = -60{,}92 + 1{,}651\ I$	0,983	7,27
2. Italia	$W = -30{,}44 + 1{,}366\ I$	0,994	4,37
3. Canada	$W = -15{,}35 + 1{,}135\ I$	0,999	1,44
4. Bulgaria	$W = -3{,}08 + 1{,}133\ I$	0,993	5,83
5. Norvegia	$W = -8{,}85 + 1{,}111\ I$	0,994	2,92
6. Suedia	$W = -10{,}59 + 1{,}055\ I$	0,986	3,14
7. Olanda	$W = 9{,}24 + 0{,}971\ I$	0,991	3,44
8. Franța	$W = 13{,}12 + 0{,}902\ I$	0,987	2,98
9. Austria	$W = 25{,}24 + 0{,}788\ I$	0,982	3,27
10. Japonia	$W = 21{,}51 + 0{,}785\ I$	0,999	2,40
11. S.U.A.	$W = 22{,}04 + 0{,}780\ I$	0,993	2,14
12. Portugalia	$W = 28{,}59 + 0{,}731\ I$	0,995	2,34
13. R. F. Germania	$W = 35{,}29 + 0{,}672\ I$	0,987	2,98
14. Belgia	$W = 36{,}32 + 0{,}671\ I$	0,975	2,86
15. Iugoslavia	$W = 34{,}03 + 0{,}647\ I$	0,994	2,86
16. U.R.S.S.	$W = 37{,}48 + 0{,}635\ I$	0,996	2,29
17. Cehoslovacia	$W = 49{,}61 + 0{,}537\ I$	0,955	4,80
18. România	$W = 45{,}27 + 0{,}524\ I$	0,997	2,45
19. Spania	$W = 45{,}89 + 0{,}513\ I$	0,984	3,98
20. Ungaria	$W = 57{,}91 + 0{,}490\ I$	0,955	5,13
21. Polonia	$W = 56{,}66 + 0{,}420\ I$	0,991	2,31
22. Anglia	$W = 67{,}11 + 0{,}335\ I$	0,903	2,22
23. R.D.G.	$W = 68{,}17 + 0{,}331\ I$	0,930	4,00

$W = I = 100$ în 1960.

Observație. Țările sînt aranjate în ordinea descrescîndă a pantei drepte de corelație.

În consumul intern de energie, ponderea industriei reprezintă pentru țara noastră aproximativ 75% și se poate estima că, deși are o tendință de scădere pînă în 1980—1990, această pondere nu se va reduce substanțial, industria rămînînd astfel principalul consumator de energie.

Producția industrială și consumul de energie al industriei R.S. România s-au dezvoltat în ultimii douăzeci de ani, cu ritmuri diferite, de aproximativ 13% și, respectiv, 10% pe an, creșterea consumului de energie al industriei rămînînd deci în urma dezvoltării producției. Expresia acestei dezvoltări diferite a fost o scădere a consumului specific de energie al industriei, înțelegînd prin aceasta raportul dintre consumul de energie și volumul producției industriale. Examinînd economiile țărilor dezvoltate, se remarcă faptul că și acestea sînt caracterizate în principiu printr-o scădere a energointensivității producției.

Modificarea consumului specific de energie al industriei se datorează în principal influenței a doi factori:

— creșterea diferită a producției industriale în ansamblu și a ramurilor considerate separat (efectul de structură a industriei);

— modificările consumului specific de energie în diferitele ramuri industriale (dezvoltarea tehnică a ramurilor).

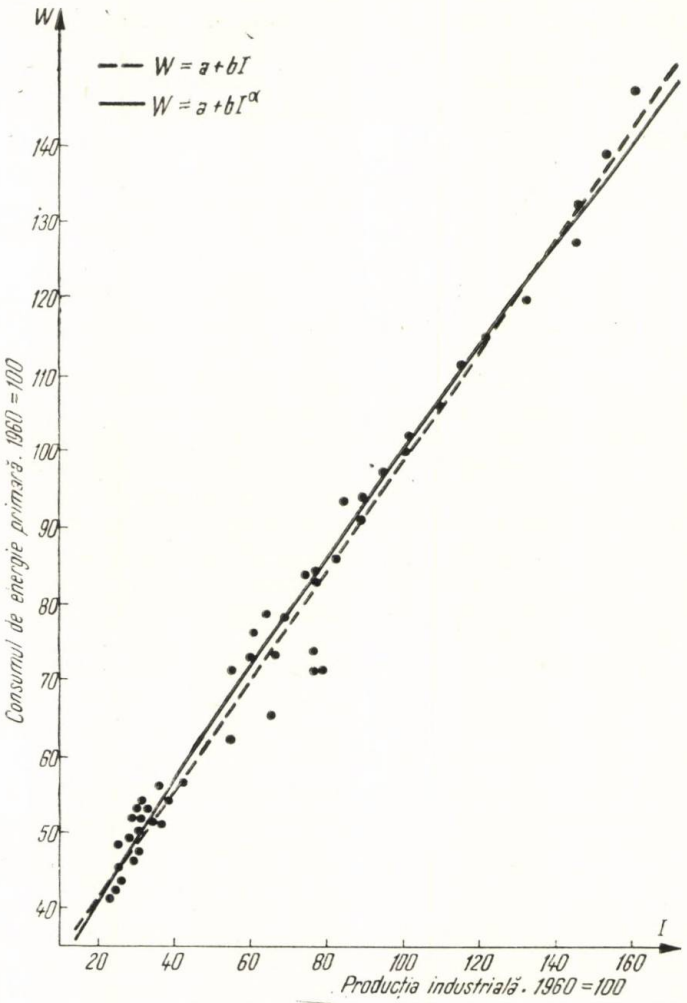


Fig. 5. — Corelația dintre consumul de energie primară și producția industrială pentru S.U.A. în perioada 1920—1969.

Tabela 4

Analiza corelației dintre consumul de energie și producția industrială pentru S.U.A. din perioada 1920—1969

Relația matematică	Perioada de bază	Coeficient de corelație	Abaterea standard %
$W = 27{,}44 + 0{,}72\ I$	1920—1969	0,992	4,72
$W = 24{,}15 + 0{,}844\ I$	1920—1939	0,882	4,83
$W = 26{,}15 + 0{,}732\ I$	1940—1959	0,905	5,98
$W = 30{,}3 + 0{,}701\ I$	1950—1969	0,994	1,97
$W = 22{,}52 + 1{,}226\ I^{0.9}$	1920—1969	0,992 *)	4,88

$W = I = 100$ pt 1960.

*) Indice de corelație.

Referindu-ne la situaţia din ţara noastră, se observă că la nivelul anului 1970 numai în trei ramuri ale industriei — metalurgie, chimie şi extractivă — s-a consumat jumătate din necesarul de energie al industriei, cu toate că ponderea acestor ramuri în producţia globală industrială nu reprezintă decît 27%.

Diminuarea consumului specific de energie al industriei de la aproximativ 0,23 la 0,16 t c.c./1 000 de lei în perioada 1960—1970 se datorează influenţei atît a efectului de structură, cît şi a dezvoltării tehnice a ramurilor industriei.

Dacă se consideră ansamblul industriei, se constată că influenţa dezvoltării tehnice este preponderentă pentru reducerea consumului specific industrial de energie, efectului de structură revenindu-i un rol minor. Aceasta înseamnă că modificările considerabile din structura producţiei industriale produse în ultimele două decenii nu au avut o influenţă importantă asupra consumului industrial de energie. Astfel o analiză separată a celor mai importante ramuri industriale evidenţiază faptul că ramurile energointensive metalurgie şi industrie extractivă, care împreună au un ritm de creştere mai scăzut decît cel al ansamblului industriei, produc un efect de structură negativ, dar acest efect este compensat de creşterea mai rapidă a unei ramuri la fel de energointensivă, industria chimică. Dezvoltarea tehnică a ramurilor a avut, în schimb, o influenţă importantă în sensul scăderii consumului specific de energie, în toate ramurile industriale. În mod deosebit trebuie menţionat că în chimie dezvoltarea tehnică a ramurii reuşeşte să compenseze efectul negativ de structură datorat subramurilor acestei industrii şi, în acelaşi timp, să contribuie la scăderea consumului specific de energie pe ansamblul industriei.

În consecinţă, prognoza dificilă a evoluţiei structurale a industriei pierde din importanţă pentru estimarea consumului viitor de energie cel puţin atît timp cît industria chimică, deosebit de energointensivă, prezintă ritmuri de creştere superioare mediei tuturor ramurilor industriei. Dezvoltarea tehnică a ramurilor influenţează însă mai mult asupra evoluţiei consumului de energie. Fără a analiza mai profund condiţiile tehnico-economice ale producţiei diferitelor ramuri ale industriei, se poate totuşi considera că diminuarea consumului specific de energie datorită acestui factor va scădea treptat, întrucît potenţialul pentru economisirea energiei în unele sectoare de producţie este în parte epuizat, anumite modificări tehnologice putînd chiar conduce în unele subramuri la consumuri de energie sporite.

Din cele de mai sus se poate desprinde concluzia că între creşterile consumului de energie şi ale producţiei industriale există o corelaţie strînsă, a cărei alură este apropiată de dreaptă. Ţinînd însă seama de accentul ce se pune în ţara noastră pe reducerea consumurilor specifice, se poate aprecia că dinamica în perspectivă a consumului de energie în corelaţie cu dezvoltarea producţiei industriale a R.S. România poate fi aproximată printr-o funcţie de forma (2), care, în acelaşi timp, asigură o mai bună ajustare a evoluţiei corelaţiei din perioada trecută.

Utilizînd intervalul de referinţă 1950—1970, calculele au condus la următoarele expresii ale funcţiilor, aşa cum s-a arătat, extrapolarea

funcției curbilinii permițînd obținerea unor valori de prognoză ale consumului de energie cu un grad de probabilitate acceptabil :

Relația matematică	Abaterea standard %	Coeficient de corelație
$W = 9{,}77 + 3{,}758\ I^{0{,}7}$	2,75	0,998 *)
$W = 41{,}04 + 0{,}591\ I$	4,07	0,996

*) Indice de corelație.

4. ANALIZA CURBELOR MEDIANE INTERNAȚIONALE

Dacă se iau în considerare valorile consumului de energie și ale unui indicator economic sintetic, înregistrate la nivelul unuia sau al mai multor ani pentru un evantai foarte larg de țări aflate în stadii diferite de dezvoltare energo-economică, se poate stabili o curbă mediană internațională, reflectînd corelația celor doi indicatori. O astfel de corelație a fost determinată între consumul de energie pe locuitor (w) și produsul intern brut pe locuitor (p), utilizînd valorile înregistrate în 32 de țări * la nivelul anului 1970. Din figura 6, în care este prezentată această corelație, se observă că ea poate fi ajustată printr-o ecuație dublu logaritmică, a cărei expresie, după calculul constantelor, este

$$\log w = -0{,}28 + 1{,}161 \log p.$$

Coeficientul de corelație obținut a fost 0,917, avînd limitele, calculate conform metodei expusă în [6], de 0,858 și 0,976, valori care arată existența unei legături strînse între indicatorii corelați. Desigur, neajunsurile efectuării diagnozelor și prognozelor prin utilizarea curbelor mediane internaționale sînt foarte mari, totuși ele aduc un plus de informație demn de a fi luat în considerare. Astfel, încercînd a situa și țările socialiste pe această diagramă cu toată imprecizia evaluării produsului intern brut pe locuitor, se observă că acestea se situează deasupra curbei, ceea ce indică un consum mai mare de energie pe unitatea de produs intern brut, situație accentuată în cazul țării noastre, care are o structură a resurselor de energie mai avantajoasă decît celelalte țări socialiste.

Cunoscînd valoarea produsului intern brut pe locuitor din țara noastră, într-un an viitor se poate afla, prin interpolare pe această curbă, valoarea aproximativă pentru acel an a consumului de energie pe locuitor.

Remarcînd că valorile ce vor fi înregistrate pentru consumul de energie pe locuitor în țara noastră la nivelul anilor 1995—2000 corespund porțiunii superioare a curbei, pentru care în perioada actuală au existat mai puține date și, ca atare, se poate presupune că precizia determinării sale este mai redusă, s-a extrapolat această curbă, observîndu-se, de exemplu, că valorile ce se obțin coincid cu datele de prognoză pentru S.U.A. la

* Nu au putut fi luate în calcul și țări socialiste, întrucît acestea nu publică date oficiale privind produsul intern brut în valută convertibilă.

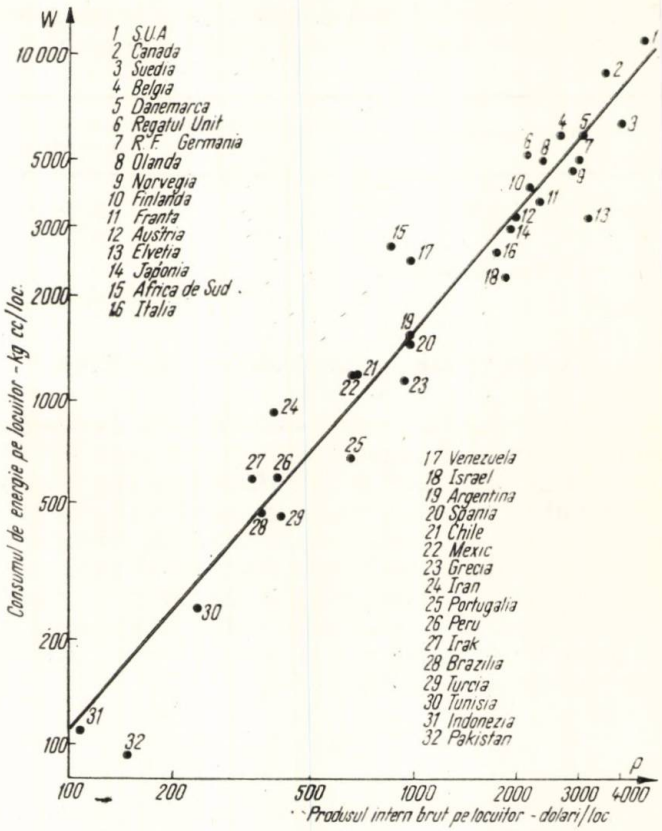


Fig. 6. — Corelaţia dintre consumul de energie pe locuitor şi produsul intern brut pe locuitor pentru anul 1970.

nivelul anilor 2000—2020, ceea ce pare să indice că ecuaţia stabilită este valabilă într-un diapazon al celor doi indicatori mai larg decît cel pentru care a fost determinată şi, în consecinţă, ea poate fi utilizată şi pentru prognozarea consumului de energie pe locuitor în ţara noastră la sfîrşitul acestui secol.

La o concluzie similară conduce şi observaţia că valorile coeficienţilor ecuaţiei dublu logaritmice, stabilite în această lucrare, sînt foarte apropiate de cele determinate de J. Darmstadter pe baza valorilor indicatorilor înregistrate în 1965.

În cadrul corelaţiei dintre consumul de energie şi produsul intern brut, este interesant a analiza, aşa cum am arătat, raportul acestor doi indicatori, precum şi coeficientul de elasticitate, care este o măsură a raportului dintre ritmul cu care creşte produsul intern brut şi ritmul de creştere al consumului de energie. Acest raport îşi are semnificaţia sa particulară în faptul că permite o anume evitare a fenomenului de autocorelare a valorilor indicatorilor folosiţi, autocorelare care se manifestă, de exemplu, în cazul stabilirii dependenţei dintre valorile absolute sau dinamicile consumurilor de energie şi produsului intern brut.

Pentru a pune în lumină importanța schimbărilor în caracterul și intensitatea corelației stabilite între creșterile anuale ale consumului de energie și ale unui indicator economic sintetic față de corelația dinamicilor celor doi indicatori, au fost făcute diferite verificări pentru un număr de 12 țări pe exemplul corelației consum de energie — producție industrială. Trebuie remarcat că aceste schimbări s-au dovedit deosebit de mari, ceea ce arată atenția ce se cuvine să fie acordată autocorelării valorilor introduse în calcule. Pe de altă parte, analiza efectuată nu a condus la convingerea că utilizarea unor măsuri ale acestei autocorelări, cum ar fi raportul lui Neumann, coeficienții Durbin-Wattson etc., ar permite obținerea unor informații cu o valoare cognitivă superioară, cercetările în această direcție trebuind să fie continuate.

Dinamicile consumului de energie și produsului intern brut au fost studiate în mod detaliat pentru un număr de 153 de țări în lucrarea [7], autorul ajungînd la concluzia potrivit căreia corelația găsită, deși departe de a fi perfectă, permite totuși evidențierea unei tendințe de sporire a ritmului de creștere al produsului național brut în relație cu cel al consumului de energie pentru țările cu un înalt conținut de energie pe unitatea de produs intern brut, arată o tendință inversă în cazul țărilor cu un conținut redus de energie pe unitatea de produs intern brut. Cu alte cuvinte, se constată o tendință de convergență a acestei mărimi într-o bandă care conține actualul nivel mondial de 2,28 kg c.c/dolar. Verificări făcute pentru țara noastră au confirmat această tendință de scădere a conținutului de energie pe unitatea de produs intern brut. Cu toate acestea, deoarece valoarea raportului este foarte diferită de la țară la țară (variații de la 4,95 la 0,09 kg c.c./dolar), trebuie manifestată toată prudența în utilizarea acestei tendințe generale.

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *The Demand for Fuel 1948—1975. Submodel for the British Fuel Economy*. Chapman-Hall, University of Cambridge, 1968.
2. S. Manea, N. Liciu, G. Panaitescu, *Contribuții la fundamentarea prognozei consumului de energie electrică pe termen lung în R.S. România*, St. cerc. energ. electr., **22**, 2, 241—252 (1971).
3. H. D. Haustein, *Prognoseverfahren in der sozialistischen Wirtschaft*, Berlin, Verlag Die Wirtschaft, 1970.
4. * * * *Energy consumption and gross national product in the United States*, New York, National Economic Research Associates, Inc., 1971.
5. R. Răduleț, *L'expérience roumaine concernant la prévision des consommations d'énergie*, comunicare la a III-a Conferință mondială de cercetare a viitorului, București, septembrie 1972.
6. S. Manea, N. Liciu, *Corelația între productivitatea muncii și consumul de energie electrică*, Rev. de statistică, *11* (1971).
7. F. Felix, *World energy needs in relation to economic growth and quality of life*, Energy international, **9**, 7 (1972).
8. A. Kroms, *Zu den Prognozen des Energiebedarfes*, Bull. A.S.E., *10* (1971).
9. S. H. Schur, B. C. Netschert, *Energy in the American Economy 1850—1975*, Baltimore, Johns Hopkins Press, 1960.
10. * * * *Statistical Abstract of the United States*, 1963 și 1970.
11. * * * *Statistical Yearbook*, New York, United Nations, 1960—1971.
12. * * * *Anuarul statistic al R. S. România*, 1971, D.C.S.

ASUPRA FOLOSIRII INDICATORILOR VALORICI AI PRODUCȚIEI INDUSTRIALE ÎN EXPRIMAREA NORMELOR DE CONSUM SPECIFIC DE ENERGIE

VICTOR CARACUDOVICI și ZENI MARINESCU

620.9

Analizînd structura indicatorilor valorici folosiți în activitatea economico-financiară a întreprinderilor industriale și a corelațiilor existente între componentele acestor indicatori și energia consumată în întreprindere, se ajunge la concluzia că indicatorii actuali nu pot fi folosiți în bune condiții pentru fundamentarea normelor energetice de consum de energie și se propune utilizarea unui indicator special pentru acest obiectiv, precizînd și structura acestuia.

1. PUNEREA PROBLEMEI

Acțiunea pentru normarea consumului specific de energie are, ca și acțiunea generală de normare a consumurilor specifice de materii prime și materiale, două scopuri principale: controlul strict al consumurilor efectuate în activitățile desfășurate în unitățile economice, care stă la baza gospodăririi raționale a mijloacelor materiale, și planificarea corectă a necesarului de materiale, care asigură aplicarea optimă a legii dezvoltării planice proporționale în activitatea economică.

Dacă pentru planificarea consumului sînt suficiente norme medii pe anumite sectoare de activitate (secții, întreprinderi, centrale economice și ramuri industriale), pentru controlul consumului de energie, fiind vorba de cunoașterea consumului pe fiecare loc de muncă (operație, agregat deservite de o echipă), pentru ca norma energetică să poată constitui elementul mobilizator în acțiunea de gospodărire energetică, gradul de precizie al normelor trebuie să fie mult mai ridicat.

Elementul cantitativ care stă la baza acțiunii pentru normarea consumurilor de materii prime și materiale în întreprinderile industriale este consumul specific pe unitatea de producție realizată. Ca un aspect particular, în timp ce consumul specific de materii prime și de materiale poate fi considerat constant în raport cu productivitatea, existînd, de

regulă, o proporţionalitate între consumul efectuat şi producţia realizată, consumul specific de energie nu rămîne constant, ci variază în funcţie de productivitate, această variaţie fiind denumită în literatura de specialitate „caracteristică energetică". În concluzie, la baza normării consumului de energie trebuie să stea nu o mărime constantă, ci o mărime variabilă în funcţie de productivitate — caracteristica energetică [1].

Practic, în complexitatea tehnologiilor de producţie în legătura dintre consumul specific efectuat şi producţia realizată intervine aproape întotdeauna un ansamblu de factori care fac să nu existe decît în foarte puţine cazuri o relaţie univocă între consum şi productivitate, în aşa fel încît caracteristica energetică reprezintă de fapt expresia analitică a unei corelaţii între consum şi producţie, corelaţie care ia în considerare ansamblul factorilor ce intervin în variaţia acestor două mărimi.

Printre factorii care trebuie avuţi în vedere la exprimarea corelaţiei consum de energie-producţie şi care influenţează mărimea abaterilor, un rol esenţial îl au şi unităţile de măsură în care se exprimă cele două mărimi sub aspectul capacităţii lor de a sintetiza, în condiţiile diversităţii formelor şi a purtătorilor de energie care intervin în tehnologiile de producţie şi ale unei diversităţi mult mai mari în structura calitativă a produselor realizate de acestea, efectul util al consumului de energie care ar trebui să stea, în ultimă instanţă, la baza caracteristicii energetice.

În ceea ce priveşte măsurarea consumului din diferite forme sau purtători de energie, sinteza efectului util se obţine pe baza relaţiei teoretice de echivalenţă şi a randamentelor proceselor de transformare energetică şi se poate exprima prin unităţile clasice de măsură folosite în energetică.

Producţia industrială se exprimă cantitativ în unităţi naturale, natural-convenţionale, convenţionale şi valoric. Folosirea uneia sau alteia dintre aceste exprimări depinde de scopul lucrării efectuate, ţinînd seama de avantajele şi dezavantajele pe care le prezintă fiecare în parte.

Fără a face o analiză separată a fiecăruia dintre modurile de exprimare a producţiei, se constată că toate unităţile cu caracter tehnic (naturale, natural-convenţionale sau convenţionale) nu permit însumarea întregii game de produse finite şi semifabricate realizate de întreprindere şi a activităţilor auxiliare (lucrări şi servicii cu caracter industrial) efectuate de întreprindere, producţii şi activităţi pentru care se consumă energie în întreprindere, făcînd imposibilă determinarea unui indicator de consum specific de energie pe întreprindere, fără care acţiunea de gospodărire raţională a întregii cantităţi de energie folosită în întreprindere este stînjenită.

Normele de consum specific de energie determinate în raport cu exprimarea producţiei în unităţi tehnice pot fundamenta în bune condiţii acţiunea de gospodărire raţională a energiei pe operaţii, agregate sau secţii din procesele tehnologice de bază; necuprinzînd însă tot consumul de energie din întreprindere, fac posibilă risipa de energie în activităţile industriale nenormate.

Capacitatea de sinteză a tuturor activităţilor cu caracter industrial desfăşurate de o întreprindere se poate obţine numai prin folosirea indicatorilor valorici în exprimarea producţiei şi, ca atare, aceşti indicatori corespund din acest punct de vedere în cea mai mare măsură determinări

normelor energetice de consum la nivelul întreprinderii. Dar folosirea indicatorilor valorici curenți în exprimarea consumului specific de energie duce la obținerea unor mărimi foarte aproximative, care nu pot fi puse la baza acțiunii de normare energetică, întrucît valoarea producției și activitățile realizate în întreprindere depind de un număr mare de factori, unii dintre ei independenți de consumul de energie, ceea ce face ca corelația dintre consumul de energie și producția exprimată valoric să fie foarte slabă.

Plecînd de la aceste considerente, cercetarea întreprinsă de autori și-a propus, analizînd problemele ridicate de folosirea indicatorilor valorici actuali în exprimarea normelor energetice de consum, să găsească soluții pentru strîngerea corelației dintre consumul de energie și valoarea producției și prin aceasta să determine creșterea gradului de precizie a unor asemenea norme energetice și deci posibilitatea de a fi puse la baza acțiunii de gospodărire rațională a energiei.

2. CĂILE ABORDATE

În vederea acestui obiectiv s-au abordat două căi:

a) analiza structurii indicatorilor folosiți în prezent pentru exprimarea valorică a producției în vederea determinării indicatorului actual optim din punctul de vedere al stabilirii normelor energetice sau a altor indicatori valorici, cu structură diferită de cei actuali, care să răspundă mai bine scopului urmărit;

b) analiza factorilor care intervin în variația valorii producției industriale și a legăturii lor cu consumul de energie efectuat în întreprindere în vederea determinării unor coeficienți de corecție care, aplicați indicatorilor valorici ai producției folosiți în prezent, să corecteze mărimea acestora pentru satisfacerea scopului urmărit de a putea fi folosiți în normarea energetică.

Rezultatele teoretice obținute prin prima cale sînt prezentate în cele ce urmează, iar rezultatele celei de-a doua căi vor fi prezentate într-un articol viitor.

3. INDICATORUL OPTIM

În analiza activității economice-financiare a întreprinderilor industriale se folosesc în principal doi indicatori economici pentru măsurarea valorică a producției:

— producția globală industrială;

— producția-marfă.

Producția globală industrială (P_g) exprimă sub aspect valoric rezultatul final și util al activității industriale productive a întreprinderii într-o anumită perioadă de timp și conține:

— valoarea producției-marfă (P_m);

— valoarea materiei prime a clienților prelucrată în întreprindere în produse finite sau semifabricate (M_c);

— valoarea creșterii sau descreșterii stocurilor de semifabricate, de producție neterminată, de scule și dispozitive de lucru din producția proprie (ΔS);

— valoarea semifabricatelor (sau a combustibililor) din producţie proprie consumate în scop productiv (consum propriu tehnologic) (C_p):

$$P_g = P_m + M_c + \Delta S + C_p. \quad (1)$$

Analizînd elementele componente ale valorii producţiei globale industriale prin prisma efectuării unui consum de energie de către întreprindere pentru realizarea lor, se constată că valoarea producţiei-marfă variază în acelaşi sens cu mărimea producţiei fizice, deci şi cu conţinutul de energie înglobat în producţia respectivă, şi, ca atare, se justifică includerea acestei componente în indicatorul valoric folosit pentru determinarea normelor energetice. În aceeaşi situaţie se găseşte şi valoarea variaţiei stocului de semifabricate, de producţie neterminată şi de scule şi dispozitive de lucru din producţia proprie, pentru realizarea cărora întreprinderea a consumat energie în perioada considerată. Valoarea materiei prime şi a materialelor puse la dispoziţie de clienţi pentru prelucrarea în întreprindere în produse finite sau semifabricate nu este afectată de un consum de energie în întreprindere şi, ca atare, nu trebuie inclusă în indicatorul valoric de măsurare a producţiei care stă la baza determinării normelor energetice. Aici nu se consideră decît valoarea intrinsecă a materiei prime, întrucît valoarea prelucrării acestei materii prime în produse finite şi semifabricate intră în producţia-marfă : pentru realizarea acestei valori s-a consumat energie la producerea materiilor prime respective, însă în alte întreprinderi decît cea care face obiectul analizei.

Întrucît normele energetice în întreprinderile industriale se stabilesc, conform metodicii generale, pentru producţia netă a întreprinderii [1], valoarea semifabricatelor sau a produselor finite consumate în întreprindere în scopuri tehnologice nu trebuie inclusă în indicatorul valoric care se foloseşte pentru determinarea normelor energetice (fig. 1).

În producţia globală industrială nu se include valoarea rebuturilor şi a deşeurilor, precum şi valoarea reparaţiilor executate pentru înlăturarea unor defecte constatate la produsele finite livrate (remedieri). Deşi pentru aceste elemente se consumă energie în întreprindere, ele nu reprezintă rezultatul util al activităţii productive şi, ca atare, nu trebuie incluse în indicatorul valoric pentru măsurarea producţiei folosite pentru determinarea normelor energetice de consum.

După cum s-a arătat mai sus, producţia globală industrială conţine şi elemente independente de consumul de energie în întreprindere şi deci nu poate fundamenta determinarea corectă a normelor energetice de consum.

Al doilea indicator valoric folosit în evidenţa economică-financiară a întreprinderilor, producţia-marfă, reprezintă rezultatul final util al activităţii industrial-productive destinat livrării către terţi. Acest indicator nu conţine deci rezultatele activităţii productive care rămîn în întreprindere (ΔS), pentru care, după cum s-a arătat, s-a consumat energie în întreprindere. Din această cauză, valoarea producţiei-marfă nu corespunde în cele mai bune condiţii scopului urmărit prin normarea energetică.

Aprofundînd analiza, producţia-marfă conţine, după metoda de întreprindere, următoarele elemente :

— valoarea produselor finite şi a semifabricatelor livrate executate din materiile prime şi materialele achiziţionate de întreprindere (P);

— valoarea prelucrării materiei prime a clienților în produse finite (P_c);

— valoarea lucrărilor cu caracter industrial (L);

— valoarea reparațiilor capitale pentru utilajul propriu efectuat cu forțe interne (R):

$$P_m = P + P_c + L + R. \tag{2}$$

Valoarea prelucrării materiilor prime puse la dispoziție de clienți, valoarea nou creată, este determinată de o activitate productivă pentru care se efectuează și consum de energie și deci trebuie să figureze printre componentele indicatorului valoric care stă la baza normelor energetice.

În ceea ce privește lucrările cu caracter industrial, din considerentele arătate mai sus referitoare la determinarea normelor energetice la producția netă a întreprinderii trebuie considerate în indicatorul valoric folosit pentru determinarea normelor energetice numai lucrările ce se execută pentru terți (L'), cele efectuate pentru întreprindere (L'') avînd un caracter asemănător cu consumul propriu tehnologic. În această ultimă situație se află și valoarea reparațiilor capitale efectuate cu salariații întreprinderii.

Partea cea mai importantă din producția-marfă o formează, de regulă, valoarea producției finite, realizată cu materii prime și materiale achiziționate de întreprindere, care se compune din valoarea materiilor prime achiziționate de întreprindere (M_i) și valoarea prelucrării lor în întreprindere (P):

$$P = M_i + P_i. \tag{3}$$

Valoarea materiilor prime și a materialelor achiziționate de întreprindere pentru prelucrare în produse finite și semifabricate, ca și valoarea materiilor prime furnizate de clienți, nu este afectată de un consum de energie în întreprindere și, ca atare, nu trebuie inclusă în indicatorul valoric care stă la baza normelor de consum de energie.

Valoarea prelucrării acestor materii prime achiziționate de întreprindere, similar cu valoarea prelucrării materiilor prime aduse de clienți, reprezintă valoarea nou creată de întreprindere în activitatea productivă cu consum de energie, și ea trebuie să figureze printre componentele indicatorului valoric care se pune la baza normării consumului specific de energie în întreprinderile industriale.

Considerentele făcute pentru producția finită (P) sînt valabile și pentru produsele care provin din variația stocului sau pentru producția neterminată:

$$\Delta S = M_i' + P_i'. \tag{3'}$$

Și aici valoarea intrinsecă a materiilor prime utilizate pentru fabricarea produselor din stoc sau a produselor neterminate încă (M_i') trebuie eliminate din structura indicatorului pus la baza determinării normelor energetice, păstrîndu-se numai valoarea nou creată prin prelucrarea acestora (P_i').

Din această analiză rezultă structura optimă a indicatorului valoric de măsurare a producţiei care ar trebui pus la baza determinării normelor energetice de consum. El conţine deci (fig. 1) valoarea prelucrării materiilor prime şi a materialelor, independent de modul în care s-au procurat (de către întreprindere sau de către client), în produse finite sau semifabricate, livrate în exterior, adăugate (sau scăzute) la stoc, precum şi produsele aflate într-un anumit stadiu de fabricaţie (producţia neterminată), şi are expresia (ţinînd seama de elementele analizate anterior)

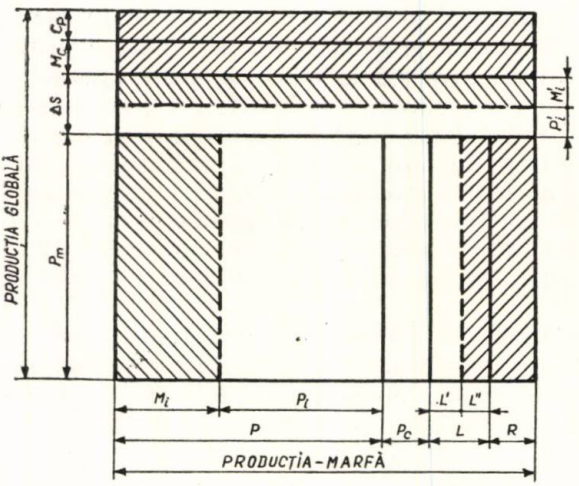


Fig. 1. — Reprezentarea schematică a structurii indicatorilor economici folosiţi pentru exprimarea valorică a producţiei industriale şi determinarea structurii indicatorului propus pentru fundamentarea normelor energetice de consum.

$$P = P_i + P_i' + P_c + L'. \tag{4}$$

Un asemenea indicator nu se evidenţiază în activitatea economică-financiară a întreprinderilor, însă el poate fi calculat din elementele componente ale preţului de cost.

4. CONCLUZII

Din cercetările efectuate rezultă că nici unul dintre indicatorii economici folosiţi în activitatea economică-financiară a întreprinderilor industriale pentru exprimarea valorică a producţiei nu corespunde ca structură obiectivului de a determina pe baza lor indicatorul de consum specific de energie care să poată fi utilizat în bune condiţii în acţiunea de fundamentare a normelor energetice de consum. Există însă posibilitatea ca, plecînd de la elementele componente ale acestor indicatori, să se determine un alt indicator valoric pentru măsurarea producţiei, corelat cu efectul util realizat prin consumul de energie în întreprinderea respectivă.

Un asemenea indicator duce la strîngerea corelaţiei dintre consumul de energie efectuat şi producţia realizată în expresie valorică, corelaţie care în felul acesta poate fi pusă la baza normării energetice în întreprinderile industriale şi deci a acţiunii de gospodărire raţională a energiei în

întreprinderile industriale. În plus, un asemenea indicator are avantajul că permite constituirea de norme energetice la fel de precise și la niveluri superioare întreprinderilor (centrale industriale, departamente, ministere), care pot fi deci utilizate pentru mobilizarea personalului energetic de coordonare la acțiunea de gospodărire a energiei în sfera de activitate respectivă.

Metoda propusă se va experimenta de autori în etapa care urmează la situații concrete din întreprinderi industriale, după care, funcție de rezultatele obținute, se vor face propuneri privind aplicarea și generalizarea ei.

BIBLIOGRAFIE

1. V. Caracudovici, J. Gayraud, N. Moldoveanu, Cs. Nagy, *Contribuții la sistematizarea indicatorilor de consum specific de energie*, St. cerc. energ., seria A, **XIII**, *4* (1963).
2. * * * *Analiza activității economice a întreprinderilor industriale*, Edit. didactică și pedagogică, București, 1965.

CERCETĂRI EXPERIMENTALE ASUPRA PROCESULUI DE CONVECŢIE FORŢATĂ A APEI ÎN MODELE DE CASETE DE REACTOR NUCLEAR ENERGETIC

C. HAIDUC, V. VINIŢCHI, P. VIDICAN, ELENA ISBĂŞESCU, D. BERCOVICI şi JANINA ADAMEŞTEANU

621.039.517

În lucrare se prezintă rezultatele experimentale obţinute de autori în cercetarea transferului de căldură pe modele de casete de reactor nuclear. Se dă de asemenea bucla termică experimentală de modelare a procesului de convecţie forţată în modele de casete.

Cercetările experimentale efectuate pe plan mondial în domeniul convecţiei forţate din casete de reactor nuclear energetic sînt deosebit de reduse. Rezultatele experimentale publicate pentru fascicule de elemente de combustibil spălate în exterior sînt foarte puţine şi se referă de asemenea la un domeniu îngust de variaţie a parametrilor termodinamici şi hidrodinamici din casete. Comparaţia ecuaţiilor criteriale publicate pentru astfel de casete (Miheev, Dittus-Boller, Colborn şi Prandtl) conduce la obţinerea unor rezultate diferite între ele (20—40 %) pentru casete de reactor nuclear energetic.

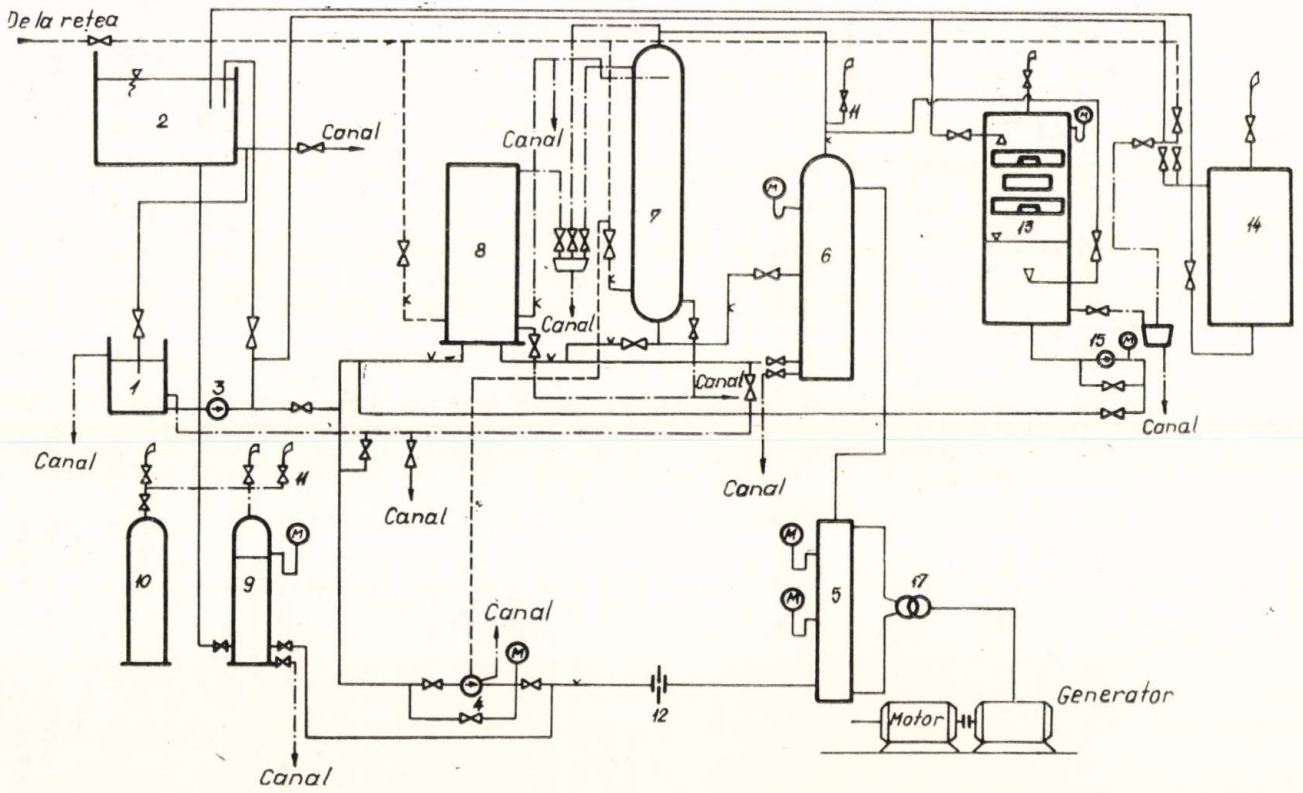
Rezultatele experimentale publicate asupra convecţiei forţate în canale se referă în special la tuburi de diferite forme şi nu pot fi utilizate decît cu erori mari în cazul fasciculelor de elemente de combustibil din casete de reactor nuclear.

Ţinînd seama de aceste considerente, în cadrul sectorului de echipamente nucleare energetice ICPET au fost efectuate cercetări experimentale asupra convecţiei forţate pe modele de casete de reactor nuclear cu spălarea exterioară a fasciculului de elemente.

Schema principală a buclei termice de modelare a proceselor din reactorii nucleari energetici, instalaţia realizată în cadrul ICPET, este prezentată în figura alăturată.

Bucla termică permite efectuarea unei game largi de cercetări de convecţie forţată şi de fierbere în modele de casete de reactor nuclear, precum şi a cercetării proceselor hidrodinamice în aceste condiţii.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 591—598, 1973


De la rețea
Canal
Canal
Canal

Încălzirea modelelor de casete se face cu ajutorul curentului alternativ monofazat, care trece prin pereții tuburilor din oțel inoxidabil ai casetei. O instalație specială grup motor-generator-transformator de curent permite obținerea și varierea continuă sub sarcină a curentului prin elementele casetei pînă la 11 000 A și a tensiunii pînă la 8 V. Presiunea și temperatura agentului de răcire pot fi variate în domeniul $p = 1 \ldots 60$ ata; $t = 20 \ldots 280°$ C, iar debitul de apă poate fi variat în domeniul $D = 0 \ldots 45$ t/h.

Bucla termică este dotată cu o instalație de obținere a distilatului și o instalație de degazare și de filtrare.

Schema termică a buclei permite obținerea în modelul de casetă a regimurilor termice și hidrodinamice dorite din domeniul de parametri menționați.

Experimentările au fost efectuate pe modele de casete de reactor nuclear, executate din șapte elemente din oțel inoxidabil dispuse pe o rețea triunghiulară echilaterală. Diametrul exterior al elementelor a fost $d = 8$ mm, lungimea $l = 250$ mm, iar pasul dintre centrele elementelor $S = 13{,}6$ mm.

Experimentările s-au efectuat cu apă distilată degazată în 480 de regimuri, în următoarele condiții: presiunea apei $p = 1 \ldots 60$ ata, temperatura apei $t = 50 \ldots 200°$ C, viteza apei $w = 3 \ldots 7{,}5$ m/s și fluxul termic mediu pe elemente $q < 968000$ kcal/m² h.

Din multitudinea de rezultate experimentale, mai jos se prezintă unele dintre aceste rezultate, obținute la $p = 50$ ata și $p = 60$ ata.

Alura curbelor $\alpha = f(q)$ este, în general, scăzătoare, datorită creșterii diferenței medii de temperatură Δt. Coeficientul α crește în mod evident cu creșterea vitezei și a temperaturii apei.

În cazul convecției forțate (regim turbulent) în casete de reactor nuclear energetic, mărimea Δt crește aproape direct proporțional cu fluxul termic, curbele fiind foarte apropiate de drepte. Mărimea Δt este o funcție de q, W și t. Cu creșterea vitezei, Δt scade pentru $q = \text{const}$ datorită creșterii lui α.

Alura curbelor $\alpha = f(q)$; $\Delta t = f(q)$; $\alpha = f(w)$ și $\Delta t = f(w)$ este identică și pentru alte presiuni ale apei sub 50 ata.

Rezultatele experimentale au fost prelucrate sub formă criterială pe baza criteriilor π_1, π_2, Re, Pr, Eu și Fr, deduse din modelul fizic al procesului de convecție forțată în casete de reactor nuclear energetic, elaborat în cadrul lucrării [1].

Simplexurile geometrice π_1 și π_2 introduse de noi sînt de forma

$$\pi_1 = \frac{t_e}{\Delta t}, \tag{1}$$

$$\pi_2 = \frac{(d_e^2 - d^2)^2}{d_e^3 \, d}, \tag{2}$$

unde

t_e — reprezintă temperatura lichidului care spală elementele de combustibil din casetă,

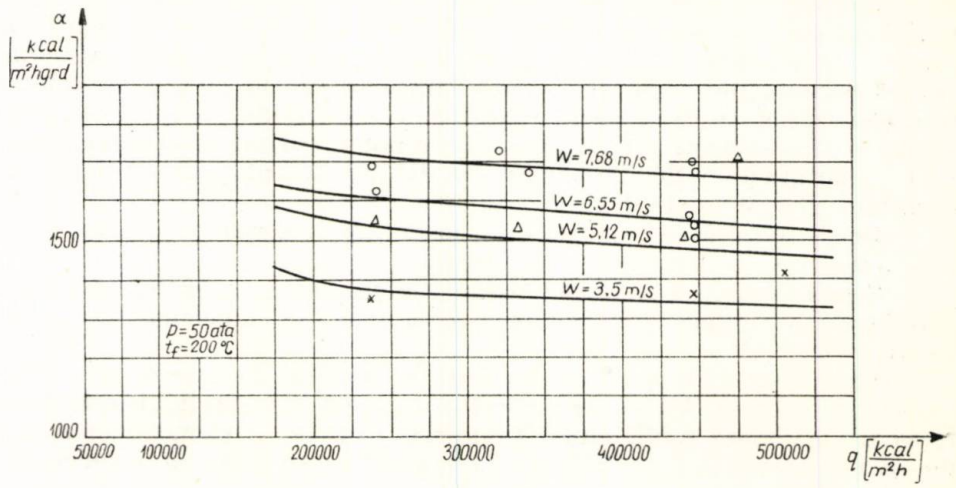


Fig. 2. — Dependența dintre coeficientul de cedare a căldurii de la elementele de combustibil la apă α și fluxul termic pentru $p = 50$ ata și $t = 200°C$; $w = 3,5 - 7,68$ m/s; $d = 8$ mm; $S = 13,6$ mm.

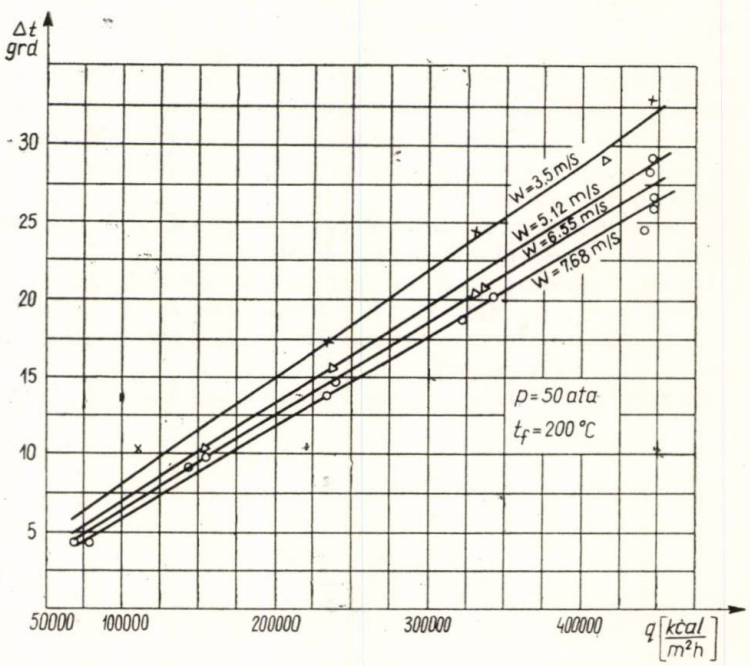


Fig. 3. — Dependența diferenței de temperatură dintre temperatura pereților elementelor de combustibil și apă funcție de fluxul termic q pentru $p = 50$ ata, $t = 200°C$, $w = 3,5 - 7,68$ m/s; $d = 8$ mm; $S = 13,6$ mm.

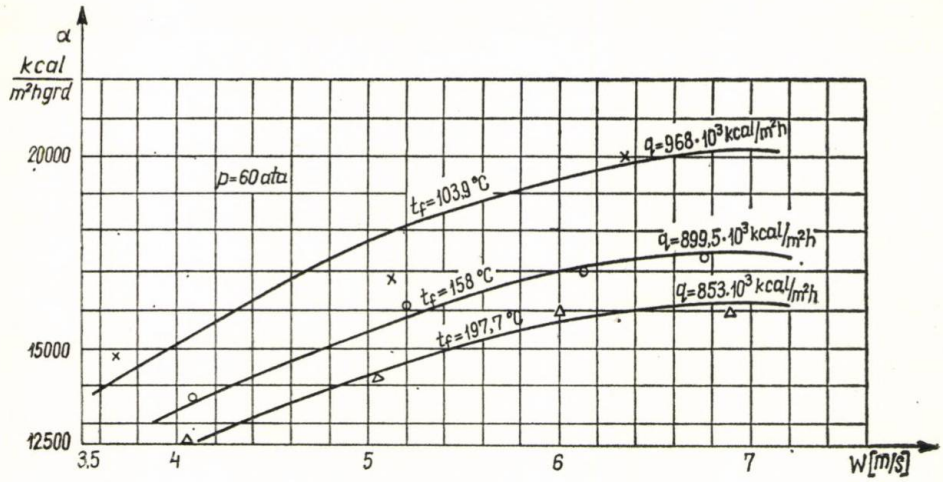


Fig. 4. — Dependența dintre coeficientul α și viteza apei în caseta w pentru $p = 60$ ata, $t = 103 - 197$°C, $q = (853-968) \cdot 10^3 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2\,\text{h}}$; $d = 8$ mm; $S = 13{,}6$ mm.

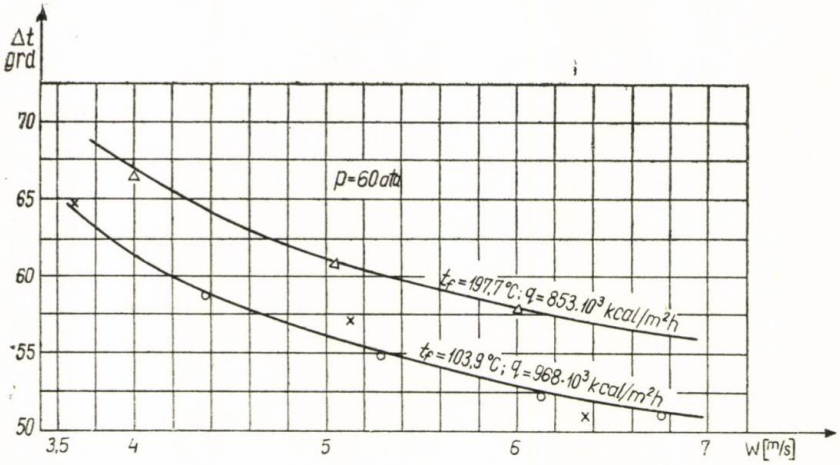


Fig. 5. — Dependența dintre diferența de temperatură Δt și viteza apei pentru $p = 60$ ata; $t = 103-197$°C; $q = (853-968) \cdot 10^3 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2\text{h}}$; $d = 8$ mm; $S = 13{,}6$ mm.

Δt — diferența dintre temperatura peretelui elementelor de combustibil și temperatura lichidului,

d — diametrul elementelor de combustibil cu înveliș,

d_e — diametrul echivalent al canalului elementar din cadrul casetei prin care curge agentul de răcire.

Diametrul echivalent în acest caz se determină în funcție de configurația geometrică a fasciculului și a formei canalelor elementare dintre

elementele de combustibil. Se pot distinge patru modele principale de canale elementare, și anume:

a) modelul 1, rețea triunghiulară cu pași egali între centrele elementelor de combustibil;

b) modelul 2, rețea pătrată cu pași egali între centrele elementelor de combustibil;

c) modelul 3, rețea triunghiulară cu pași neegali între centrele elementelor de combustibil;

d) modelul 4, rețea dreptunghiulară cu pași neegali între centrele elementelor de combustibil.

Pentru diferitele modele de rețele au fost deduse următoarele expresii pentru diametrele echivalente:

— pentru modelul 1:

$$d_e = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{\pi} S^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{S}{\varphi}\right)^2}; \tag{3}$$

— pentru modelul 2:

$$d_e = S\sqrt{\frac{4}{\pi} - \frac{1}{\varphi^2}}; \tag{4}$$

— pentru modelul 3:

$$d_e = \sqrt{\frac{2}{\pi} S_1 \left(S_2^2 - \frac{S_1^2}{4}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{S_1}{\varphi_1}\right)^2}; \tag{5}$$

— pentru modelul 4:

$$d_e = \sqrt{\frac{4 S_1 S_2}{\pi} - \left(\frac{S_1}{\varphi_1}\right)^2}. \tag{6}$$

În ecuațiile (3) — (6) s-au utilizat următoarele notații:
S_1, S_2, S — pasurile dintre centrele elementelor de combustibil;

$$\varphi = \frac{S}{d}; \quad \varphi_1 = \frac{S_1}{d};$$

În figura 6 se prezintă rezultatele prelucrării criteriale a datelor experimentale în sistemul de criterii de similitudine $Nu = f(\pi_1\, \pi_2\, Re^{0.8}\, Pr^{0.43}\, Eu\, Fr)$ în coordonate logaritmice.

Analiza acestor rezultate arată că ele se plasează în jurul unor drepte cu pante diferite, iar precizia rezultatelor este de $\pm 10\,\%$.

Analiza rezultatelor a condus la obținerea următoarelor ecuații de similitudine criterială pentru calculul lui Nu în casete de reactor nuclear răcit cu apă sub presiune :

— pentru domeniul 1, în care $7 \cdot 10^3 < \pi_1 \pi_2 Re^{0,8} Pr^{0,43} Eu\, Fr < 6 \cdot 10^5$:

(7)

$$Nu = 325 + 1{,}265 \cdot 10^{-4} \pi_1 \pi_2 Re^{0,8} Pr^{0,43} Eu\, Fr;$$

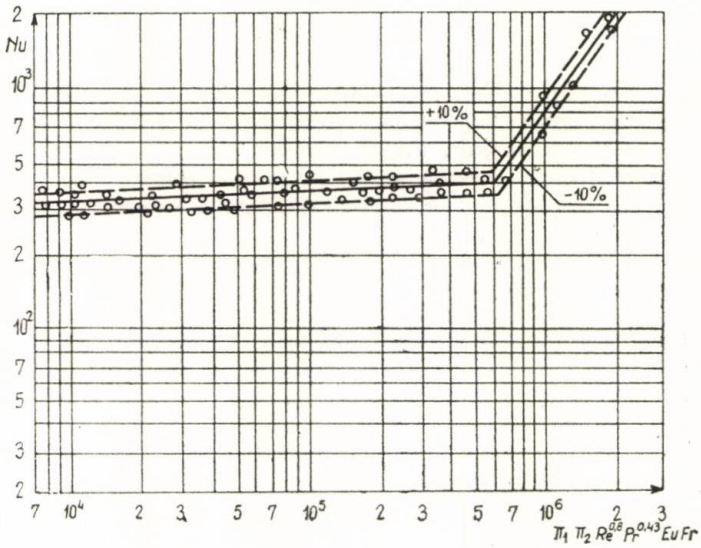


Fig. 6. — Dependența $Nu = f(\pi_1 \pi_2 Re^{0,8} Pr^{0,43} Eu\, Fr)$ pentru convecția forțată a apei în casete de reactor nuclear energetic pentru $p = 1 - 60$ ata; $t = 50 - 200°C$; $w = 3 - 7{,}5$ m/s și $q < 968\,000$ kcal/m²h.

— *pentru domeniul 2*, în care $6 \cdot 10^5 < \pi_1 \pi_2 Re^{0,8} Pr^{0,43} EuFr < 2{,}5 \cdot 10^6$:

$$Nu = 400 + 1{,}142 \cdot 10^{-3} (\pi_1 \pi_2 Re^{0,8} EuFr - 6 \cdot 10^5). \quad (8)$$

Ecuațiile criteriale (7) și (8) sînt valabile pentru presiuni $p < 60$ ata; temperaturi ale apei sub temperatura de saturație; viteze ale apei $w < 7{,}5$ m/s și fluxuri termice $q < 5{,}3 \cdot 10^4 \frac{kcal}{m^2h}$. În acest domeniu de parametri ecuațiile (7) și (8) verifică bine rezultatele experimentale. În figura 6 sînt trasate cu linie plină dreptele care se obțin cu ecuațiile criteriale, iar cu linii punctate este delimitat domeniul de erori $\pm 10\%$.

În concluzie:

1. A fost realizată o buclă termică experimentală de modelare a proceselor din reactori nucleari cu instalațiile anexe, precum și metodica experimentală destinată acestor cercetări.

2. Au fost efectuate cercetări experimentale asupra convecției forțate a apei în modele de casete de reactor nuclear pentru $p \leqslant 60$ ata; $t = 50....200°$ C; $w = 3..7{,}5$ m/s; $q < 968\ 000 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2\text{h}}$; $d = 8$ mm; $S = 13{,}6$ mm și $1 = 250$ mm.

3. Au fost obținute ecuații criteriale pentru calculul transferului de căldură în casete de reactor nuclear răcit cu apă sub presiune.

BIBLIOGRAFIE

1. C. HAIDUC, V. VINIȚCHI, P. VIDICAN, L. CONSTANTINESCU, E. IZBĂȘESCU, D. BERCOVICI, J. NAIU, *Cercetări experimentale asupra convecției forțate în modele de casete de reactor nuclear energetic*, ICPET — 1970.

2. C. HAIDUC, *Cercetări asupra proceselor termice din casete de reactori nucleari energetici cu apă sau apă grea sub presiune*, lucrare prezentată la sesiunea de comunicări tehnice-științifice ICPET — 1971.

CORELAŢIE ÎNTRE GRADUL DE RECIRCULARE ŞI DIAMETRUL PARTICULEI ÎN PROCESUL DE ARDERE A CĂRBUNELUI PULVERIZAT

C. NEAGA

662.61:662.87

În lucrare se evidenţiază dependenţa dintre gradul de recirculare a gazelor de ardere şi unele mărimi care caracterizează procesul de ardere a particulei de cărbune pulverizat: temperatura particulei, temperatura fazei gazoase, diametrul particulei şi concentraţia de oxigen. Acest lucru este posibil prin rezolvarea sistemului de ecuaţii diferenţiale, sistem care descrie procesul de ardere a particulei în condiţii de recirculare a gazelor cu ajutorul maşinilor electronice de calcul. Datele obţinute pot fi folosite în exploatarea şi proiectarea instalaţiilor de ardere a cărbunelui pulverizat.

1. INTRODUCERE

În condiţiile dezvoltării actuale a termoenergeticii, arderea cărbunelui pulverizat prezintă un interes din ce în ce mai mare. Acest lucru este impus cu necesitate de proiectarea şi de exploatarea corespunzătoare a generatoarelor de abur funcţionînd cu combustibil solid. Cu toate preocupările evidente ale cercetătorilor în acest domeniu, datorită complexităţii lui, fenomenul nu este încă elucidat. De un real folos în îmbogăţirea de date şi de cunoştinţe cu referire la procesul de ardere este tehnica electronică de calcul.

În lucrarea de faţă se dezvoltă un aspect al procesului de ardere a cărbunelui pulverizat, şi anume arderea în prezenţa gazelor de ardere recirculate. Pentru comparaţie se tratează şi problema arderii „pure" (fără recirculare). Gazele de ardere sînt preluate din diverse zone ale canalelor generatorului de abur cu ajutorul unui ventilator şi introduse la nivelul arzătoarelor în focar, caz în care apar unele modificări în desfăşurarea procesului de ardere datorită regimului termodinamic şi gazodinamic schimbat. Tocmai aceste modificări cantitative ale parametrilor arderii sînt evidenţiate în lucrare.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 599—615, 1973

Pentru o primă etapă se consideră arderea unei singure particule de cărbune sau arderea unei particule care face parte dintr-o flacără plană (flacăra în care mărimile care o descriu se schimbă numai după o singură axă). Sistemul de ecuaţii diferenţiale obţinut a fost rezolvat cu ajutorul calculatorului numeric Felix C—256 pentru o serie de variante. Parametrii variabili independenţi au fost gradul de recirculare şi diametrul iniţial al particulei. Graficele obţinute au în ordonată diversele funcţii (temperatura particulei, temperatura fazei gazoase, diametrul particulei, concentraţia de oxigen), iar în abscisă timpul; cu alte cuvinte, ele reprezintă dinamica procesului de ardere.

2. DEDUCEREA ŞI REZOLVAREA SISTEMULUI DE ECUAŢII DIFERENŢIALE

Sistemul se compune din trei ecuaţii diferenţiale. În deducerea lui se fac cîteva ipoteze simplificatoare:

— particula de cărbune este de formă sferică; dacă ea are altă formă, atunci se consideră sfera echivalentă;

— în cazul în care particula face parte dintr-un curent de praf de cărbune cu distribuţie plană a concentraţiei (flacăra plană), atunci se consideră că toate particulele sînt egale ca dimensiune;

— viteza particulelor este egală cu viteza fazei gazoase antrenante. La un moment dat, faza gazoasă se compune din aerul de ardere neconsumat pentru oxidarea particulei pînă în acel moment şi gazele de ardere, atît cele recirculate, cît şi cele rezultate din arderea particulei pînă în acel moment;

— în urma reacţiei eterogene se consideră că rezultă ca produs final de oxidare a carbonului bioxidul de carbon, CO_2;

— nu vom considera separat procesul de degajare şi de ardere a materiilor volatile, proces care precedă aprinderea şi arderea reziduului carbonos. În vederea compensării consecinţelor acestei ipoteze, vom lua în calcule pentru energia de activare E şi coeficientul pre-exponenţial k_0, valori deduse din experienţe efectuate cu cărbuni naturali;

— presupunem ordinul reacţiei unitar şi nu vom ţine cont de existenţa cenuşii în particulele care ard;

— în fazele prealabile arderii, particulele se încălzesc datorită radiaţiei volumului gazelor de ardere. Între ele şi mediul gazos înconjurător se stabileşte un schimb de căldură numai prin conductivitate termică; convecţia lipseşte, deoarece am neglijat viteza relativă mediu — particulă. Nu vom ţine cont de schimbul de căldură prin radiaţie ce se stabileşte între particulă şi ecranele focarului.

a. Variaţia conţinutului de căldură a particulei de cărbune:

$$\frac{\pi\delta^3}{6}\gamma_c c_c \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\tau} = \beta\pi\delta^2 Q_i^i \frac{T_0}{T_g} C\overline{K} + \pi\delta^2\varepsilon\varphi\sigma_0 [T_f^4 - T^4] -$$

$$- 2\pi\delta(\lambda_0 + aT_g)(T - T_g), \text{ kcal/s.} \qquad (1)$$

b. Variaţia conţinutului de căldură a fazei gazoase corespunzătoare particulei :

$$\left[rV_g\frac{\pi\delta_0^3}{6}+\left(\frac{\pi\delta_0^3}{6}-\frac{\pi\delta^3}{6}\right)V_g^0+\frac{\pi\delta^3}{6}V_{\text{aum}}^0+\right.$$

$$\left.+(\alpha-1)\,V_{\text{aum}}^0\frac{\pi\delta_0^3}{6}\right]\gamma_c\,c_{pg}\frac{dT_g}{d\tau}=2\pi\delta(\lambda_0+a\,T_g)(T-T_g),\ \text{kcal/s} \qquad (2)$$

(primul termen al membrului stîng reprezintă volumul gazelor recirculate, al doilea gazele rezultate din ardere pînă la momentul τ, al treilea volumul de aer rămas pentru ardere, al patrulea excesul de aer). Deoarece $V_g = V_g^0 + (\alpha_f - 1)\,V_{\text{aum}}^0$, relaţia (2) se mai poate scrie

$$\left[r(\zeta+\alpha_f-1)+(\zeta+\alpha-1)-(\zeta-1)\frac{\delta^3}{\delta_0^3}\right]\frac{\pi\delta_0^3}{6}\gamma_c\,c_{pg}\,V_{\text{aum}}^0\,\frac{dT_g}{d\tau}=$$

$$=2\pi\delta(\lambda_0+a\,T_g)(T-T_g), \qquad (2')$$

unde $\zeta = V_g^0/V_{\text{aum}}^0$ şi care pentru combustibilul solid este întotdeauna supraunitar.

c. Viteza de scădere prin ardere a diametrului particulei :

$$\frac{d\delta}{d\tau}=-\frac{2\beta}{\gamma_c}\frac{T_0}{T_g}C\overline{K},\ \text{m/s}. \qquad (3)$$

În aceste condiţii s-au folosit următoarele notaţii : δ — diametrul curent al particulei de cărbune (δ_0 fiind diametrul iniţial), m ; γ_c — greutatea specifică a cărbunelui, kgf/m³ ; c_c — căldura specifică a cărbunelui, kcal/kgf grd ; T şi T_g — temperaturile particulei şi gazelor (T_{c0}, T_{g0} fiind temperaturile corespunzătoare iniţiale), K ; β — coeficient stoechiometric (cantitatea de cărbune care arde prin consumarea unui kilogram de oxigen), kg de cărbune/kg de oxigen ; $\beta = 1/G_{0_{\min}}$, unde $G_{0_{\min}}$ este greutatea oxigenului necesar pentru oxidarea completă a unui kilogram de cărbune, kg/kg ; Q_i^i — puterea calorică inferioară a masei iniţiale, kcal/kgf ; C — concentraţia de oxigen în fază gazoasă, kgf/Nm³. Conform [5], putem scrie relaţia

$$C = C_0\,\frac{\alpha+r(\alpha_f-1)-1+\delta^3/\delta_0^3}{\alpha+r(\zeta+\alpha_f-1)+(\zeta-1)(1-\delta^3/\delta_0^3)}, \qquad (4)$$

unde C_0 este concentraţia oxigenului în aerul de ardere ($C_0 = 0{,}295$), kgf/Nm³ ; α_f — coeficientul de exces de aer în punctul de prelevare a gazelor recirculate ; α — coeficientul de exces de aer variabil între α_{fi} la intrarea în focar şi α_f ; r — gradul de recirculare, $r = V_{gr}/V_g$, unde V_g este volu-

mul gazelor de ardere rezultat din arderea completă a unui kilogram de cărbune, volum calculat în punctul de prelevare, Nm^3/kgf; $\overline{K}$ — constanta globală a vitezei de reacţie, m/s [1], [2]:

$$\overline{K} = 1/\left[\frac{1}{k_0}\exp\left(\frac{E}{RT}\right) + \frac{\delta}{2D} + \frac{s_i\,\delta^2}{12\,D_i}\right], \text{ m/s}, \tag{5}$$

unde D este coeficientul de difuzie a amestecului în condiţii reale, m^2/s (s-a considerat criteriul difuziv Nusselt, $Nu_D = 2$); $D = D_{oam}\ (T_g/T_0)^2$, unde pentru coeficientul de difuzie a amestecului D_{oam}, în condiţii normale, s-a folosit relaţia dedusă în [5], relaţie care ţine cont de influenţa gazelor recirculate asupra difuziei gazelor; s_i — suprafaţa tuturor porilor care comunică între ei şi cu suprafaţa exterioară a particulei de cărbune, m^2/m^3; D_i — coeficientul de difuzie interioară $D_i = D$ (dimensiunile porilor sînt suficient de mari în comparaţie cu drumul liber mijlociu al moleculelor de oxigen); E — energia de activare, kcal/kmol; R — constanta universală a gazelor, kcal/kmol grd; k_0 — coeficient preexponenţial, m/s; ε — coeficientul de negreală a cărbunelui (se consideră raportul dintre suprafaţa particulei şi suprafaţa volumului de gaze radiante nul; în acest fel nu se ţine cont de coeficientul de negreală a gazelor radiante); σ_0 — constanta absolută de radiaţie a corpului negru, $\sigma_0 = 4{,}96 \cdot 10^{-8}$ kcal/m^2h grd^4; φ — coeficientul de absorbţie a radiaţiei de către particulele de cărbune; T_f — temperatura gazelor radiante, $K \cdot T_f = \sqrt{T_{tr} \cdot T_{Fr}}$, unde T_{tr} şi T_{Fr} sînt temperatura teoretică de ardere şi, respectiv, temperatura reală de la sfîrşitul focarului în condiţiile recirculării gazelor de ardere, K[5]; λ—coeficientul de conductivitate termică a gazelor, kcal/mh grd [5], $\lambda = \lambda_0 + aT_g$ (s-a presupus o variaţie liniară cu temperatura şi $Nu = 2$); V^0_{aum} — volumul de aer umed necesar arderii unui kilogram de cărbune, Nm^3/kgf; c_{pv} — căldura specifică a gazelor la presiune constantă, kcal/Nm^3 grd.

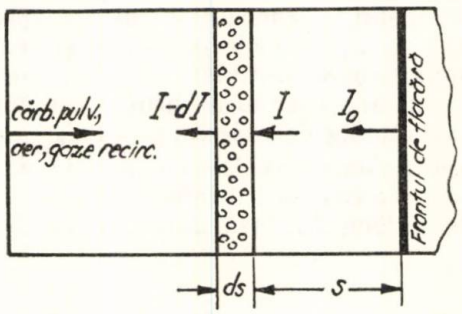


Fig. 1. — Scăderea radiaţiei incidente la traversarea unui mediu absorbant.

Coeficientul de absorbţie φ caracterizează scăderea intensităţii radiaţiei incidente la traversarea spaţiului încărcat cu particule, de la sursa de radiaţie pînă la particula considerată. Avînd în vedere modelul unui curent plan de particule de cărbune (fig.1), se deduce expresia lui φ[3].

Variația intensității de radiație pe unitatea de lungime de curent încărcat cu particule de cărbune se poate scrie

$$-\frac{dI}{ds} = I_a + (I_d - I_{ds}) - I_p + I_{ag} - I_{eg}, \tag{6}$$

unde I_a este radiația absorbită de particulele de praf fiind proporțională cu proiecția într-un plan perpendicular pe s a suprafețelor tuturor particulelor existente în unitatea de volum (notăm acest număr de particule cu n):

$$\frac{I_a}{I} = an\frac{\pi\delta^2}{4}, \tag{7}$$

unde a este coeficientul de absorbție a radiației. Notăm cu μ, kgf/Nm^3, concentrația de praf de cărbune și cu f, m^2/kgf, suprafața specifică a prafului. Vom putea scrie

$$\mu = n\gamma_c\frac{\pi\delta^3}{6} \text{ și } f\mu = n\,\pi\delta^2.$$

Cu acestea obținem

$$\frac{I_a}{I} = 0{,}25\ af\mu. \tag{7'}$$

Pentru radiația difuzată, I_d, scriem, analog cu (7'),

$$\frac{I_d}{I} = 0{,}25\ df\mu. \tag{8}$$

unde d este coeficientul de difuzie.

Difuzia căldurii în sensul pozitiv al lui s se scrie ca o fracțiune — coeficient de proporționalitate k — din difuzia totală:

$$\frac{I_{ds}}{I} = 0{,}25\ kdf\mu. \tag{9}$$

Particulele de cărbune, încălzindu-se, devin surse de radiație. Radiația proprie a particulelor, conform legii Stephan—Boltzmann, are expresia

$$I_p = 0{,}25\ \frac{\sigma_0}{\pi}\ T^4 af\mu. \tag{10}$$

Radiația absorbită de gazele triatomice existente în unitatea de volum este $I_{ag} = a_g I$, unde a_g este coeficientul de absorbție a gazelor, iar radiația emisă de gazele triatomice $I_{eg} = e_g \frac{\sigma_0}{\pi} T_g^4$, unde e_g este coeficientul de emisie a gazelor.

Înlocuind în (6), obținem

$$-\frac{dI}{ds} = [0{,}25\ f\mu\,(a + d - kd) + a_g] + \frac{\sigma_0}{\pi}(0{,}25\ af\mu\ T^4 + T_g^4). \qquad (11)$$

Notăm cu $A_1(s) = 0{,}25\ f\mu\,(a + d - kd) + a_g$:

$$B_1(s) = \frac{\sigma_0}{\pi}(0{,}25\ af\,\mu\ T^4 + T_g^4).$$

deoarece f, μ, T și T_g sînt funcții de s.

Cu acestea, soluția ecuației diferențiale liniare de ordinul întîi (11) este:

$$I = \left[I_0 + \int_0^s B_1(s)\ \exp\left(\int_0^s A_1(s)\,ds\right)\right] \exp\left(-\int_0^s A_1(s)\,ds\right). \qquad (12)$$

Dacă presupunem că $-I_{ds} - I_p + I_{ag} - I_{eg} \simeq 0$, atunci

$$I = I_0 \exp\left[-\int_0^s 0{,}25 f\mu\,(a + d)\,ds\right] = I_0 \exp[-0{,}25 f\mu\,(a + d)\,s] \qquad (13)$$

(s-a considerat $f\mu = \text{const}$; eroarea făcută în această aproximație se va răsfrînge asupra valorii k_λ, dedusă experimental).

Notînd $k_\lambda = a + d$, coeficient spectral (integral) de atenuare a radiației, obținem expresia coeficientului de absorbție:

$$\varphi = \frac{I}{I_0} = \exp(-0{,}25\ k_\lambda f\mu s). \qquad (14)$$

Valorile lui k_λ pentru diverse sorturi de cărbuni le deducem din figura 2 [4] în funcție de parametrul difracției. Parametrul difracției se definește prin expresia $\rho = \pi\delta/\lambda$, unde λ este lungimea de undă a radiației. Dacă $\rho \geqslant 30$, atunci se poate considera $k_\lambda = 2$.

În rezolvarea ulterioară se vor folosi temperaturile adimensionale: temperatura adimensională a particulei de cărbune $\theta = \frac{R}{E} T$ și tempera-

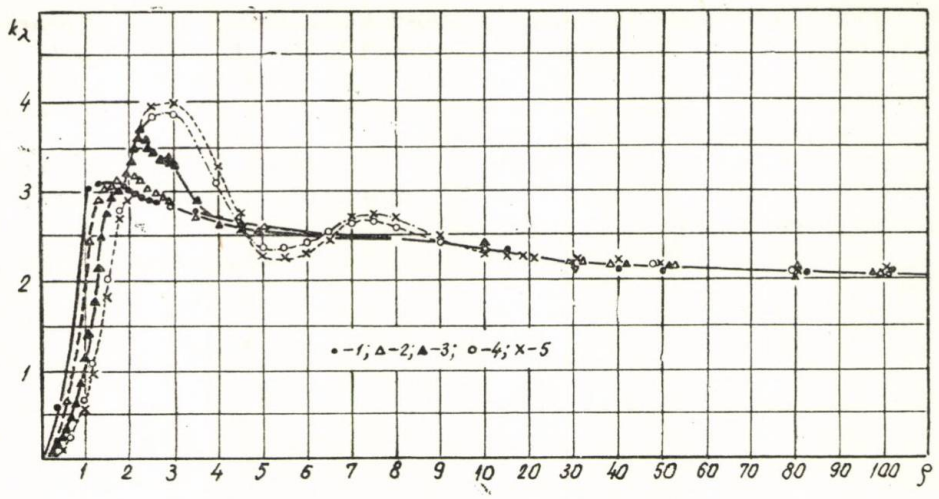


Fig. 2. — Coeficientul spectral de atenuare a radiației k_λ în funcție de parametrul difracției ρ. *1* — grafit; *2* — antracit; *3* — cărbune bituminos; *4* — cărbune brun; *5* — lignit.

tura adimensională a fazei gazoase $\theta_g = \frac{R}{E} T_g$. Pentru ușurarea scrierii folosim notațiile

$$A = \frac{6R^2 \beta Q_i^j T_0 C_0}{E^2 \gamma_c c_c}\ ;\ L = \frac{6E^3 \varepsilon \sigma_0}{R^3 \gamma_c c_c}\ ;\ M = \frac{12}{\gamma_c c_c}\ ;\ b = a\frac{E}{R},$$

$$N = \frac{12\zeta}{\gamma_c c_{pg} V_g^0}\ ;\ P = \frac{2\beta R T_0 C_0}{\gamma_c E}\ ;\ f(r, \delta) =$$

$$= \frac{\alpha + r(\alpha_f - 1) - 1 + \delta^3/\delta_0^3}{\alpha + r(\zeta + \alpha_f - 1) + (\zeta - 1)(1 - \delta^3/\delta_0^3)}.$$

Cu acestea sistemul devine

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d\theta}{d\tau} = A\overline{K} f(r,\delta)\frac{1}{\delta\theta_g} + \frac{L}{\delta}\varphi(\theta_f^4 - \theta^4) - \frac{M}{\delta^2}(\lambda_0 + b\theta_g)(\theta - \theta_g),\\
&\left[r(\zeta + \alpha_f - 1) + (\zeta + \alpha - 1) - \frac{\delta^3}{\delta_0^3}(\zeta - 1)\right]\frac{d\theta_g}{d\tau} =\\
&\qquad = N\frac{\delta}{\delta_0^3}(\lambda_0 + b\theta_g)(\theta - \theta_g),\\
&\qquad \frac{d\delta}{d\tau} = -P\overline{K} f(r,\delta)\frac{1}{\theta_g}.
\end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Pentru exemplele numerice s-a folosit huilă, marca HL — Preparație Petrila, avînd analiza elementară a masei inițiale $C^i = 63{,}5\,\%$; $H^i = 3{,}1\,\%$; $0^i = 10\,\%$; $S_c^i = 1{,}1\,\%$; $N^i = 2{,}3\,\%$; $A^i = 5{,}96\,\%$; $W_t^i = 14{,}04\,\%$ și puterea calorică inferioară $Q_i^i = 5566$ kcal/kgf. Pentru constantele care intervin în sistem s-au folosit valorile:
$\alpha = 1{,}175$; $\alpha_f = 1{,}2$; $s_i = 10^4 \mathrm{m^2/m^3}$; $k_0 = 4{,}510^4 \mathrm{m/s}$; $E = 30\,000$ kcal /kmol; $\lambda = \lambda_0 + b\theta_g = 5{,}3710^{-3} + 0{,}87\,\theta_g$ kcal/mh grd; $D_{0am} = 17 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}$; $c_c = 0{,}249$ kcal/kgf grd; $\gamma_c = 1200$ kgf/m^3.

Folosind valorile constantelor arătate mai sus, sistemul capătă forma

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \frac{0{,}958}{\exp\left((1/\theta) + 0{,}43 \cdot 10^6 \frac{\delta}{\theta_g^2} + 0{,}715 \cdot 10^9 \frac{\delta^2}{\theta_g^2}\right)} \times$$

$$\times \frac{0{,}175 + 0{,}2\,r + \delta^3/\delta_0^3}{1{,}245 + 1{,}27r - 0{,}07\delta^3/\delta_0^3} \cdot \frac{1}{\theta_g \delta} + \frac{0{,}854}{\delta} \varphi(\theta_f^4 - \theta^4) -$$

$$- \frac{9{,}72 \cdot 10^{-6}}{\delta^2} (6{,}18 \cdot 10^{-3} + \theta_g)(\theta - \theta_g);$$

$$(1{,}245 + 1{,}27\,r - 0{,}07\delta^3/\delta_0^3 \frac{d\theta_g}{d\tau} = \frac{1{,}21 \cdot 10^{-6}}{\delta_0^3} \delta(6{,}18 \cdot 10^{-3} + \theta_g)(\theta - \theta_g); \quad (16)$$

$$\frac{d\delta}{d\tau} = \frac{-0{,}2166}{\exp(1/\theta) + 0{,}43 \cdot 10^6 \frac{\delta}{\theta_g^2} + 0{,}715 \cdot 10^9 \frac{\delta^2}{\theta_g^2}} \times$$

$$\times \frac{0{,}175 + 0{,}2r + \delta^3/\delta_0^3}{1{,}245 + 1{,}27r - 0{,}70\delta^3/\delta_0^3} \cdot \frac{1}{\theta_g}.$$

Sistemul s-a rezolvat cu ajutorul calculatorului numeric Felix C—256 prin metoda Runge — Kutta, pentru mai multe variante arătate în tabela alăturată.

Temperatura inițială a particulelor de cărbune T_{co} la ieșirea din arzător s-a considerat 373 K și invariabilă. Temperatura inițială a fazei gazoase (aer de ardere și gaze recirculate) se obține în urma unui bilanț termic. Întrucît gazele recirculate în cazul tratat aici au fost prelevate dintr-o zonă situată în amonte de preîncălzitorul de aer, deci cu o temperatură mai mare decît temperatura de preîncălzire a aerului, se constată că, pe măsură ce r crește, $\theta_{g0} = \frac{R}{E} T_{g0}$ crește. Temperatura gazelor radiante θ_f scade cu creșterea gradului de recirculare [5].

În organigramă s-au folosit notaţiile : $\tau \to T$; $(\tau_0 \to T\emptyset)$; $\theta \to X$; $(\theta_0 \to X\emptyset)$; $\theta_g \to Y$; $(\theta_{g0} \to Y\emptyset)$; $\delta \to Z$; $(\delta_0 \to Z\emptyset)$; $r \to R$; $\theta_f^4 \to XF$; $\tau_{max} \to TM$; $\Delta\tau - DT$. Timpul maxim egal cu o secundă s-a împărţit în

Tabela variantelor

r	Varianta	δ_0 [μ]	θ_{c0}	θ_{g0}	θ_f^4
0	1.1	50	$2{,}47 \cdot 10^{-2}$	$3{,}1 \cdot 10^{-2}$	$1{,}608 \cdot 10^{-4}$
	1.2	100			
	1.3	150			
	1.4	200			
0.2	2.1	50	,,	$4{,}35 \cdot 10^{-2}$	$1{,}443 \cdot 10^{-4}$
	2.2	100			
	2.3	150			
0,4	3.1	50	,,	$5{,}23 \cdot 10^{-2}$	$1{,}32 \cdot 10^{-4}$
	3.2	100			
	3.3	150			
	3.4	200			
1	4.1	50	,,	$6{,}72 \cdot 10^{-2}$	$1{,}042 \cdot 10^{-4}$
	4.2	100			
	4.3	150			

două domenii (0—0,01 ; 0,01—1), folosindu-se pentru fiecare domeniu valori diferite ale pasului, $\Delta T1$ şi $\Delta T2$; $AL = 0{,}01$ s.

Pentru prescurtare s-au notat funcţiile auxiliare

$$F_1(X, Y, Z) = \exp\left(\frac{1}{X}\right) + 0{,}4310^6 \frac{Z}{Y^2} + 0{,}7510^9 \left(\frac{Z}{Y}\right)^2,$$

$$F_2(YZ) = \left[0{,}175 + 0{,}2\ R + \left(\frac{Z}{Z\emptyset}\right)^3\right] \frac{1}{Y},$$

$$F_3(X, Y) = (0{,}00618 + Y)\sqrt{(X - Y)},$$

$$AR = 1{,}175 + 0{,}2 \quad R.$$

Cu acestea, derivatele funcţiilor θ, θ_g şi δ devin

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \frac{dX}{dT} = F(X, Y, Z),$$

$$\frac{d\theta_g}{d\tau} = \frac{dY}{dT} = G(X, Y, Z),$$

$$\frac{d\delta}{d\tau} = \frac{dZ}{dT} = FI(X, Y, Z),$$

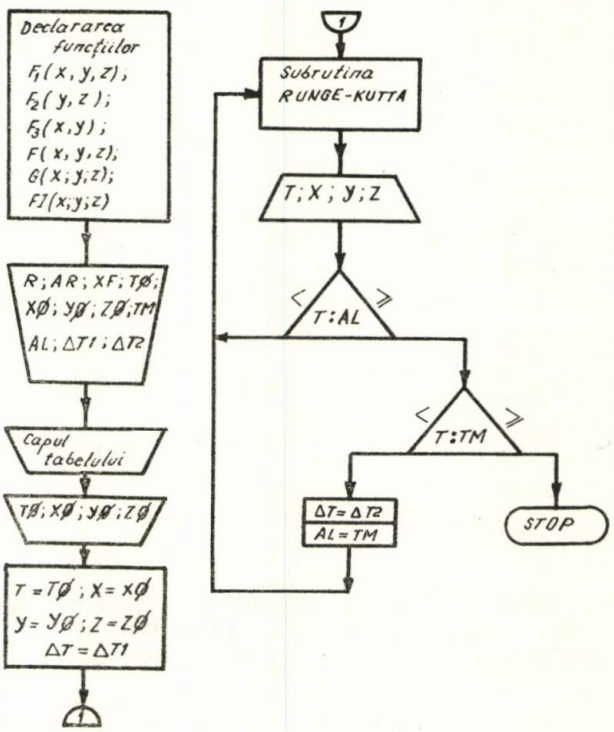


Fig. 3. — Organigrama de calcul.

unde F, G şi FI au expresii care pot fi deduse uşor din sistemul (16).

În figurile 4—7 se arată rezolvarea sistemului (16) pentru cîteva variante înscrise în tabelă.

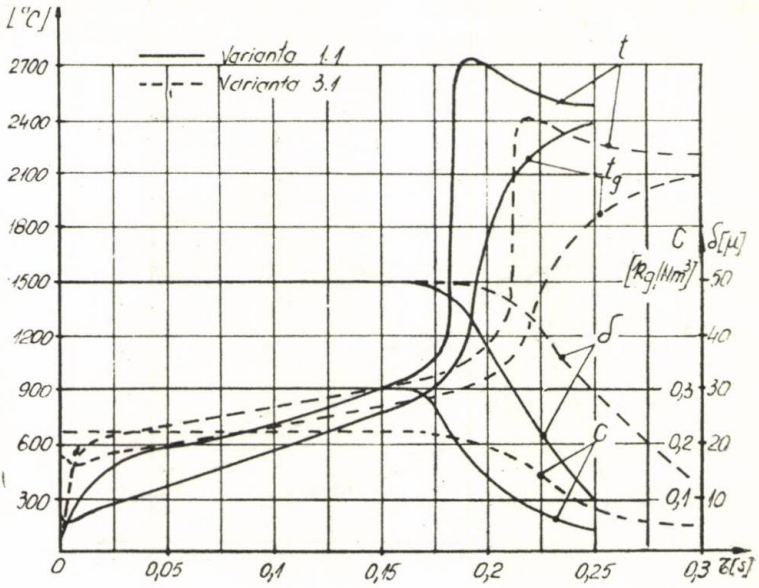


Fig. 4. — Diagramele de variaţie t, t_g, δ şi C pentru variantele 1.1 şi 3.1.

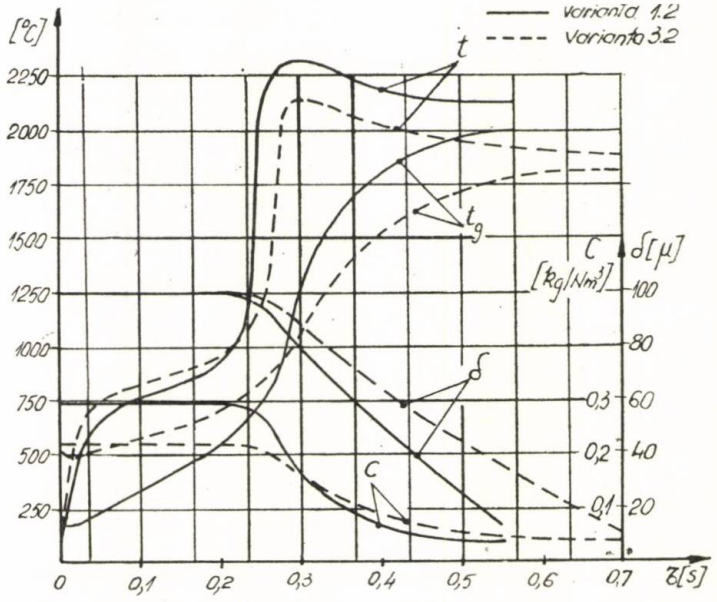


Fig. 5. — Diagramele de variaţie t, t_g, δ şi C pentru variantele 1.2 şi 3.2.

Diagramele reprezintă variaţia în timp a funcţiilor : temperatura particulei de cărbune t ;temperatura fazei gazoase t_g ; diametrul particulei de cărbune δ ; concentraţia de oxigen C. În aceste cazuri analizate

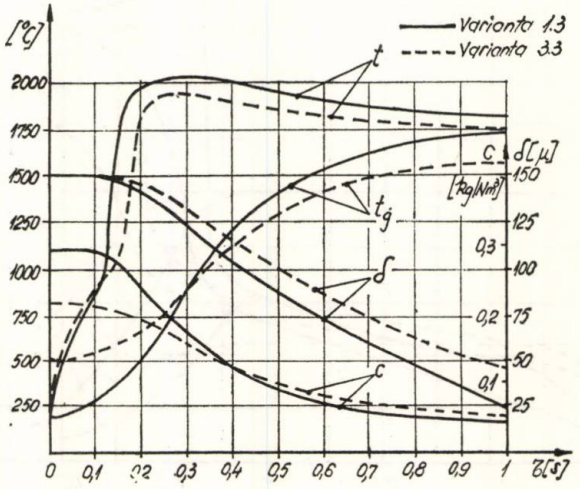


Fig. 6. — Diagramele de variaţie t, t_g, δ şi C pentru variantele 1.3 şi 3.3.

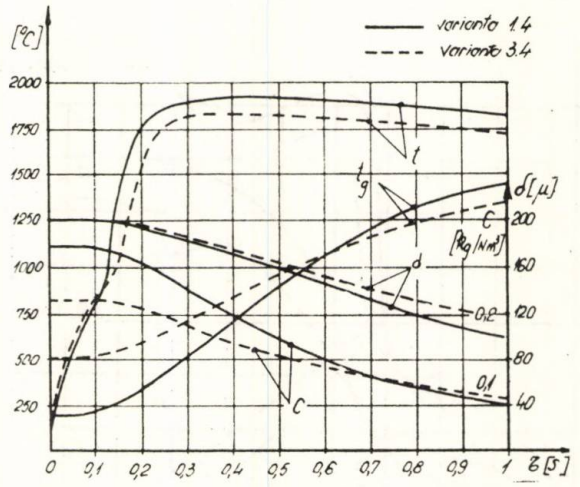


Fig. 7. — Diagramele de variaţie t, t_g, δ şi C pentru variantele 1.4 şi 3.4.

s-a presupus coeficientul de absorbţie $\varphi = 1$. Acest lucru este echivalent cu a lua în discuţie aprinderea unei singure particule de cărbune. Pentru a compara desfăşurarea fenomenelor, în fiecare diagramă, pentru acelaşi diametru, se reprezintă dinamica aprinderii pentru cazul fără recirculare ($r = 0$) şi cazul cu recirculare ($r = 0{,}4$).

La început, viteza de creştere a temperaturii particulei este mare. Acest lucru se datoreşte pe de o parte, căldurii primite prin radiaţie, iar pe de altă parte căldurii primite prin conductivitate termică de la faza gazoasă, întrucît temperatura ei pentru $\tau = 0$ este mai mare decît a

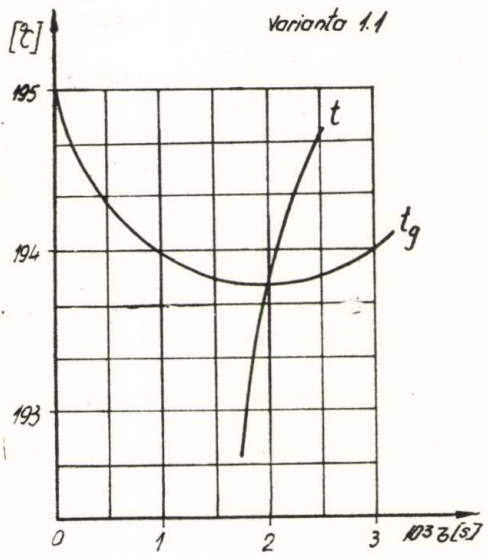


Fig. 8. — Procesul iniţial al schimbului de căldură dintre particulă şi gaze (varianta 1.1).

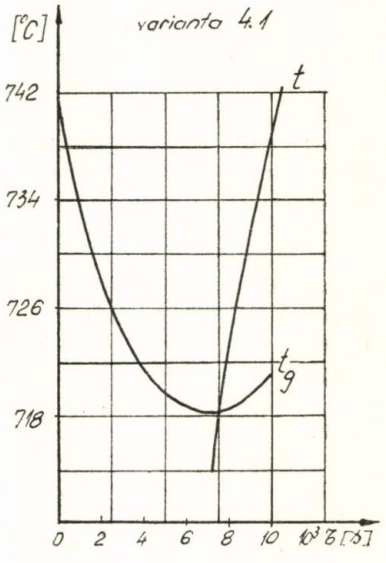


Fig. 9. — Procesul iniţial al schimbului de căldură dintre particulă şi gaze (varianta 4.1).

particulei de cărbune. Datorită căldurii cedate prin conductivitate, temperatura gazelor scade.

După un timp oarecare ($2 \cdot 10^{-3}$s pentru varianta 1.1 şi $7{,}8 \cdot 10^{-3}$s pentru varianta 4.1), cele două temperaturi devin egale. În continuare, temperatura particulei continuă să crească. Din momentul obţinerii egalităţii, sensul schimbului de căldură prin conductivitate se schimbă : de la particulă spre gaze. Particula primeşte căldură prin radiaţie şi cedează prin conductivitate gazelor. Din această cauză, temperatura gazelor creşte, rămînînd însă mai mică decît temperatura particulei.

În momentul îndeplinirii condiţiilor de aprindere, temperatura particulei creşte brusc (acest salt impune alegerea unui pas mic la rezolvarea sistemului prin metoda Runge—Kutta). Din diagrame se pot citi cu aproximaţie, pentru diverse cazuri, temperatura de aprindere şi timpul de aprindere ale particulei. Valorile găsite confirmă ipoteza că temperatura de aprindere nu este constantă pentru un anumit combustibil, ci este funcţie şi de condiţiile în care se desfăşoară procesul. Temperatura particulei atinge un maxim (se consideră că temperatura particulei este aceeaşi în întreaga ei masă). Diferenţa dintre maximul temperaturii particulei şi temperatura gazelor în acel moment depinde de la un caz la altul. În figura 4, pentru $r = 0$ această diferenţă este 1 500 grd, iar pentru $r = 0{,}4$ numai 1 050 grd. În figura 6, pentru $r = 0$ diferenţa este 1 100 grd, iar pentru $r = 0{,}4$ aproximativ aceeaşi valoare. Întrucît maximul temperaturii

particulei este mai mare decît temperatura gazelor radiante (gazele radiante pot fi înlocuite fictiv cu o suprafaţă solidă radiantă), însemnează că sensul fluxului de căldură prin radiaţie se schimbă, şi anume de la particulă spre volumul gazelor radiante. Totodată particula transmite căldură prin conductivitate gazelor înconjurătoare. Aceste cauze fac ca temperatura particulei să scadă. Cu timpul, temperatura particulei şi fazei gazoase devin egale cu temperatura gazelor radiante.

În cazul folosirii recirculării gazelor de ardere, din motivele arătate temperatura fazei gazoase şi deci şi a particulei sînt la început mai mari ca în cazul fără recirculare. După un timp oarecare, aceste temperaturi devin mai mici. Recircularea conduce sub acest aspect la o oarecare aplatisare a curbelor de temperatură. Momentul aprinderii particulei în cazul cu recirculare este mai tîrziu în comparaţie cu cazul fără recirculare.

Diametrul particulei de cărbune din momentul aprinderii începe să scadă. În cazul cu recirculare, scăderea este mai lentă. Simultan cu scăderea diametrului are loc şi o scădere a concentraţiei de oxigen (vezi (4)). Gazele de ardere recirculate conduc la scăderea concentraţiei iniţiale de oxigen, lucru ilustrat în figurile 4—7.

Măsurînd în diagramele precedente timpul de aprindere τ_{ap} a particulei de cărbune, se obţin curbele din figura 10.

Analizînd figura, se constată că în cazul recirculării gazelor de ardere timpul de aprindere este întotdeauna mai mare decît în cazul fără recirculare pentru oricare diametru iniţial al particulei de cărbune. Acest lucru se explică prin aceea că în procesul de aprindere are mare influenţă valoarea concentraţiei de oxigen în faza gazoasă. Alura curbelor (atît pentru $r = 0$, cît şi pentru $r = 0{,}4$) este aceeaşi. Pentru δ_0 cuprins între 50 şi 100 μ se

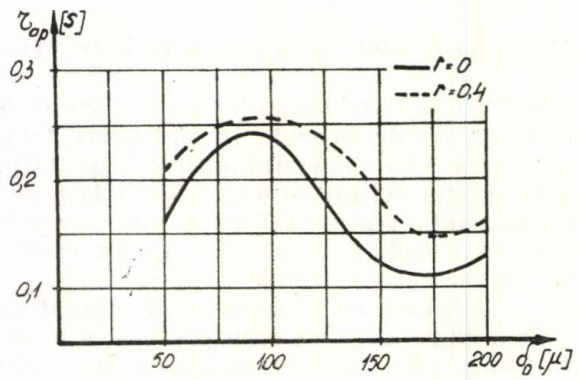


Fig. 10. — Variaţia timpului de aprindere a particulei de cărbune cu diametrul iniţial.

constată o creştere a timpului de aprindere. Timpul de aprindere scade pentru valorile lui δ_0 între 100 şi 175 μ. Această variaţie se explică astfel : cu creşterea diametrului particulei, căldura primită de la gazele radiante creşte. Totodată însă căldura pierdută de particulă prin conductivitate către gazele înconjurătoare creşte. De asemenea, diametrul particulei crescînd, difuzia oxigenului spre particulă se înrăutăţeşte. Pentru valorile diametrului iniţial cuprinse între 100 şi 175 μ, creşterea căldurii absorbite prin radiaţie anihilează complet cele două efecte negative şi, mai mult, surplusul de căldură, care evident există, uşurează procesul de aprindere.

Valorile diametrului inițial mai mare de 175 μ duc la creșterea timpului de aprindere (valorile arătate au valabilitate numai respectînd condițiile impuse în rezolvarea sistemului).

În figura 11 se arată influența coeficientului de absorbție φ asupra dinamicii curbelor t și t_g în condițiile variantei 1.4. Cazurile $\varphi < 1$ descriu

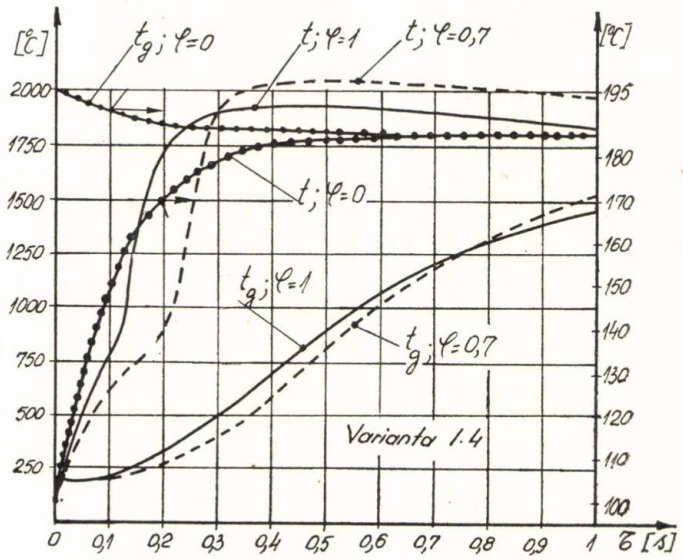


Fig. 11. — Influența coeficientului de absorbție φ asupra temperaturilor t și t_g.

procesul de ardere a particulei de cărbune care face parte dintr-un nor de particule. Pentru $\varphi = 0{,}7$ (adică la particula considerată ajunge numai 70% din radiația incidentă), temperatura particulei, este mai mică decît în cazul $\varphi = 1$. Acest lucru se menține un timp egal cu 0,3 s. Reducerea intensității radiației face ca timpul de aprindere a particulei să crească de la 0,13 la 0,2 s. După 0,3 s, cînd temperatura particulei depășește temperatura gazelor radiante și deci sensul fluxului radiant se schimbă de la particulă spre gazele radiante, temperatura particulei pentru $\varphi = 0{,}7$ este mai mare decît în cazul $\varphi = 1$. Acest fapt se explică prin efectul de ecran pe care îl au particulele interpuse între particula considerată și extrema dreaptă a frontului de flacără, ceea ce face ca particula să piardă mai puțină căldură prin radiație. O alură similară are și curba t_g : la început este mai mică decît t_g pentru $\varphi = 1$, ca apoi s-o depășească. Dosebit interes prezintă cazul $\varphi = 0$ (procesul are loc în absența radiației). Din cauza valorilor mici ale temperaturilor inițiale ($t_{go} = 195$°C și $t_{co} = 100$ °C), temperaturile t și t_g trebuie citite pe scara din dreapta. Neexistînd radiație, particula nu se aprinde. Procesul se reduce la un schimb de căldură prin conductivitate între gaze și particulă. Aprinderea ar fi posibilă dacă temperatura inițială a gazelor ar fi cel puțin egală cu temperatura de aprindere a particulei în condițiile respective.

În aceste condiţii, sistemul precedent devine

$$\left.\begin{aligned} \frac{\pi\delta_0^3}{6}\gamma_c\, c_c \frac{dT}{d\tau} &= -\,2\pi\delta_c\,(\lambda_0+aT_g)\,(T-T_g), \\ [r(\zeta+\alpha_f-1)+\alpha]\frac{\pi\delta_0^3}{6}\gamma_c\, c_{pg}\, V^0_{aum}\frac{dT_g}{d\tau} &= 2\pi\delta_0\,(\lambda_0+aT_g)\,(T-T_g) \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

(pentru varianta 1.4, gradul de recirculare r = 0), sistem care poate fi rezolvat şi analitic [5].

Procesul de aprindere şi de ardere a particulei de cărbune cunoaşte în timp o variaţie a regimului de reacţie (regim cinetic şi regim difuziv). Pentru a urmări schimbarea regimului de reacţie în timp, se introduce noţiunea de parametru de regim, definit prin raportul

$$\Psi = \frac{K_d}{K + K_d}, \quad (18)$$

unde K este constanta cinetică a vitezei de reacţie, m/s, K_d constanta difuzivă a vitezei de reacţie, m/s;

$$K_d = K_{de} + K_{di}, \quad (19)$$

unde K_{de} este constanta de viteză a difuziei exterioare, m/s, iar K_{di} constanta de viteză a difuziei interioare, m/s:

$$\left.\begin{aligned} K &= k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) = k_0 \exp\left(-\frac{1}{\theta}\right), \\ K_{de} &= \frac{2D}{\delta} = \frac{2D_{0am}}{\delta}\left(\frac{T_g}{T_0}\right)^2 = \frac{2D_{0am}}{\delta}\left(\frac{\theta_g}{\theta_0}\right)^2, \\ K_{di} &= \frac{12\,D}{s_i\,\delta^2} = \frac{12\,D_{0am}}{s_i\,\delta^2}\left(\frac{T_g}{T_0}\right)^2 = \frac{12\,D_{0am}}{s_i\,\delta^2}\left(\frac{\theta_g}{\theta_0}\right)^2. \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

În regimul cinetic al arderii $K_d >> K$ şi $\Psi \to 1$, iar în regimul difuziv $K_d << K$ şi $\Psi \to 0$.

În figura 12 se arată dinamica parametrului de regim pentru cîteva variante. Toate curbele au o alură identică: la început, din cauza temperaturii scăzute, procesul decurge în regim cinetic; urmează apoi o perioadă de trecere, în care parametrul Ψ se apropie — deosebit de la caz la caz — de regimul difuziv şi apoi, datorită micşorării prin ardere a diametrului particulei, trece din nou în regimul cinetic. Comparînd variantele 1.1 şi 1.3, se constată că pentru particulele mici regimul cinetic durează mai mult decît pentru particulele cu diametrul mai mare, însă probabilitatea ca

particulele mari să reacţioneze în regim difuziv este sporită faţă de cea a particulelor mai fine. Din comparaţia variantelor 1.1 şi 3.1 (acelaşi diametru iniţial) rezultă că în cazul recirculării gazelor de ardere, din cauza

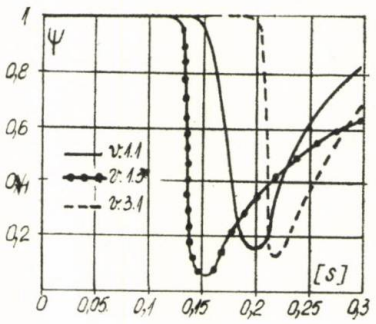


Fig. 12. — Schimbarea regimului de reacţie a unei particule de cărbune în timp.

creşterii temperaturii iniţiale a fazei gazoase, regimul cinetic în partea iniţială a procesului durează mai mult (0,2 s) faţă de cazul fără recirculare (0,15 s).

3. CONCLUZII

Avînd în vedere că sistemul de ecuaţii, sistem care modelează matematic arderea unei particule de cărbune pulverizat, a fost rezolvat în condiţiile mai complexe ale arderii în focarele generatoarelor de abur, rezultă că datele obţinute prezintă mai multă siguranţă şi utilitate în folosirea lor în proiectarea şi în exploatarea instalaţiilor de ardere. Lucrarea evidenţiază de asemenea influenţele gazelor de ardere recirculate asupra procesului de ardere a cărbunelui pulverizat. Datele obţinute pot fi extinse, cu unele corecţii, şi la arderea unui nor de praf de cărbune (ardere sub formă de jet), întrucît frontul de flacără, indiferent că este vorba de o distribuţie plană sau tridimensională a concentraţiei de praf, este locul geometric al tuturor punctelor din spaţiu în care sînt satisfăcute condiţiile stoechiometrice.

BIBLIOGRAFIE

1. D. M. Hzmalian, T. V. Vilenschi, *Issledovanie vosplamenenia i vigorania sistemi pileugolnih ciastiţ*", Teploenerghetica, *8*, 10—15 (1967).
2. T. V. Vilenschii, E. A. Parsegov, D. M. Hzmalian, *Zavisimosti intensivnosti reaghirovania pileugolnîh ciastiţ ot ih razmera*, Teploenerghetica, *2*, 72—76 (1969).
3. Hein K., Lowes T., *Beitrag zum Strahlungswärmeübergang in feststoffbeladenen Gasströmen*, Brennstoffe — Wärme — Kraft, *1*, 1—6 (1972).
4. A. G. Bloh, *Teplovoe izlucenie v cotelnîh ustanovcah*, Izd. „Energhia", 1967, p. 99—120.
5. C. Neaga, *Effect of combustion gases recirculation on pulverized solid fuel combustion*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Électrotechn. et Énerg., *2*, p. 391—405 (1972).

INFLUENȚA CARACTERISTICILOR COMBUSTIBILULUI ASUPRA CĂLDURII RECUPERATE LA CUPTOARE PENTRU PREÎNCĂLZIREA AERULUI DE ARDERE

VICTOR V. GHIA și A. PĂLTÎNEA

662.925.99

Se clarifică influența caracteristicilor combustibililor asupra posibilităților de a recupera căldura gazelor de ardere evacuate din cuptoare pentru preîncălzirea aerului de ardere. Posibilitățile de recuperare au fost precizate prin mărimea adimensională denumită grad de recuperare a căldurii, precum și prin coeficienții de transmitere a căldurii, iar pentru exemplificare se compară patru combustibili: gazul natural, păcura, gazul de cocserie și bigazul.

1. GENERALITĂȚI

Caracteristicile combustibililor arși în cuptoare pot avea o mare influență asupra posibilităților de a recupera căldura gazelor rezultate din ardere, deoarece, în primul rînd, aceste caracteristici determină debitul și compoziția gazelor care cedează căldura în recuperator. Cunoașterea posibilităților de recuperat căldura din gazele de ardere evacuate prezintă un deosebit interes pentru:

— cuptoarele noi care se proiectează;

— cuptoarele în funcțiune la care este favorabilă dotarea cu recuperatoare de căldură;

— cuptoarele existente dotate cu recuperatoare la care din diferite motive se pune problema schimbării combustibilului ars.

În țara noastră, schimbările combustibilului folosit sînt determinate în special de:

— necesitatea utilizării superioare pentru chimizarea gazelor naturale;

— echilibrarea balanței consumului de combustibili primari prin utilizarea combustibililor care apar ca resurse energetice secundare, cum sînt, de exemplu, gazul de cocserie, gazul de furnal și bigazul;

— oferirea la export a păcurii de calitate superioară.

St. cerc. energ. electr., tom. 23. nr. 3, p. 617—634, 1973

Trebuie menţionat că pot apărea cazuri cînd prin schimbarea combustibilului recuperatorul să nu mai permită preîncălzirea aerului de ardere la o temperatură suficient de ridicată pentru a asigura nivelul de temperaturi necesar în cuptor, prin aceasta micşorîndu-se productivitatea cuptorului sau mărindu-se consumul specific de combustibil [1].

De aceea lucrarea îşi propune să clarifice influenţa naturii combustibilului asupra posibilităţilor de a recupera căldura gazelor de ardere evacuate din cuptoare pentru preîncălzirea aerului de ardere.

Posibilităţile de recuperare vor fi precizate prin variaţia unei mărimi adimensionale denumite grad de recuperare a căldurii şi a relaţiilor criteriale pentru determinarea coeficienţilor de transmiterea căldurii, iar ca exemplificare rezultatele se vor compara pentru patru combustibili caracteristici : gaz natural, păcură, gaz de cocserie şi bigaz.

2. GRADUL DE RECUPERARE A CĂLDURII

Considerăm că o măsură a posibilităţilor de recuperare a căldurii gazelor de ardere evacuate din cuptoare o dă gradul de recuperare a căldurii Ω, definit prin relaţia

$$\Omega = \frac{n\, V_0\, i_p}{[V_{g0} + (n_e - 1)\, V_0]\, i_e}, \tag{1}$$

unde

n este coeficientul excesului de aer pentru ardere, corespunzător aerului care se introduce preîncălzit în focar,

n_e — coeficientul excesului de aer la evacuarea din cuptor,

V_0 — cantitatea teoretică de aer pentru ardere $\left(\frac{m^3_N}{m^3_N} \text{ sau } \frac{m^3_N}{kg}\right)$,

V_{g0} — cantitatea teoretică de gaze ce rezultă din ardere $\left(\frac{m^3_N}{m^3_N} \text{ sau } \frac{m^3_N}{kg}\right)$,

i_p — entalpia a 1 m^3_N aer la temperatura de preîncălzire $t_p \left(\frac{kcal}{m^3_N}\right)$,

i_e — entalpia gazelor de ardere la temperatura de evacuare din cuptor $t_e \left(\frac{kcal}{m^3_N}\right)$.

După cum se remarcă din relaţia (1), raportul Ω precizează proporţia din căldura gazelor de ardere evacuate din cuptor pentru unitatea de combustibil ars, care, fiind recuperată, este adusă în focarul cuptorului sub formă de aer preîncălzit.

Atunci cînd se admite că nu se aspiră aer fals în cuptor, $n_e = n$, adică excesul de aer din gazele de ardere evacuate este acelaşi cu excesul de aer pentru arderea completă. În funcţie de caracteristicile recuperatorului există o dependenţă între temperatura aerului preîncălzit t_p şi temperatura de evacuare din cuptor t_e.

În figura 1 se prezintă pentru $n = n_e$ 1,05 curbele de variație a gradului de recuperare a căldurii Ω în funcție de temperatura t_e la combustibili gazoși, a căror compoziție este redată în tabela 1 și pentru păcură, avînd compoziția C = 87,5%, H = 11,2%, S = 0,6%, apă W = 0,3%, N = 0,2%, 0 = 0,2%.

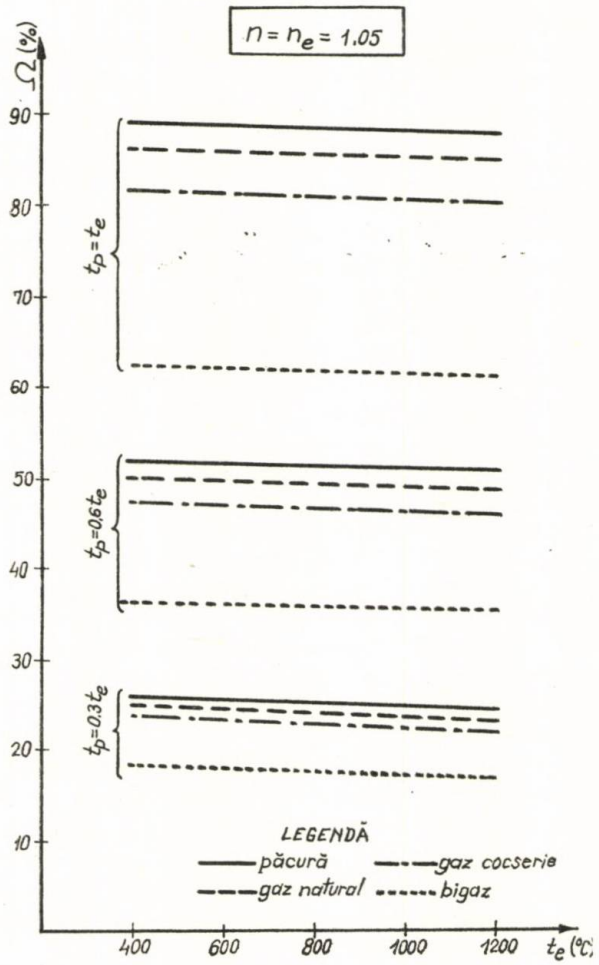


Fig. 1. — Influența variației temperaturilor t_e și t_p asupra gradului de recuperare Ω pentru $n = n_e = 1{,}05$.

Tabela 1

Compoziția / Combustibilul	CH_4	C_2H_6	CO	H_2	CO_2	N_2	O_2	H_2O
Gaz natural	98,8	0,8	—	—	—	0,4	—	—
Gaz de cocserie	24,46	2,26	5,59	53,66	2,65	8,93	0,589	1,86
Bigaz	5,32	0,509	23,79	13	9,97	45,4	0,126	1,86

S-au trasat curbele de variaţie pentru trei cazuri caracteristice:

a) $t_p = 0{,}3\ t_e$,

b) $t_p = 0{,}6\ t_e$,

c) $t_p = t_e$.

Cazul c) se referă la o situaţie ideală nerealizabilă în practică, iar cazul (a) corespunde unei recuperări de căldură relativ mică.

Din figura 1 rezultă că:

— diferenţele dintre Ω sînt cu atît mai mari în funcţie de natura combustibilului, cu cît se recuperează o cantitate mai mare de căldură din gazele de ardere evacuate, adică cu cît temperaturile t_p şi t_e sînt mai apropiate ca valori:

— pentru acelaşi combustibil, raportul Ω se micşorează odată cu creşterea temperaturii t_e;

— variaţia lui Ω cu t_e este practic liniară;

— pentru aceeaşi temperatură t_e, raportul Ω este cu atît mai mare, cu cît combustibilul are puterea calorifică inferioară mai ridicată. Astfel, pentru $t_p = 0{,}3\ t_e$ şi $t_e = 400 \ldots 1200$°C, la bigaz $\Omega = 0{,}17 \ldots 0{,}18$, iar la păcură $\Omega = 0{,}235 \ldots 0{,}257$, în timp ce pentru $t_p = t_e$ şi $t_e = 400 \ldots 1200$°C la bigaz $\Omega = 0{,}605 \ldots 0{,}62$, iar la păcură $\Omega = 0{,}87 \ldots 0{,}884$.

Din această ultimă constatare se poate deduce că, atunci cînd se obţine aceeaşi temperatură de preîncălzire t_p, temperatura gazelor de ardere evacuate din recuperatoare va fi mai scăzută, deci recuperarea căldurii e mai bună dacă se folosesc combustibili superiori (păcură, gaze naturale). Atunci cînd se folosesc combustibili gazoşi inferiori (bigaz, gaz de generator, gaz de furnal), raportul Ω fiind mai mic şi gazele de ardere evacuate din recuperator avînd o temperatură mai ridicată, se impune amplasarea în serie a unui alt recuperator pentru preîncălzit combustibilul gazos, obţinîndu-se astfel în continuare răcirea gazelor de ardere şi creşterea randamentului termic al cuptorului. De multe ori, în asemenea cazuri, preîncălzirea combustibilului gazos apare ca o condiţie pentru obţinerea nivelului de temperaturi necesar desfăşurării normale a procesului tehnologic.

În figura 2 se prezintă pentru $n_e = n = 1{,}5$ curbele de variaţie ale gradului de recuperare Ω în funcţie de temperatura t_e la combustibilii a căror caracteristici au fost date anterior. Faţă de cazul $n = n_e = 1{,}05$ se constată că:

— pentru acelaşi combustibil şi temperaturi t_e, raportul Ω are o valoare mai mare ca urmare a creşterii cantităţii de căldură introdusă în focar, datorită aerului preîncălzit;

— la aceeaşi dependenţă $t_p = kt_e$, unde k este o constantă, diferenţele pentru valorile lui Ω sînt mai mici în funcţie de natura combustibilului.

Astfel, pentru $t_p = 0{,}3\ t_e$ şi $t_e = 400 \ldots 1200$°C, la bigaz $\Omega = 0{,}186 \ldots 0{,}202$, iar la păcură $\Omega = 0{,}25 \ldots 0{,}265$, în timp ce pentru $t_p = t_e$ şi $t_e = 400 \ldots 1200$°C, la bigaz $\Omega = 0{,}68 \ldots 0{,}695$, iar la păcură $\Omega = 0{,}9 \ldots 0{,}913$. Trebuie remarcat însă că, atunci cînd nu se aspiră aer fals în cuptor, influenţa creşterii coeficientului n asupra raportului Ω este relativ mică.

În practică, asemenea situaţii se întîlnesc mai rar, deoarece creşterea excesului de aer peste valoarea care asigură arderea completă poate fi dictată numai de necesitatea scăderii temperaturi flăcării pentru a nu peri-

clita buna desfășurare a procesului tehnologic. De multe ori, în asemenea cazuri se renunță la scăderea temperaturii flăcării prin creșterea excesului de aer pentru ardere, utilizîndu-se recirculația gazelor de ardere, care poate conduce la importante avantaje.

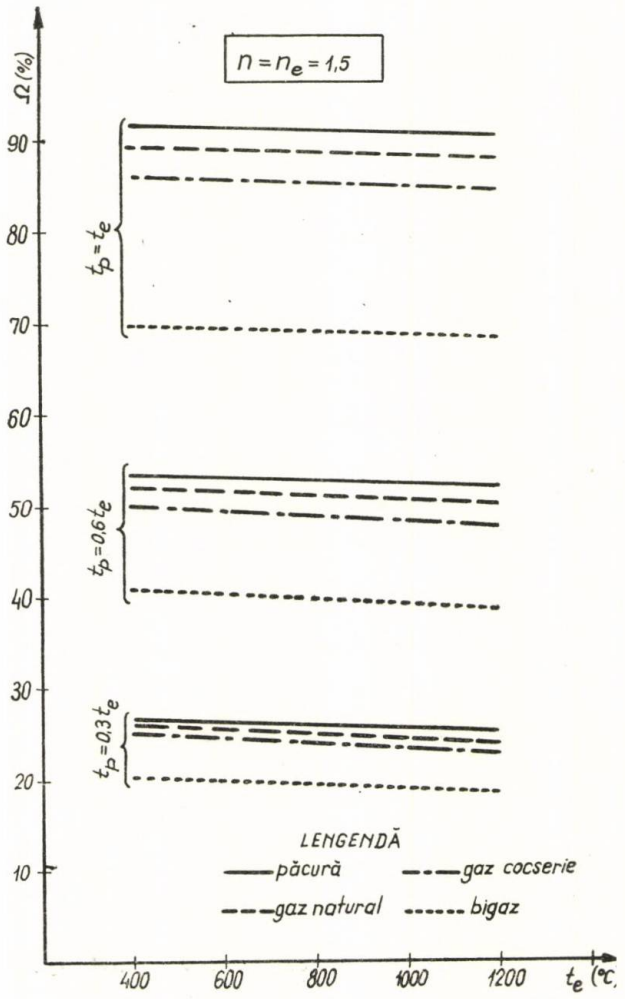


Fig. 2. — Influența variației temperaturilor t_e și t_p asupra lui Ω pentru $n = n_e = 1{,}5$.

Situația se schimbă esențial, conducînd la micșorarea sensibilă a raportului Ω, cînd se aspiră aer fals în cuptor, adică $n_e > n$.

În figura 3 se prezintă cazul cînd aspirația de aer fals este redusă, astfel încît influența acesteia este mică, iar în figura 4 se dă cazul cînd

acest fenomen dăunător are importanţă. Această importanţă devine cu atît mai mare, cu cît diferenţa dintre temperaturile t_p şi t_e este mai mică.

Astfel, cînd $n = 1{,}05$, respectiv $n_e = 1{,}1$, pentru $t_p = 0{,}3\ t_e$ şi $t_e = 400 \ldots 1200°C$, la bigaz $\Omega = 0{,}15 \ldots 0{,}17$, iar la păcură $\Omega = 0{,}23 \ldots 0{,}24$, în timp ce la $n = 1{,}05$, respectiv $n_e = 1{,}5$ tot pentru $t_p = 0{,}3\ t_e$ şi $t_e = 400 \ldots 1200°C$, la bigaz $\Omega = 0{,}125 \ldots 0{,}138$, iar la păcură $\Omega = 0{,}175 \ldots 0{,}187$.

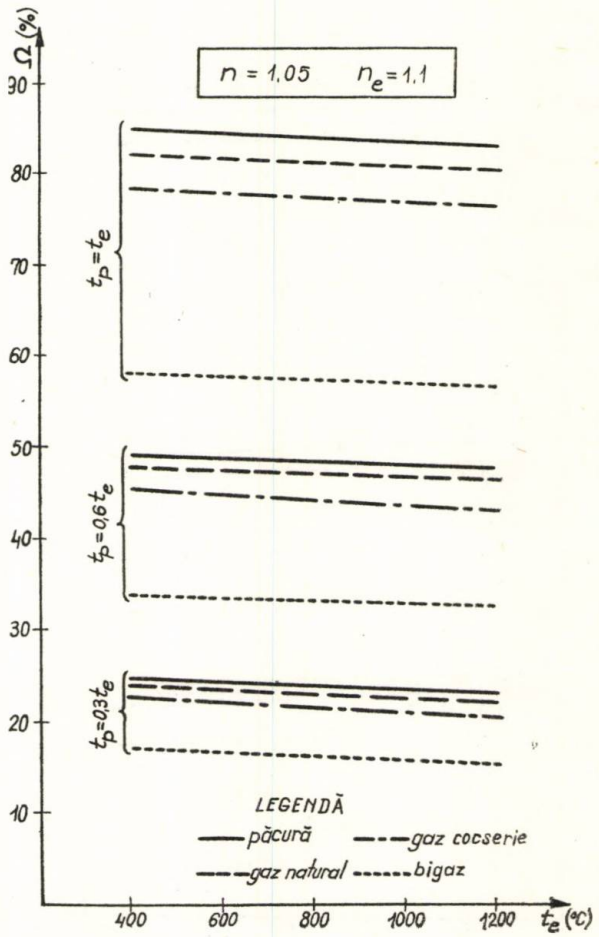


Fig. 3. — Dependenţa lui Ω de variaţia temperaturilor t_e şi t_p pentru $n = 1{,}05$ şi $n_e = 1{,}1$.

Atunci cînd $n = 1{,}05$, respectiv $n_e = 1{,}1$, pentru $t_p = 0{,}6\ t_e$ şi $t_e = 400 \ldots 1200°C$, la bigaz $\Omega = 0{,}325 \ldots 0{,}337$, iar la păcură $\Omega = 0{,}475 \ldots 0{,}49$, în timp ce la $n = 1{,}05$, respectiv $n_e = 1{,}5$, tot pentru $t_p = 0{,}6\ t_e$ şi $t_e = 400 \ldots 1200°C$, la bigaz $\Omega = 0{,}255 \ldots 0{,}277$, iar la păcură $\Omega = 0{,}362 \ldots 0{,}37$.

Trebuie adăugat că aspiraţia de aer fals, pe lîngă faptul că micşorează gradul de recuperare Ω, micşorînd şi temperatura gazelor de ardere la

intrarea în recuperator, înrăutățește transferul de căldură , ceea ce este un dezavantaj în plus pentru recuperarea căldurii.

La cuptoarele care se dotează cu recuperatoare, obținerea unei anumite temperaturi de preîncălzire t_p presupune realizarea unor recuperatoare în concordanță cu posibilitățile de transfer de căldură a gazelor rezultate din arderea combustibililor respectivi [1].

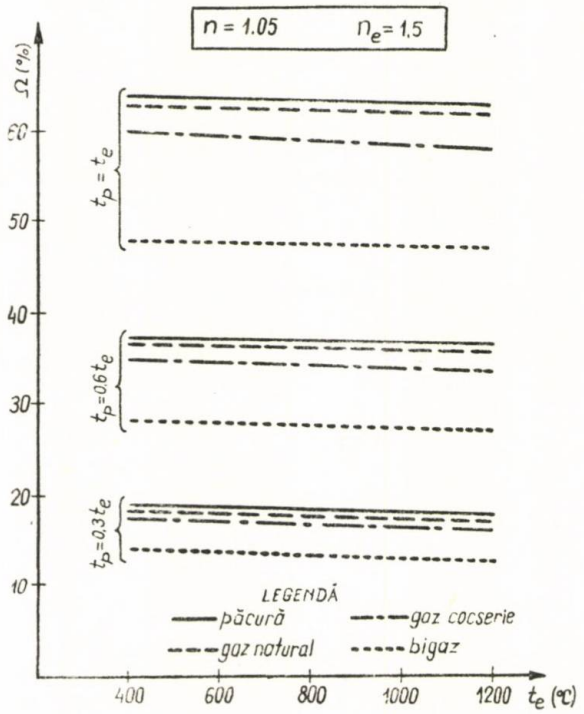


Fig. 4. — Dependența lui Ω de variația temperaturilor t_p și t_e pentru $n = 1{,}05$ și $n_e = 1{,}5$.

Cînd se compară valorile gradului de recuperare Ω pentru un cuptor cu recuperator, atunci cînd i se schimbă combustibilul cu care funcționează, se impune să fie îndeplinite în primul rînd două condiții :

— caracteristicile noului combustibil și aerul de ardere preîncălzit să asigure nivelul de temperaturi cerut de desfășurarea optimă a procesului tehnologic ;

— productivitatea cuptorului să fie cel puțin egală ca la funcționarea cu vechiul combustibil.

Cînd nu este impusă de procesul tehnologic, valoarea temperaturii de evacuare din cuptor t_e este determinată de modul cum se efectuează schimbul de căldură în spațial de lucru.

Prezentarea făcută anterior a evidențiat posibilitățile potențiale de recuperat căldura gazelor de ardere evacuate, în funcție de caracteristicile

combustibililor arşi. La cuptoarele noi, economicitatea soluţiei de recuperare pentru a se obţine o anumită valoare a gradului de recuperare Ω depinde de transmiterea căldurii în recuperatoare, care determină căldura recuperată, respectiv parametrii aerului preîncălzit.

3. DEPENDENŢA TRANSFERULUI DE CĂLDURĂ DIN RECUPERATOR DE CARACTERISTICILE COMBUSTIBILILOR

În general, intensitatea schimbului de căldură este caracterizată prin valoarea coeficientului global K de transmitere a căldurii în recuperator. Pentru recuperatoarele la care se poate neglija rezistenţa termică a peretelui, în figura 5 se prezintă variaţia coeficientului K în funcţie de coeficientul de transmiterea căldurii de la gazele de ardere la perete α_g

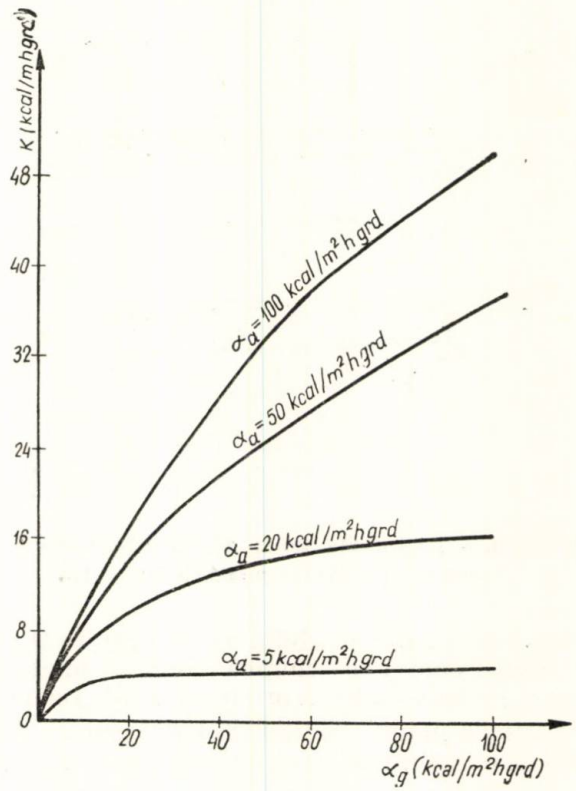


Fig. 5. — Variaţia coeficientului global K în funcţie de coeficientul α_g pentru cîteva valori ale coeficientului α_a.

la cîteva valori ale coeficientului de transmitere a căldurii de la peretele recuperatorului la aer α_a. Rezultă astfel că variaţia coeficientului α_g, care poate apărea datorită schimbării combustibilului ars în cuptor, influenţează cu atît mai mult coeficientul K, cu cît coeficientul α_g are o valoare mai mică, iar coeficientul α_a are o valoare mai mare.

Valori mici pentru coeficientul α_g se întîlnesc în special la recuperatoarele metalice convective care funcționează cu tiraj natural. Chiar în cazul cînd coeficientul α_g are o valoare ridicată (de exemplu la recuperatoarele prin radiație), dacă α_a are o valoare relativ mare, variația coeficientului α_g poate influența sensibil coeficientul K. Valori mari pentru α_a se întîlnesc în practică cînd, pentru a micșora temperatura peretelui în vederea utilizării unor materiale mai ieftine, se folosesc viteze ridicate de circulație a aerului.

Trebuie menționat că, în general, influența cea mai mică asupra coeficientului K o are variația coeficientului α_g în cazul recuperatoarelor ceramice, unde coeficientul α_a are valori relativ mari. Se poate admite că

$$\alpha_g = \alpha_{gc} + \alpha_{gr}, \tag{2}$$

unde α_{gc} este coeficientul de transmiterea căldurii prin convecție de la gazele de ardere la peretele recuperatorului iar α_{gr} coeficientul de transmiterea căldurii prin radiație de la gazele de ardere la peretele recuperatorului.

Ținînd seama de (2), se va studia influența naturii combustibilului ars în cuptor asupra fiecăruia dintre coeficienții α_{gc} și α_{gr}. Pentru compararea rapidă a rezultatelor se va lucra cu valori raportate, luîndu-se drept combustibil de referință gazele naturale, care au cea mai mare utilizare în țara noastră. Ne vom referi la cîteva cazuri caracteristice.

În cazul recuperatorului construit din tuburi netede prin care circulă gazele de ardere în curgere laminară, dependența dintre schimbul de căldură prin convecție cînd combustibilul de referință 2 care se arde în cuptor este înlocuit cu un alt combustibil 1 se obține din relația [2]:

$$\frac{\mathrm{Nu}_{f1}}{\mathrm{Nu}_{f2}} = \left(\frac{\mathrm{Re}_{f1}}{\mathrm{Re}_{f2}}\right)^{0,33} \left(\frac{\mathrm{Pr}_{f1}}{\mathrm{Pr}_{f2}}\right)^{0,43} \left(\frac{\mathrm{Gr}_{f1}}{\mathrm{Gr}_{f2}}\right)^{0,1} \left(\frac{\mathrm{Pr}_{f1} \cdot \mathrm{Pr}_{p2}}{\mathrm{Pr}_{f2} \cdot \mathrm{Pr}_{p1}}\right)^{0,25}, \tag{3}$$

unde Nu_f, Re_f, Pr_f sînt criteriile de similititudine Nusselt, Reynolds și Prandt la temperatura gazelor de ardere, iar Pr_p criteriul de similititudine Prandt la temperatura peretelui. Indicele 1 se referă la noul combustibil care înlocuiește combustibilul de referință, notat cu indicele 2.

Ținînd seama de expresiile criteriilor Nu, Re, Pr, și Gr și neglijînd influența parametrilor neesențiali, se deduce că

$$\frac{\alpha_{gc1}}{\alpha_{gc2}} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{0,33} \cdot A_1, \tag{4}$$

unde

$$A_1 = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^{0,57} \left(\frac{\nu_2}{\nu_1}\right)^{0,1} \left(\frac{C_{p1}\gamma_1}{C_{p2}\gamma_2}\right)^{0,43}. \tag{5}$$

Mărimile w, λ, ν, c_p și γ sînt caracteristicile gazelor de ardere: viteza de scurgere, conductibilitatea termică, viscozitatea cinematică, căldura specifică medie și greutatea specifică.

Ţinînd seama că

$$w_1 = w_{01}\frac{T}{273{,}16} = \frac{B_1 V_{g1} T}{273{,}16\, S} = \frac{Q_1 V_{g1} T}{273{,}16\, S\, P_{ci1}}, \tag{6}$$

$$w_2 = w_{02}\frac{T}{273{,}16} = \frac{B_2 V_{g2} T}{273{,}16\, S} = \frac{Q_2 V_{g2} T}{273{,}16\, S\, P_{ci2}}. \tag{7}$$

unde

T este temperatura absolută a gazelor de ardere,
B — consumul orar de combustibil al cuptorului,
Q — consumul orar de căldură al cuptorului,
P_{ci} — puterea calorifică inferioară a combustibilului ars în cuptor,
S — secţiunea de scurgere a gazelor de ardere prin recuperator,
$V_g = V_{g0} + (n_e - 1)\, V_0$ — cantitatea de gaze care rezultă prin arderea unităţii de combustibil la coeficientul excesului de aer n_e, şi înlocuind (5) (6) şi (7) în relaţia (4), se obţine

$$\frac{\alpha_{gc1}}{\alpha_{gc2}} = \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^{0{,}33} \cdot A_2 \tag{8}$$

unde

$$A_2 = A_1 = \left(\frac{V_{g01} + (n_e - 1)\, V_{01}}{V_{g02} + (n_e - 1)\, V_{02}} \cdot \frac{P_{ci2}}{P_{ci1}}\right)^{0{,}33}. \tag{9}$$

Din relaţia (4) remarcăm faptul că $\alpha_{gc1} = \alpha_{gc2} \cdot A_1$ dacă $w_1 = w_2$, adică în ipoteza că prin schimbarea combustibilului nu se modifică debitul gazelor de ardere care intră în recuperator. Această ipoteză este foarte greu de realizat în practică.

În baza relaţiei (8) rezultă că $\alpha_{gc1} = \alpha_{gc2} \cdot A_2$ dacă $Q_2 = Q_1$, adică atunci cînd prin schimbarea combustibilului consumul de căldură al cuptorului se menţine constant. Această ipoteză este frecvent folosită în calculele tehnice, fiind apropiată de realitate în numeroase cazuri. Menţionăm că la aceeaşi productivitate consumul de căldură al cuptorului este funcţie în special de transferul de căldură de la gazele de ardere la şarjă, care depinde într-o măsură mai mare sau mai mică de natura combustibilului ars.

Dacă prin acelaşi recuperator ca în cazul anterior gazele de ardere se scurg în regim turbulent, dependenţa dintre schimbul de căldură prin convecţie la funcţionarea pe combustibilul 1 şi combustibilul 2 este dată de relaţia [4]

$$\frac{\mathrm{Nu}_{f1}}{\mathrm{Nu}_{f2}} = \left(\frac{\mathrm{Re}_{f1}}{\mathrm{Re}_{f2}}\right)^{0{,}8}\left(\frac{\mathrm{Pr}_{f1}}{\mathrm{Pr}_{f2}}\right)^{0{,}4}\left(\frac{\mathrm{Pr}_{f1}\,\mathrm{Pr}_{p2}}{\mathrm{Pr}_{f2}\,\mathrm{Pr}_{p1}}\right)^{0{,}25}. \tag{10}$$

Ținînd seama de expresiile criteriilor Nu, Re și Pr printr-o serie de transformări similare celor de la scurgerea în regim laminar, se deduce că

$$\frac{\alpha_{gc1}}{\alpha_{gc2}} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{0,8} \cdot A_1', \tag{11}$$

unde

$$A_1' = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^{0,6} \left(\frac{\nu_2}{\nu_1}\right)^{0,4} \left(\frac{C_{p1}\,\gamma_1}{C_{p2}\,\gamma_2}\right)^{0,4}, \tag{12}$$

sau

$$\frac{\alpha_{gc1}}{\alpha_{gc2}} = \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^{0,8} A_2', \tag{13}$$

unde

$$A_2' = A_1' \left[\frac{P_{ci2}}{P_{ci1}} \cdot \frac{V_{g01} + (n_e - 1)\,V_{01}}{V_{g02} + (n_e - 1)\,V_{02}}\right]^{0,8}. \tag{14}$$

Dacă recuperatorul este construit din țevi dispuse în eșicher scăldate transversal de gazele de ardere ce se scurg în regim turbulent, în mod similar se poate obține raportul dintre coeficienții de transmitere a căldurii prin convecție pentru funcționarea cu gaze provenite din arderea combustibililor 1 și 2 :

$$\frac{\alpha_{gc1}}{\alpha_{gc2}} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{0,6} A_1'', \tag{15}$$

unde

$$A_1'' = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^{0,67} \left(\frac{\nu_2}{\nu_1}\right)^{0,27} \left(\frac{C_{p1}\,\gamma_1}{C_{p2}\,\gamma_2}\right)^{0,33}. \tag{16}$$

Înlocuind (6), (7), și (16) în (15), rezultă

$$\frac{\alpha_{gc1}}{\alpha_{gc2}} = \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^{0,6} A_2'', \tag{17}$$

unde

$$A_2'' = A_1'' \left[\frac{P_{ci2}}{P_{ci1}} \cdot \frac{V_{g01} + (n_e - 1)\,V_{01}}{V_{g02} + (n_e - 1)\,V_{02}}\right]^{0,6}. \tag{18}$$

Remarcăm faptul că A_1, A_1' și A_2', sînt mărimi care țin seama numai de caracteristicile fizice ale gazelor rezultate din arderea combustibilului,

în timp ce mărimile A_2, A_2' şi A_2'' introduc în plus şi influenţa nemijlocită a caracteristicilor combustibilului.

În figura 6 se prezintă variaţia mărimilor A_1, A_1' şi A_1'' în funcţie de temperatura medie a gazelor de ardere t_{gm} pe porţiunea din recuperator considerată cînd indicele 2 se referă la gaze naturale, iar indicele 1 se referă la păcură, gaz de cocserie şi bigaz.

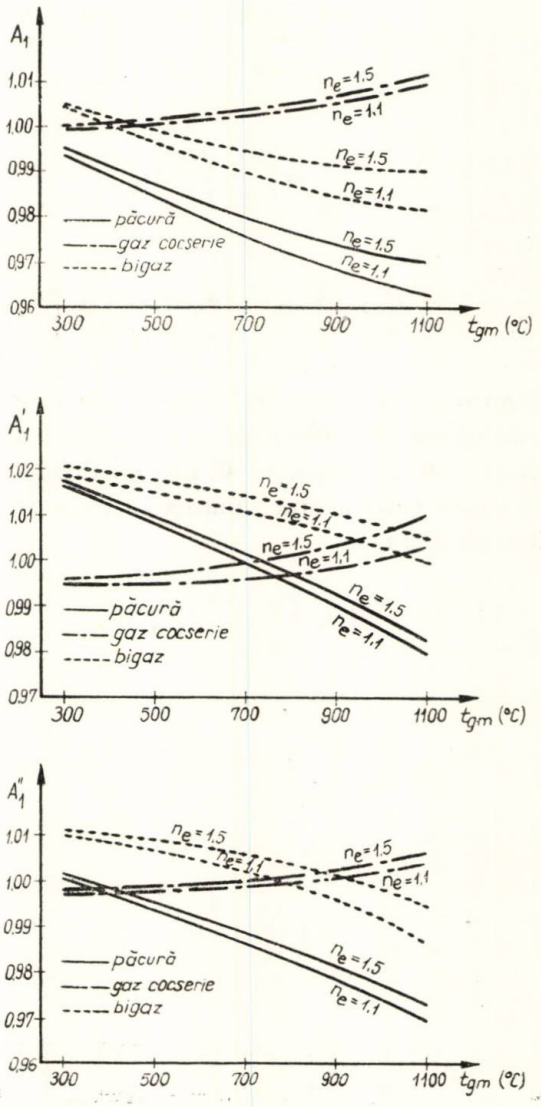


Fig. 6. — Variaţia mărimilor A_1, A_1' şi A_1'' în funcţie de temperatura t_{gm}, combustibilul de referinţă fiind gazul natural.

Din graficele trasate în figura 6 rezultă că diferențele cele mai sensibile apar la înlocuirea gazelor naturale prin păcură, prezentînd următoarele particularități :

— în scurgerea laminară, înlocuirea gazelor naturale cu păcură determină totdeauna înrăutățirea transmiterii de căldură prin convecție ;

— în scurgerea turbulentă, înrăutățirea schimbului de căldură convectiv apare de la o anumită temperatură t_{gm}, pînă la care diferențele sînt neglijabile ;

— creșterea excesului de aer pentru ardere micșorează diferențele menționate.

Remarcăm faptul că folosirea bigazului și în special a gazului de cocserie în numeroase situații conduce la îmbunătățirea schimbului de căldură convectiv, ceea ce se explică în special prin conținutul relativ ridicat de vapori de apă din gazele de ardere. Trebuie însă accentuat că diferențele care apar pentru $t_{gm} = 300 \ldots 1100°$ C sînt relativ mici, nedepășind 4% din valoarea coeficientului de transmitere a căldurii prin convecție α_{gc} la folosirea gazelor naturale. În consecință, prin îndeplinirea condiției $w_1 = w_2$ la recuperatoarele convective, schimbarea combustibilului ars în cuptor are o influență redusă asupra caracteristicilor aerului preîncălzit dacă suprafața de încălzire a recuperatorului este bine curățită de eventualele depuneri.

Studiul variației cu temperatura t_{gm} a mărimilor A_2, A_2' și A_2'' arată că în ipoteza $Q_1 = Q_2$ influența caracteristicilor combustibilului ars în cuptor asupra coeficientului α_{gc} poate avea o importanță mult mai mare decît în cazul prezentat.

Din figura 7 se poate deduce că, pentru transmiterea căldurii prin convecție, cea mai avantajoasă este folosirea gazelor naturale, care totdeauna determină obținerea unui coeficient α_{gc} mai mare.

Diferențele cele mai mari, care pot ajunge pînă la 10% din α_{gc}, apar la :

— scurgerea turbulentă în cazul arderii gazului de cocserie, scăzînd odată cu temperatura t_{gm}, și

— scurgerea laminară cînd se arde păcură, crescînd odată cu temperatura t_{gm}.

Diferențele cele mai mici se remarcă la scurgerea laminară cînd se folosește gaz de cocserie și la scurgerea turbulentă cînd se arde bigaz. Diferențele menționate anterior se micșorează odată cu creșterea excesului de aer din gazele de ardere și a temperaturii t_{gm}.

La calculul recuperatoarelor, în cazul unei diferențe sensibile între temperaturile absolute ale gazelor de ardere T_g și peretelui T_p, coeficientul de transmitere a căldurii se obține din relația [1] :

$$\alpha_{gr} = \frac{0{,}5\,(1 + \varepsilon_p)\,\varepsilon_g\,C_0}{t_g - t_p}\left[\left(\frac{T_g}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_p}{100}\right)^4\right] \qquad (19)$$

unde ε_p este coeficientul de negreală al peretelui recuperatorului la temperatura $t_p = T_p - 273{,}16$,

ε_p — coeficientul de nergreală al gazelor de ardere,
$C_0 = 4{,}96$ kcal/m²h°K⁴.

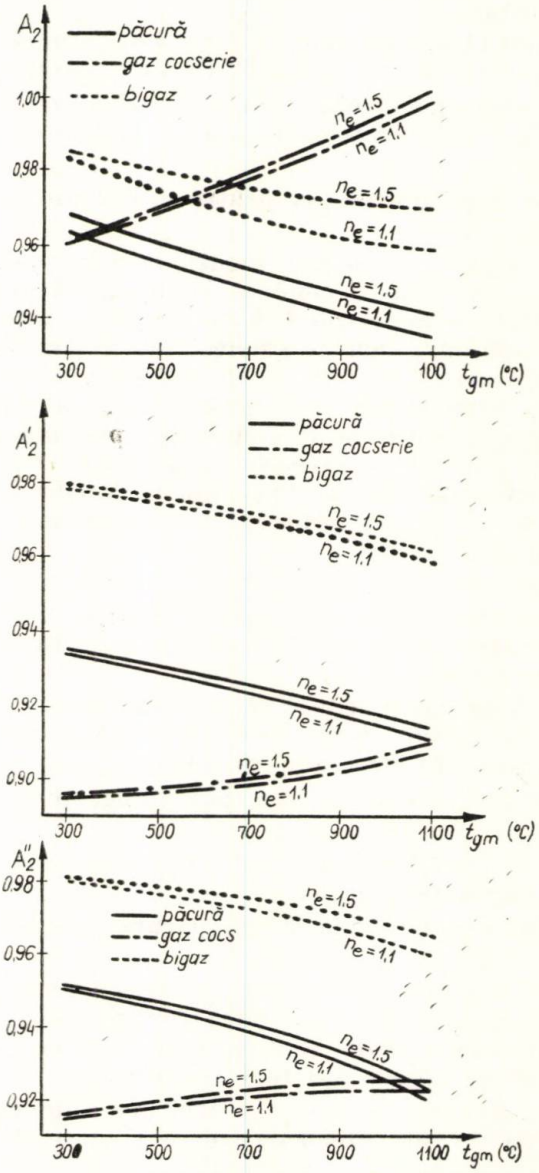


Fig. 7. — Variaţia mărimilor A_2, A_2' şi A_2'' funcţie de temperatura t_{mg}, combustibilul de referinţă fiind gazul natural.

Cînd diferenţa dintre temperaturile T_p şi T_g este redusă în cazul recuperatoarelor ceramice, se foloseşte relaţia

$$\alpha_{g_r} = \frac{4\sigma}{100}\left(\frac{T_g}{100}\right)^3, \tag{20}$$

unde

$$\sigma = \frac{4{,}96}{\frac{1}{\varepsilon_g} + \frac{1}{\varepsilon_p} - 1}. \tag{21}$$

Admițînd că prin schimbarea combustibilului temperatura T_p se modifică puțin, din relațiile (19) și (20) rezultă că pentru recuperatorul a cărui comportare se compară la funcționarea cu gaze avînd aceeași temperatură, dar care provin din arderea a doi combustibili diferiți, se poate admite

$$\frac{\alpha_{gr1}}{\alpha_{gr2}} \cong \frac{\varepsilon_{g1}}{\varepsilon_{g2}}. \tag{22}$$

Mărimile ε_{g1} și ε_{g2} reprezintă coeficienții de negreală ai gazelor de ardere pentru primul și al doilea combustibil. De aceea în cele ce urmează se va preciza variația mărimii ε_g în funcție de natura combustibilului ars. S-a făcut ipoteza că influența particulelor de funingine din gazele de ardere este neglijabilă, astfel că în figurile 8 și 9 s-a luat în considerație numai „radiația neluminoasă", adică radiația componenților CO_2 și H_2O.

Figura 8 prezintă curbele de variație ale mărimii ε_g în funcție de temperatura t_{gm} pentru trei valori ale grosimii efective a stratului gazos l și combustibilii prezentați anterior pentru cazul arderii complete la coeficientul excesului de aer $n_e = 1{,}1$.

Se poate constata că ε_g se micșorează odată cu scăderea parametrului l și creșterea temperaturii t_{gm}. Pentru aceeași temperatură t_{gm} și grosime l, ε_g are valorile cele mai scăzute la utilizarea păcurii și valorile cele mai ridicate la utilizarea gazului de cocserie.

Diferențele dintre valorile coeficientului ε_g date de natura combustibilului se micșorează odată cu creșterea temperaturii t_{gm}. De exemplu, pentru $t_{gm} = 1100°$ C, respectiv $l = 0{,}5$m, la păcură $\varepsilon_g = 0{,}148$ și la gaze de cocserie $\varepsilon_g = 0{,}175$, iar la $t_{gm} = 500°$C, respectiv $l = 0{,}5$ m, la păcură $\varepsilon_g = 0{,}207$ și la gaze de cocserie $\varepsilon_g = 0{,}27$. În cazurile menționate, înlocuirea păcurii cu gazele naturale conduce la creșterea radiației invizibile cu 15% pînă la 21%. În practică se constată însă că, întrucît gazele provenite din arderea păcurii conțin și particule de funingine în suspensie, radiația totală a produselor arderii este puțin diferită de a gazelor rezultate din arderea gazului natural.

Trebuie însă adăugat că „murdărirea" suprafeței de schimb de căldură datorită suspensiei din gazele provenite de la arderea păcurii menține diferențe la ordinul de mărime precizat anterior, în favoarea arderii gazului natural. De aceea, în general, trecerea de la gazul natural la funcționarea cu păcură micșorează temperatura de preîncălzire a aerului de ardere.

Aceleași curbe de variație a coeficientului ε_g ca în figura 8 au fost trasate în figura 9 pentru arderea combustibililor la coeficientul excesului de aer $n = 1{,}5$. Se poate constata că, deși sînt valabile aceleași concluzii ca anterior, creșterea excesului de aer din gazele de ardere micșorează

sensibil factorul ε_g. Astfel, pentru gazul de cocserie, la $l = 0{,}5$ m şi $t_{gm} = 1100°C$, rezultă $\varepsilon_g = 0{,}156$, iar dacă se micşorează temperatura gazelor de ardere la $t_{gm} = 500°C$ se obţine $\varepsilon_g = 0{,}227$, ceea ce marchează o scădere de 12—15% faţă de cazul anterior.

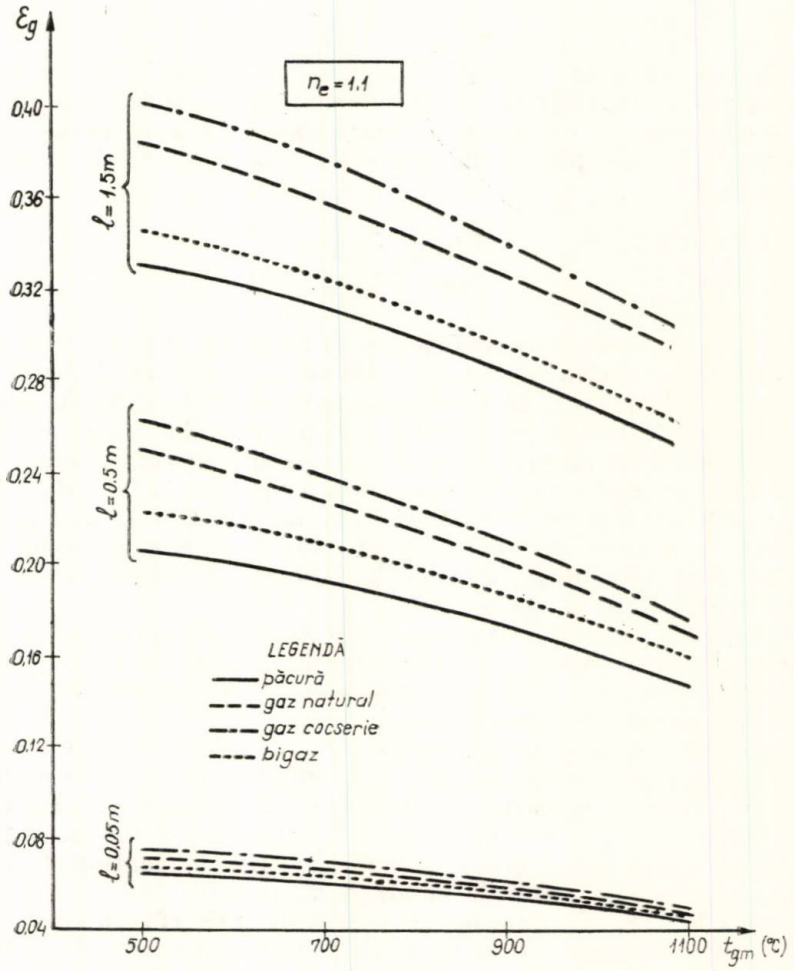


Fig. 8. — Variaţia mărimii ε_g funcţie de temperatura t_{gm} şi grosimea l pentru $n_e = 1{,}1$.

4. CONCLUZII

Posibilităţile de a recupera cît mai mult din căldura gazelor de ardere evacuate din cuptoare numai pentru preîncălzirea aerului de ardere le oferă combustibilii superiori.

Atunci cînd se folosesc combustibili gazoşi inferiori ca bigaz, gaz de generator etc., gradul de recuperare a căldurii Ω fiind mai mic, este

favorabilă amplasarea în serie a preîncălzitorului de aer cu preîncălzitorul de combustibil.

Economicitatea soluției de recuperare pentru a se obține o anumită valoare a raportului Ω este determinată de transmiterea căldurii în recuperatoare. În cazul cuptoarelor în exploatare dotate cu recuperatoare, tot caracteristicile transmiterii căldurii determină căldura recuperată, res-

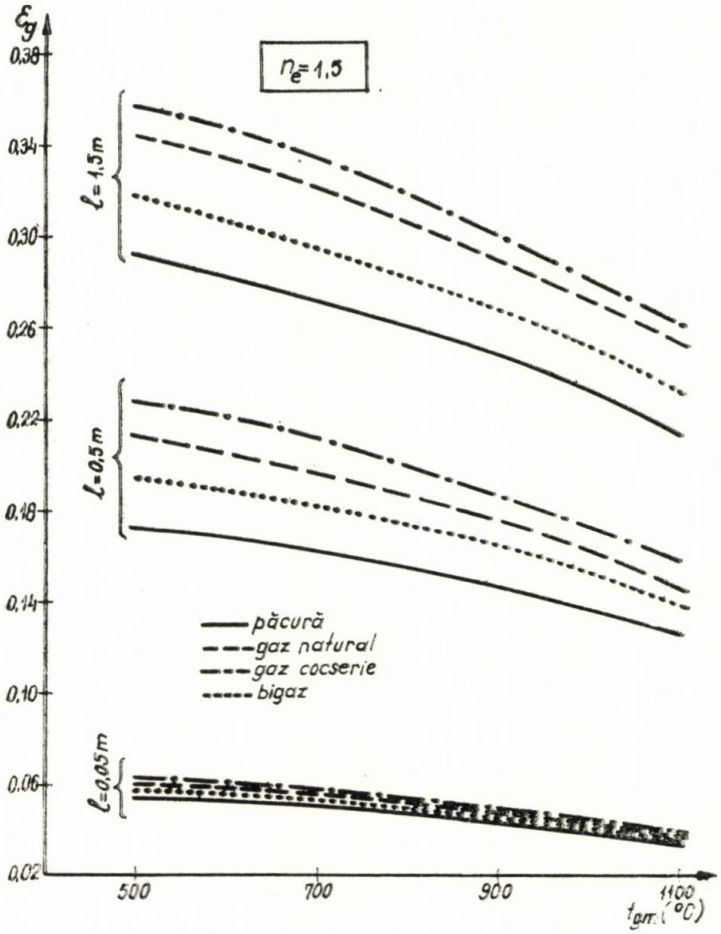


Fig. 9. — Variația mărimii ε_g funcție de temperatura t_{gm} și grosimea l pentru $n_e = 1,5$

pectiv parametrii aerului preîncălzit. Schimbarea combustibilului cu care funcționează un asemenea cuptor poate schimba de la caz la caz căldura recuperată și temperatura aerului preîncălzit, deoarece prin aceasta se modifică debitul și compoziția gazelor care cedează căldură în cuptor.

În ipoteza consumului de căldură constant, pentru transmiterea căldurii prin convecție este cea mai avantajoasă folosirea gazului natural față de păcură, bigaz și gaz de cocserie.

Pentru transmiterea căldurii prin radiaţia neluminoasă, cea ma avantajoasă este folosirea gazului de cocserie şi cea mai dezavantajoasă este utilizarea păcurii. Deşi radiaţia particulelor de funingine din gazele provenite de la arderea păcurii măreşte radiaţia totală, se constată că, datorită valorii scăzute a radiaţiei neluminoase şi murdăririi suprafeţelor de încălzire, se obţine micşorarea temperaturii de preîncălzire a aerului faţă de funcţionarea cu gaz natural. În general, schimbarea combustibilului are cea mai mică influenţă asupra recuperării căldurii la cuptoarele dotate cu recuperatoare ceramice, deoarece coeficientul de transmitere a căldurii este mult mai mic de la perete la aer ca de la gaze la perete. O situaţie contrară se obţine la recuperatoarele convective funcţionînd cu tiraj natural, la care, din diferite, motive se măreşte excesiv viteza de circulaţie a aerului.

BIBLIOGRAFIE

1. V. V. Ghia, *Récupérateurs et régénérateurs de chaleur*, Paris, Eyrolles, 19
2. N. A. Miheev, *Osnovi teploperedaci*, Moskva, Gosenergoizdat, 1956.
3. V..V. Ghia, D. Grecov, *Schimbarea combustibilului gazos la cuptoarele metalurgice*, St. cerc. energ., *4*, 639–652 (1961).
4. H. L.WU, *Comparison of the performance of natural gas and oil flames in a cylindrical furnace*, J. Fuel, **42**, 316–322 (1969).

ASUPRA FUNCŢIONĂRII MORILOR-VENTILATOR LA MĂCINAREA HUILEI

N. PĂNOIU

662. 642. 1(498): 662.932.663

După ce se prezintă caracteristicile funcţionale ale morilor-ventilator şi calculul acestora, se analizează influenţa proprietăţilor huilelor asupra funcţionării morilor-ventilator. Astfel, se arată influenţa măcinabilităţii, a fineţei de măcinare şi a calităţii combustibilului asupra indicilor morii (consum specific de energie electrică, debit şi uzura elementelor de măcinare). În încheiere se face o comparaţie între funcţionarea morii-ventilator cu huilă şi cu lignit, precum şi o comparaţie între funcţionarea morii-ventilator şi a morii cu valţuri din punctul de vedere al uzurii.

În ultimii ani utilizarea morilor-ventilator pentru măcinarea cărbunilor bruni şi a ligniţilor a luat o mare amploare, datorită schemei de măcinare simple şi a consumului redus de energie electrică şi de metal în comparaţie cu celelalte tipuri de mori. Datorită proprietăţilor de autoventilare, moara-ventilator aspiră gazele de ardere la temperaturi ridicate (900 — 1 000°C) din focar şi realizează uscarea combustibilului de la umiditatea iniţială de 40 — 60% pînă la umiditatea necesară prafului combustibil, care în cele mai multe cazuri se situează în vecinătatea umidităţii higroscopice. Spre deosebire de ligniţi şi de cărbunii bruni, huilele au un conţinut de umiditate mai scăzut ($W_i^l = 4 \ldots 10\%$). Pentru uscarea huilei este necesară o cantitate de căldură mult mai redusă, ceea ce face ca schema morii-ventilator cu prelevarea gazelor de ardere din focar să devină inaplicabilă. În această situaţie se face apel la aspirarea gazelor de ardere fie din partea finală a cazanului (zona dintre economizor şi preîncălzitorul de aer), fie la folosirea pentru uscare a aerului cald prelevat de la preîncălzitorul de aer, fie, în sfîrşit, la reducerea substanţială a debitului gazelor de ardere aspirate şi la diluarea acestora cu aer rece pînă la debitul impus de condiţiile de uscare şi de transport pneumatic al prafului combustibil.

Temperatura gazelor de ardere mai scăzută permite construirea instalaţiei de uscare cu materiale de calitate mai redusă.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 635—648, 1973

Ca urmare a reactivității mai scăzute a prafului de huilă în comparație cu praful de lignit sau de cărbune brun, se impune la măcinarea huilei o mărire apreciabilă a suprafeței de reacție, tradusă printr-o finețe mai ridicată a prafului. Finețea de măcinare a prafului este în funcție de calitatea combustibilului supus măcinării și se recomandă să fie între limitele prezentate în diagrama din figura 1.

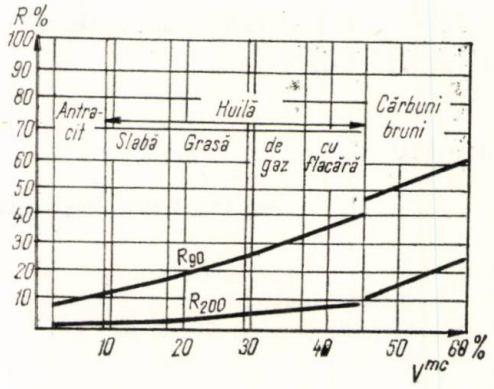


Fig. 1. — Finețea recomandabilă a prafului de cărbune funcție de calitatea cărbunelui și de conținutul de materii volatile raportat la masa combustibilă.

Finețea mai ridicată a prafului de cărbune în cazul măcinării huilei conduce la separatoare de praf mai perfecționate și la consumuri specifice de energie electrică pentru mori relativ mai ridicate. Consumul de energie electrică pentru măcinare este condiționat atît de finețea prafului, exprimată prin R_{90}, cît și de coeficientul de măcinabilitate a combustibilului m.

Aceasta se observă din relația de calcul a puterii morii-ventilator.

Puterea necesară motorului morii-ventilator se calculează cu relația

$$P_e = a \cdot P,$$

în care $a = 1{,}5$, iar P puterea totală necesară la axul morii :

$$P = P_m + P_v \text{ (kW)}, \tag{2}$$

în care

$$P_m = 65\, D_2^2 \left(\frac{u_2}{80}\right)^2 \text{ (kW)} \tag{3}$$

este puterea necesară măcinării și

$$P_v = \frac{V_{au}\ H_{au}}{3{,}67 \cdot 10^5\ \eta_v\ \eta_{el}} \text{ (kW)} \tag{4}$$

este puterea necesară vehiculării agentului de uscare fără combustibil,

D_2 — diametrul exterior al rotorului (m),

u_2 — viteza periferică a rotorului (m/s),

V_{au} — volumul de agent de uscare (m^3/h),

$$V_{au} = 2830\ D_2^2\ u_2 \varphi, \tag{5}$$

φ — coeficient de debit care se calculează cu relația

$$\varphi = \frac{V_{au}}{2830\ D_2^2\ u_2} = \frac{V_{au}}{148\ D_2^3 n}, \tag{5'}$$

H_{au} — presiunea agentului de uscare (mm H_2O),

$$H_{au} = \rho_{au}\ u_2^2\ \psi, \tag{6}$$

ψ — coeficient numeric (în figura 2 se arată dependența coeficientului ψ și randamentului morii η_v funcție de φ),

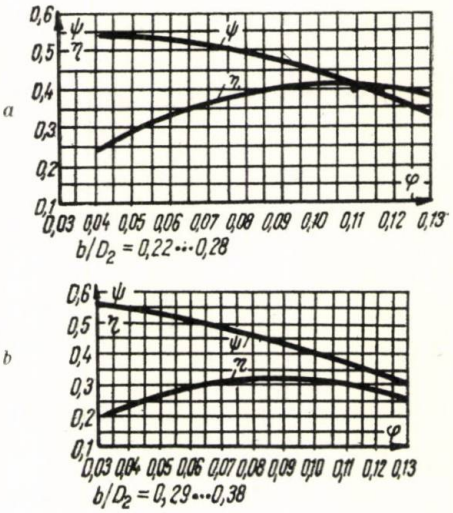


Fig. 2. — Dependența coeficienților ψ și η_v de coeficientul de debit φ.
a — pentru $bD/_2 = 0{,}22 \ldots 0{,}28$;
b — pentru $bD/_2 = 0{,}29 \ldots 0{,}38$

$$u_2 = \frac{\pi D_2 n}{60} \quad \text{(m/s)}. \tag{7}$$

Presiunea realizată de moară cu praf în agentul de uscare e dată de relația

$$H_i = H_{au}\left[1 - \frac{2{,}4\ \mu}{m}\left(\ln \frac{100}{R_{90}}\right)^{0{,}5}\right], \tag{8}$$

în care

μ este concentrația prafului în agentul de uscare, dată de relația

$$\mu = \frac{10^3 B (100 - W_t^i)}{V_{au} \rho_{au} (100 - W^p)}, \tag{9}$$

B — debitul morii *(t/h)*,
ρ_{au} — densitatea agentului de uscare,
η_v — randamentul morii-ventilator, egal cu 0,3 — 0,35 (fig. 2,)
η_{el} — randamentul motorului electric.
Puterea la axul morii s-ar mai putea scrie

$$P = \frac{V_{au} H_{au} \left[1 - \frac{2{,}4\,\mu}{m} \left(\ln \frac{100}{R_{90}} \right)^{0{,}5}\right]}{102\ \eta_v\ \eta_{el}} \quad \text{(kW)}. \tag{10}$$

Întrucît coeficienții de măcinabilitate în cazul huilelor sînt mai mari decît în cazul ligniților ($m_{\text{VTI}} = 1{,}15 \ldots 1{,}35$ față de $m_{\text{VTI}} = 0{,}35 \ldots 0{,}70$), creșterea consumului specific de energie electrică solicitată de creșterea fineței prafului nu va fi prea mare, aceasta putînd fi calculată cu ajutorul relației (10).

Ca urmare a acestei situații, morile-ventilator pot fi utilizate și în cazul măcinării huilelor alături de morile cu ciocane și de morile cu bile utilizate pe scară largă în acest domeniu.

Pornind de la avantajele morilor-ventilator obținute la arderea cărbunilor bruni, firma KSG a construit în ultimul timp mori-ventilator destinate măcinării huilei, care, comparativ cu cele destinate măcinării cărbunilor bruni, prezintă următoarele particularități:

— spații dintre rotor și stator mai reduse și debite de autoventilare mai scăzute;

— separatoare perfecționate de tip centrifugal sau de impact;

— formă specială a carcasei statorului în cazul aplicării separatoarelor perfecționate;

— debite nominale mai reduse ca urmare a puterii calorifice mai ridicate în cazul huilelor față de ceilalți combustibili solizi. Astfel, morile construite și în funcționare au debite unitare de 50 t/h față de 120 t/h pentru cărbunii bruni.

Utilizarea morilor-ventilator la măcinarea huilei este condiționată de comportarea acestora la abraziunea sporită produsă de cenușa huilelor. Dacă în timpul exploatării morilor la măcinarea huilei nu sînt de așteptat mari variații în conținutul de umiditate, în conținutul de cenușă variațiile pot fi apreciabile. Variația conținutului de cenușă în limite mari conduce la următoarele efecte:

— creșterea conținutului de cenușă reduce puterea calorifică a combustibilului. Deci pentru menținerea debitului nominal al cazanului este necesară creșterea debitului morilor;

— pe de altă parte, în cazul huilelor, creșterea conținutului de cenușă conduce și la scăderea coeficientului de măcinabilitate.

În concluzie, considerîndu-se ambele efecte, creşterea conţinutului de cenuşă conduce concomitent atît la scăderea debitului morii, cît şi la creşterea consumului specific de energie electrică pentru măcinare.

Dacă se ţine seama de sistemul de transformare a variaţiei coeficientului de măcinabilitate prezentat în figura 3 sau de relaţiile

$$m_{\text{Hard}} = 70\, m_{\text{VTI}} - 20 \qquad \text{sau} \qquad m_{\text{VTI}} = \frac{m_{TKTI} + 1{,}56}{2{,}67},$$

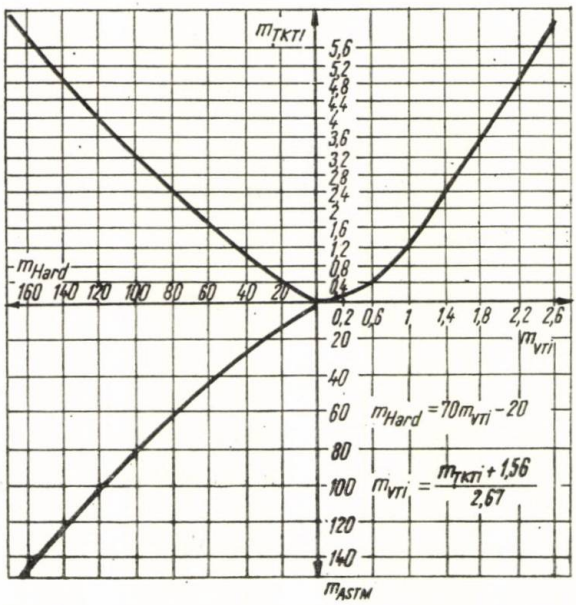


Fig. 3. — Echivalenţa coeficientului de măcinabiltate, exprimat în diverse scări [3].

atunci influenţa variaţiei coeficientului de măcinabilitate asupra debitului morii poate fi cercetată în orice sistem de determinare este dat acest coeficient.

Dacă se caută a se determina prin calcul influenţa variaţiei măcinabilităţii asupra debitului morii, se poate scrie relaţia

$$D_m = f_m \cdot D_n, \tag{11}$$

în care D_m este debitul morii la o măcinabilitate a combustibilului diferită de cea de calcul, iar D_n debitul nominal al morii la coeficientul de măcinabilitate considerat în calcul (de regulă $m_{\text{Hard}} = 60$, ceea ce corespunde la $m_{\text{VTI}} = 1{,}15$).

Debitul nominal al morii se calculează cu ajutorul relaţiei

$$D_n = \frac{a_1\, D_2\, b\, K_1\, m\, K_{u1}\, K_{u2}}{K_c \sqrt{\ln \dfrac{100}{R_{90}}}} \quad (\text{t/h}), \tag{12}$$

în care

a_1 = 6,5 ... 7,5 este un coeficient numeric la $u_2 = 68-72$ m/s,
a_1 = 9 ... 11 la $u_2 = 79-83$ m/s,
b — lățimea paletelor rotorului (m),
K_1 — coeficient numeric ce ține seama de uzura paletelor ($K_1 = 0{,}9$)
K_{u1} — coeficient de umiditate,
m — coeficient de măcinabilitate determinat prin metoda VTI :

$$K_{u1} = \frac{K^2 - W_m^2}{K^2 - W_h^2}, \tag{13}$$

K — constanta combustibilului, dată de relația :

$$K = 1 + 1{,}07\, W_l^i, \tag{14}$$

W_m — umiditatea medie, dată de relația

$$W_m = \frac{W'_m + 6W^p}{7}, \tag{15}$$

în care

$$W'_m = \frac{W_l^i\,(100 - W_l^i) - 100\,(W_l^i - W^p)\,(a + b - ab)}{(100 - W^p) - (W_l^i - W^p)\,(a + b - ab)}, \tag{16}$$

$$a = 0{,}4\,;\; b = 0,$$

K_{u2} — coeficient de umiditate :

$$K_{u2} = \frac{100 - W_m}{100 - W'_m}, \tag{17}$$

K_c — coeficient ce ține seama de caracteristica granulometrică a cărbunelui concasat la intrarea în moară, dat în figura 4, în care se arată dependența lui K_c de R5 mm [4].

Debitul nominal al morii-ventilator s-ar putea exprima și cu relația

$$D_n = \frac{52m\,K_{u1}\,K_{u2}\,P_c\,(1{,}4\,P_r - 1)^{0{,}6}\,K_1}{K_c\,\dfrac{U_2^2}{g}\left(\ln\dfrac{100}{R_{90}}\right)^{0{,}5}}\ \text{(t/h)}, \tag{18}$$

în care P_r, puterea raportată a morii, este dată de relația

$$P_r = \frac{P_m}{P_c}, \tag{19}$$

iar f_m reprezintă un factor de corecție care ține seama de variația măcinabilității cărbunelui. Variația factorului f_m funcție de variația coeficientului de măcinabilitate este prezentată în figura 5 [5].

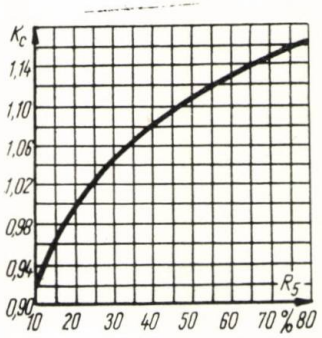


Fig. 4. — Variația coeficientului de concasare K_c funcție de granulația combustibilului la intrarea în moara-ventilator, exprimată prin R_5.

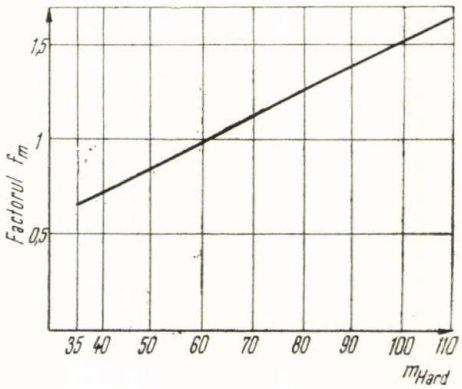


Fig. 5. — Variația factorului de corecție a debitului morii funcție de măcinabilitatea combustibilului (se consideră $f_m = 1$ la $m_{Hard} = 60$, ceea ce corespunde la $m_{VTI} = 1\text{-}15$).

Dacă se utilizează rezultatele din figura 5 privind influența coeficientului de măcinabilitate asupra factorului de corecție f_m și se aplică relația (11), se obține diagrama prezentată în figura 6 privind variația relativă a debitului morii funcție de debitul calculat la $m_{Hard} = 60$, cînd variază măcinabilitatea combustibilului.

Utilizînd diagramele din figurile 5 și 6, se poate antecalcula rapid efectul variației coeficientului de măcinabilitate asupra debitului morii.

Așa cum s-a arătat în diagrama din figura 1, trecerea de la măcinarea unui combustibil la a altui combustibil implică pentru aceeași moară o modificare a fineței de măcinare, caracterizată de restul pe sita cu ochiuri de 90 μ R_{90}. Reducerea lui R_{90} din considerente cerute de procesul de ardere în cazul arderii huilei conduce față de arderea cărbunilor bruni la o reducere sensibilă a debitului morii, așa cum rezultă și din relațiile (12) sau (18).

Dacă se efectuează calculele aferente cu relațiile (12) sau (18), se obține diagrama din figura 7, în care este prezentată variația debitului morii la variația fineței de măcinare, exprimată prin R_{90}. Pentru a asigura o valabilitate universală a acestor diagrame, reprezentarea s-a făcut în coordonate relative.

Rezultatele diagramei din figura 7 arată că o creștere exagerată a fineței de măcinare poate conduce la o scădere apreciabilă a debitului morii, aceasta putînd ajunge 60 % din debitul de calcul.

În conformitate cu relația (1), variația fineței de măcinare R_{90} influențează, pe lîngă debitul morii, așa cum se vede în figura 7, și puterea

consumată de moară, ca și consumul specific de energie electrică, dat de relația

$$e = \frac{E}{D}\left(\frac{\text{kWh}}{\text{t}}\right), \tag{20}$$

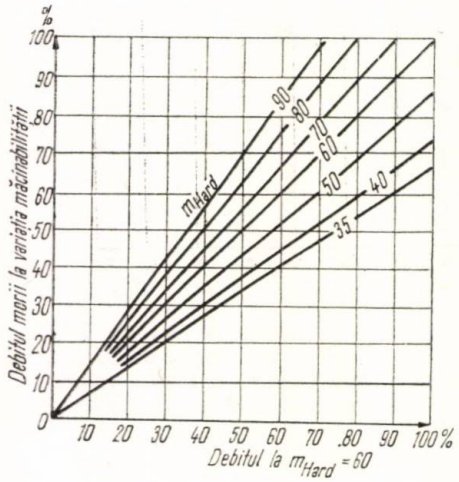


Fig. 6. — Variația relativă a debitului morii funcție de variația coeficientului de măcinabilitate a combustibilului măcinat.

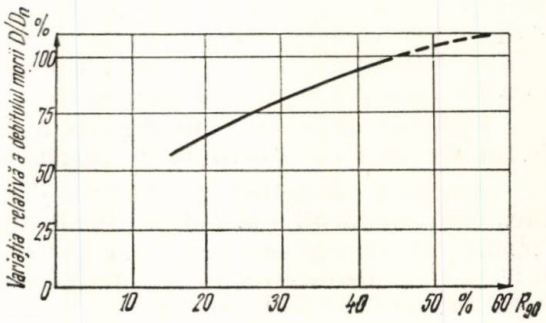


Fig. 7. — Variația relativă a debitului morii la variația fineței de măcinare a prafului de combustibil solid, exprimată prin R_{90}.

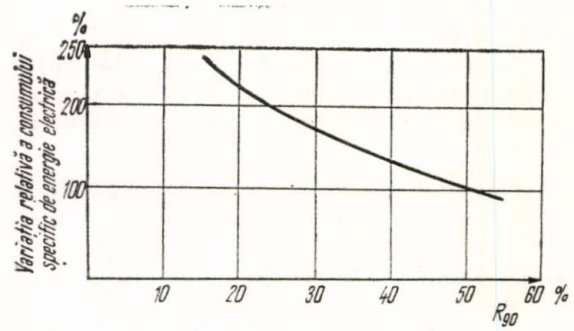


Fig. 8. — Variația relativă a consumului specific de energie electrică funcție de variația fineței de măcinare a prafului, exprimată prin R_{90}.

în care

e este consumul specific de energie electrică $\left(\frac{\text{kWh}}{\text{t}}\right)$,

E — energia electrică consumată de moară în timp de o oră, determinată experimental,

D — debitul morii în t/h combustibil brut măcinat.

Efectuîndu-se calculele și luîndu-se în considerare și datele experimentale obținute în cazul măcinării huilelor, se poate obține diagrama din figura 8, în care se reprezintă variația relativă a consumului specific de energie electrică funcție de variația fineței de măcinare a prafului de combustibil.

Din rezultatele prezentate în figura 8 se observă că, de asemenea, creșterea exagerată a fineței de măcinare a prafului poate conduce la triplarea consumului specific de energie electrică.

Finețea de măcinare a prafului combustibil, obținută, de regulă, prin mărirea numărului de recirculări a combustibilului prin moară, conduce la o mărire a consumului specific de metal sau la uzura elementelor de măcinare.

Consumul specific de metal nu poate fi stabilit prin calcul, întrucît aceasta depinde de o multitudine de factori, printre care :

— numărul de loviri a combustibilului cu elementul de uzură;

— proprietățile abrazive ale materialului supus măcinării;

— calitatea materialelor din care sînt confecționate piesele de uzură.

Dacă se mențin constante condițiile de măcinare și variază doar finețea de măcinare a prafului de cărbune prin mărirea numărului de recirculări a combustibilului prin moară, uzura relativă a elementelor de măcinare, exprimată în g/t, crește cu creșterea fineței de măcinare, după cum se arată în figura 9.

Așa cum era de așteptat, o creștere exagerată a fineței de măcinare poate conduce la triplarea consumului specific de metal la elementele de uzură ale morii. Datele din figura 9 se referă la măcinarea huilelor, utilizînd la moară elemente de uzură confecționate din oțel cu mangan.

La variația abraziunii materialului supus măcinării variază și consumul specific de metal. Caracterul abraziv al materialului supus măcinării este dat în special de conținutul de cenușă A^i și de caracteristicile cenușii, în mod expres de conținutul de SiO_2 din cenușă. Avînd în vedere aceste considerente, pe baza rezultatelor obținute de firma KSG [5], în figura 10 se prezintă variația consumului de metal la elementele de măcinare funcție de conținutul de cenușă al combustibilului și de conținutul de SiO_2 al cenușii.

În conformitate cu rezultatele din figura 10 este de remarcat faptul că variația conținutului de cenușă A_i conduce la o uzură a pieselor morii cu mult mai slabă decît variația conținutului în SiO_2 din cenușă. Apare deci ca necesară la măcinarea unui combustibil cunoașterea cu atenție nu numai a conținutului de cenușă, ci mai cu seamă a conținutului de SiO_2 din cenușă, deoarece, spre exemplu, creșterea conținutului de cenușă de la $A^i = 5\,\%$ la $A^i = 50\,\%$ conduce la o creștere a uzurii de la 25 g/t la cca 65 g/t, pe cînd creșterea conținutului de SiO_2, spre exemplu, la $A^i = 30\,\%$ de la 40 la 60 % conduce la o creștere a consumului de metal de la 40 g/t pînă la cca 95 g/t.

Efectul abraziv la diversele huile se manifestă diferenţial funcţie de conţinutul de cenuşă A^{anh} al combustibilului şi funcţie de coeficientul de măcinabilitate, exprimat în unităţi Hardgrove. În figura 11 se prezintă variaţia uzurii la elementele de măcinare ale morii-ventilator pentru trei

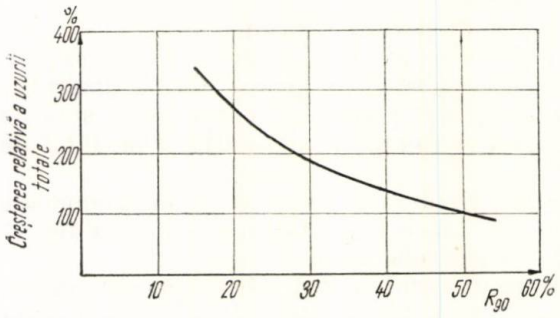


Fig. 9. — Variaţia relativă a uzurii totale funcţie de variaţia fineţei de măcinare a prafului, exprimată prin R_{90}.

huile (două din bazinul Ruhr şi una din R. P Ungară) funcţie de variaţia fineţei de măcinare a prafului combustibil rezultat [6]. Sînt notate cu a_1, a_2, a_3 curbele de variaţie a uzurii la utilizarea pentru blindaje şi palete a oţelului german St-50 în cazul morii-ventilator, cu b_1, b_2 curbele de variaţie a

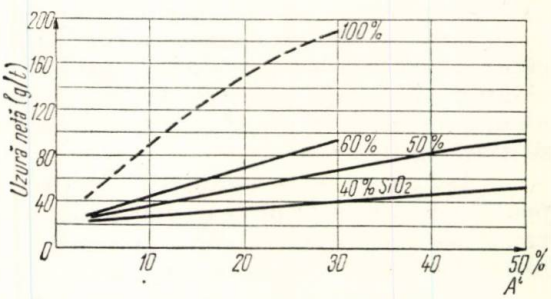


Fig. 10. — Variaţia consumului specific de metal funcţie de conţinutul de cenuşă al combustibilului A^i şi de conţinutul de SiO_2 din cenuşă la $R_{90} = 45 \ldots 50\%$, $m_{Hard} = 60$ şi temperatura după moară 200°C.

uzurii la utilizarea pentru palete şi blindaje a oţelului aliat german CA—4 în cazul morii ventilator, iar cu c_1, c_2, c_3 curbele de variaţie a uzurii la utilizarea pentru role şi blindaje a oţelului aliat german CA—4 în cazul morii cu valţuri.

Este de observat o creştere a uzurii cu creşterea conţinutului de cenuşă şi nu cu scăderea coeficientului de măcinabilitate. Dealtfel, diagrama din figura 11 confirmă rezultatele din diagrama prezentată în figura 9. Se remarcă de asemenea consumuri de metal mai scăzute la morile cu valţuri ca urmare a schimbării procesului de măcinare. Este însă de remarcat faptul că în diagrama pentru morile cu valţuri nu se prezintă şi uzura ventilatorului morii-ventilator, care reduce siguranţa în funcţionare a morii ca urmare a uzurii mai rapide.

În figura 12 se prezintă consumul de metal la măcinarea huilei de Valea Jiului comparativ cu consumul de metal la măcinarea lignitilor de Motru şi Rovinari, precum şi a cărbunelui brun din zona Frimmersdorf (R.F. Germania) şi a lignitului de Aliveri (Grecia) funcţie de fineţea de

măcinare a prafului rezultat. Caracteristicile combustibililor menționați sînt următoarele [7]:

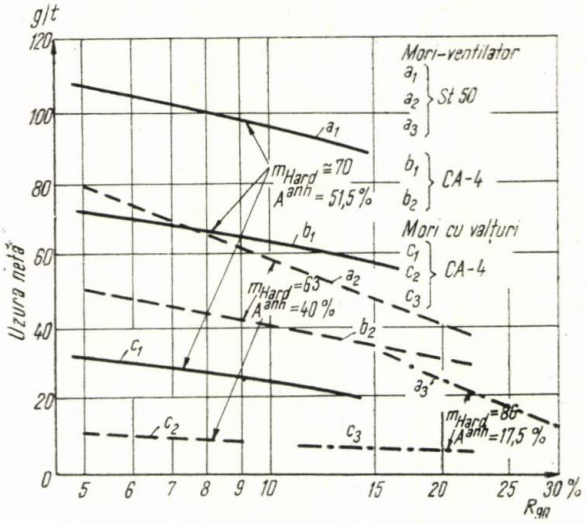


Fig. 11. — Variația uzurii nete a morii-ventilator la măcinarea huilelor comparativ cu variația uzurii nete a morii cu valțuri:

a_1, a_2, a_3 — St—50 (mori-ventilator);
b_1, b_2 — CA—4 (mori-ventilator);
c_1, c_2, c_3 — CA—4 (mori cu valțuri).

Indice *1* — huilă din R.P. Ungară, cu $Q_i^i = 3154 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$:

$W_t^i = 2,7\ \%\ A^{anh} = 51,5\%\ m_{\text{Hard}} = 69,3\%$

Indice *2* — huilă din Bazinul Ruhr (R.F. Germania), cu $Q_i^i = 4735\ \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$:

$W_t^i = 8,2\%$, $A^{anh} = 39,9\%\ m_{\text{Hard}} = 63$.

Indice 3 — huilă din Bazinul Ruhr (R.F. Germania),

$$\text{cu } Q_i^i = 6334\ \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\ .$$

$W_t^i = 9,5\%$, $A^{anh} = 17\%\ m_{\text{Hard}} = 86\%$.

Tabela 1

Nr.	Combustibil	W_t^i %	A^i %	Q_i^i %	m_{Hard}	Temp. după moară °C
1	Cărbune brun Frimmersdorf (R.F.Germania)	50—59	5—20	1500—1800	60—85	160
2	Huilă Valea Jiului	5—18	26—35	3200—4800	56	120
3	Lignit Motru	40—46	20—24	1600—2000	60	180
4	Lignit Rovinari	40—46	20—24	1600—2000	47	180
5	Lignit Aliveri (Grecia)	24—35	13—23	2400—3100	32	120

Este de remarcat uzura mai ridicată pentru huila de Valea Jiului comparativ cu a ligniților ca urmare a conținutului de cenușă mai ridicat. Cărbunele brun de Frimmersdorf conduce la uzură ce depășește huila de Valea Jiului, ca urmare, probabil, a conținutului ridicat de lignină și a SiO_2 în cenușă.

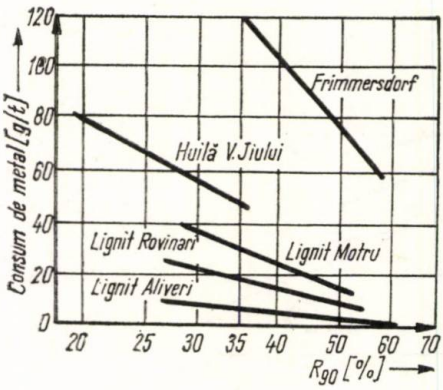


Fig. 12. — Variația consumului de metal la elementele de măcinare ale morii la diverși combustibili în comparație cu huila de Valea Jiului.

Trecerea de la măcinarea cărbunilor bruni la măcinarea huilei atrage și modificări constructive la moara-ventilator și la separatorul morii în vederea creșterii fineței de măcinare. Paralel cu aceasta, debitul de agent de uscare se reduce ca urmare a umidității mai scăzute la huile și a cantității de apă evaporate în schema de pregătire a prafului. Aceste considerente conduc la o modificare a caracteristicii morii-ventilator $V_{au} = f(H_t)$, ca și a caracteristicii hidrodinamice a circuitului de pregătire a prafului.

În figura 13 se prezintă comparativ caracteristica morii-ventilator $V_{au} = f(H_t)$ și caracteristica rețelei de pregătire a prafului pentru o moară pentru măcinarea huilei și pentru măcinarea cărbunilor bruni.

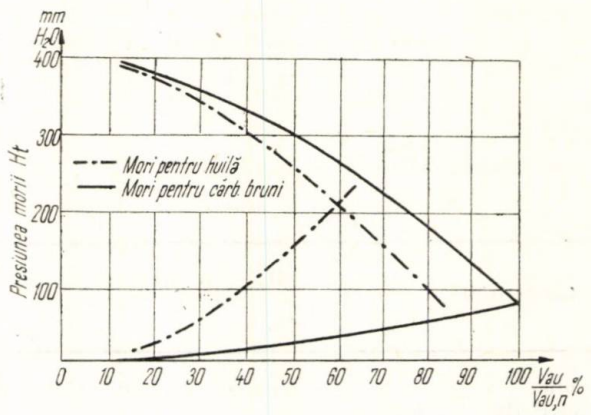


Fig. 13. — Caracteristica morilor ventilator $V_{au} = f(H_t)$ și caracteristica circuitului de pregătire a prafului la măcinarea huilei și la măcinarea cărbunilor bruni.

În sfîrșit, dacă se urmărește compoziția agentului de uscare la ieșirea din separatorul morii și temperatura agentului de uscare după moară în cazul măcinării huilei, se poate funcționa ca agent de uscare cu aer

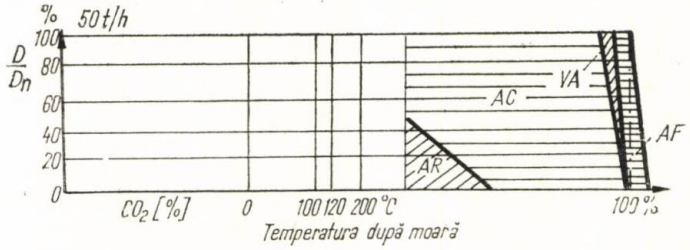


Fig. 14. — Variația participației componenților în agentul de uscare și temperatura agentului de uscare la ieșirea din moara-ventilator funcție de debitul morii-ventilator la măcinarea huilei, utilizînd drept agent de uscare aerul preîncălzit. *AR* — aer rece, *AC* — aer preîncălzit, *VA* — vapori de apă, *AF* — aer fals.

rece, cu aer cald sau cu gaze de ardere reci prelevate de după economizorul cazanului.

Participația diverșilor componenți și temperatura după moară funcție de debitul morii în cazul măcinării huilei, utilizînd drept agent de uscare aerul cald, se arată în figura 14, iar în figura 15 se arată, comparativ, variația participației diverșilor componenți la măcinarea huilei de Valea Jiului, a cărbunelui brun de Frimmersdorf (R. F. Germania) a lignitului de Rovinari și a lignitului de Aliveri (Grecia), utilizîndu-se drept agent de uscare aerul preîncălzit și gazele de ardere prelevate de după economizorul cazanului.

Diagramele din figura 15 arată posibilitatea introducerii aerului cald în zona superioară a turnului de uscare în paralel cu gazele de ardere aspirate din focar în ideea reducerii cenușii recirculate cu gazele de ardere și a reducerii cantității vaporilor de apă în circuitul de uscare.

Din cele prezentate în lucrare rezultă posibilitatea măcinării huilei în mori-ventilator în condiții avantajoase. Cunoscîndu-se avantajele tehnice și constructive ale acestei mori în cazul arderii cărbunilor bruni și

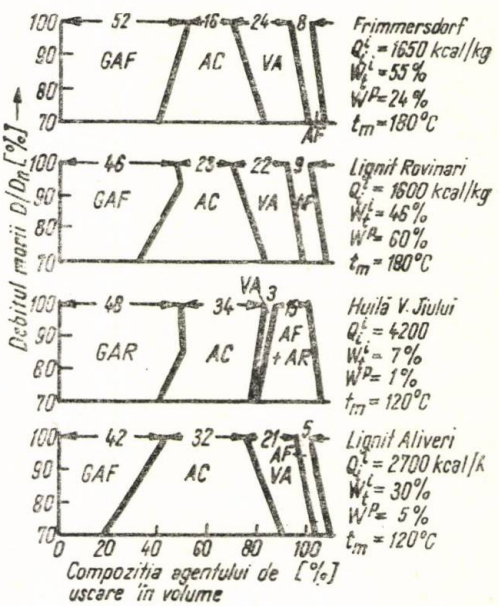


Fig. 15. — Variația participației componenților în agentul de uscare la ieșirea din moara-ventilator funcție de debitul morii pentru huila de Valea Jiului comparativ cu cărbunii bruni și ligniții. *GAF* — gaze de ardere prelevate din focar; *AC* — aer preîncălzit; *GAR* — gaze de ardere reci prelevate după economizorul cazanului; *VA* — vapori de apă; *AF* aer fals.

a lignitilor cu ajutorul rezultatelor prezentate în lucrarea de față, se poate studia posibilitatea măcinării oricărui sort de huilă în condițiile dorite ale gradului de uscare și finețe de măcinare a prafului combustibil.

BIBLIOGRAFIE

1. VEB-Mitteldeutscher Feuerungsbau, Leipzig, *Ventilator Kohlenstanbmühle.*
2. I. CARABOGDAN, C. CRĂCIUNEANU, F. CROITORU- *Măcinabilitatea cărbunilor din R.P.R.*, S.C.E., seria B, **XIII**, 109—131 (1961).
3. VTI-ȚKTI, *Normi rasciota i proektirovaniia pileprigotovitelnih ustanovok*, Moskva-Leningrad, Gosenergoizdat, 1958.
4. A. V. VOLKOVINSKI, F. K. RODDATIS, A. A. HARLAMOV, *Melniți ventilatori*, Moskva, „Energhiia", 1971.
5. R. WAGNER, SCHLAGRADMÜHLEN, *Beziehungen zwischen Mahlguteigenschaften und Mühlendaten*, 1972.
6. * * * *Grossmühlen für die Mahltrocknung von Stein und Braunkohlen*, K.S.G. Register, *15*, 19—30 (1968).
7. TH. GEISSLER, U. SCHÜLLER, *Erfahrungen in Bau und Betrieb von Braunkohlenfeuerungen*, Mitt. VGB, **51**, *3*, 188—202 (1971).

DETERMINAREA DIAGRAMEI INDICATE A UNUI MOTOR DIESEL SUPRAALIMENTAT ÎN CONDIȚIILE LIMITĂRII SOLICITĂRILOR MECANICE ȘI A TEMPERATURII GAZELOR ARSE LA EVACUARE

AL. DĂNESCU, N. APOSTOLESCU și B. GRÜNWALD

621.43.05

Se stabilesc relații care permit determinarea indicilor tehnici-economici ai unui motor diesel supraalimentat la care se limitează presiunea maximă în ciclu și temperatura gazelor de evacuare la intrarea în turbină. Modelul de ciclu elaborat de autori se apropie de un ciclu real prin schematizarea arderii și prin considerarea pierderilor de căldură într-un mod nou.

Cercetarea urmărește stabilirea condițiilor de optimizare a schemelor energetice ale unui motor diesel înalt și foarte înalt supraalimentat.

1. INTRODUCERE

Într-o lucrare anterioară [1] s-a determinat starea inițială și finală a gazelor din cilindrul unui motor diesel supraalimentat, cercetîndu-se procesele de schimbare a gazelor în condiții restrictive determinate.

În lucrarea de față se cercetează problema determinării evoluțiilor fluidului motor în cilindru, care conduc la condiții finale de stare determinate, fiind cunoscute condițiile inițiale de stare într-un ciclu termic și fiind precizate anumite condiții restrictive de solicitare mecanică (statică și dinamică) și termică.

Condițiile inițiale și finale ale ciclului motor determinate prin calculul procesului de schimbare a gazelor sînt : presiunea p_a și temperatura T_a la finele admisiei, coeficientul de umplere η_v, coeficientul gazelor reziduale γ, presiunea p_u și temperatura T_u în momentul deschiderii supapei de evacuare, precum și momentul deschiderii supapei de evacuare, unghiul α_u .

Dintre evoluțiile fluidului motor în cilindru, cele care au loc în timpul arderii sînt supuse unor condiții restrictive severe. Astfel se limitează presiunea maximă în ciclu, îndeosebi pentru a nu depăși un anumit

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 649–668, 1973

nivel al solicitărilor statice şi al încărcării specifice pe suprafeţele portante ; se limitează viteza medie şi viteza maximă de creştere a presiunii pentru a nu depăşi un anumit nivel al solicitărilor de şoc ; se limitează durata arderii în raport cu posibilităţile de formare a amestecului cu dezideratele de randament şi de lucru mecanic specific, cu nivelul termic admisibil al unor organe ; în fine, se limitează temperatura maximă şi presiunea maximă pentru a preveni şi pe această cale depăşirea nivelului admisibil de încărcare termică.

Cercetarea ciclului termic al motorului cu aprindere prin comprimare cu admisie normală, cu condiţii restrictive de solicitare mecanică — statică şi de şoc —, a fost efectuată pentru prima dată de T. Dudaş [2]. În lucrarea de faţă, cercetarea se dezvoltă pe aceeaşi linie, în concordanţă cu cerinţele ciclului termic al unui motor cu aprindere prin comprimare supraalimentat.

Evoluţiile fluidului motor în cilindru în timpul arderii — caracteristica de presiune — se schematizează în concordanţă cu necesitatea de

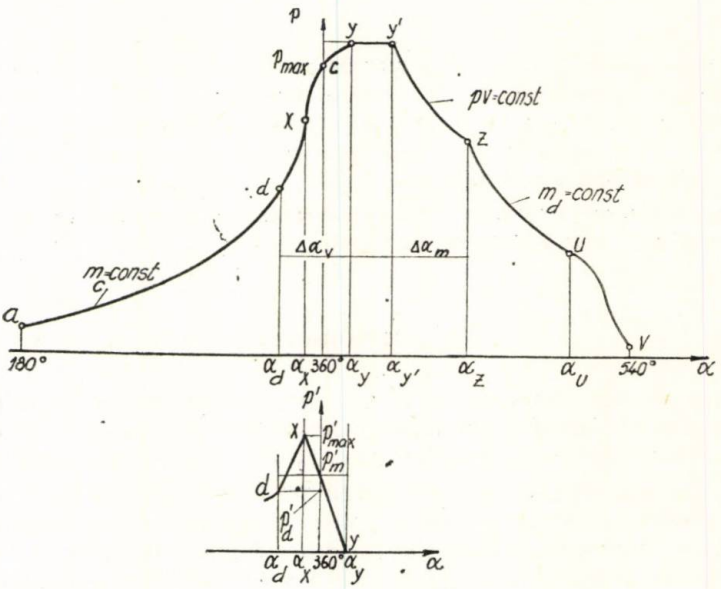


Fig. 1. — Evoluţiile schematizate ale ciclului termic reprezentate în diagramele $px\alpha$ şi $p'x\ \alpha$:

ai — evoluţia politropă de comprimare; dy — faza arderii violente; dx — evoluţie cu creştere liniară a vitezei de creştere a presiunii; xy — evoluţie cu descreştere liniară a vitezei de creştere a presiunii; yy' — evoluţie de presiune constantă; yz — evoluţie de produs pV = const ; zu — evoluţie politropă de destindere; uv — evacuarea liberă a gazelor; $\Delta\alpha_v$ — durata fazei de ardere violentă; $\Delta\alpha_m$ — durata fazei de ardere moderate.

a exprima condiţiile restrictive enunţate, dar şi în raport cu cunoştinţele actuale privind arderea în motorul diesel. Astfel se va considera că arderea are loc în două faze distincte : faza arderii violente şi faza arderii moderate (fig.1). În faza arderii violente, caracteristica de presiune este

determinată de variația liniară a vitezei de creștere a presiunii cu unghiul de rotație a arborelui cotit, iar în faza arderii moderate de două evoluții termodinamice simple: o evoluție izobară, $p = \text{const}$ și o evoluție de produs $pV = \text{const}$ [3].

Este cunoscut că viteza de degajare a căldurii și căldura totală degajată reprezintă particularități distinctive fundamentale ale fiecăreia dintre cele două faze. În lucrarea de față, cele două faze de ardere se caracterizează însă prin mărimi fizice de altă natură, care pot fi corelate direct cu condițiile restrictive impuse de cercetarea propusă.

Astfel, faza de ardere violentă — evoluția dy — se caracterizează prin presiunea maximă p_{max}, prin raportul de creștere a presiunii:

$$\pi = \frac{p_{max}}{p_d}, \tag{1}$$

prin viteza medie de creștere a presiunii:

$$p'_m = \frac{p_{max} - p_d}{\alpha_y - \alpha_d}, \tag{2}$$

precum și raportul dintre viteza maximă de creștere a presiunii și viteza medie de creștere a presiunii:

$$\pi^* = \frac{p'_{max}}{p'_m}. \tag{3}$$

Așadar, condițiile restrictive impuse fluidului motor în timpul arderii se precizează inițial prin următorii parametrii: p_{max}, π, p'_m, π^*.

În faza arderii violente, viteza de creștere a presiunii pe intervalul $d-x$ crește liniar și apoi scade liniar pe intervalul $x-y$ (fig. 1).

Evoluțiile de ardere au loc cu schimbarea compoziției fluidului motor, cu variația căldurilor specifice cu temperatura și cu pierderi de căldură la pereți.

Considerarea pierderilor de căldură la pereți pe toate evoluțiile ciclului motor este indispensabilă pentru determinarea unor valori realiste ale randamentului termic și lucrului mecanic specific. În mod curent, transferul de căldură se apreciază ca o fracțiune din căldura de reacție. O asemenea simplificare presupune invariabilitatea pierderilor de căldură pe ciclu. De aceea, în lucrarea [5] s-au elaborat relații de calcul care permit evaluarea pierderilor de căldură în raport cu condițiile de stare a fluidului motor în cilindru, cu suprafața de schimb de căldură și cu durata evoluțiilor caracteristice. Prin prelucrarea adecvată a ecuației generale a schimbului de căldură prin convecție, pe baza unei relații proprii a coeficientului de transfer s-au obținut relațiile din anexa I.

Evoluțiile de comprimare și de destindere ad, respectiv zu, sînt transformări politrope, de exponent mediu m_c, respectiv m_d, determinat în raport cu schimbul de căldură cu pereții.

Evoluţiile care alcătuiesc ciclul termic se precizează pe baza ecuaţiei diferenţiale a bilanţului energetic. Ecuaţia diferenţială nu are soluţii analitice decît în cazuri simplificate. În concordanţă cu obiectivele de optimizare, studiul ciclului termic, ca şi studiul proceselor de schimbare a gazelor [1], pretinde soluţii analitice ale ecuaţiei diferenţiale. Acest deziderat este determinat de necesitatea cercetării unui mare număr de variante de cicluri, rezultate din combinarea parametrilor de care depinde starea finală a fluidului motor : raportul de comprimare, raportul de creştere a presiunii, coeficientul excesului de aer, avansul la deschiderea supapei de evacuare etc.

Simplificările care se adoptă în vederea obţinerii soluţiilor analitice se efectuează în raport cu cerinţele contradictorii faţă de gradul de precizie a cercetării. Astfel, gradul de precizie trebuie să fie suficient de mare pentru a obţine rezultate interesante din punct de vedere teoretic şi practic, dar nu atît de mare încît volumul de calcul să devină prohibitiv, chiar atunci cînd se apelează la calculatoare numerice [4]. Potrivit experienţei autorilor, această obiecţie nu este de neglijat cînd se explorează o multitudine de variante dependente de un număr, relativ important, de parametri.

2. CALCULUL EVOLUŢIILOR CICLULUI TERMIC

2.1. EVOLUŢIA DE COMPRIMARE

Cantitatea molară de substanţă la începutul cursei de comprimare este

$$\nu_a = \nu_0 (1 + \gamma), \tag{4}$$

unde $\nu_0 = \lambda L_{min}$, λ fiind coeficientul excesului de aer, iar L_{min} cantitatea minimă de aer necesară arderii teoretice complete.

Cu datele iniţiale se precizează presiunea la începutul arderii violente pe ciclu, şi anume, prin definiţie, din relaţia (1). Pe de altă parte, presiunea în punctul d rezultă din ecuaţia politropei :

$$p_d = p_a \left(\frac{\varepsilon}{\delta_d} \right)^{m_c} \tag{5}$$

unde ε este raportul de comprimare ($\varepsilon = V_a/V_c$), iar δ_d volumul relativ în punctul d ($\delta_d = V_d/V_c$). Substituind relaţia (5) în (1), rezultă

$$\frac{\varepsilon}{\delta_d} = \left(\frac{p_{max}}{\pi p_a} \right)^{1/m_c}$$

sau

$$\frac{\varepsilon}{\delta_d} = E_p^{1/m_c}, \tag{6}$$

unde s-a notat $E_p = p_{max}/\pi\, p_a$, E_p fiind determinat de grupul de parametri cunoscuți inițial. Relația (6) pune în evidență o particularitate a ciclului, și anume aceea că o valoare E_p dată se poate realiza cu un șir de valori ε, modificînd adecvat poziția punctului d pe ciclu. Valoarea minimă admisibilă a lui ε se obține din condiția $\delta_d = 1$, iar

$$\varepsilon_{min} = E_p^{1/m_c}. \tag{7}$$

Exponentul politropic m_c se determină din relația care precizează căldura schimbată de fluidul motor cu pereții într-o transformare politropă :

$$Q_{wad} = \frac{k_c - m_c}{k_c - 1} AL_{ad}, \tag{8}$$

unde k_c este exponentul adiabatic al transformării, L_{ad} lucrul mecanic, iar A echivalentul caloric al lucrului mecanic. Substituind lucrul mecanic cu expresia cunoscută

$$AL_{ad} = 1{,}986\ \nu_{ai}\ T_a \frac{1}{m_c - 1}\left[\frac{m_c - 1}{E_p^{m_c} - 1}\right]$$

și cantitatea de căldură Q_{wad} din relația (I.1), în care unghiul α_d se calculează cu funcția cinematică simplificată (11), se obține ecuația exponențială în m_c :

$$1 + \frac{k_c - 1}{\lambda(1+\gamma) L_{min}} \cdot \frac{C_{wad} p_a^{1/3}\ T_a\ \lambda^{2/3}(1+E_p)}{1{,}986\ T_a}\left[180 - \sqrt{\frac{\varepsilon/E_p^{1/m_c} - 1}{a(\varepsilon - 1)}}\right] \cdot$$

$$\cdot \frac{m_c - 1}{k_c - m_c} = E_p^{\frac{m_c - 1}{m_c}} \cdot \tag{9}$$

În ecuația (9), exponentul adiabatic este necunoscut, întrucît variază cu temperatura. El se determină cu mare precizie printr-o dublă aproximație a temperaturii. Astfel, într-o primă aproximație se calculează temperatura în punctul d, în ipoteza comprimării adiabate a fluidului motor :

$$T_{d_1} = T_a\,(E_p)^{1 - 1/k_a},$$

exponentul adiabatic fiind determinat cu relația $k = 1{,}438 - 1{,}05 \cdot 10^{-4}\ T$, unde $T = T_a$. În a doua aproximație se calculează temperatura T_{d_2} în aceeași ipoteză, cu exponentul adiabatic determinat pentru temperatura $T = 0{,}5\,(T_a + T_{d_1})$. În final se calculează exponentul adiabatic pentru temperatura $T = 0{,}5\,(T_a + T_{d_2})$.

În ecuaţia (9), raportul de comprimare apare de asemenea ca mărime necunoscută. Valoarea lui este discutată mai departe (vezi pct. 2.2).

După soluţionarea ecuaţiei (9) se calculează temperatura în punctul d :

$$T_d = T_a \, E_p^{\frac{m_c - 1}{m_c}}, \tag{10}$$

volumul relativ din relaţia (6) :

$$\delta_d = \frac{\varepsilon}{E_p^{1/m_c}},$$

şi unghiul α_d, definit cu ajutorul funcţiei cinematice simplificate a volumelor [5] :

$$V = V_c [1 + a (\varepsilon - 1) \ (\alpha - 360)^2], \tag{11}$$

de unde

$$\alpha_d = 360° - \sqrt{\frac{\delta_d - 1}{a(\varepsilon - 1)}},$$

iar $a = 0{,}9 \cdot 10^{-4}$ pentru $320° \leqslant \alpha d \leqslant 360°$.

2.2. ARDEREA VIOLENTĂ

Viteza de creştere a presiunii fiind o funcţie liniară de forma

$$(p')_{dx} = p'_d + b_1 (\alpha - \alpha_d)$$

pe intervalul dx şi de forma

$$(p')_{xy} = p'_{\max} - b_2 (\alpha - \alpha_x)$$

pe intervalul $x \ y$, x fiind un punct de inflexiune, se obţin următoarele funcţii de presiune pe intervalele respective :

$$(p)_{dx} = p_d + p'_d (\alpha - \alpha_d) + \frac{1}{2} b_1 (\alpha - \alpha_d)^2, \tag{12}$$

$$(p)_{xy} = p_x + p'_{\max} (\alpha - \alpha_x) - \frac{1}{2} b_2 (\alpha - \alpha_x)^2 \tag{13}$$

Constantele b_1 și b_2 se definesc din următoarele condiții la limită: $p' = p'_{max}$ pentru $\alpha = \alpha_x$ și $p' = 0$ pentru $\alpha = \alpha_y$, care dau

$$b_1 = \frac{p'_{max} - p'_d}{\alpha_x - \alpha_d},$$

$$b_2 = \frac{p'_{max}}{\alpha_y - \alpha_x},$$

p'_{max} fiind cunoscut, deoarece se precizează inițial parametrii π^* și p'_m din relațiile (2) și (3).

Viteza de creștere a presiunii în punctul d se obține prin derivarea ecuației generale a transformării politrope (5) și a ecuației volumelor (11), cu condiția la limită $V = V_d$, precum și pe baza relației (6):

$$p'_d = p_a E_p E_d, \tag{14}$$

unde

$$E_d = \frac{\delta'_d}{\delta_d} = \frac{-2(\alpha_d - 360)\, a\, (\varepsilon - 1)}{1 + a(\varepsilon - 1)(\alpha_d - 360)^2}. \tag{15}$$

Dacă se impune inițial viteza medie de creștere a presiunii p'_m, din relația (2) rezultă sfîrșitul arderii violente:

$$\alpha_y = \alpha_d + \frac{p_d(\pi - 1)}{p'_m}. \tag{16}$$

Punctul de inflexiune α_x se obține substituind în relația (2) presiunea p_y din (13), în care $\alpha = \alpha_y$, iar p_x din (12), în care $\alpha = \alpha_x$ și durata arderii violente din (16). După efectuarea calculelor rezultă

$$\alpha_x = \alpha_d + 2\frac{1 - 0{,}5\,\pi^*}{0{,}5\pi^* + p'_d/p'_m}(\alpha_y - \alpha_d). \tag{17}$$

Relația (17) precizează limitele de variație a raportului pe baza schematizării adoptate; întrucît

$$\alpha_d < \alpha_x < \alpha_y,$$

rezultă

$$\frac{2 - p'_d/p'_m}{1{,}5} < \pi^* < 2.$$

Relaţiile (12) şi (13) sînt acum complet definite, astfel încît se poate calcula presiunea în punctul mort interior p_c, şi anume:

— dacă $\alpha_x < 360°$:

$$p_c = p_x + p'_{\max}(360 - \alpha_x) - 0{,}5\, b_2 (360 - \alpha_x)^2; \tag{18}$$

— dacă $\alpha_x \geqslant 360°$:

$$p_c = p_d + p'_d (360 - \alpha_d) + 0{,}5\, b_1 (360 - \alpha_d)^2. \tag{18'}$$

La valori mari ale raportului de comprimare, rezultă, pentru acelaşi nivel al presiunii maxime şi acelaşi raport de creştere a presiunii, un avans atît de mare la declanşarea arderii violente (relaţia (6)), încît presiunea p_c, definită de relaţiile anterioare, depăşeşte presiunea maximă. Rezultă astfel o valoare-limită superioară a raportului de comprimare $\varepsilon_{\max}$, care se obţine din condiţia la limită $p_c = p_{\max}$. Întrucît relaţia (7) defineşte valoarea-limită inferioară a lui ε, se observă că acelaşi nivel maxim al presiunii fluidului motor ar putea fi realizat cu mai multe valori ale lui ε, cuprinse între limitele

$$\varepsilon_{\min} \leqslant \varepsilon \leqslant \varepsilon_{\max}. \tag{19}$$

Condiţia (19) impune ca ciclul să fie cercetat pentru toate valorile posibile ale lui ε cuprinse între $\varepsilon_{\min}$ şi $\varepsilon_{\max}$. În acest scop, după precizarea lui $\varepsilon_{\min}$ (relaţia (7)) se atribuie lui ε un şir de valori discrete cu un pas de o unitate, astfel încît raportul de comprimare apare ca o mărime cunoscută pentru fiecare variantă de ciclu.

Condiţia (19) este necesară, dar nu este şi suficientă, deoarece numai după rezolvarea ecuaţiilor de bilanţ energetic se stabileşte dacă măcar una dintre valorile posibile ale lui ε conduce la starea finală impusă a fluidului motor. Cum însă este posibilă şi împrejurarea opusă, şi anume ca mai multe valori ale lui ε să satisfacă ecuaţiile de bilanţ energetic, va fi necesar să se găsească o cale de definire a lor.

Determinarea explicită a lui $\varepsilon_{\max}$ este dificilă, de aceea este mai comod să se verifice condiţia

$$p_c \leqslant p_{\max}. \tag{20}$$

Temperatura gazelor în punctul c se precizează pe baza ecuaţiei de stare. După simplificări se obţine

$$T_c = T_d \frac{p_c}{\delta_d p_d}.$$

Condiţiile de stare la finele arderii violente se precizează parţial prin datele iniţiale: presiunea $p_y = p_{\max}$. Se aplică apoi ecuaţia de stare în punctele d şi y şi se obţine temperatura în punctul y:

$$T_y = T_d \pi \cdot \frac{\delta_y}{\delta_d}, \tag{21}$$

unde volumul relativ $\delta_y = V_y/V_c$ se stabileşte pe baza relaţiei (11).

În fine, se poate determina acum căldura de reacție Q_{rdy} degajată în faza arderii violente, pe baza ecuației bilanțului energetic:

$$Q_{rdy} = AL_{dy} + \Delta U_{dy} + Q_{wdy}, \tag{22}$$

unde AL_{dy} este lucrul mecanic pe evoluția dy, ΔU_{dy} variația de energie internă și Q_{wdy} căldura transferată la pereți.

Ținînd seama de forma funcțiilor care definesc variația presiunii pe evoluția dy, lucrul mecanic se calculează în raport cu poziția pe ciclu a punctului x.

a. *Cazul* $\alpha_x < 360°$. Lucrul mecanic va fi

$$L_{dy} = L_{dx} + L_{xo} + L_{oy} \tag{23}$$

unde L_{dx} este lucru mecanic pe evoluția dx, L_{xo} lucrul mecanic pe intervalul $\alpha = \alpha_x \ldots 360°$ și L_{oy} lucrul mecanic pe intervalul $\alpha = 360° \ldots \alpha_y$. Expresiile lucrului mecanic sînt:

$$\begin{aligned} L_{dx} &= E_m (p_d\ I_1 + p'_d\ I_2 + 0{,}5\ b_1\ I_3), \\ L_{xo} &= E_m (p_x\ I_4 + p'_{\max}\ I_5 - 0{,}5\ b_2\ I_6), \\ L_{oy} &= E_m (p_x\ I_7 + p'_{\max}\ I_8 - 0{,}5\ b_2\ I_9), \end{aligned} \tag{24}$$

integralele $I_1 - I_9$ și expresia E_m fiind definite în anexa II.

b. *Cazul* $\alpha_x \geqslant 360°$. Lucrul mecanic va fi

$$L_{dy} = L_{do} + L_{ox} + L_{xy}, \tag{23}$$

unde L_{do} este lucrul mecanic pe intervalul $\alpha = \alpha_d \ldots 360°$, L_{ox} lucrul mecanic pe intervalul $\alpha = 360 \ldots \alpha_x$ și L_{xy} lucrul mecanic pe intervalul $\alpha = \alpha_x \ldots \alpha_y$.

Se obține:

$$\begin{aligned} L_{do} &= E_m\ (p_d\ I_{10} + p'_d\ I_{11} + 0{,}5\ b_1\ I_{12}), \\ L_{ox} &= E_m\ (p_d\ I_{13} + p'_d\ I_{14} + 0{,}5\ \ b_1\ I_{15}), \\ L_{xy} &= E_m\ (p_x\ I_{16} + p'_{\max}\ I_{17} - 0{,}5\ \ b_2\ I_{18}), \end{aligned} \tag{25}$$

iar integralele $I_{10} - I_{18}$ și E_m se definesc în anexa II.

Pentru calculul variației energiei interne s-a admis invariabilitatea compoziției fluidului motor pe evoluția considerată, compoziția punctului d, ținînd seama că în această fază a arderii intră în reacție o fracțiune relativ mică din doza de combustibil pe ciclu.

Variaţia energiei interne :

$$\Delta U_{dy} = \nu_d \, C_{vd} \, (T_y - T_d), \tag{26}$$

se calculează pentru o cantitate de substanţă $\nu_d = \nu_a$ şi o căldură specifică reală a aerului, variabilă liniar cu temperatura :

$$C_{vd} = 4{,}728 + 1{,}09 \cdot 10^{-3} \, T \text{ (kcal/kmol)}, \tag{26'}$$

definită pe un interval restrîns de temperatură $T = 773 \ldots 1573°C$, caracteristic fazei de ardere violentă, pentru a mări precizia de calcul [2].

În fine, căldura transferată la pereţi se calculează cu relaţia I.2.

2.3. ARDEREA MODERATĂ

Se scrie ecuaţia de bilanţ energetic între stările $y - z$:

$$Q_{rm} = \Delta I_{yy'} + Q_{wyy'} + AL_{y'z} + Q_{wy'z}, \tag{27}$$

unde Q_{rm} este căldura de reacţie disponibilă în faza arderii moderate, $\Delta I_{yy'}$ variaţia de entalpie pe evoluţia izobară yy', $Q_{wyy'}$ căldura transferată la pereţi pe evoluţia izobară, $AL_{y'z}$ lucrul mecanic pe evoluţia izotermă, iar $Q_{wy'z}$ căldura transferată la pereţi pe evoluţia izotermă.

Căldura de reacţie disponibilă în faza arderii moderate este

$$Q_{rm} = Q_i - Q_{rdy}. \tag{28}$$

Variaţia de entalpie pe evoluţia izobară se calculează ţinînd seama de schimbarea compoziţiei gazelor arse şi de variaţia căldurii specifice cu temperatura. Întrucît în faza arderii violente s-a presupus că nu se schimbă compoziţia fluidului motor, se admite ca originea entalpiilor entalpia punctului c, astfel că

$$\Delta I_{yy'} = \nu_{ga} \, (i_{g'} - i_c)_{ga} - \nu_{ai} \, (i_y - i_c)_{ai}, \tag{29}$$

unde i este entalpia specifică. Indicii ga şi ai se referă la gaze arse, respectiv amestecul iniţial.

Dependenţa căldurii specifice reale a gazelor arse faţă de compoziţie şi temperatură, după [2], este

$$C_v = \left(5{,}339 + \frac{0{,}475}{\lambda}\right) + \left(0{,}701 + \frac{0{,}276}{\lambda}\right) \cdot 10^{-3} \, T \text{ (kcal/kmol)} \tag{30}$$

pentru intervalul de temperatură 1 100 — 2 300 K.

Ţinînd seama de schimbarea compoziţiei gazelor arse, se obţine

$$\nu_{ga} = \nu_o \, (\mu_c + \gamma), \tag{31}$$

unde s-a admis că μ_c, coeficientul chimic de variație molară, este egal cu coeficientul total de variație molară, simplificare evident posibilă întrucît γ are o pondere neînsemnată în expresia acestuia din urmă.

Pentru un combustibil de compoziție $c = 0{,}857$, $h = 0{,}133$, $o = 0{,}010$ (c, h și o fiind participația gravimetrică a carbonului, respectiv hidrogenului și oxigenului), se obține

$$\mu_c = 1 + \frac{0{,}0678}{\mu}. \tag{32}$$

Temperatura $T_{y'}$, care definește entalpia $i_{y'}$, se corelează cu variația de volum pe evoluția izobară. Astfel, aplicînd ecuația de stare în punctele yy', se obține

$$\delta_d = \mu_c \frac{T_{y'}}{T_y}, \tag{33}$$

unde δ_p este gradul de destindere izobară, adică $\delta_p = V_{y'}/V_y$.

Pentru calculul transferului de căldură (I.3), este necesar să se exprime unghiul $\alpha_{y'}$, în raport cu mărimile cunoscute. Pe baza relației (11) se obține

$$\alpha_{y'} = 360 + \sqrt{\frac{\delta_p\,\delta_y - 1}{a\,(\varepsilon - 1)}}. \tag{34}$$

Lucrul mecanic pe evoluția izotermă este

$$AL_{y'z} = AR\,\nu_{ga}\,T_{y'}\ln\,\delta_t, \tag{35}$$

unde δ_t este gradul de destindere izotermă, adică $\delta_t = V_z/V_{y'}$.

Pentru calculul transferului de căldură (I.4) se exprimă unghiul α_z pe baza funcției cinematice simplificate

$$\alpha_z = 360 + \sqrt{\frac{\delta_t\,\delta_p\,\delta_y - 1}{a\,(\varepsilon - 1)}}. \tag{36}$$

Substituind relațiile (28)—(30), (32)—(36), (I.3) și (I.4) în ecuația bilanțului energetic (27), se obține

$$\begin{aligned} Q_i - Q_{rdy} = {} & [E_1 + E_2\,(T_y\,\delta_p/\mu_c + T_y)]\,(T_y\,\delta_p/\mu_c - T_c) - E_3 + \\ & + C_{wa}\,E_4\left(1 + \frac{\delta_p}{\mu_c}\right)\left[\sqrt{\frac{\delta_p\,\delta_y - 1}{a(\varepsilon - 1)}} - (\alpha_y - 360)\right] + \\ & + E_5\,T_y\,\delta_p/\mu_c\ln\,\delta_t + C_{wa}\,E_6\,(2{,}54 + 0{,}287\,\delta_t)\times \\ & \times\left[\sqrt{\frac{\delta_t\,\delta_p\,\delta_y - 1}{a\,(\varepsilon - 1)}} - \sqrt{\frac{\delta_p\,\delta_y - 1}{a\,(\varepsilon - 1)}}\right], \end{aligned} \tag{37}$$

unde

$$E_1 = \lambda L_{\min} (\mu_c + \gamma)\left(7{,}325 + \frac{0{,}475}{\lambda}\right),$$

$$E_2 = 0{,}5\ \lambda L_{\min} (\mu_c + \gamma)\left(0{,}701 + \frac{0{,}276}{\lambda}\right)\cdot 10^{-3},$$

$$E_3 = \lambda L_{\min} (1 + \gamma)\ [6{,}714 + 0{,}5 \cdot 1{,}09 \cdot 10^{-3} (T_y + T_c)]\ (T_y - T_c),$$

$$E_4 = p_{\max}^{1/3}\ T_y\ \lambda^{2/3},$$

$$E_5 = 1{,}986\ \lambda\ L_{\min} (\mu_c + \gamma),$$

$$E_6 = E_4\ \delta_p\ T_y.$$

În ecuaţia (37), λ apare ca o necunoscută a problemei. Întrucît ecuaţia conţine alte două necunoscute, δ_p, δ_t, pentru care se obţin condiţii suplimentare limitate (vezi pct. 2.4), valoarea lui λ trebuie precizată iniţial. Motoarele cu aprindere prin comprimare supraalimentate funcţionează cu o mare varietate de valori λ, fiecare dintre ele cu avantaje şi dezavantaje cunoscute. De aceea analiza ciclurilor termice nu se poate întemeia numai pe o singură valoare a coeficientului excesului de aer. Admiţînd că λ variază între limitele

$$\lambda_{\min} \leqslant \lambda \leqslant \lambda_{\max},$$

ecuaţia (37) se rezolvă pentru un şir de valori λ definite cu un pas convenabil, de exemplu 0,2, într-un cîmp de valori apreciat ca uzual astăzi sau ca unul probabil pentru anii următori. Analog cu cazul raportului de comprimare, λ devine un parametru iniţial cunoscut, care defineşte o varietate de cicluri.

2.4. EVOLUŢIA DE DESTINDERE

Destinderea gazelor — evoluţia *zu* — reprezintă o transformare politropă de exponent m_d const. Particularitatea acestei evoluţii constă în aceea că parametrii de stare la finele ei sînt cunoscuţi. Ca urmare, calculul trebuie să permită determinarea parametrilor iniţiali în punctul z, adică la finele arderii :

$$p_z = p_u\ \delta_e^{m_d}, \tag{38}$$

$$T_z = T_u\ \delta_e^{m_d - 1},$$

unde $\delta_e = V_u/V_z = 0{,}5\ (\varepsilon - 1)\ \sigma_{\alpha u}/\delta_y\ \delta_p\ \delta_t.$ (39)

Momentul deschiderii supapei de evacuare, α_u, este un parametru caracteristic al ciclului termic, ca și al procesului de schimbare a gazelor, și se precizează inițial.

Temperatura T_z este egală cu T_y, deoarece punctele y' și z aparțin izotermei, iar rapoartele de volum se transcriu convenabil, și anume

$$\frac{V_u}{V_z} = \frac{V_u}{V_c}\cdot\frac{V_c}{V_z} = \frac{V_u}{V_c}\cdot\frac{V_c}{V_y}\cdot\frac{V_y}{V_{y'}}\cdot\frac{V_{y'}}{V_z} = \frac{V_u}{V_c}\cdot\frac{1}{\delta_y\,\delta_p\,\delta_t}\cdot$$

Raportul V_u/V_c:

$$\frac{V_u}{V_c} = 0{,}5\,(\varepsilon - 1)\,\sigma_{\alpha u},$$

unde $T_{\alpha u}$ este definit în anexa I. Ținînd seama și de relația (33), se obține o ecuație în δ_p, δ_t, m_d:

$$\delta_p = \frac{T_u}{T_y}\,\mu_c\left(\frac{0{,}5\,(\varepsilon-1)}{\delta_y\,\delta_p\,\delta_t}\right)^{m_d-1}\cdot \tag{40}$$

În fine, se obține o nouă ecuație în m_d, δ_p, δ_t pe baza bilanțului energetic al destinderii:

$$Q_{wzu} = \frac{k_d - m_d}{k_d - 1}\,AL_{zu}, \tag{41}$$

unde Q_{wzu} este căldura transferată la pereți (I.5), k_d exponentul adiabatic, iar AL_{zu} lucrul mecanic al destinderii, exprimat convenabil sub forma

$$AL_{zu} = 1{,}986\;\lambda\,L_{\min}\,(\mu_c + \gamma)\,\frac{T_u}{m_d - 1}\left[\left(\frac{0{,}5\,(\varepsilon-1)\,\sigma_{\alpha u}}{\delta_y\,\delta_p\,\delta_t}\right)^{m_d-1} - 1\right]. \tag{42}$$

Substituind relațiile (I.5) și (42) în (41), rezultă

$$C_{wzu}\,E_7\left[1 + \left(\frac{0{,}5\,(\varepsilon-1)\,\sigma_{\alpha u}}{\delta_y\,\delta_p\,\delta_t}\right)^{m_d-1}\right]\left(1 + \frac{\delta_y\,\delta_p\,\delta_t}{0{,}5\,(\varepsilon-1)\,\sigma_{\alpha u}}\right)^{2/3}\cdot$$

$$\cdot\left(\alpha_u - \left(360 + \sqrt{\frac{\delta_y\,\delta_p\,\delta_t - 1}{a\,(\varepsilon-1)}}\right)\right) = \frac{m_d - k_d}{k_d - 1}\,E_5\,\frac{T_u}{m_d - 1}\cdot$$

$$\cdot\left[\left(\frac{0{,}5\,(\varepsilon-1)\,\sigma_{\alpha u}}{\delta_y\,\delta_p\,\delta_t}\right)^{m_d-1} - 1\right], \tag{43}$$

unde

$$E_7 = p_u^{1/3}\,T_u\,\lambda^{2/3}.$$

3. SOLUŢIONAREA ECUAŢIEI DE BILANŢ ENERGETIC

Dacă se asociază ecuaţia bilanţului energetic (37) cu ecuaţiile (40) şi (43), se observă că se obţine un sistem de trei ecuaţii cu trei necunoscute : δ_y, δ şi m_d. Ecuaţiile sînt de tip transcedental, de aceea soluţionarea lor este greoaie. Analizînd sistemul de ecuaţii, autorii au găsit ca interesant următorul procedeu de determinare a rădăcinilor.

Se stabileşte iniţial dacă sistemul de ecuaţii este compatibil. Pentru aceasta se rezolvă sistemul de ecuaţii în două cazuri extreme.

În primul caz se consideră că arderea se desfăşoară numai pe evoluţia izotermă, fără schimb de căldură. Ca urmare se obţine o valoare maximă a unghiului α_z (fig. 2). În această ipoteză simplificatoare, ecuaţia (27) devine

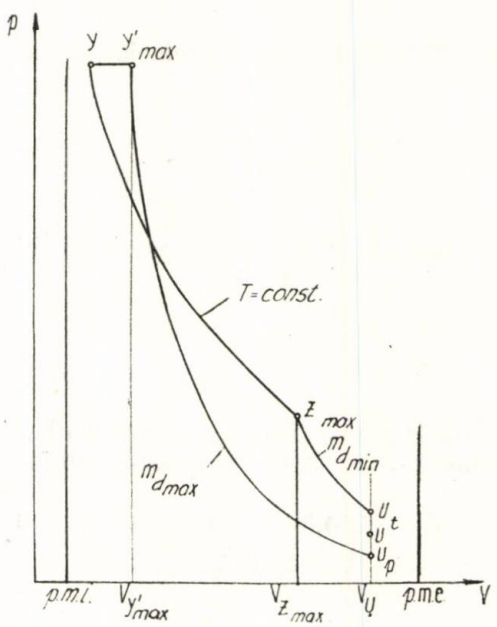


Fig. 2. — Schema diagramei indicate pentru deterninarea compatibilităţii sistemului de ecuaţii.

$$Q_{rm} = AL_{y'z},$$

care, după dezvoltări, conduce la relaţia

$$\delta_{t\,\max} = \exp\left(\frac{Q_i - Q_{rdy}}{1{,}986\,\lambda L_{\min}(\mu_c+\gamma)T_y}\right). \tag{44}$$

Cunoscînd pe $\delta_{t\,\max}$, se calculează $\alpha_{z\max}$:

$$\alpha_{t\,\max} = 360 + \sqrt{\frac{\delta_y\,\delta_{t\,\max} - 1}{a\,(\varepsilon - 1)}} \tag{45}$$

şi apoi din ecuaţia (43) se determină exponentul politropic, care are o valoare minimă, deoarece transferul de căldură depinde de durata evoluţiei

iar diferența $\alpha_u - \alpha_{z\max}$ este minimă. Aplicînd ecuațiile de stare în punctele y și $z_{\max}$ și ținînd seama de variația molară, se obține

$$p_{z\max} = p_y \frac{\mu_c}{\delta_{t\max}} \cdot$$

Se aplică apoi ecuația (38) și se determină presiunea p_{ut} pentru $\alpha = \alpha_u$.

În al doilea caz se consideră că arderea se desfășoară numai izobar, de asemenea fără schimb de căldură. Ca urmare, se obține o valoare maximă a unghiului $\alpha_{y'}$, (fig. 2). Ecuația (27) devine în acest caz o ecuație de gradul II în $\delta_{p\max}$:

$$\delta^2_{p\max} + b\,\delta_{p\max} - c = 0, \tag{46}$$

unde

$$b = \frac{E_1}{E_2\,T_y} - \frac{T_c}{T_y} + 1,$$

$$c = \frac{c}{E_2\,T_y^2}\,(Q_i - Q_{rdy} + E_3 + E_1\,T_c + E_2\,T_y\,T_c).$$

După rezolvarea ecuației (46) se determină $\alpha_{y'\,\max}$:

$$\alpha_{y'\,\max} = 360 + \sqrt{\frac{\delta_y\,\delta^{-1}_{p\max}}{a\,(\varepsilon - 1)}} \cdot$$

Se soluționează apoi ecuația (43) și se calculează exponentul politropic, care de astă dată are valoare maximă. Fiind cunoscută presiunea în punctul $y'_{\max}$, se aplică ecuația (38) și se găsește presiunea p_{up} pentru $\alpha = \alpha_u$.

Se compară presiunea p_u, calculată din procesul de schimbare a gazelor [1], cu presiunile p_{up}, p_{ut}. Dacă este satisfăcută condiția

$$p_{ut} \geqslant p_u \geqslant p_{up},$$

atunci sistemul este compatibil și se trece la soluționarea lui. Rezolvarea sistemului de ecuații se face prin încercări, alegînd inițial o valoare a uneia dintre necunoscute. Analiza sistemului de ecuații arată că cel mai convenabil este să se aleagă unghiul α_z, deoarece conduce la un volum minim de calcule. Astfel, prima valoare a lui α_z, la jumătatea intervalului este

$$\alpha_{z\,1} = \frac{\alpha_{y'\,\max} + \alpha_{z\,\max}}{2}.$$

Cu această valoare se rezolvă ecuația (43), deoarece

$$(\delta_y\,\delta_p\,\delta_t)_{z\,1} = 1 + a(\varepsilon - 1)\,(\alpha_{z\,1} - 360)^2, \tag{47}$$

şi se determină m_{d1}. Se calculează apoi δ_{p1} din ecuaţia (40) şi $\delta_{p\,1}$ din relaţia (47). Cu valorile găsite se calculează membrul drept al ecuaţiei (37), MD, şi se compară cu membrul stîng, MS. Întrucît MD creşte continuu cu micşorarea unghiului α_z, iar MS este independent de α_z (fig. 3), ecuaţia are o

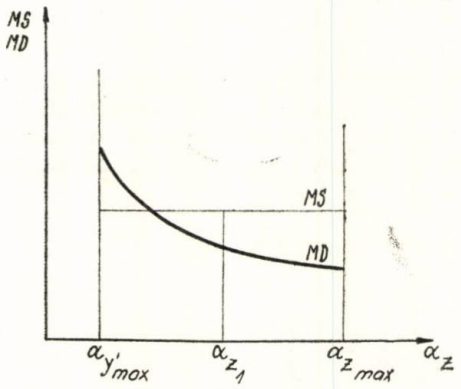


Fig. 3. — Schemă pentru rezolvarea ecuaţiei de bilanţ energetic.

singură soluţie. Dacă se efectuează calculul pe maşini numerice, atunci se recurge la metoda înjumătăţirii intervalului, determinînd după fiecare încercare semnul diferenţei $MS - MD$:

$$S = \frac{MS - MD}{|MS - MD|}$$

pentru a stabili dacă încercarea următoare se efectuează la dreapta sau la stînga valorii α_z aleasă iniţial.

4. DETERMINAREA INDICILOR DE PERFORMANŢĂ AI CICLULUI MOTOR

Se determină lucrul mecanic total L_t al agregatului motor-turbină-compresoare :

$$L_t = L_m + L_t - |L_c|, \tag{48}$$

unde L_m este lucrul mecanic al ciclului motorului diesel, L_t lucrul mecanic al turbinei, iar $L_c = L_{c1} + L_{c2}$ lucrul mecanic al compresoarelor.

Lucrul mecanic L_m este suma lucrurilor mecanice pe evoluţiile ciclului motor :

$$L_m = L_{cv} + L_{vv'} + L_{v'z} + L_{ur} - L_{ad} - L_{dx} - L_{xc} + L_{\text{pomp}} + L_{zu}. \tag{49}$$

În expresia lui L_m s-a adăugat şi lucrul mecanic de pompaj, L_{pomp}, deşi acesta este luat în consideraţie de obicei prin randamentul mecanic al

motorului. S-a acceptat această soluție deoarece în studiul ciclului nu se cercetează mărimile efective ale motorului, dar este interesant să se surprindă influența supraalimentării asupra pompajului. Relațiile (24) și (25) permit calculul termenilor L_{cy}, $L_{yy'}$, $L_{dx'}$, L_{xc} din (49). Ceilalți termeni din expresia (49) se calculează cu relațiile obținute pe fiecare dintre evoluții:

$$L_{ad} = 1{,}986\,\lambda L_{\min}(1+\gamma)\left[E_p^{\frac{m_c-1}{m_c}} - 1\right],$$

$$L_{yy'} = 1{,}986\,\lambda\,L_{\min}(\mu_c+\gamma)\frac{p_{\max}}{\eta_v(\varepsilon-1)p_s}\,T_s\cdot\delta_y(\delta_p-1),$$

$$L_{y'z} = 1{,}986\,\lambda\,L_{\min}(\mu_c+\gamma)\,T_{y'}\ln\delta_t,$$

$$L_{zu} = 1{,}986\,\lambda\,L_{\min}(\mu_c+\gamma)\frac{T_u}{m_d-1}\left[\left(\frac{(0{,}5\ (\varepsilon-1)}{\delta_y\,\delta_p\,\delta_t}\right)^{m_d-1} - 1\right],$$

$$L_{uv} = 1{,}986\,\lambda\,L_{\min}(\lambda_c+\gamma)\frac{T_u}{m_u-1}\left(1 - \frac{1}{\delta_u^{a\,m_u-1}}\right),$$

$$L_{\text{pomp}} = 1{,}986\,\lambda\,L_{\min}(p_a - p_r)\frac{T_s}{\eta_v p_s}.$$

Relația lucrului mecanic L_{uv} necesită o explicație. În perioada evacuării libere, lucrul mecanic dezvoltat de piston este determinat de acțiunea unei cantități variabile de gaze. Întrucît, în limitele ipotezelor propuse, nu se poate determina lucrul mecanic L_{vu}, considerînd modificarea cantității de substanță în cilindru, autorii au admis că evoluția uv este o politropă de cantitate invariabilă, de exponent m_u definit de condițiile de stare din punctele u și v, și anume

$$m_u = \frac{\ln p_u/p_r}{\ln \delta_u^a},$$

unde

$$\delta_u^a = V_a/V_u \text{ sau } \delta_u^a = \frac{2\varepsilon}{(\varepsilon-1)\,\sigma_{\alpha u}}.$$

Lucrurile mecanice ale turbinei și compresorului fiind cunoscute [1], se pot calcula:

— presiunea medie a ciclului motor:

$$p_m = \frac{L_m}{1{,}986}\cdot\frac{p_s\,\eta_v}{\lambda L_{\min}\,T_s};$$

— presiunea medie a agregatului :

$$p_{mg} = \frac{L_t}{1{,}986} \cdot \frac{p_s \eta_v}{\lambda L_{\min} T_s};$$

— randamentul termic al motorului :

$$\eta_t = \frac{L_m}{Q_i};$$

— randamentul termic al agregatului :

$$\eta_{tg} = \frac{L_t}{Q_i}.$$

5. CONCLUZII

Ecuaţiile obţinute în lucrare îngăduie să se rezolve o problemă spinoasă care face pentru prima dată obiectul acestui studiu, şi anume determinarea indicilor tehnici-economici — randament şi lucru mecanic specific — ai unui motor supraalimentat în condiţii asemănătoare celor reale, la care se limitează presiunea maximă în ciclu şi temperatura gazelor în amontele turbinei.

Ciclul motor constituit de autori se bucură de proprietatea de a fi foarte apropiat de un ciclu real. Această proprietate a ciclului s-a obţinut acţionîndu-se în două direcţii principale. Pe de o parte, s-a schematizat arderea de o manieră care îngăduie să se compare caracteristica teoretică de presiune cu caracteristica reală şi, prin urmare, durata arderii teoretice cu durata reală (în ciclurile teoretice cu ardere izocor-izobară, durata arderii reprezintă 20—30% din durata reală). Pe de altă parte, s-au definit pierderile de căldură într-un mod nou, dependent de condiţiile de stare a fluidului motor, de cilindree şi de durata evoluţiilor caracteristice, ceea ce permite să se ia în consideraţie dependenţa lor de natura ciclului motor.

În fine, cercetarea a fost subordonată unui obiectiv principal, şi anume stabilirea condiţiilor de optimizare a schemelor energetice ale unui motor diesel înalt şi foarte înalt supraalimentat. Pentru acest motiv s-au căutat soluţii analitice ale ecuaţiilor diferenţiale care descriu procesele termice ale ciclurilor şi s-au stabilit metodici de rezolvare care îngăduie studiul unui mare număr de scheme energetice prin intermediul calculatoarelor numerice.

ANEXE

I. RELAŢII DE CALCUL AL TRANSFERULUI DE CĂLDURĂ LA PEREŢI (după [5])

1. Căldura transferată la pereţi pe evoluţia de comprimare :

$$Q_{wad} = C_{wad} p_a^{1/3} T_a \lambda^{2/3} (1 + E_p) (\alpha_d - 180). \qquad (I.1)$$

2. Căldura transferată la pereţi în perioada arderii violente :

$$Q_{wdy} = C_{wa}\, p_{max}^{1/3}\, T_y\, \lambda^{2/3} \left(1 + \frac{1}{\pi}\right) \left(1 + \frac{\delta_d}{\delta_y}\right)^{2/3} (\alpha_y - \alpha_d). \qquad (I.2)$$

3. Căldura transferată la pereţi în perioada arderii izobare :

$$Q_{wyy'} = C_{wa}\, p_{max}^{1/3}\, T_y\, \lambda^{2/3}\, (1 + \delta_p)\, (\alpha_{y'} - \alpha_y). \qquad (I.3)$$

4. Căldura transferată la pereţi în perioada arderii izoterme :

$$Q_{wy'z} = C_{wa}\, p_{max}^{1/3}\, T_{y'}\, \lambda^{2/3}\, (2{,}54 + 0{,}287\, \delta_t)\, (\alpha_z - \alpha_{y'}). \qquad (I.4)$$

5. Căldura transferată la pereţi pe evoluţia de destindere :

$$Q_{wzu} = C_{wzu}\, p_u^{1/3}\, T_u\, \lambda^{2/3} \left[1 + \left(\frac{\sigma_{\alpha u}}{\sigma_{\alpha z}}\right)^{md}\right] \left(1 + \frac{\sigma_{\alpha z}}{\sigma_{\alpha u}}\right)^{2/3} (\alpha_u - \alpha_z) : \qquad (I.5)$$

a) C_{wad}, C_{wa}, C_{wzu} — constante de proporţionalitate definite în [5];

b) $\sigma_{\alpha u}$, $\sigma_{\alpha z}$ — funcţii cinematice, şi anume :

$$\sigma_{\alpha u} = [2/(\varepsilon - 1)] + (1 - \cos \alpha_u) + 0{,}25\, \Lambda\, (1 - \cos.\, 2\, \alpha_u),$$

$$\sigma_{\alpha z} = [2/(\varepsilon - 1)] + (1 - \cos \alpha_z) + 0{,}25\, \Lambda\, (1 - \cos.\, 2\alpha_z).$$

II. RELAŢII DE DEFINIŢIE PENTRU CALCULUL LUCRULUI MECANIC ÎN PERIOADA ARDERII VIOLENTE

$$I_1 = 0{,}5\, [(\alpha_x - 360)^2 - (\alpha_d - 360)^2],$$

$$I_2 = 0{,}5\, (\alpha_x - \alpha_d)^2\, [(\alpha_x - 360) - 0{,}333\, (\alpha_x - \alpha_d)],$$

$$I_3 = 0{,}333\, (\alpha_x - \alpha_d)^3\, [(\alpha_x - 360) - 0{,}25\, (\alpha_x - \alpha_d)],$$

$$I_4 = 0{,}5\, (\alpha_x - 360)^2,$$

$$I_5 = 0{,}165\, (\alpha_x - 360)^3,$$

$$I_6 = -\, 0{,}083\, (\alpha_x - 360)^4,$$

$$I_7 = 0{,}5\, (\alpha_y - 360)^2.$$

$$I_8 = 0{,}5\, (\alpha_y - \alpha_x)^2\, [(\alpha_y - 360) - 0{,}333\, (\alpha_y - \alpha_x)] - \\ - 0{,}167\, (\alpha_x - 360)^3,$$

$$I_9 = 0{,}333\,(\alpha_y - \alpha_x)^3\,[(\alpha_y - 360) - 0{,}25\,(\alpha_y - \alpha_x)] + \\ + 0{,}083\,(\alpha_x - 360)^4,$$

$$I_{10} = -\,0{,}5\,(\alpha_d - 360)^2,$$

$$I_{11} = 0{,}167\,(\alpha_d - 360)^3,$$

$$I_{12} = -\,0{,}083\,(\alpha_d - 360)^2,$$

$$I_{13} = 0{,}5\,(\alpha_x - 360)^2,$$

$$I_{14} = 0{,}5\,(\alpha_x - \alpha_d)^2\,[(\alpha_x - 360) - 0{,}333\,(\alpha_x - \alpha_d)] + \\ + 0{,}167\,(\alpha_d - 360)^3,$$

$$I_{15} = 0{,}333\,(\alpha_x - \alpha_d)^3\,[(\alpha_x - 360) - 0{,}25\,(\alpha_x - \alpha_d)] + \\ + 0{,}083\,(\alpha_d - 360)^4,$$

$$I_{16} = 0{,}5\,[(\alpha_y - 360)^2 - (\alpha_x - 360)^2],$$

$$I_{17} = 0{,}5\,(\alpha_y - \alpha_x)^2\,[(\alpha_y - 360) - 0{,}333\,(\alpha_y - \alpha_x)],$$

$$I_{18} = 0{,}333\,(\alpha_y - \alpha_x)^3\,[(\alpha_y - 360) - 0{,}25\,(\alpha_y - \alpha_x)],$$

$$E_m = 1{,}8 \cdot 10^{-4}\,\frac{\lambda L_{\min} R\, T_s}{\eta_v\, p_s}.$$

BIBLIOGRAFIE

1. B. GRÜNWALD, AL. DĂNESCU, N. APOSTOLESCU, *Schimbarea gazelor la un motor diesel supraalimentat în condiţiile limitării temperaturii gazelor arse de evacuare.* St. cerc. energ. electr., *2* (1973).
2. T. DUDAŞ, *Contribuţii la optimizarea ciclului termic al motorului cu aprindere prin comprimare,* teză de doctorat, Institutul politehnic Bucureşti, 1972.
3. B. GRÜNWALD, *Teoria , construcţia şi calculul motoarelor pentru autovehicule rutiere,* Bucureşti Edit. didactică şi pedagogică, 1969.
4. N. APOSTOLESCU, B. GRÜNWALD, AL. DĂNESCU, *Particularităţile programului de calcul pentru studiul optimizării energetice a unui motor diesel supraalimentat* (în mss.).
5. B. GRÜNWALD, T. DUDAŞ, N. APOSTOLESCU, *O modalitate de determinare a transferului de căldură la pereţi în ciclul unui motor cu ardere internă* (în mss.).
6. W. PFLAUM, W. HOASE, *Verfahren zur Voransberechnung von Auflade maschinen mit Abgastubolader,* MTZ, *1*, 5—12 (1964).
7. PORTNOV, D. A., *Bistrohodnie turboporşnevie dvigatelii s vosplamenenie ot sjatia,* Moskva, Maşghiz, 1963.

ASUPRA UNOR EFECTE TERMOELECTRICE ÎN SOLIDE CU GEOMETRIE SAU DIMENSIUNE NEUNIFORMĂ SUPUSE UNUI GRADIENT DE TEMPERATURĂ

V. VINIŢCHI

539.2

Pe baza mecanismului antrenării fononice a electronilor, se analizează apariţia forţei electromotoare în conductoare electrice cu neuniformităţi de geometrie sau de dimensiune şi în care există un gradient de temperatură.

Dacă într-un circuit electric constituit dintr-un singur material electroconductor, neconţinînd joncţiuni (dintr-o bucată), dar în care există neuniformităţi de geometrie sau de dimensiune, se creează un gradient de temperatură, se constată apariţia unei forţe electromotoare. Neuniformităţile de geometrie sau de dimensiune ale electroconductorului pot fi, în principal, neuniformitate de secţiune S, de lungime P a perimetrului secţiunii şi de formă F a perimetrului secţiunii.

În figura 1 este reprezentat un circuit care conţine neuniformitate de secţiune S şi de lungime P a perimetrului secţiunii. Dacă se încălzeşte punctul a la o temperatură t_1 superioară temperaturii t_2 a punctului b, în circuit apare o f.e.m. a cărei polaritate depinde de natura conductorului electric al circuitului. În figura 1 se indică polarităţile f.e.m. corespunzătoare la diferite metale utilizate drept conductor în acest caz. Mărimea acestei f.e.m. depinde de natura conductorului, de mărimea neuniformităţii de geometrie sau de dimensiune, de diferenţa de temperatură $\Delta t = t_1 - t_2$.

Valorile f.e.m. obţinute în acest caz sînt de ordinul 0,05—0,2 mV pentru $\Delta t \approx 400°C$ la metalele indicate în figura 1 (indicate în ordinea descreşterii efectului obţinut).

În figura 2 este reprezentat un circuit care conţine numai neuniformitate de lungime P şi de formă F a perimetrului secţiunii.

Valorile f.e.m. obţinute în acest caz pentru acelaşi Δt sînt inferioare celor obţinute în situaţia descrisă mai sus (fig. 1). Se remarcă faptul că polari-

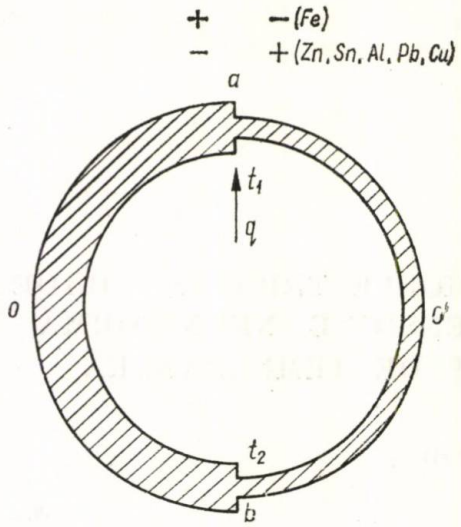


Fig. 1

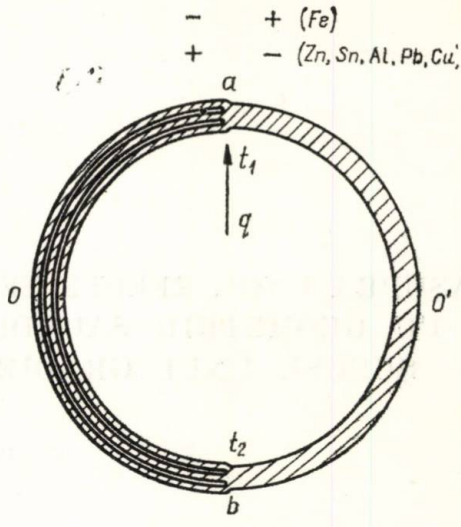


Fig. 2

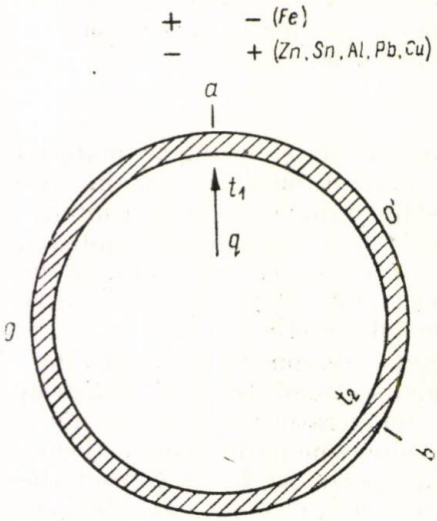


Fig. 3

tatea f.e.m. pentru același metal este în acest caz inversă față de ce corespunzătoare figurii 1.

Un caz special îl constituie cel al circuitului reprezentat în figura 3, în care există numai o neuniformitate de dimensiune, și anume ramura *aOb* a circuitului este mai lungă decît ramura *aO'b* (circuitul este asimetric față de axa *ab*; aparatul de măsură se conectează în *b*). Valorile care se obțin pentru f.e.m. în acest caz sînt inferioare celor din primele două cazuri (0,005 mV la $\Delta t \approx$ $\approx$400°C pentru Al și 0,15 mV la $\Delta t \approx$400°C pentru Fe). Polaritatea f.e.m. la acest circuit este aceeași cu cea din prima situație (fig. 1).

În toate cazurile, încălzirea se face cufundînd porțiunea de circuit din jurul punctului *a* într-un mediu omogen, încălzit uniform : parafină topită pentru domeniul de temperaturi $t_1 \leqslant 300$°C sau o sare topită pentru domeniul de temperaturi $t_1 > 300$°C.

Prin teste de control se stabilește că, în condițiile existenței cîmpului magnetic terestru și, în cazul fierului, a magnetizării proprii, efectele descrise nu sînt practic influențate de efecte termomagnetice.

Se remarcă faptul că în toate cazurile, pentru un circuit dat, f.e.m. corespunzătoare fierului are polaritate opusă față de f.e.m. corespunzătoare metalelor Zn, Sn, Al, Pb și Cu.

Efectul termoelectric care apare la contactul dintre materiale diferite în condițiile existenței unui gradient de temperatură se explică, după

cum se ştie, prin dependenţa care există între natura materialului şi căldura specifică a „gazului" electronic format din electronii liberi de conducţie. Această explicaţie nu poate fi dată şi în cazul efectelor termoelectrice care apar în zonele de neuniformităţi de geometrie sau de dimensiune ale unui conductor din acelaşi material în condiţiile existenţei unui gradient de temperatură.

În reprezentarea conform căreia forţa termoelectromotoare care apare într-un metal în care se realizează un gradient de temperatură se datoreşte migrării electronilor de conducţie, în expresia $E = Q\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}l}$ pentru această forţă termoelectromotoare [1] coeficientul Q are, în general, valori negative pentru metalele la care suprafaţa Fermi nu este în contact cu marginea zonei Brillouin şi valori pozitive pentru metalele la care suprafaţa Fermi este în contact cu marginea zonei Brillouin sau este foarte apropiată de aceasta. Deoarece la Fe se realizează practic a doua situaţie, la fel ca la Cu, urmează că pentru aceste două metale Q trebuie să aibă acelaşi semn (pozitiv). Se constată însă că în cazul existenţei aceleiaşi neuniformităţi de geometrie sau de dimensiune şi a unui gradient de temperatură în cele două metale considerate, Fe şi Cu, forţele electromotoare corespunzătoare au polaritate diferită, ceea ce indică faptul că în acest caz în apariţia forţei electromotoare mecanismul antrenării fononice a electronilor liberi de conducţie are un rol predominant faţă de mecanismul migrării acestor electroni.

Apariţia f.e.m. în cazurile de care ne ocupăm se poate explica apelînd la interacţiunea dintre electroni şi fononi (la materiale feromagnetice interacţiunea dintre electroni şi fononi, magnoni). Fluxul de căldură introdusă în zona punctului a (fig. 1—3) reprezintă o excitaţie termică, care dă naştere în această zonă la fononi termici. Numărul mediu de fononi de energie $\hbar\,\omega_{\vec{k}}$ depinde de temperatură, conform cu relaţia [2]

$$<n_{\vec{k}}> = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega_{\vec{k}}}{k_B \cdot T_1}} - 1}, \qquad (1)$$

unde $\omega_{\vec{k}}$ este frecvenţa ciclică a undei de vector de undă $\vec{k}$ asociate fononului, k_B constanta lui Boltzmann şi T_1 temperatura absolută. Deoarece în zona punctului a există o neuniformitate de geometrie sau de dimensiune a conductorului (iar în cazul din figura 3 lungimile aOb şi $aO'b$ diferă), odată cu generarea de fononi în această zonă apare un flux de fononi, a cărui componentă principală Φ_f este orientată în sensul în care traseul din conductor opune o rezistenţă mai mică propagării fononilor. Acest sens este spre stînga în figura 1 (în sensul creşterii secţiunii conductorului) şi în figura 3 (în sensul porţiunii mai lungi aOb a conductorului care formează circuitul, porţiune care are un volum mai mare şi în care deci densitatea fononică creşte mai încet). Datorită interacţiunii dintre fononi şi electronii liberi de conducţie, interacţiune în care se respectă legile de conservare a energiei şi a impulsului, rezultă că concomitent cu Φ_f va apărea în zona punctului a un flux electronic a cărui componentă principală Φ_e va avea acelaşi sens ca şi Φ_f. Ca urmare a acestui proces, în circuit apare o

f.e.m. avînd polaritatea indicată în figurile 1 și 3 (pentru Zn, Sn, Al, Pb, Cu etc.). În cazul din figura 2, situația este inversă. În acest caz, traseul *aOb* diferă de traseul *aO'b* prin accea că porțiunea de conductor *aOb* are o suprafață exterioară mai mare (atît secțiunea, cît și lungimea conductorului fiind aceleași în porțiunile *aOb* și *aO'b*). Aceasta face ca în porțiunea *aOb* un mai mare număr de fononi care se propagă pe acest traseu să fie reflectați de suprafața exterioară a conductorului, îngreuind prin interacțiuni fononice propagarea celorlalți fononi în lungul acestui traseu. De aceea, în acest caz, în zona punctului *a* componentele principale Φ_f și Φ_e ale fluxurilor fononic și electronic vor fi orientate în figura 2 spre dreapta, rezultînd o polaritate a f.e.m. inversă decît cea din cazurile din figurile 1 și 3.

În cursul unei interacțiuni între un fonon de energie $\hbar\omega$ și un electron în care fononul transmite energia sa electronului, creșterea de energie a electronului este $\hbar\,\omega$, fononul fiind absorbit (numărul de cuante al vibrației de frecvență ω descrește cu o unitate). Notînd cu P probabilitatea unui proces normal de ciocnire fonon — electron și ținînd seama de considerațiile de mai sus, se poate scrie pentru f.e.m. corespunzătoare cazurilor reprezentate în figurile 1—3, pentru materiale neferoase, considerînd numai unul din modurile de frecvență (cel principal):

$$E_{nfN} \sim \xi\, P_{\vec{k}_1} \frac{1}{e} \cdot <n_{\vec{k}_1}> \cdot \hbar\,\omega_{\vec{k}_1} = \frac{\xi\, P_{\vec{k}_1}\, \hbar\, \omega_{\vec{k}_1}}{e\left(\exp \frac{\hbar\,\omega_{\vec{k}_1}}{k_B \cdot T_1} - 1\right)}, \tag{2}$$

sau, considerînd aportul tuturor modurilor de frecvență $\omega_{\vec{k}}$ și vector de undă $\vec{k}$,

$$E_{nfN} \sim \frac{\xi\,\hbar}{e} \sum_{\vec{k}} \frac{P_{\vec{k}}\, \omega_{\vec{k}}}{\exp \frac{\hbar\,\omega_{\vec{k}}}{k_B T_1} - 1}, \tag{3}$$

unde $\xi = \dfrac{\Phi_f - \varphi_f}{\Phi_f}$ (φ_f este componenta secundară a fluxului fononic total $\Phi_f + \varphi_f$ în zona punctului *a*), raport care este funcție de material, temperatură, neuniformitate de geometrie și de dimensiune din *a*.

După cum se știe, procesele de tip U (Umklapp) [3], [2], în ciocnirile fonon — electron, au un efect de antrenare fononică a electronilor în sens invers decît efectul de antrenare fononică a electronilor datorat proceselor normale de ciocnire fonon — electron, datorită cărora apare f.e.m. (3). Dacă se ține seamă de acest lucru, f.e.m. (3) trebuie corectată:

$$E_{nf} = E_{nfN} - E_{nfU}, \tag{4}$$

unde E_{nfU} corespunde efectului proceselor de tip U.

În cazul materialelor feromagnetice, apariția f.e.m. la încălzirea neuniformităților de geometrie sau de dimensiune se poate datora de

asemenea efectului antrenării fononice diferențiate a electronilor liberi de conducție. Deoarece materialele feromagnetice au o structură care conține domenii distincte, de dimensiuni mici, avînd magnetizare proprie, se poate presupune că în acest caz procesele de ciocnire fonon — electron de tip U predomină față de procesele normale de ciocnire fonon — electron, ceea ce ar explica polaritatea inversă a f.e.m. ce se obține la Fe față de polaritatea f.e.m. obținută la metale neferomagnetice în toate cazurile reprezentate în figurile 1—3. Se poate scrie deci în acest caz pentru f.e.m.

$$E_f = E_{fU} - E_{fN}, \tag{5}$$

sau, dacă se consideră și efectul antrenării de către magnoni [2] a electronilor liberi de conducție (conform modelului lui Heisenberg [3], aceștia pot interacționa cu magnonii),

$$E_f = E_{fU} - E_{fN} - E_m. \tag{6}$$

Menționăm că în lucrări ca [3], [1], în care se analizează mecanismul antrenării fononice, nu se ia în considerare posibilitatea existenței efectelor termoelectrice datorate neuniformităților de geometrie sau de dimensiune într-un conductor în care se realizează un gradient de temperatură.

În concluzie, mecanismul antrenării fononice (și magnonice la feromagnetice) a electronilor liberi de conducție permite explicarea apariției f.e.m. într-un conductor din același material de microstructură uniformă, dar în care există neuniformități de geometrie sau de dimensiune, peste care se suprapune un gradient de temperatură. Procesele legate de acest mecanism sînt determinate în mod esențial de particularitățile de microstructură a materialului conductorului.

BIBLIOGRAFIE

1. R. Weiss, *Solid State Physics for Metallurgists*, Oxford — Londra — New York — Paris, Pergamon Press, 1963.
2. Ch. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, New York — Londra — Sidney — Toronto, J. Wiley and Sons, Inc., 1971.
3. F. J. Blatt, *Physics of Electronic Conduction in Solids*, McGraw-Hill, 1968.

METODĂ DE ANALIZĂ A SISTEMELOR ELECTRICE PRIN DESCOMPUNERE ÎN SUBREȚELE

JEAN CONSTANTINESCU

621.311.1.001.2

Se expune o metodă originală pentru analiza regimului staționar al rețelelor extinse, aparținînd abordărilor diakoptice, Principalele caracteristici ale metodei se referă la modul de determinare a corecțiilor introduse de interconectare și la calculul tensiunilor nodurilor de echilibrare ale subrețelelor. Aceste tensiuni și regimurile subrețelelor în funcționare izolată sînt calculate utilizînd algoritmul Newton-Raphson.

Metoda nu necesită cunoașterea unor matrice de impedanțe nodale, ci numai forme reduse ale matricei de admitanțe.

1. INTRODUCERE

Rețelele sistemelor electrice moderne se caracterizează prin complexitate și mare grad de extindere (număr de noduri și de elemente de transmisie).

Interconectarea cu sistemele vecine amplifică esențial dimensiunile rețelelor. Pentru analizarea regimurilor lor de funcționare pe calculatoare cu posibilități medii de stocare a datelor, au fost elaborate metode de studiu pe porțiuni de rețea ; la un moment dat al procesului de calcul, în memoria operativă a calculatorului se vor afla un număr limitat de mărimi.

Soluția pentru sistemul întreg se determină prin corectarea soluțiilor subrețelelor (izolate) cu aporturile elementelor de interconectare.

După o sumară prezentare a celor mai semnificative abordări de acest gen, se va dezvolta o metodă originală și o serie de particularități legate de întocmirea algoritmului de calcul.

2. TEHNICI DE ANALIZĂ A REȚELELOR PRIN DESCOMPUNERE

Ușurința de scriere a ecuațiilor și corespondența fizică imediată a mărimilor ce intervin în ele au condus la adoptarea în majoritatea cazurilor a sistemului de referință nodal.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 675–691, 1973

Ţinînd seama de modul în care sînt soluţionate problemele în care nu intervin neliniarităţi, se evidenţiază :

a) metode în care se corectează iterativ mărimile electrice de frontieră (*boundary methods*) ;

b) metode în care soluţia se obţine direct, fără introducerea unui ciclu iterativ (*diakoptic methods*).

a. *Prima categorie* de metode extind aplicarea procedeului Seidel-Gauss de soluţionare a sistemelor de ecuaţii liniare sau aproximativ liniare.

În locul elementelor simple din matricea coeficienţilor necunoscutelor apar în această interpretare matrice de coeficienţi asociate subreţelelor.

Lucrarea [3] propune secţionarea reţelei în arbori. Structura subreţelelor-arbore şi procedeul de numerotare a nodurilor permit soluţionarea eficientă* prin metoda eliminării a ecuaţiilor de funcţionare ale subreţelor :

$$Y_K U_K = I_K \qquad (K = A,\ B \ldots). \tag{1}$$

Curenţii nodali din vectorul I_K înglobează şi curenţii de circulaţie prin laturile care interconectează arborele :

$$I_i = (S_i/U_i)^* + \sum_{j \neq N_k} y_{ij}\ U_j . \tag{2}$$

Dependenţa vectorului I_K de vectorul U_K conduce la soluţionarea iterativă a sistemului de ecuaţii K.

Ecuaţiile (1) sînt rezolvate ciclic pînă la verificarea criteriului de convergenţă.

Elementele matricei de admitanţe nodale sînt singurii coeficienţi reţinuţi în memoria calculatorului, dar metoda depinde, evident, de „violenţa" cu care s-au făcut secţionările (sumele din relaţia (2)).

Un alt principiu de descompunere al reţelei îl constituie secţionarea nodurilor [9]. În nodurile secţionate (tratate ca noduri de echilibrare) se introduc surse fictive de curenţi nodali. Subreţelele sînt soluţionate pe rînd cu repetarea procesului pînă la anularea curenţilor de injecţie fictivi.

Ca principiu de asamblare a soluţiilor din soluţii parţiale, metoda conservă avantajele şi dezavantajele precedentei.

b. *A doua categorie de metode*, bazate pe concepţia lui Kron, aplică principiul superpoziţiei la soluţionarea sistemelor liniare. Problemele neliniare sînt despărţite într-o succesiune de probleme liniare (în cadrul unui proces iterativ Gauss-Jacobi) pentru care soluţia se obţine direct.

Oricare ar fi calea de stabilire şi de interpretare a relaţiilor de calcul, se ajunge la sistemul fundamental de ecuaţii :

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 \\ Z_2^t & Z_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ i_s \end{bmatrix}. \tag{3}$$

* Prin eliminarea succesivă a variabilelor nu apar admitanţe noi.

Sistemul (3) va fi analizat în detaliu în pct. 3 al expunerii; singurele precizări făcute acum se referă la forma bloc-diagonală a submatricei Z_1:

$$Z_1 = \begin{bmatrix} Z_A & \\ & Z_B \cdot \cdot \end{bmatrix}, \tag{4}$$

$Z_A, Z_B, \ldots$ fiind matricele de impedanțe nodale ale subrețelelor $A, B, \ldots$, și la faptul că termenul $Z_1 I_0 = U_1$ reprezintă vectorul-soluție al rețelelor neinterconectate.

Plecînd de la ecuația (3), lucrarea [6] dezvoltă un algoritm în șase pași, care a stat la baza primului program de calcul al regimurilor staționare prin metoda diakoptică. Algoritmul propus inițial permite obținerea soluției U_0 prin soluționarea sistemului fundamental (3); recent autorul extinde aplicarea algoritmului pentru cazul în care U_1 se determină prin metoda Newton-Raphson (dacă curenții nodali sînt cunoscuți prin intermediul puterilor nodale). În ambele variante, matricea de interconexiune Z_4 se calculează din Z_1.

Algoritmul descris în [11] se deosebește de cel precedent prin modul în care sînt considerați curenții i_S. Aceștia sînt de astă dată recalculați după fiecare soluționare a unei subrețele prin metoda Newton.

3. METODA PROPUSĂ

Metoda aparține soluționării diakoptice a regimurilor rețelelor electrice (pct. 2*b*); aplicată la analize marilor sisteme electroenergetice, ea poate permite o serie de avantaje, și anume:

— reduce necesarul de memorie internă în calculatorul cu care sînt efectuate calculele;

— oferă facilități privind reglajul circulațiilor prin liniile de interconexiune (prin intermediul curenților i_S) și tensiunilor unor noduri din rețea) alese ca noduri de echilibrare);

— ușurează manipularea unor scheme reduse echivalente pentru zone date ale rețelei și recalcularea regimului după efectuarea unor modificări zonale de structură sau de mărimi electrice impuse;

— corespunde principiului de conducere a sistemului electroenergetic printr-o configurație cu multicalculatoare interconectate [5].

Principial, metoda prezintă următoarele particularități:

a) tensiunile nodurilor de echilibrare ale subrețelelor funcționînd izolat (exceptînd unul, considerat nod de echilibrare pentru întreaga rețea) se calculează dintr-un sistem de $(N_e - 1)$ ecuații liniare; matricea de coeficienți a acestui sistem s-a notat cu Y'_{ee};

b) matricea Z_4 din sistemul (3), numită „de interconexiune", se determină din matricea de admitanțe nodale a rețelei fără a fi necesară cunoașterea matricelor de impedanțe nodale ale subrețelelor;

c) soluția rețelei formate din subrețele izolate, cu care se calculează curenții i_S prin laturile care se îndepărtează, se restabilește din soluția rețelei interconectate, obținută prin tratarea curenților i_S ca injecții

nodale. Vectorul-diferență dintre cele două soluții, U_2, se obține dintr-un sistem de N_f ecuații liniare, a cărui matrice de coeficienți s-a notat cu Y^r_{ff};

d) matricele Y^r_{ee}, Y^r_{ff}, Z_S sînt obținute într-un proces de reducere (unic) al rețelei inițiale. Prin reducere se păstrează mai întîi nodurile de echilibrare și de frontieră (rețeaua R_1, fig. 1*b*), din care:

— se calculează Y^r_{ee} prin reducerea nodurilor de frontieră;

— se confundă nodul de referință (pămîntul) cu nodurile de echilibrare (rețeaua R_2, fig. 1*c*) și se determină matricele Y^r_{ff} și Z_S;

e) după determinarea acestor matrice de coeficienți, sistemele de ecuații liniare, printre care și sistemul liniarizat din metoda Newton, se rezolvă cu același algoritm, respectiv subrutină a programului de calcul pentru calculatorul numeric.

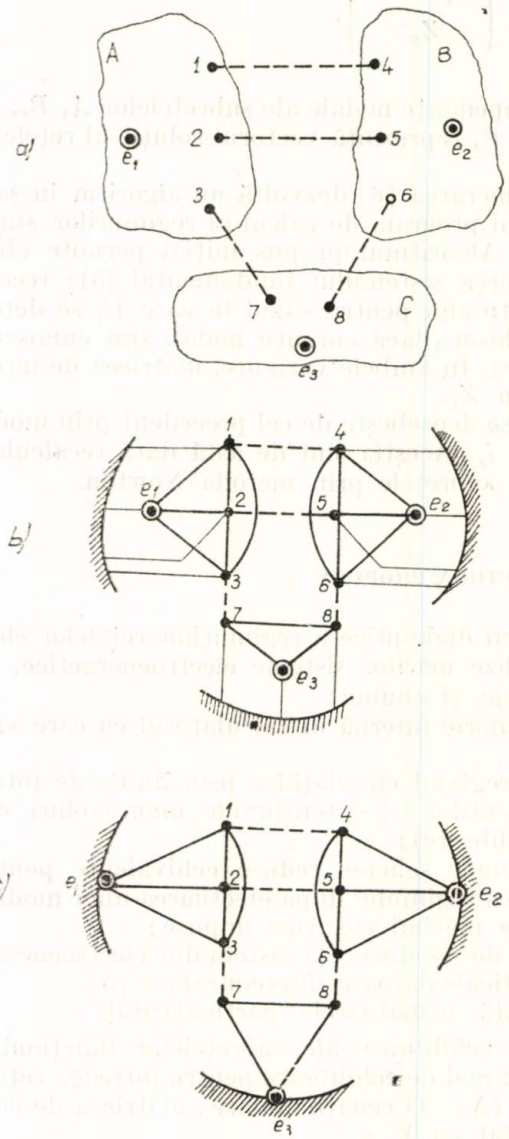


Fig. 1. — Reducerea rețelei complete:
a — rețeaua inițială; *b* — rețeaua redusă R_1; *c* — rețeaua redusă R_2; e_1, e_2, e_3 — nordurile de echilibrare.

3.1. PRINCIPALELE RELAȚII DE CALCUL

Sistemul liniarizat de ecuații care descrie funcționarea staționară a rețelei complete se partiționează pentru evidențierea ecuațiilor nodurilor de echilibrare:

$$\begin{bmatrix} Y & Y_e \\ Y_e^t & Y_{ee} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U \\ U_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ I_e \end{bmatrix}; \quad (5)$$

în scriere dezvoltată, (5) devine

$$Y\,U + Y_e\,U_e = I, \quad (5')$$

$$Y_e^t\,U + Y_{ee}\,U_e = I_e. \quad (5'')$$

Se cunoaște definirea matricei admitanțelor nodale:

$$Y = A y A^t. \quad (6)$$

Prin partiționarea matricelor A și y așa încît ultimele coloane să fie rezervate elementelor secționate, expresia (6) capătă forma

$$Y = Y_1 + A_s\,y_s\,A_s^t, \quad (7)$$

cu

$$A = [A_1\ A_s];\ Y = \begin{bmatrix} Y_1 & \\ & Y_s \end{bmatrix};\ Y_1 = \begin{bmatrix} Y_A & \\ & Y_B \ldots \end{bmatrix} \tag{8}$$

A, B ... subrețele izolate.
Se inversează Y din (7) cu formula lui Woodbury:

$$Y^{-1} Z = Z_1 - Z_1 A_s Z_s^{-1} A_s^t Z_1, \tag{9}$$

în care

$$Z_1 = Y_1^{-1};\ Z_s = y_s^{-1} + A_s^t Z_1 A_s, \tag{10}$$

și se scrie soluția sistemului (5'):

$$U = (Z_1 - Z_1 A_s Z_s^{-1} A_s^t Z_1)(I - Y_e U_e), \tag{11}$$

cu notațiile

$$I_0 = I - Y_e U_e;\ Z_2 = Z_1 A_s;\ Z_4 = Z_s;\ i_s = - Z_s^{-1} Z_2^t I_0, \tag{12}$$

ecuațiile (3) și (11) devenind echivalente.

Dacă pentru subrețeaua A legăturile liniare ale nodurilor cu pământul se înlocuiesc cu injecții de curenți (confundarea nodului de echilibrare cu pământul), se poate scrie

$$Y_A C_{0_A} = - Y_{e_A}, \tag{13}$$

adică suma elementelor de pe un rînd din matricea Y_A (fără axele nodului de echilibrare) este egală și de semn contrar cu elementul corespunzător din Y_{e_A}, C_{0_A} fiind un vector-coloană cu N_A elemente toate egale cu unitatea.

Prin extinderea relației (13) pentru toate subrețelele, avem

$$Y_1 C_0 = - Y_e \tag{13'}$$

și deci

$$Y_1^{-1} Y_e U_e = Z_1 Y_e U_e = - C_0 U_e. \tag{14}$$

Cu observația din (14), soluția din (11) capătă exprimarea finală

$$U = (Z_1 I + C_0 U_e) + Z_1 I_s, \tag{15}$$

cu

$$E_s = A_s^t (Z_1 I + C_0 U_e) = A_s^t U_1, \tag{16}$$

$$i_s = Z_s^{-1} E_s;\ I_s = - A_s i_s. \tag{17}$$

Nu este dificil de observat că:

— expresia din paranteze reprezintă soluția pentru subrețelele în funcționare izolată.

— E_s, i_s sînt vectorii tensiunilor aplicate elementelor de interconexiune și curenților prin aceste elemente.

— vectorul I_s al curenților nodali (proveniți din i_s) injectați în nodurile de interconexiune se calculează cu tensiunile nodale ale subrețelelor izolate:

— soluția rețelei complete se obține prin adăugarea la soluțiile parțiale în stare neinterconectată (vectorul U_1) a corecțiilor datorate interconectării ($U_2 = Z_1 I_s$).

3.2. CALCULUL MATRICEI DE INTERCONEXIUNE Z_S

Metodele prezentate la pct. 2*b* utilizează relația (13) pentru calculul matricei Z_s. Dacă la soluționarea subrețelelor nu se folosește matricea de impedanțe nodale, este de dorit evitarea acestui mod de calcul.

În lucrarea [4] sînt demonstrate afirmațiile:

— Z_s reprezintă o matrice de impedanțe de bucle definite de laturile-coardă de interconexiune (bucle de interconexiune);

— Z_s se poate determina astfel:

— a) fie prin reducerea sistemului de bucle (circuite) independente al rețelei interconectate la buclele de interconexiune; reducerea se poate efectua pas cu pas prin utilizarea (în cazul eliminării buclei k) unei relații de forma

$$Z^n_{ij} = Z^v_{ij} - Z^v_{ik} Z^v_{kj} / Z^v_{kk} \quad (i, j \neq k); \tag{18}$$

— b) fie prin reducerea subrețelelor la nodurile de frontieră cu o relație de forma (18), în care intră însă elemente din matricea de admitanțe nodale și adăugarea elementelor de interconectare;

se continuă cu o reducere de tipul a) pentru rețeaua echivalentă care a rezultat (fig. 1).

În ambele cazuri, pentru respectarea condiției (14) nodurile de echilibrare se vor confunda cu nodul-pămînt.

În aceeași lucrare se prezintă și procedeul constructiv-eliminatoriu cu care se efectuează reducerea, așa încît la fiecare etapă a calculului să se opereze pe matrice cu dimensiuni mici.

Procedeul 1 are asociat un algoritm mai simplu, dar conduce la calcule mai numeroase (dacă se consideră și legăturile nodurilor cu pămîntul). Procedeul 2, nu cu mult mai complicat (operațiile de reducere sînt formal identice), oferă avantaje care se vor menționa la pct. 3.3.

3.3. CALCULUL TENSIUNILOR NODURILOR DE ECHILIBRARE „LIBERE"

Se are în vedere păstrarea la nivelul întregii rețele a unui nod unic de echilibrare a puterilor, cu tensiune constantă în tot procesul de calcul.

Păstrînd tensiunea acestui nod constantă, vor trebui deci calculate tensiunile a $(N_e - 1)$ noduri de echilibrare (libere).

Din ecuațiile (5) se elimină *succesiv* variabilele U. Coeficienții Y_{ij} se modifică cu o relație de tipul (18), iar elementele termenului liber, cînd se elimină U_k, astfel:

$$I_i^r = I_i^v + C_{ik} \cdot I_k^v, \tag{19}$$

cu

$$C_{ik} = -Y_{ik}^v / Y_{kk}^v \; (i = 1, \ldots, k-1, k+1, \ldots, N). \tag{20}$$

Eliminarea tensiunii nodului k din restul ecuațiilor corespunde dispariției nodului respectiv din graful rețelei, deci unui proces de reducere. La această etapă a reducerii sînt afectate numai admitanțele laturilor incidente la nodurile i, j legate direct cu k (Y_{ik}, $Y_{kj} \neq 0$) și curenții nodurilor i pentru care $Y_{ik} \neq 0$. Ținînd seama de acest aspect, reducerea se poate efectua cu algoritmul $2a$ de la pct. 3.2, dar se va continua și cu eliminarea nodurilor de frontieră.

În final va fi obținut sistemul cu N_e ecuații

$$Y_{ee}^r \, U_e = I_e + C \, I, \tag{21}$$

sau, altfel scris,

$$\sum_{e_j} Y_{e_i, e_j}^r \cdot U_{e_j} - A_i = I_{e_i}, \tag{22}$$

cu

$$A_i = \sum_k C_{k, e_i} \cdot I_k \text{ și } I_{e_i} = \left(\frac{S_{e_i}}{U_{e_i}} \right)^*, \tag{23}$$

în care indicii e_i, e_j parcurg mulțimea nodurilor de echilibrare, iar indicii k mulțimea celorlalte noduri ale rețelei.

Coeficienții C_{k, e_i} sînt reținuți în matricea C cu N_e coloane și $(N - N_e)$ rînduri.

Sistemul neliniar (22) poate fi soluționat prin metoda Newton, folosită și la soluționarea subrețelelor.

Fără a se intra în detalii, procedeul de stabilire a ecuațiilor liniare Newton este următorul:

a) se conjugă mărimile din ecuațiile (22) și se înmulțesc cu tensiunile nodurilor e_i. Termenii liberi din noile ecuații exprimă puteri nodale;

b) se diferențiază ecuațiile obținute în raport cu variabilele U_{e_i} și se liniarizează transformînd diferențialele în diferențe finite. Dacă tensiunile sînt exprimate în forma carteziană, elementele matricei de coeficienți (jacobianul) au natura unor curenți.

Este relativ ușor de verificat că cele două ecuații Newton pentru nodul e_i corespunzătoare sistemului (22) se pot scrie

$$j'_{e_i e_i} \cdot \Delta U_{e_i} + \sum_{j \neq e_i} j_{e_i e_j} \cdot \Delta U_{e_j} = \Delta S_{e_i}, \tag{24}$$

în care :

$$j'_{eiei} = j_{eiei} - j_{A_i}\ ;\ \Delta = \begin{bmatrix} \Delta u' \\ \Delta u'' \end{bmatrix};\ \Delta S = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \tag{25}$$

$$j_{A_i} = \begin{bmatrix} A'_i & A''_i \\ -A''_i & A'_i \end{bmatrix}$$

j_{eiei} fiind submatrice elementare ale jacobianului, cu exprimare cunoscută. Cu indicii (') și ('') s-au notat părțile reale și imaginare ale mărimilor complexe.

Exprimînd tensiunile în forma polară și adoptînd în sistemul liniarizat ca variabile mărimile $\Delta|U|/|U|$ și θ, elementele jacobianului sînt puteri calculate din curenți; deci prin modificarea acestora cu mărimile $-A_i^*$ sînt calculate elementele diagonale din jacobian.

În concluzie, calculul vectorului U_e se înscrie în procesul de iterare, la nivelul întregii rețele, de tip Gauss-Jacobi. Curenții A_i au valorile determinate cu ajutorul tensiunilor U_k de la iterația precedentă, cînd se cunoșteau vechile tensiuni de echilibrare.

Cu observațiile de mai sus, rețeaua redusă la nodurile de echilibrare se soluționează tot prin rutina Newton-Raphson.

3.4. CORECȚIA INTRODUSĂ DE CURENȚII DE INTERCONEXIUNE

Se consideră rețeaua completă în nodurile căreia se injectează numai curenții de interconexiune I_S.

Ecuațiile nodale (5) se partiționează, ținînd seama de nodurile de frontieră, astfel :

$$\begin{bmatrix} Y' & Y_f \\ Y_f^t & Y_{ff} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U' \\ U_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_S \end{bmatrix}. \tag{26}$$

Eliminînd succesiv variabilele U', se ajunge la sistemul

$$Y_{ff}^t\, U_f = I_S, \tag{27}$$

care va fi utilizat la determinarea corecțiilor de tensiuni $U_2 = U_f$, introduse de curenții I_S.

Reducerea sistemului (25) beneficiază de operațiile deja efectuate la pct. 3.2a.

3.5. ALGORITMUL GENERAL DE CALCUL

a. Lista admitanțelor nodale pentru rețeaua completă R se partiționează pe subrețele. Pentru aplicarea eficientă a metodei Newton-Raphson se renumerotează optimal nodurile subrețelelor. Admitanțele elementelor de interconexiune se trec într-o listă separată.

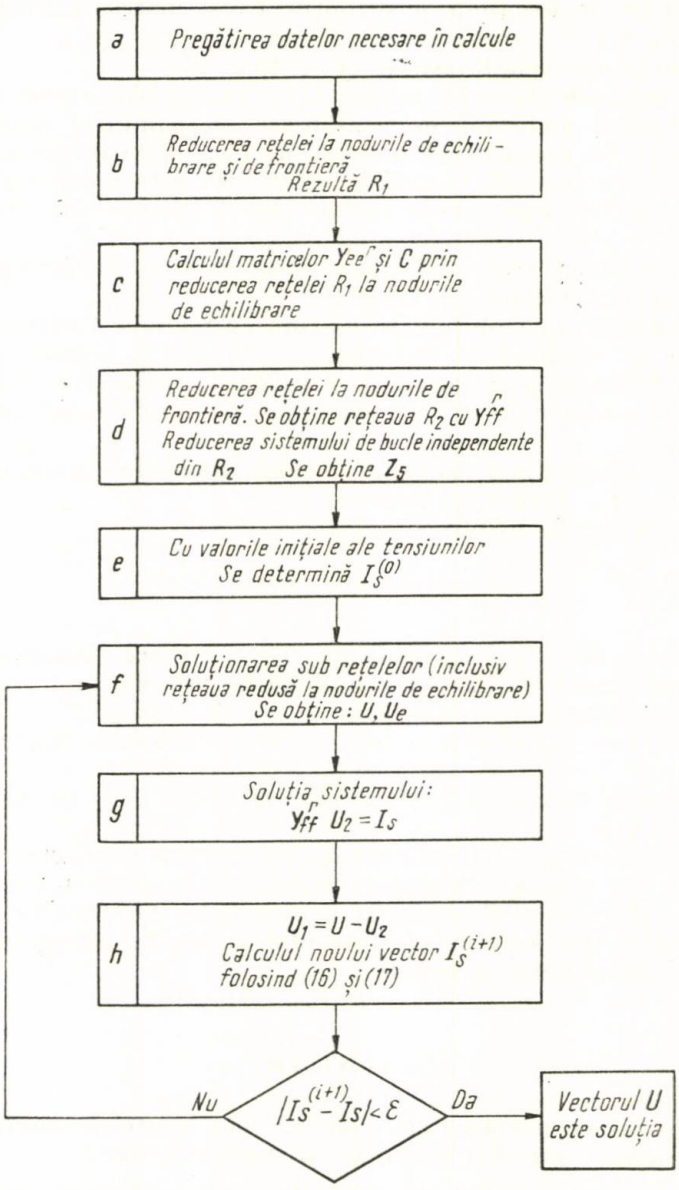


Fig. 2. — Schema-bloc a programului de calcul.

b. Se reduc succesiv subrețelele la nodurile de echilibrare și de frontieră cu procedeul constructiv-eliminatoriu. Totodată se reține și coeficienții C_{ik} din (20). Prin completarea cu admitanțele elementelor de interconectare se formează lista admitanțelor rețelei echivalente R_1 a sistemului interconectat.

c. Din rețeaua R_1 se elimină pe rînd :

1) nodurile de frontieră și se obțin Y'_{cc} și matricea coeficienților de distribuție C;

2) nodurile de echilibrare și se obține Y'_{ff}.

d. Din lista admitanțelor rețelei R_1 se extrag elementele corespunzătoare legăturilor nodurilor de echilibrare cu pămîntul (confundarea acestor noduri). Se reconstituie o rețea R_2 fără nodurile de echilibrare (vezi interpretarea relației (14)). Z_s se calculează prin reducerea buclelor definite de coardele care unesc noduri de interconexiune din aceeași subrețea.

e. Sînt atribuite valori inițiale tensiunilor și se evaluează curenții I_S injectați în nodurile de frontieră *.

f. Subrețelele sînt soluționate pe rînd cu metoda Newton și se obține vectorul U. Se tratează ca subrețea (ultima) și rețeaua redusă la nodurile de echilibrare și se obține U_e. Curenții I_S, respectiv A, vor modifica elementele diagonale ale jacobianului (conform celor menționate la pct. 3.3).

g. Din sistemul liniar (27) sînt calculate abaterile de tensiuni datorate curenților I_S, respectiv vectorul U_2.

h. Soluția rețelei neinterconectate va fi

$$U_1 = U - U_2,$$

cu care din (17) se calculează noii curenți I_S. Dacă diferențele dintre vechile și noile valori se află între limitele de precizie impuse, vectorul U este soluția căutată; în caz contrar se revine la pasul f.

Programul de calcul care a fost elaborat utilizează rutine specializate pentru :

— reducerea succesivă a matricelor de rețea care au majoritatea elementelor nule;

— soluționarea sistemelor de ecuații liniare prin procedeul eliminării;

— formarea matricei buclelor independente pentru rețeaua R_2;

— calculul regimului staționar cu metoda Newton-Raphson așa încît în memoria operativă a calculatorului să se afle numai elementele jacobianului unei singure subrețele.

4. CONCLUZII

Lucrarea aduce următoarele elemente noi legate de aplicarea diakopticii la analiza regimului staționar al marilor rețele :

a) reducerea numărului de operații pentru calculul matricei de interconexiune Z_s;

---

* Inițial curenții I_S pot fi nuli sau evaluați aproximativ:

$$I_{S_i} = Y_{S_{ij}} \cdot (U_j - U_i),$$

în care $Y_{S_{ij}}$ este admitanța laturii de interconexiune ij, iar U_j, U_i tensiuni cunoscute dintr-un regim anterior.

b) determinarea cu un algoritm unitar a ecuațiilor cu care se calculează efectele interconexiunii subrețelelor și tensiunilor nodurilor de echilibrare „libere";

c) algoritmul nu necesită cunoașterea matricei de impedanțe nodale, ci numai forme reduse ale matricelor de admitanțe.

Programul de calcul poate fi segmentat înaintea pct. *e* al algoritmului, așa încît să nu afecteze în mod deosebit spațiul de memorare al calculatorului.

Într-o primă analiză, metoda diakoptică pare a fi cu mult mai complicată decît metodele de calcul fără descompunerea în porțiuni a rețelei.

Principalele dificultăți ar consta în complexitatea programului și în creșterea numărului de operații de calcul.

Ținînd seama însă de posibilitățile pe care le oferă (pct. 3) și de faptul că ecuațiile liniare (suplimentare) de dimensiuni reduse sînt rezolvate cu aceeași rutină care soluționează sistemul liniarizat Newton, metoda poate deveni avantajoasă.

Durata calculelor este comparabilă cu cea obținută de metodele care nu utilizează descompuneri dacă secționările sînt făcute prin laturi de impedanță mare și mai ales dacă schimburile de putere dintre subrețele sînt mici în raport cu propriile consumuri.

În general, sînt suficiente 3—5 iterații la nivelul întregii rețele, iar numărul iterațiilor la nivelul subrețelelor scade rapid pe măsură ce crește numărul primelor.

Prima „interconectare" a soluțiilor parțiale aduce și cea mai mare perturbație; cunoașterea unui regim precedent înlătură acest inconvenient.

ANEXĂ

EXEMPLU NUMERIC

Se dau caracteristicile electrice ale rețelei din figura 3 (nodul 1 este de echilibrare principal, iar nodul 4 de echilibrare „liber", de tipul $P\,[U]$):

i	j	r_{ij}	x_{ij}	$y_{e_{ij}}$	g_{ij}	b_{ij}
—	—	Ω	Ω	S	S	S
1	2	10	30	.00015	.010	—.030
1	5	12	35	.0002	.009	—.026
2	3	18	45	.00035	.008	—.019
2	6	8	25	.0001	.012	—.036
3	4	13	40	.00025	.007	—.023
3	7	8	25	.0001	.012	—.036
4	7	15	45	.0003	.007	—.020
5	6	11	35	.0002	.008	—.026
6	7	20	50	.0004	.007	—.017

i	P_i	Q_i	U'_{i_0}	U''_{i_0}	$Q_{\min}$	$Q_{\max}$	[U]
—	MW	MVAr	kV	kV	MVAr	MVAr	kV
1	—	—	120	0	0	50	120
2	−10	− 8	115	0	—	—	—
3	−20	−12	115	0	—	—	—
4	37	—	120	0	0	35	120
5	−20	− 9	115	0	—	—	—
6	−12	− 8	115	0	—	—	—
7	−25	−15	115	0	—	—	—

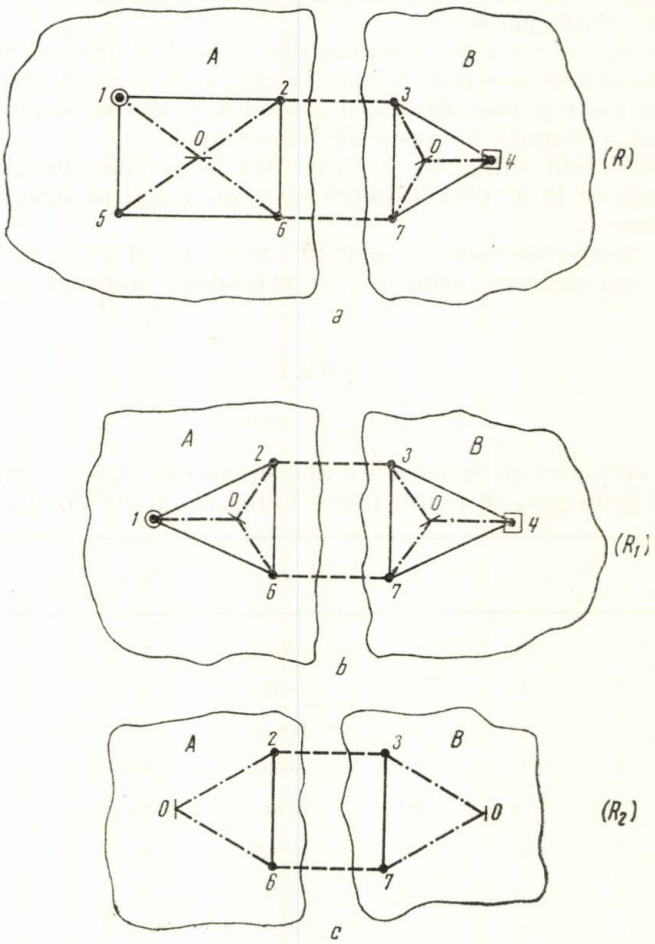


Fig. 3. — Schema rețelei alese pentru exemplificare (a) și rețelele reduse R_1, R_2 (b și c) : *1* — nodul de echilibrare principal; *4* — nodul de echilibrare „liber"; —.—.—. legături liniare ale nodurilor cu nodul de referință.

După eliminarea nodului 5, matricea de admitanțe nodale a rețelei reduse R_1 (fig. 3*b*) este :

i	j	G_{ij}	B_{ij}
—	—	S	S
1	2	—.010	.030
1	6	—.004	013
2	3	—.008	.019
2	6	—.012	.036
3	4	—.007	.023
3	7	—.012	.036
4	7	—.007	.020
6	7	—.007	.017

i	G_{ii}	B_{ii}
—	S	S
1	.0142	—.0427
2	.0293	—.0851
3	.0267	—.0777
4	.0140	—.0423
6	.0227	—.0660
7	.0252	—.0731

iar matricea Y_{ff} a rețelei R_2 (fig. 3*c*) obținută prin eliminarea nodurilor de echilibru 1 și 4 din R_1 :

i	j	G_{ij}	B_{ij}
—	—	S	S
2	3	—.007	.019
2	6	—.015	.045
3	7	—.015	.047
6	7	—.007	.017

i	G_{ii}	B_{ii}
—	S	S
2	.0222	—.0640
3	.0227	—.0656
6	.0214	—.0620
7	.0220	—.0637

Din R_1 se elimină nodurile de frontieră 2, 3, 6, 7, obținîndu-se Y^r_{ee} și C :

$$Y^r_{11} = .0048 - j\cdot 01269 \text{ [S]},$$

$$Y^r_{44} = .0048 - \text{j}\cdot 01267 \text{ [S]},$$

$$Y^r_{14} = .0047 - \text{j}\cdot 01372 \text{ [S]}.$$

j	1		4	
	C'_{1j}	C''_{1j}	C'_{4j}	C''_{4j}
2	.707	−.009	.307	.004
3	.326	−.006	.689	−.011
5	.835	−.004	.178	−.000
6	.666	−.011	.353	− 005
7	.320	.004	.696	−.010

În R_1 se confundă nodurile de echilibrare cu pămîntul (referința). Matricea de interconexiune Z_S (după reducerea sistemului de bucle independente la buclele definite de corzile 2—3, 6—7) este :

$$Z_{23,23} = 34.27 + j\ 93.80\ \Omega];$$

$$Z_{67,67} = 39.42 + j\ 108.15\ [\Omega];$$

$$Z_{23,67} = 11.46 + j\ 33.74\ [\Omega].$$

Etapa care urmează constituie primul pas al ciclului iterativ. Deoarece nu se cunoaște un regim permanent anterior, se consideră nuli curenții $I_S^{(0)}$ aplicați la nodurile de frontieră.

Soluția $U^{(0)}$ a subreţelelor (izolate în această ipoteză) va fi :

Nodul		1	2	3	4	5	6	7
U'	kV	120	116.32	113.86	120	115.32	114.91	113.29
U''	kV	0	−4.57	−6.63	0	−5.71	−6.36	−7.26

Cu prima relație (23) se calculează curentul A_4. Curenții injectați în nodurile 2, 3, 5, 6, 7 sînt

$$I_2 = (S_2/U_2)^* = -.083 + \text{j}\ .72\ [\text{kA}];\ I_3 = -.169 + \text{j}.115\ [\text{kA}],$$

$$I_5 = -.169 + \text{j}\ .086\ [\text{kA}];\ I_6 = -.100 + \text{j}\ .075\ [\text{kA}];$$

$$I_7 = -.167 + \text{j}\ .143\ [\text{kA}]$$

și deci

$$A_4 = C_{42} \cdot I_2 + C_{43} \cdot I_3 + C_{45} \cdot I_5 + C_{46} \cdot I_6 + C_{47} \cdot I_7 = -.322 +$$

$$+ \text{j}\ .246\ [\text{kA}].$$

Soluționînd cu metoda Newton subrețeaua redusă la nodurile de echilibrare, cu A_4 introdus în termenul diagonal j_{44} al jacobianului, se găsește

$$U_4^{(1)} = 120 - j\,1.05 \text{ (kV)}.$$

Din soluția subrețelei neinterconectate $U_1^{(0)} = U^{(0)}$, se determină curenții $i_s^{(1)}$. Sistemul (17) se scrie

$$\begin{bmatrix} Z_{23,23} & Z_{23,67} \\ Z_{23,67} & Z_{67,67} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{23} \\ i_{67} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_2 - U_3 \\ U_6 - U_7 \end{bmatrix}$$

și are soluția

$$i_{23} = .026 - j\ .014 \text{ [kA]},$$

$$i_{67} = .004 - j\ .007 \text{ [kA]}.$$

Deci noii curenți nodali de interconexiune (vectorul I_S) vor fi $I_{S_2} = -i_{23}$: $I_{S_3} = i_{23}$; $I_{S_6} = -i_{67}$; $I_{S_7} = i_{67}$.

Se revine la primul pas al ciclului. La calculul vectorului $U^{(1)}$ se ține seama de măsurile $U_4^{(1)}$ și $I_S^{(1)}$ calculate mai sus.

Se găsește:

	Nodul	1	2	3	4	5	6	7
U'	kV	120	115.64	114.31	120	114.86	114.03	113.42
U''	kV	0	−7.06	−7.44	−1.05	−6.02	−6.63	−8.03

Iar noua tensiune a nodului de echilibrare „liber":

$$U_4^{(2)} = 119.97 - j\ 2.47 \text{ [kV]}.$$

Pentru determinarea vectorului $i_s^{(2)}$ se reconstituie $U_1^{(1)}$ pentru rețeaua în stare neinterconectată.

Din sistemul (27) se calculează vectorul (corecție) $U_2^{(1)}$:

	Nodul	2	3	6	7
U'	kV	−.459	.457	−.348	.350
U''	kV	−.347	.344	−.208	.210

și apoi

$$U_1^{(1)} = U^{(1)} - U_2^{(1)}.$$

Procedînd asemănător, după a treia iterație se obține următorul vector (soluție) $U^{(3)}$:

Nodul		1	2	3	4	5	6	7
U'	kV	120	115.60	114.43	119.94	114.12	114.19	113.76
U''	kV	0	−6.06	−8.34	−3.60	−6.45	−7.99	−8.96

Observație. Aplicația a avut rolul de a exemplifica folosirea metodei de rezolvare a unei probleme concrete. Regimul calculat, fiind din categoria celor „ușoare", nu permite evidențierea unor concluzii relative la convergența metodei.

NOTAȚII

$y_{i,j}$ — admitanța elementului de rețea $i - j$;
y — matricea admitanțelor laturilor;
Y, Z — matricele admitanțelor și impedanțelor nodale pentru rețeaua completă;
Y_1, Z_1 — idem pentru rețeaua secționată;
Y'_{ff}, Y'_{ee} — matricele de admitanțe nodale ale rețelelor reduse la nodurile de frontieră și, respectiv, de echilibrare;
I, U — vectorii curenților și tensiunilor nodurilor (exceptînd nodurile de echilibrare);
I_e, U_e — idem pentru nodurile de echilibrare;
$Z_s = Z_4$ — matricea de interconexiune;
I_s, i_s — vectorii curenților de interconexiune (nodali, respectiv prin laturile de interconectare);
A — matricea de incidență noduri-laturi;
A_s, A_1 — submatricele de incidență noduri—laturi de interconexiune și noduri-laturi din subrețea;
$A, B, \ldots$ — indici de subrețele;
C_0 — vector-coloană cu elementele egale cu unitatea;
N — numărul de noduri ale rețelei complete;
N_f — numărul nodurilor de frontieră;
N_e — numărul nodurilor de echilibrare;
t — operație de transpunere;
$*$ — operație de conjugare.

BIBLIOGRAFIE

1. Bercovici M., *Calculul matriceal al rețelelor electrice*, Bul. Inst. politehnic București, **XXIII**, 2 (1961).
2. Brameller A., *Practical diakoptics for electrical networks*, Londra, Chapman and Hall 1969.
3. Carré B., *Solution of load-flow problems by partitioning systems into trees*, IEEE Trans., PAS, **87** (1968).

4. Constantinescu J., *Diakoptica — metodă de analiză a rețelelor electrice*, Energetica, *9* (1971)
5. Dimo P., *Concepte noi în analiza rețelelor de energie. Analiza în timp real*, Energetica. *5* (1972).
6. Happ H. H. *Diakoptics and networks*, New York, Londra, Academic Press, 1971.
7. Kron G., *Diakoptics, The piecewise solution of large-scale systems*, Londra, Mac Donald 1963.
8. Laughton M. A., *Decomposition techniques for load-flow analysis using nodal impedance matrix*, Proceedings IEE, **115**, *4* (1968).
9. Dy Liacco, *Control of power systems via the multi-level concept*, SRC—68—19, Systems Research Center, Case Western Reserve University, June 1968.
10. Potolea E., *Calculul regimului permanent al sistemelor electrice*, București, Edit. tehnică, 1967.
11. Sasson A. M., Brown H. E., *Deductions and clarifications on the diakoptic sapproach*, PICA Conference Proceedings, 1971.

COMANDA OPERATIVĂ IERARHIZATĂ A SISTEMULUI ENERGETIC

HERMINA ALBERT

621.311.1 – 52

Se prezintă criterii de organizare a comenzii operative de dispecer în sisteme energetice mari, luînd în considerare conceptul de descompunere a activității cu referire la nivele de comandă, succesiunea evenimentelor în timp și succesiunea stărilor sistemului.

Se expune modul de ierarhizare a comenzii operative și a sistemului de calculatoare prin care este posibilă realizarea acestei comenzi.

1. INTRODUCERE

1.1. Dezvoltarea continuă a instalațiilor de producere, transport și distribuție a energiei electrice pe întreg teritoriul țării, formarea prin interconectarea tuturor acestor instalații a sistemului energetic român au ridicat problema realizării unei comenzi operative care să asigure optim, în fiecare perioadă de construire a sistemului, o funcționare sigură și economică a acestui ansamblu.

1.2. În funcție de gradul de dotare tehnică, comanda operativă se poate realiza :

— prin prelucrarea informațiilor de către om; luarea deciziilor și realizarea comenzilor prin om;

— prin prelucrarea automată a informațiilor; luarea deciziilor și realizarea comenzilor prin om;

— prin prelucrarea automată a informațiilor; luarea deciziilor și realizarea comenzilor automat.

Aceste modalități de realizare a comenzii operative se pot uneori întrepătrunde, pentru unele funcțiuni (de ex. reglaj frecvență-putere) realizîndu-se o comandă automată, în timp ce pentru altele (repartiția optimă a sarcinilor pe centrale, reglajul tensiunii, manevre de lichidare a avariilor ș.a.) comanda primită de la centru se realizează de către om (operator).

1.3. Ierarhizarea comenzii operative prin dispecer a unui sistem energetic pornește de la un concept „descompunerea activității", cu referire la :

a) nivele de comandă (de nivel);

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 693 – 708, 1973

b) succesiunea evenimentelor în timp (de timp);
c) succesiunea stărilor sistemului (de stare).

a. Descompunerea *de nivel* într-un sistem energetic este un concept legat, de regulă, de amplasamentul obiectivelor comandate. Ea corespunde unei descentralizări şi este adesea necesară pentru păstrarea unei autonomii locale maxime fără a pierde avantajele unei comenzi centralizate. Ca exemplu de ierarhizare de acest fel [1], [3].

— nivelul 1 : sistem naţional;
— nivelul 2 : sisteme teritoriale (zonale);
— nivelul 3 : centrale electrice, staţii electrice, sisteme de distribuţie (distribuţie judeţeană, industrială, reţea feroviară ş.a.).

Nivelul naţional acoperă în acest caz o zonă geografică mare (de ex. 10^5-10^5 km^2). În interiorul acesteia se pot considera mai multe sisteme teritoriale (de ex. 5—10), care acoperă suprafeţe mai mici (10^4-10^5 km^2). În interiorul fiecărui sistem individual pot fi mai multe centrale, staţii sau sisteme de distribuţie care acoperă suprafeţe mult mai mici (pentru centrale şi staţii practic punctiforme).

Acestor nivele le corespunde de fapt şi o altă descompunere (fig. 1) :

— nivelul 1 : reţele de transport;
— nivelul 2 : reţele de distribuţie teritorială (zonală);
— nivelul 3 : reţele de distribuţie judeţeană.

Această descompunere conduce la o ierarhizare propriu-zisă a comenzii operative.

b. Descompunerea *de timp* apare în mod natural datorită ordinii de mărime extrem de variată a timpilor de răspuns, inerentă în orice sistem energetic.

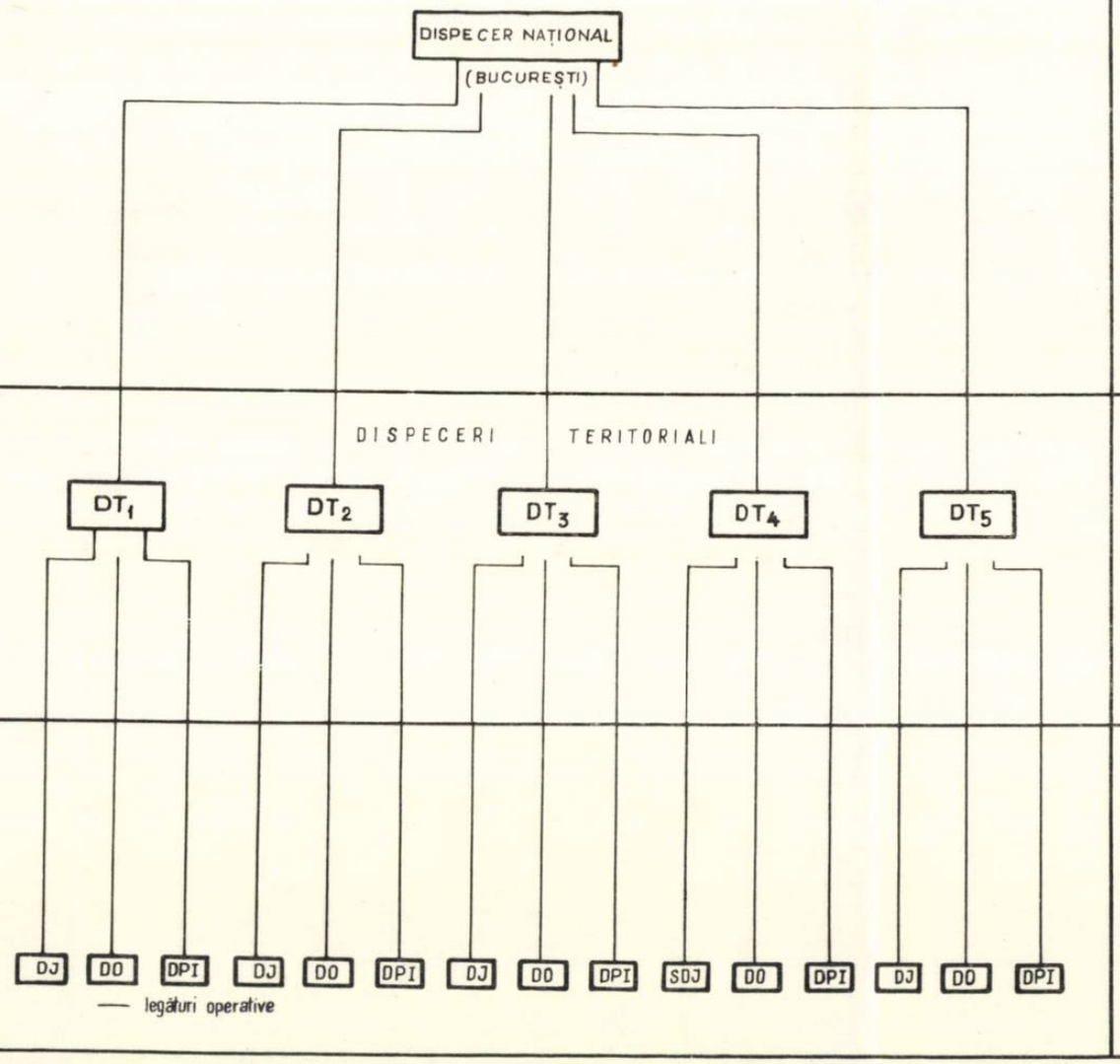
Spre exemplu, pentru comenzile dintr-o centrală electrică se constată că ele se realizează :

— protecţie : în fracţiuni de secundă;
— acţiunea regulatorului : în cîteva secunde;
— reglajul frecvenţă-putere : în mai multe secunde;
— repartiţia optimă a sarcinii : în minute;
— porniri-opriri de agregate : în ore;
— lucrări de întreţinere : în zile.

De obicei, funcţiunile care se realizează la un nivel ierarhic superior sînt funcţiuni care necesită timpi mai mari decît cele efectuate la nivelul inferior.

De regulă, acţiunea protecţiei şi a regulatoarelor rămîne descentralizată la nivelul centralelor, în timp ce repartiţia optimă a sarcinii pe centralele mari ale sistemului se efectuează la nivelul sistemului naţional. Această regulă nu are însă un caracter general, deoarece în anumite cazuri reglajul frecvenţă-putere efectuat la nivelul sistemului naţional poate fi mai rapid decît reglajul parametrilor cazanelor în unele centrale.

c. Descompunerea *de stare* corespunde şi ea unei realităţi fizice, starea unui sistem energetic fiind în continuă schimbare (unele elemente intrînd în funcţiune, alte elemente ieşind, consumul variind practic continuu). Necesitatea de descompunere în stări caracteristice provine din

Schema de organizare	Funcțiunile treptei de dispecer	Informații necesare	Observații
	– realizarea optimizării producției energiei electrice (pentru centrale SE cu o putere instalată > 100 MW) – asigurarea continuității transportului energiei electrice. – asigurarea reglajului frecvenței și al puterii de schimb pe liniile de interconexiune. – stabilirea principiilor de reglaj și a nivelelor de tensiuni pentru nodurile de 400 kV și 220 kV. – efectuarea manevrelor în rețeaua de 400 kV și 220 kV buclată (prin intermediul D.T.).	1. TELEMĂSURI P,Q,U,E,f – pe linii de interconexiune. ΔP, ΔF – linii interconexiune. P,Q – pe liniile de 400 kV și 220 kV buclate și pe fiecare AT de 400/220 kV. ΣP,ΣQ – pe AT 220/110 kV pe partea de 220 kV din rețeaua buclată – pe centrale ≥ 100 MW u – pe toate barele de 400 kV pe barele 220 kV ale stațiilor și centralelor. f – din 5–6 puncte din sistem. ΣP_{DT} – puterea prdusă pe un DT 2. TELESEMNALIZĂRI Întrerupătoare, separatoare, bare principale stații 400 kV, 220 kV, centrale. ÎNTRERUPĂTOARE: AT. 220/110 kV, generatoare ≥ 100 MW, generatoare reglante. – poziția ploturilor AT 400/220 și 220/110 kV precum și trafo bloc > 200 kV reglabile sub sarcină	
	– asigurarea continuității în alimentarea rețelelor de distribuție și a consumatorilor importanți – reglarea tensiunii în rețeaua de 220 kV și 110 kV – efectuarea manevrelor în rețelele de 220 kV radiale și 110 kV. buclate. – realizarea repartiției optime a sarcinei pe centralele mici din teritoriu.	1. TELEMĂSURI P,Q – pe linie 220 kV de la un capăt. – pe linie buclabilă 110 kV din stația 220/110 kV – pe fiecare AT 400/220 și 220/110 kV ΣP,ΣQ pe centrale ≥ 100 MW. u – barele 110 kV ale stațiilor 220/110 kV. f – măsurată local. $\Sigma P_{zonă}$ – elaborată local. 2. TELESEMNALIZARI – întrerupătoare, separatoare bare 220 kV ale stațiilor și centralelor, barelor 110 kV din stațiile 220/110 kV centrale ≥ 110 MW, compensatoare ≥ 50 MVAr.	Centrale cu o P_i < 100 MW se controlează și se comandă prin telefon.
	– asigurarea continuității în alimentarea consumatorilor. – controlul și stabilirea nivelelor de tensiuni în rețeaua de distribuție. – efectuarea manevrelor în rețeaua de distribuție.	1. TELEMĂSURI P,I pe liniile de 110 kV și transformatoare 110/20/6 kV pe înfășurări 110 kV I – pe liniile de 20 și 6 kV și transformatori pe pe înfășurare de 20 și 6 kV. U – pe barele 110, 20 și 6 kV. 2. TELESEMNALIZARI. – întrerupătoare, separatoare 110 kV – întrerupătoare bare 20 și 6 kV – semnal unic de avarii pe stații	

LEGENDĂ

DT – DISPECERI TERITORIALI
DJ – –"– JUDEȚEAN
DO – –"– ORAȘ
DPI – –"– PLATFORMA INDUSTRIALĂ.

Fig. 1. — Structura organizatorică a comenzii prin dispecer (propusă), perioada 1975—1980.

aceea de a conduce operativ sistemul în orice condiţie de funcţionare care poate să apară. Deoarece modul de acţionare este diferit în condiţii de funcţionare diferite, descompunerea aceasta serveşte la împărţirea problemei generale în subprobleme, depinzînd de starea în care se funcţionează [1], [3]. Se pot considera următoarele stări caracteristice pentru un sistem energetic: normală, de alarmare, de avarie şi de postavarie (fig. 2, tabela 1).

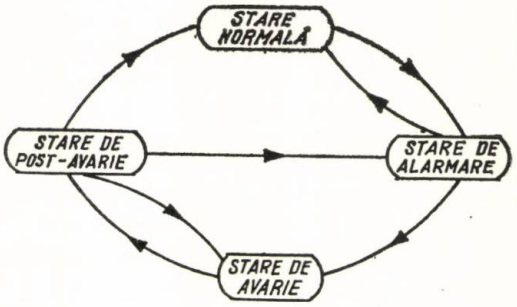


Fig. 2. — Descompunerea comenzii prin dispecer cu referire la succesiunea stărilor sistemului.

În *stare normală* funcţionarea sistemului este astfel încît toate cererile de putere ale consumatorilor sînt satisfăcute la parametrii nominali (frecvenţă şi tensiune). De asemenea, modificări care ar putea apare într-un timp scurt (de ordinul minutelor) nu ar putea conduce la schimbarea stării într-o stare de alarmare.

În această stare se urmăreşte operativ în principal menţinerea frecvenţei la 50 Hz, menţinerea schimburilor pe liniile de interconexiune la valorile-program, repartiţia optimă a sarcinii pe centrale.

În *stare de alarmare*, funcţionarea sistemului se caracterizează prin aceea că alimentarea tuturor consumatorilor la parametrii nominali se realizează prin luarea unor măsuri corective care să prevină ieşirea din regim normal. În această stare se urmăreşte operativ în principal: menţinerea frecvenţei la 50 Hz, menţinerea schimburilor pe liniile de interconexiune la valori-program, repartiţia optimă a sarcinii pe centralele electrice cu respectarea unor constrîngeri (depăşiri de limite de încărcare a unor elemente, a nivelelor de tensiune ş.a.).

În fapt, regimul normal şi cel de alarmare formează un tot, dotarea tehnică a comenzii prin dispecer permiţînd personalului să ia cunoştinţă de situaţiile-limită şi să acţioneze pentru menţinerea în continuare a regimului normal.

Pentru prevenirea consecinţelor care apar în caz de incident în sistemul energetic este important ca, prin calcule şi măsurători *on line*, să se determine momentul şi probabilitatea acestor consecinţe, să se stabilească criteriile de recunoaştere a unui astfel de pericol, dispecerul fiind „alarmat" (prevenit) pentru a le putea evita. Această alarmare trebuie realizată cu referire la nodurile sistemului energetic, precum şi la ansamblul sistemului.

În cazul în care se produc incidente care conduc la un regim în care cererea consumatorilor nu mai poate fi satisfăcută integral la tensiu-

nile şi la frecvenţa nominală, sistemul este în *stare de avarie*. În această stare se urmăreşte asigurarea unui optim în alimentarea consumatorilor (alimentarea anumitor consumatori integral, respectarea anumitor valori minime pentru alţii ş.a.m.d.) fără a se urmări vreo condiţie de economicitate a funcţionării.

Apariţia stării de incident, teoretic, se consideră bruscă, ea fiind cauzată, de regulă, de defectarea unui element al sistemului.

Starea de incident se poate încheia fără ca elementul care i-a dat naştere să fi fost readus în situaţie normală (de exemplu deteriorarea unei LEA, a unui autotransformator-generator ş.a.). Astfel apare *starea de postavarie*, în care siguranţa în funcţionare a sistemului poate fi micşorată. Condiţiile noi de funcţionare, diferite de cele din regim normal sau de alarmare, trebuie bine verificate pentru a cunoaşte „rezerva" de care se mai dispune în această situaţie nou creată. Prin măsurile luate operativ din această stare de postincident se poate trece sau în starea de alarmare sau în starea normală (fig. 2).

Se constată că în cazul descompunerii de stare nu se ajunge la o ierarhizare, ca în cazul descompunerii de nivel. De asemenea, această descompunere de stare nu are nici o corelare cu descompunerile de timp sau de nivel.

1.4. *Informaţia* necesară comenzii operative ierarhizate se caracterizează prin diferite tipuri şi un anumit volum.

1.4.1. Principalele tipuri de informaţii sînt :

a) valori numerice (parametrii sistemului, variabilele de stare);

b) structuri ale sistemului.

a. Valorile numerice pot fi obţinute fie prin observare directă, fie prin estimare. Estimarea prevede utilizarea unor valori observate pentru a calcula noi valori care pot completa valorile observate cu referire la un anumit moment sau care caracterizează desfăşurarea viitoare a funcţionării sistemului (de ex. indică sarcina în viitor ţinînd seama de cea trecută şi prezentă determinată prin observaţie directă).

b. Informaţiile cu privire la structurile sistemului sînt obţinute prin observare directă, prin analiza acestuia. Ele permit stabilirea schemei reale de funcţionare a sistemului în fiecare moment.

Este important de semnalat că, mai ales în cazul sistemelor energetice interconectate, informaţiile nu se referă întotdeauna numai la instalaţii fizice, reale. Este necesară adesea introducerea unor echivalenţi pentru o parte de instalaţii, diferiţi după scopul echivalării. Astfel de echivalenţi pot fi, de exemplu, echivalenţi de reţea (înlocuire a unei părţi de sistem, studiul regimurilor staţionare în partea real reprezentată dînd rezultate corecte), echivalenţi pentru reglajul frecvenţă-putere şi pentru repartiţia optimă (utilizaţi în special în cazul interconexiunilor de sisteme pentru fiecare din sistemele energetice), echivalenţi pentru stabilitate dinamică ş.a.

Aceşti echivalenţi sînt uneori estimaţi în timp real, alteori sînt obţinuţi prin calcule *off-line* şi introduşi de către operator.

1.4.2. Volumul de informaţii necesar este o problemă încă mult dezbătută. Minimul necesar corespunde însă sigur unei cantităţi de date care

să permită cunoaşterea (prin observaţie directă şi estimare) structurii şi stării sistemului în toate situaţiile, considerînd parametrii sistemului cunoscuţi.

La proiectarea unui sistem ierarhizat, volumul de informaţii este un factor determinant, uneori el constituind o limitare şi impunînd ierarhizarea.

În cazul adoptării unei ierarhizări de nivel, fiecare subsistem, corespunzător unui nivel inferior, are o structură a informaţiei proprie, care trebuie să fie suficientă—calitativ şi cantitativ — realizării funcţiunilor operative ce-i revin.

Coordonarea volumului de informaţii între diferitele nivele trebuie să ţină seama de utilitatea informaţiilor la fiecare nivel, precum şi de posibilitatea şi oportunitatea transmiterii unui volum mare de informaţii pînă la cel mai înalt nivel.

1.4.3. Sursele de informaţie le constituie fie măsurătorile (controalele) directe în fiecare unitate (staţie, centrala), fie informaţiile externe obţinute prin sistemul de comunicaţii.

1.5. Ierarhizarea comenzii operative prin dispecer necesită o prealabilă *coordonare* a funcţiunilor diferitelor nivele de comandă.

Trebuie avută în vedere necesitatea de a realiza o conducere centralizată din punct de vedere economic şi al siguranţei instalaţiilor de producere şi de transport a energiei electrice, precum şi descentralizarea necesară pentru asigurarea unei operativităţi ridicate în executarea manevrelor şi supravegherea condiţiilor de alimentare a tuturor categoriilor de consumatori.

2. COMANDA OPERATIVĂ IERARHIZATĂ A SISTEMULUI ENERGETIC NAŢIONAL

2.1. Numeroase studii întocmite în ISPE au evidenţiat necesitatea unei dotări tehnice corespunzătoare comenzii operative la nivelul anilor 1975—1980, în special cu referire la producerea şi transportul energiei electrice.

2.2. Ţinînd seama de nivelul tehnic al instalaţiilor, precum şi de gradul de siguranţă, dar în primul rînd de cheltuielile necesare, comanda operativă se prevede a fi realizată automată numai pentru reglajul frecvenţă-putere (în buclă închisă).

Restul funcţiunilor se vor realiza prin intermediul operatorului. Spre exemplu, repartiţia optimă a sarcinii pe centrale se prevede a fi realizată prin urmărirea unei valori de consemn transmisă de la dispecerul naţional şi afişată în centrală, prin reglarea sarcinii pe grupuri din camera de comandă a centralei de către operator. Valoarea de consemn se determină prin calcul pe baza valorilor observate şi a caracteristicilor economice ale grupurilor. Un sistem de comparare a valorii reale cu cea de consemn şi de alarmare în cazul unor abateri va asigura o atenţie mărită a personalului pentru corectitudinea reglajului.

Sau, un alt exemplu, reglajul sarcinii pe centrale pentru evitarea suprasarcinii pe liniile de transport se va face la comanda telefonică a

dispecerului național de către operatorul din centrală. Valoarea la care trebuie reglată sarcina pe centrală va fi stabilită prin calcul și afișată, ca o prealarmare, în camera de comandă a dispecerului național.

2.3. Analiza numărului optim de nivele (trepte) de dispecer din punct de vedere tehnic și economic și al amplasării dispecerilor subordonați (dispeceri teritoriali, DT, și dispeceri de distribuție, DD) a condus la ierarhizarea de nivel menționată în figura 1.

Funcțiunile ce revin celor trei nivele de dispecer sînt:

a) *dispecer național (DN)*:

— realizarea optimizării producției energiei electrice;

— asigurarea continuității transportului energiei electrice;

— asigurarea reglajului frecvenței și al puterii de schimb pe liniile de interconexiune;

— stabilirea principiilor de reglaj și a nivelelor de tensiuni pentru nodurile de 400 și 220 kV;

— efectuarea manevrelor în rețeaua de 400 și 220 kV buclată;

b) *dispeceri teritoriali (DT)*:

— asigurarea continuității în alimentarea rețelelor de distribuție și a consumatorilor importanți;

— reglarea tensiunii în rețeaua de 220 și 110 kV;

— efectuarea manevrelor în rețelele de 220 kV radiale și 110 kV buclate;

c) *dispeceri de distribuție (DD)*:

— asigurarea continuității în alimentarea consumatorilor;

— controlul și stabilirea nivelelor de tensiuni în rețeaua de distribuție;

— efectuarea manevrelor în rețelele de distribuție.

Pentru realizarea acestor funcțiuni, dintr-o analiză a redondantei informațiilor necesară estimării prin calcul a stării rețelelor de transport s-au stabilit mărimile și semnalele ce trebuie transmise la centrele de dispecer, conform figurii 1.

Considerînd că în această etapă comanda automată nu va exista decît pentru reglajul frecvenței-putere și că nu vor exista telecomenzi nici la nivelul DT, nici la nivelul DN, s-a optimizat din punct de vedere tehnic și economic o diagramă de transmitere în timp a informațiilor (fig. 3). În optimizarea tehnică-economică s-au avut în vedere cerințele de viteză pentru realizarea diferitelor funcțiuni, precum și costul echipamentelor și al canalelor de transmisie cu viteză mare (600 baud, 1 200 baud ș.a.).

Cu această diagramă de timp se va putea realiza o supraveghere a funcționării sistemului într-un timp de 5—10 s, considerat suficient pentru realizarea comenzilor prin operator.

Dotarea tehnică a dispecerului este prevăzută pentru realizarea comenzii operative în toate stările prin care poate trece sistemul (tabela 1).

Este interesant de semnalat că pentru o analiză a incidentului după producerea lui este prevăzută o protocolare specială pentru un interval de 15 min înaintea declanșării incidentului. Protocolarea se face minut cu minut pentru primele 14 min și la fiecare 2 s pentru ultimul minut.

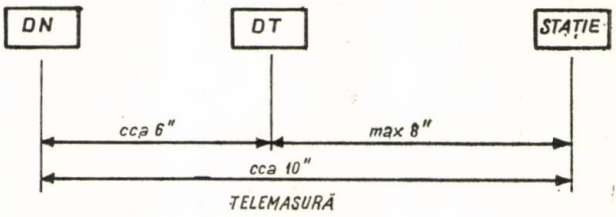
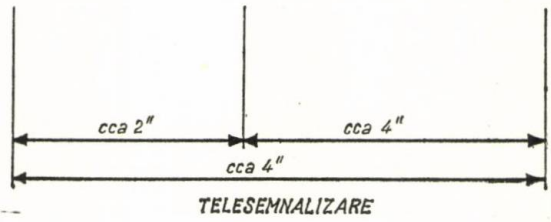


Fig. 3. — Diagrama de timp.



Protocolul valorilor necesare pentru analiză este păstrat pentru a putea fi extras la cererea dispecerului.

2.4. Informația necesară comenzii operative ierarhizate pentru fiecare nivel de dispecer, corelat cu funcțiunile ce se prevăd a fi realizate, este indicată în figura 1.

La nivelul de dezvoltare a sistemului energetic din perioada 1975—1980 pentru instalațiile de producere și de transport a energiei electrice, cu introducerea unei redondanțe minime necesare pentru a putea reconstitui starea sistemului în cazul lipsei totale de informații de la un obiectiv energetic (stație sau centrală), volumul de informații pentru dispecerul național este de aproximativ 600 de telemăsuri și 2 000 de telesemnalizări, iar pentru dispecerii teritoriali de 200—300 de telemăsuri și 600—800 de telesemnalizări.

În vederea stabilirii configurației sistemului de transmitere a informațiilor s-au analizat mai multe variante, în care rolul sistemului de calcul în raport cu instalațiile de telemecanică a avut ponderi diferite.

Din punctul de vedere al repartiției funcțiilor între echipamentele de calcul și cele de telemecanică, se disting două variante principiale (fig. 4) :

a) sistemul teleinformațional conține echipamente de telemecanică numai în stații ; la dispecerii teritoriali și la dispecerul național se montează exclusiv calculatoare de proces cu perifericele acestora. În această variantă, toate funcțiunile legate de transmiterea datelor atît între stații și DT, cît și între DT și DN sînt comandate de calculatoare, echipamentele de telemecanică fiind integrate în sistemul ierarhizat de calculatoare de proces. Toate funcțiunile de colectare, validare, reducere, afișare și retransmiterea datelor se efectuează de asemenea de către calculatoarele de proces ;

b) sistemul teleinformațional conține echipamente de telemecanică pentru transmiterea și colectarea informațiilor atît între stații și DT, cît și între DT și DN. Echipamentele de calcul efectuează prelucrarea infor-

Tabela 1

Studiul efectuat / Starea sistemului	Calcule *off-line* la DN pe termen scurt (date simulate)	Calcule *off-line* (date *on -line*)	Calcule în timp real (date *on-line*)	Determinări *on-line*
1	2	3	4	5
1. Regim normal	Calculul repartiţiei optime a sarcinii ţinînd seama de restricţii în capacitatea liniilor de transport şi nivelul tensiunii. Porniri-opriri de grupuri. Analiza oportunităţii şi a graficului pentru schimburile de energie cu alte ţări. Stabilirea rezervei de putere pentru reglaj frecvenţă-putere. Determinarea planului de reparaţii iniţial.	Repartiţia optimă a sarcinii pe centrale (activă şi eventual reactivă) pe baza informaţiei referitoare la starea sistemului. Calcule de circulaţii de puteri. Porniri-opriri de grupuri. Economicitatea schimbului de putere cu alte ţări. Indicarea unui grafic optimizat.	Repartiţia optimă simplificată a sarcinii pe centrale (activă şi eventual reactivă) pe baza informaţiei referitoare la starea sistemului. Reglaj frecvenţă-putere cu corecţia repartiţiei optime a sarcinii. Evaluarea siguranţei în funcţionare (simulări). Control de limite necesare afişării şi alarmării.	Nivelul de încărcare LEA şi AT (25%—100 din puterea nominală). Afişaj pe panouri sinoptice şi CRT a stării ansamblului sistemului şi a diferitelor noduri. Alarme pentru nerespectarea sarcinii optime economice de către centralele în reglaj sau cuprinse în repartiţia optimă.
2. Alarmare	Stabilirea, pe baza concluziilor de la celelalte regimuri, a alarmelor, punctelor din care să se transmită şi valorile de referinţă (pragurile).	Alarmare prin protocol pe baza calculelor de la primele două puncte.	Alarmare prin protocol şi afişare, pe baza calculelor de la punctele 2 şi 3.	Depăşiri de limite pentru *tensiunea* din anumite noduri. Atingerea limitei de *încărcare* admisibile LEA. Consumarea întregii *rezerve de reglaj*.

3. Regim de incident	Verificare şi stabilirea *indicilor de risc* în alimentarea consumatorilor din diferite noduri. Verificarea solicitărilor la scurt circuit. Verificarea şi precizarea reglajelor protecţiei prin relee şi a automatizărilor (calcule de stabilitate dinamică)	Evaluarea siguranţei în funcţionare prin simularea unor defecte cu indicarea nivelelor de încărcare a liniilor şi a regimului tensiunilor		Schimbări de stare a întreruptoarelor. Acţionări de protecţie şi automatizări de sistem
4. Regim de post incident	Vrificări de nivele de tensiuni şi a încărcării elementelor de reţea. Verificarea comportării instalaţiilor la stabilitate statică şi dinamică; stabilirea unor criterii pentru determinarea rapidă a stării sistemului.	Verificarea nivelelor de tensiune şi a încărcării elementelor de reţea. Verificarea comportării instalaţiilor la stabilitate statică şi dinamică.	Verificarea, prin procedee simple de comparare, a rezervei de stabilitate statică.	Depăşiri de limite. Acţionări de automatizări de sistem.
5. Se obţine	Politica de exploatare, stabilirea planului de reparaţii şi întreţinere, reglajul protecţiei automatizării şi alarme, pentru realizarea unei funcţionări la un anumit grad de asigurare.	Furnizarea către personalul dispecerului a datelor necesare unei cunoaşteri mai complete a situaţiei din sistem.	Furnizarea către personalul dispecerului a unor elemente strict necesare pentru luarea unor măsuri urgente de siguranţă. Asigurarea operativă a reglajului puterii active.	Comanda operativă a sistemului energetic, optimă economic, cu respectarea cerinţelor de siguranţă în funcţionare.

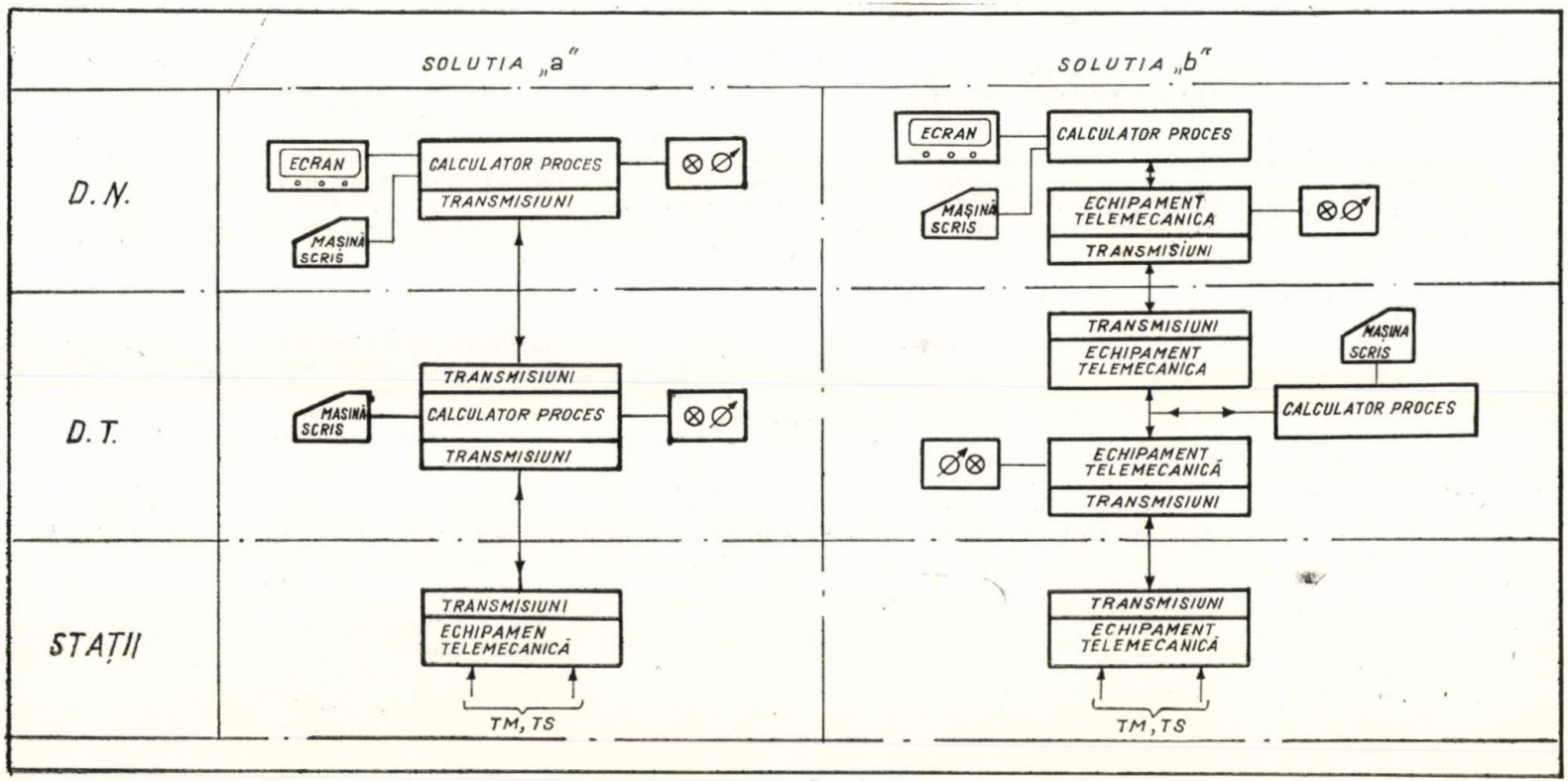


Fig. 4. — Sistemul de transmisiune și de prelucrare a informațiilor.

maţiilor, colectate prin echipamentele de telemecanică. Funcţiunile de afişare sînt repartizate între cele două categorii de echipamente.

Structura sistemului, reprezentată în varianta *a*, este superioară celei din varianta *b*, prezentînd următoarele avantaje :

— concepţia unitară a întregului ansamblu ;

— realizarea în condiţii optime a tuturor funcţiunilor necesare (volum de informaţii, timp de transmisiune, securitate, precizie, reducere de date, retransmisie, controale) ;

— operativitate şi flexibilitate mare, asigurate prin program ;

— costul comparativ al echipamentelor, cu referire la o etapă de dotare dată, este practic egal în cele două variante (inclusiv costul *software*, de aplicaţie pentru minicalculatoarele de proces de la dispecerii teritoriali) ;

— fiabilitatea sistemului *a* este superioară celui realizat cu echipamente de telemecanică clasică ;

— o dotare în soluţia *a* satisface necesităţile de supraveghere, de asigurare a siguranţei în funcţionare şi de optimizare a regimurilor.

Pe baza considerentelor arătate s-a ales structura sistemului informaţional, arătat în figura 5. În această schemă nu sînt reprezentate rezervele prevăzute în căi de transmisie, în echipamente de calcul sau rezervele cu echipamente clasice (de ex. reglaj frecvenţă-putere) pentru unele funcţiuni ale sistemului de calcul.

2.5. Sistemul de calcul de la DN este prevăzut să permită în principal sesizarea şi lichidarea situaţiilor periculoase din sistem, calculul puterilor de consemn pentru repartiţia economică optimă a producţiei de energie electrică, calculul şi transmiterea semnalelor pentru realizarea reglajului frecvenţă-putere de schimb pe liniile de interconexiune. Aceste funcţiuni trebuie îndeplinite în timp real, adică ţinînd seama de modificările care intervin în timp scurt în configuraţia topologică şi în încărcarea reţelei. Există două moduri de a trata problema : acţionînd în momentul în care apare evenimentul sau predeterminînd prin simulare stările sistemului pentru diferite schimbări de topologie sau încărcări posibile.

În primul caz (timp real), întîrzierile dintre apariţia unei anumite configuraţii topologice şi de încărcare a sistemului, considerate periculoase, şi acţiunea dispecerului sînt determinate din însumarea timpilor de transmisie a informaţiei în cele două sensuri (obiectiv-dispecer — obiectiv) : de prelucrarea în calculator a informaţiilor primite în scopul reprezentării lor într-o formă sintetică cît mai accesibilă operatorului şi a timpului necesar acestuia pentru a lua o hotărîre şi a acţiona (se rulează numai programe de supraveghere şi de afişare).

În cazul al doilea (timp real extins), din momentul simulării pînă la cel în care dispecerul este în situaţia de a acţiona, este necesară o aşteptare corespunzătoare duratei rulării unor programe de calcul.

Funcţiunile prevăzute pentru sistemul informaţional sînt de tipul real extins. Acestea sînt :

a) culegerea datelor din reţea, controlul validităţii lor, aplicarea de factori de scală, organizarea acestor date pe un fişier de unde pot fi preluate pentru prelucrări ulterioare ;

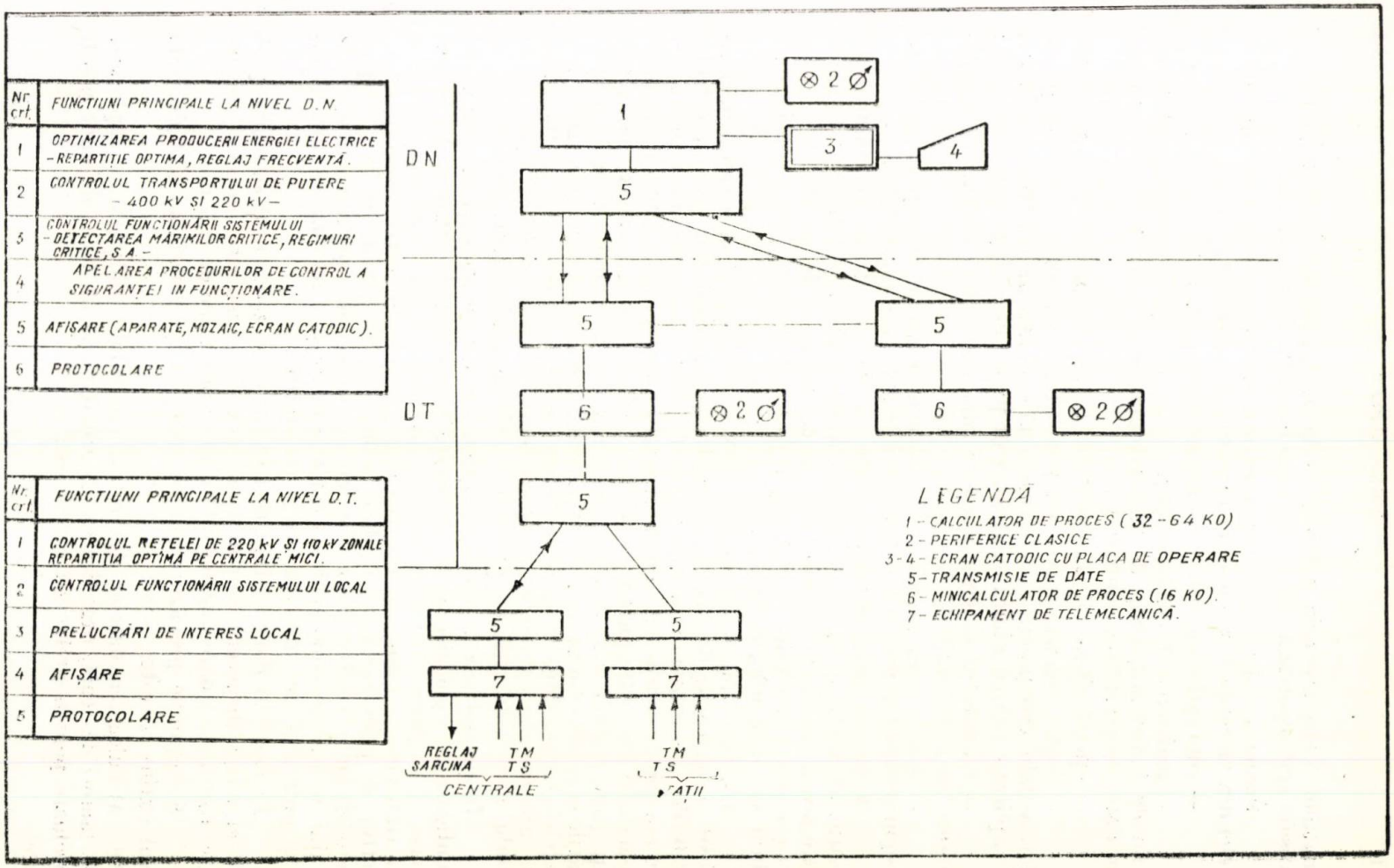


Fig. 5. — Structura sistemului teleinformațional.

b) verificarea limitelor şi semnalizarea depăşirii limitelor pentru mărimile importante din reţea; semnalizarea unor modificări de stare sau de poziţie (a întrerupătoarelor, comutatoarelor de ploturi);

c) afişarea situaţiei topologice şi gradului de încărcare a reţelei pe panou sinoptic (prin simboluri luminoase), pe instrumente de măsură şi pe ecrane, automat şi la cererea operatorului;

d) protocolare. La anumite intervale de timp se extrag protocoale tipărite, care redau mărimile importante pentru funcţionarea sistemului (puterile generate, circulaţiile pe linii, nivelele de tensiuni, descrierea evenimentelor petrecute în sistem, condiţiile anormale din sistem). Aceste protocoale pot fi extrase automat (la intervale de timp predeterminate, la apariţia unor evenimente) sau la cererea operatorului;

e) estimarea siguranţei în funcţionare a sistemului, care se realizează automat printr-o serie de calcule de regimuri cu simularea unor indisponibilităţi de echipamente principale, în scopul determinării efectelor acestora. Aceste simulări se pot efectua la cererea operatorului şi înaintea efectuării unor manevre importante în sistem (de ex. conectări-deconectări de linii);

f) repartiţia optimă a producţiei de energie electrică. Pe baza datelor colectate din sistem se efectuează o repartiţie economică optimă a puterii produse pe centrale. Rezultatele acestui calcul sînt afişate la dispecerul naţional şi în centrale. Pentru centralele cu o putere instalată de peste 100 MW, puterea de consemn este stabilită automat. Pentru centralele cu o putere instalată mai mică se calculează suma de puteri pe grupuri de centrale, repartiţia ei pe fiecare centrală efectuîndu-se de către dispecerii teritoriali prin intermediul sistemului de calcul (minicalculatoare);

g) reglajul frecvenţei şi al puterilor de schimb pe liniile de interconexiune se efectuează continuu pe baza datelor culese din sistem, iar semnalele de reglaj se trimit permanent spre centralele în reglaj;

h) analiza funcţionării sistemului energetic în urma unui incident în sistem. Această analiză se efectuează pe baza datelor memorate şi continuu împrospătate pe ultimele 15 min pentru a determina modul de desfăşurare a incidentului. Datele se memorează pe un fişier şi reprezintă valorile telemăsurate şi telesemnalizate pe ultimele 15 min preluate din minut în minut pe 14 minute şi din 2 în 2 s pe ultimul minut.

Calculele *off-line* legate de activitatea previzională de planificare a dezvoltării sistemului se prevede a fi realizate cu ajutorul unui calculator de tip universal pentru calcule tehnice-ştiinţifice.

În concepţia de dotare tehnică s-a acordat o importanţă deosebită comunicării între operator şi calculator. Dispecerul trebuie să ia cunoştinţă în mod rapid de toate evenimentele care au loc în sistem şi trebuie să aibă posibilitatea de a interveni în procesul de calcul prin impunerea anumitor limite şi valori şi prin solicitarea unor calcule care îi sînt necesare.

Pentru informarea corespunzătoare a dispecerului în timp util, s-au prevăzut, în afara maşinilor de scris conectate direct la calculator, console specializate cu tuburi catodice; de asemenea instrumente de măsură şi

un panou sinoptic, reprezentînd principalele obiective ale sistemului care preiau informaţiile de la calculator.

Accesul la calculator pentru anumite întrebări şi cereri adresate sistemului de calcul s-a prevăzut prin intermediul unei console cu claviatură specializată.

La fiecare DT, prin sistemul informaţional prevăzut se va asigura supravegherea şi evidenţa automată a funcţionării reţelei pe care o are în comandă operativă (colectarea şi validarea datelor, controlul limitelor, alarmare, protocolare şi afişare), precum şi analiza funcţionării sistemului energetic în urma unui incident în sistem.

Este important de semnalat că pentru perspectivă apare ca oportună şi extinderea reţelei de calculatoare în staţii şi centrale importante cu rolul de a îmbunătăţi conducerea operativă a instalaţiilor în regim normal şi de avarie.

Funcţiunile principale ale calculatoarelor din staţiile de 400 şi 220 kV sînt :

— supraveghere şi evidenţă automată;

— analiza corectitudinii manevrelor;

— analiza post-mortem a incidentelor;

— eventuala retransmitere de date spre treapta de dispecer imediat superioară (înlocuind astfel echipamentul de telemecanică);

— eventuala primire de ordine de reglaj de la DN sau DT.

Din enunţarea sarcinilor ce revin sistemului informaţional rezultă că este necesar un sistem ierarhizat de calculatoare de proces interconectate, din care cel puţin (la DN) un calculator de proces de capacitate medie de 32—64 ko, la DT de capacitate 16—32 ko, iar la DD şi staţii de capacitate 8—16 ko (fig. 6).

Performanţele cerute sistemului de calcul sînt :

— capacitate suficientă a calculatoarelor şi extensibilitate;

— posibilitate de conectare cu un număr suficient de mare de periferice standard şi speciale pentru legătura cu procesul;

— viteză mare de calcul şi un repertoriu de instrucţiuni adecvat, rapid şi eficace;

— posibilităţi extinse de conexiuni de tip „întreruperi prioritare" şi rapiditate de apelare a întreruperilor care provin din proces;

— posibilitatea de cuplare prin echipamente de transmisii de date cu alte calculatoare;

— posibilitatea de lucru în timp real şi multiprogramare;

— utilizarea limbajelor evoluate şi existenţa unor limbaje specializate pentru probleme de proces;

— uşurinţa adăugării unor noi programe fără modificarea celor existente;

— fiabilitate corespunzătoare a sistemului de calcul;

— posibilităţi de asigurare a rezervării funcţiunilor principale.

Dotarea tehnică prevăzută permite prin extinderi asigurarea conducerii operative prin dispecer a sistemului energetic pînă în etapa 1980.

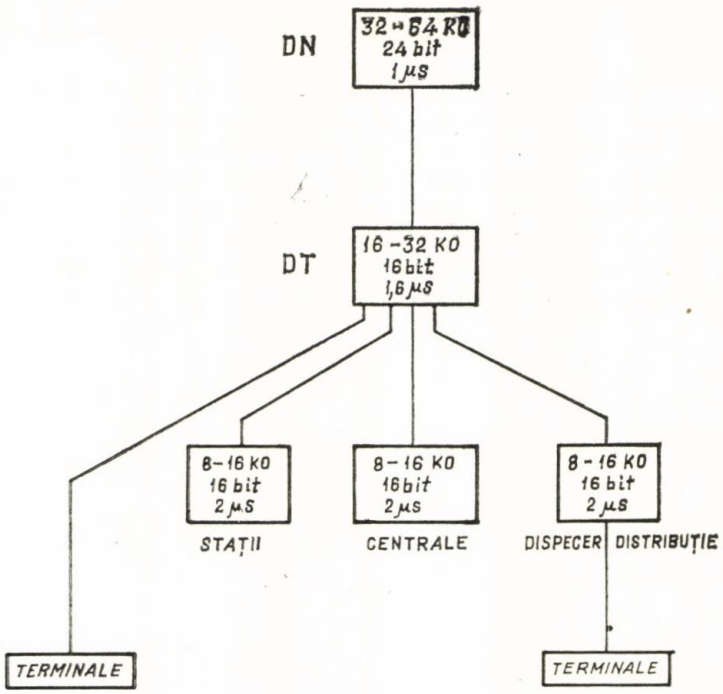


Fig. 6. — Sistem de calculatoare ierarhizat.

Extinderile sistemului se vor referi la mărirea rezervelor (în căi de transmisie și calculatoare de proces la DN și DT), precum și la crearea unor posibilități de teleprocesare la un calculator de mare capacitate.

3. CONCLUZII

Comanda operativă a sistemelor energetice dezvoltate nu poate fi realizată practic fără o ierarhizare pe nivele de comandă, o ierarhizare a funcțiunilor.

La actualul stadiu de dezvoltare a tehnicii, acestei ierarhizări de nivel îi corespunde un sistem ierarhizat de calculatoare de proces cu funcționare interconectată.

Din analiza funcționării sistemelor energetice se constată că în comanda operativă se manifestă și o ierarhizare în timp a fenomenelor, precum și o succesiune a stărilor prin care poate trece sistemul.

Aceste ierarhizări se reflectă în modul de organizare al supravegherii funcționării și al prevederilor de realizare a funcțiunilor economice și de siguranță. Programele de aplicație, frecvența lor de rulare, organizarea protocolării, afișării și alarmării în camera de comandă vor corespunde acestor cerințe.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Albert, V. I. Nitu, V. Romert, *Aspecte ale siguranței în funcționare în proiectarea și exploatarea instalațiilor*, St. cerc. energ., *2*, 134—140 (1971).
2. H. Albert. S. Marcu, V. Romert, A. Spînu, *Noua concepție de dotare tehnică a comenzii operative prin dispecer a sistemului energetic național cu mijloace de prelucrare automată a informațiilor*, A III-a Conferință a electricienilor, București, septembrie 1972.
3. F. C. Schweppe, S. K. Mitter, *Hierarchical system Theory and Electric Power Systems*, Symposium on Real-Time Control of electric Power Systems, Elsevier Publishing Company, 1972, p. 259—277.

DETERMINAREA REZERVEI DE STABILITATE STATICĂ A SISTEMELOR ELECTROENERGETICE COMPLEXE

ECATERINA ARIE, M. POMÂRLEANU,
LIA BEJUSCU și M. BOTGROS

621.3.016.351

Lucrarea prezintă o metodă unitară de calcul al regimurilor-limită și de apreciere a rezervei de stabilitate statică pentru sisteme complexe prin înrăutățirea treptată a regimului inițial.
Sînt prezentate de asemenea algoritmul de calcul și rezultate obținute pe calculatorul cifric.

1. INTRODUCERE

Importantele modificări care au loc în structura sistemului nostru energetic, legate de concentrarea în zona de sud-vest a țării a unor puternice centre producătoare, și ca urmare necesitatea transportului unor puteri importante pe distanțe relativ mari, legate de apariția tensiunii de 400 kV și a numeroaselor grupuri de foarte mare putere, de dezvoltarea interconexiunii internaționale etc., ridică în fața exploatării o serie de probleme noi, privind în special funcționarea sigură a ansamblului interconectat.

În aceste condiții crește importanța problemei evitării funcționării sistemului în regimuri cu rezervă redusă de stabilitate statică, ceea ce impune supravegherea atentă și din acest punct de vedere a stării sistemului, mai ales în situația unor regimuri speciale.

Datorită particularităților structurale arătate, este necesar să se evite funcționarea sistemului în apropierea limitei de stabilitate statică în regimuri postavarie sau la revizii pentru a se reduce riscul unor avarii extinse datorită unor șocuri sau defecte locale, precum și oscilațiile neamortizate de putere și fenomenele de pompaj ce pot apărea în unele regimuri apropiate de starea-limită cauzate de apariția unor legături slabe de interconexiune. De asemenea apare necesitatea predeterminării stărilor cri-

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 709—727, 1973

tice la golurile de noapte sau de sărbători, cînd există posibilitatea funcţionării unor generatoare în regim capacitiv.

În scopul efectuării unor verificări periodice privind posibilitatea ca în anumite situaţii previzibile sistemul nostru energetic să se poată afla în regimuri apropiate de limita de stabilitate statică, s-au elaborat un algoritm şi un program de calcul care permit simularea înrăutăţirii pe diferite căi a regimului iniţial de funcţionare şi apreciază depărtarea regimului atins de de regimul-limită de funcţionare static stabilă.

2. PRINCIPIILE DE BAZĂ ALE ALGORITMULUI DE CALCUL

Algoritmul propus urmăreşte rezolvarea unitară a celor două probleme incluse într-un studiu de stabilitate statică : înrăutăţirea treptată a regimului şi verificarea îndeplinirii condiţiilor de funcţionare static stabilă în scopul determinării distanţei la care se găsesc aceste regimuri de cel mai apropiat regim-limită.

În acest scop s-a ales ca metodă de verificare a stabilităţii unui regim dat metoda criteriilor practice de stabilitate statică, iar ca metodă de apreciere a rezervei de stabilitate înrăutăţirea treptată a regimului, adică variaţia succesivă, în trepte de amplitudine redusă, a unor parametri de regim şi verificarea stabilităţii după fiecare pas de înrăutăţire pînă la schimbarea semnului unui criteriu practic de stabilitate statică.

Atît pentru calculul criteriului practic de stabilitate, cît şi pentru determinarea noilor parametri de regim după un pas de înrăutăţire, se apelează la rezolvarea unui sistem de ecuaţii rezultat prin liniarizarea ecuaţiilor regimului staţionar pentru variaţii mici ale parametrilor de regim. Pentru a evita cumularea erorilor de liniarizare la înrăutăţirea succesivă a regimului, se utilizează la fiecare pas corecţii obţinute prin introducerea soluţiilor sistemului liniarizat din pasul precedent în sistemul de ecuaţii neliniare ale regimului staţionar.

Alegerea criteriilor practice ca mijloc de verificare a stabilităţii statice reprezintă o cale de compromis, avînd în vedere că ele constituie condiţii necesare, dar nu şi suficiente de stabilitate statică. O cale mult mai riguroasă ar fi fost aceea de a descrie starea sistemului cu ajutorul ecuaţiilor diferenţiale liniarizate, descriind prin modele apropriate comportarea la mici oscilaţii a generatoarelor, a sarcinilor şi a sistemelor de reglaj automat al tensiunii şi, eventual, a vitezei grupurilor, aplicîndu-se una din metodele teoriei analizei calitative a ecuaţiilor diferenţiale (metoda valorilor proprii, criteriile Hurwitz etc.). Nu s-a ales această cale deoarece :

— pentru acelaşi număr de noduri ale sistemului electroenergetic analizat, numărul ecuaţiilor modelului dinamic este de cîteva ori mai mare faţă de numărul ecuaţiilor modelului staţionar, ceea ce conduce la o creştere considerabilă a timpului de calcul şi a memoriei necesare ;

— verificarea stabilităţii statice pe baza unui model dinamic nu elimină necesitatea înrăutăţirii succesive a regimului şi deci repetarea acestei verificări după fiecare treaptă de înrăutăţire ;

— în aprecierea rezervei de stabilitate statică este foarte importantă reflectarea acţiunii interdependente a generatoarelor şi sarcinilor, redată

mult mai bine pe o schemă cu un număr mai mare de noduri și legături pe care se modelează cît mai corect modul de conectare al centralelor și sarcinilor în cadrul rețelelor de interconexiune și repartiția încărcărilor; termenul liber al ecuației caracteristice obținute din sistemul de ecuații diferențiale al modelului dinamic, termen care corespunde soluției staționare, este termenul cel mai sensibil la modificări ale structurii rețelei sau ale regimului de funcționare, iar analiza semnului acestui termen fundamentează criteriile practice de stabilitate statică și justifică folosirea acestor criterii pentru studii operative.

În ceea ce privește calea de înrăutățire, s-a optat pentru o metodă de liniarizări succesive pe următoarele considerente:

— prin folosirea unei metode unitare pentru criterii și pentru înrăutățirea regimului se simplifică algoritmul și volumul de calcul se reduce;

— liniarizarea permite aplicarea unei metode de rezolvare directe, eliminînd dificultățile (care se transformă în imposibilitate) privind convergența soluțiilor în cazul calculelor iterative de rezolvare a unui model neliniar pentru regimuri apropiate de limita de stabilitate;

— prin înrăutățirea regimului în trepte de amplitudine mică se realizează două deziderate:

a) o bună precizie în determinarea regimului înrăutățit (aproximația liniară este valabilă pe un interval cu atît mai redus, cu cît sistemul se găsește mai aproape de starea limită, deci cu cît variația corespunzătoare a parametrilor liberi este mai mare);

b) o bună precizie în determinarea stării-limită, întrucît se evită posibilitatea de depășire a punctului critic și eventual, prin includerea într-un interval de înrăutățire a două schimbări de semn ale criteriului practic, de nesesizare a stării critice;

— soluțiile obținute prin rezolvarea modelului liniar descriu în mod coerent o stare posibilă a sistemului cu parametri înrăutățiți față de starea precedentă; erorile afectează numai valorile alese pentru parametrii impuși, dar cumularea acestor erori este evitată prin corectarea lor la fiecare pas de înrăutățire; regimul nou obținut nu este chiar regimul dorit, dar înrăutățirea însăși fiind un proces idealizat, impus arbitrar de noi, acest lucru nu reprezintă un neajuns.

Pentru verificarea stabilității statice s-a folosit în principal criteriul $\mathrm{d}Q/\mathrm{d}U$, aplicat în nodul în care se calculează rezerva de stabilitate. În cazurile în care înrăutățirea regimului se realizează prin creșterea sarcinii active într-un nod sau prin transfer de putere activă între două generatoare, s-a verificat suplimentar și criteriul $\mathrm{d}P/\mathrm{d}\delta$. Deși ambele criterii practice trebuie să se anuleze în punctul critic și deci utilizarea a două criterii practice apare inutilă, s-a recurs la calculul ambelor criterii, deoarece în cazul sistemelor complexe sensibilitatea lor la variații de regim este mult diferită: în unele situații este mai adecvat criteriul $\mathrm{d}Q/\mathrm{d}U$, în altele $\mathrm{d}P/\mathrm{d}\delta$; deducerea criteriului $\mathrm{d}P/\mathrm{d}\delta$ nu a necesitat calcule suplimentare.

Ca posibilități de înrăutățire a regimului inițial pentru un sistem electroenergetic complex, în program s-au avut în vedere următoarele:

— creșterea puterii active consumate într-un nod arbitrar cu preluarea ei de un număr oarecare de centrale reglante, alese de operator;

— creșterea sarcinii reactive într-un nod oarecare, preluarea ei făcîndu-se automat prin acțiunea regulatoarelor de tensiune, iar variația pierderilor fiind echilibrată de centrala din nodul de referință și balans;

— variația puterii active debitate de o centrală oarecare, echilibrarea puterilor active fiind realizată de un ansamblu arbitrar de centrale reglante, alese de operator;

— dezexcitarea unui generator.

Atît în calculul regimurilor staționare succesiv înrăutățite, cît și la determinarea valorilor criteriilor practice de stabilitate statică s-a folosit același model al sistemului, bazat pe următoarele ipoteze simplificatoare:

— se înlocuiesc generatoarele din fiecare centrală prin cîte un generator echivalent cu rotorul simetric, fără pierderi, cu reactanță constantă; în calculul regimurilor succesiv înrăutățite, în condițiile în care t.e.m. este inferioară valorii corespunzătoare excitației maxime admisibile, reglajul tensiunii este modelat prin statismul regulatorului; în calculul criteriului de stabilitate $\mathrm{d}Q/\mathrm{d}U$, generatoarele cu reglaj rapid de tensiune au fost înlocuite prin generatoare echivalente avînd reactanța micșorată față de valoarea reactanței sincrone [1], [2], [4]; puterea activă generată este constantă;

— se înlocuiesc sarcinile complexe cu sarcini echivalente, cu caracteristici statice de forma

$$P = \text{const}, \quad Q = KU^2;$$

— se modelează liniile și autotransformatoarele prin cuadripoli în π;

— sistemele interconectate cu cel în studiu, rețelele cu tensiuni inferioare celei în care are loc perturbația și, eventual, subansambluri ale sistemului studiat, depărtate de zona perturbației, se înlocuiesc prin scheme echivalente.

Pentru criteriul $\mathrm{d}P/\mathrm{d}\delta$ s-a folosit o formă modificată față de cea uzuală, în scopul generalizării acestui criteriu și la cazul în care perturbația este de forma unei sarcini active suplimentare conectate într-un nod al rețelei: unghiul δ se măsoară între t.e.m. generatorului ce preia perturbația și tensiunea nodului perturbat, și pentru simplificarea calculelor în loc de δ se folosește tg δ.

Pentru a asigura o rezolvare corectă a problemei și în domeniul variațiilor mari ale parametrilor de regim (în apropierea stărilor-limită), amplitudinea perturbației de putere activă la fiecare pas de înrăutățire se modifică în funcție de valoarea pe care acest criteriu ($\mathrm{d}P/\mathrm{d}(\mathrm{tg}\ \delta)$) o ia în regim corespunzător procesului anterior de înrăutățire. Cum acest criteriu tinde rapid către zero în apropierea regimului critic și în domeniul în care δ se apropie de 90°, se realizează dezideratul de a micșora domeniul de variație al parametrilor și deci erorile de liniarizare pe măsura apropierii de limita de stabilitate.

3. *Prezentarea metodei de calcul*

Lista de notații :

i — un nod oarecare al sistemului ;

r — nodul în care se aplică perturbația (ales de către operator) ;

k — nodurile din sistem care preiau perturbația de putere activă (admise de operator) ;

$x_{\mu k}$ — factori de preluare, mărimi pozitive care verifică relația

$$\sum_k x_{\mu k} = 1;$$

nodul 1 — nodul de referință și de echilibru al sistemului complex studiat ;

$\underline{S}_{gi} = P_{gi} + jQ_{gi}$ — puterea aparentă, activă și reactivă generată în nodul i ;

$\underline{S}_{ci} = P_{ci} + jQ_{ci}$ — puterea aparentă, activă și reactivă consumată în nodul i ;

$\underline{U}_i = U'_i + jU''_i$ — tensiunea nodului i ;

$\underline{E}_{gi} = E'_{gi} + jE''_{gi}$ — t.e.m. în spatele reactanței sincrone a generatorului echivalent din nodul i ;

$\underline{I}_{gi} = I'_{gi} + jI''_{gi}$ — curentul produs de generatorul echivalent din nodul i ;

$\underline{I}_{ci} = I'_{ci} + jI''_{ci}$ — curentul absorbit de consumatorul din nodul i ;

$\underline{I}_i = I'_i + jI''_i$ — curentul sistemului complex în nodul i ;

X_{gi}, X'_{gi}, X''_{gi} — reactanța sincronă, tranzitorie și supratranzitorie a generatorului echivalent din nodul i ;

C_i — coeficient ce caracterizează statismul RAT al generatorului echivalent din nodul i ;

$\underline{Z}_{ij} = R_{ij} + jX_{ij}$ — impedanța laturii ij ce leagă nodurile i și j din sistemul complex ;

$\underline{Y}_{ij} = G_{ij} - jB_{ij}$ — admitanța laturii ij ;

jY_{cij} — susceptanța capacitivă a laturii ij.

Pe baza principiilor enunțate au fost elaborate o metodă de calcul și un program care permit : studiul stabilității statice pentru un sistem electroenergetic complex ce conține N noduri și L laturi, realizînd îmrăutățirea sistematică a regimului inițial și verificarea stabilității statice cu ajutorul criteriilor practice.

Într-un nod complex i care se reprezintă ca în figura 1 sînt satisfăcute următoarele relații :

$$\underline{I}_i = \underline{I}_{gi} - \underline{I}_{ci} = \sum_j \underline{Y}_{ij} (\underline{U}_i - \underline{U}_j), \tag{1}$$

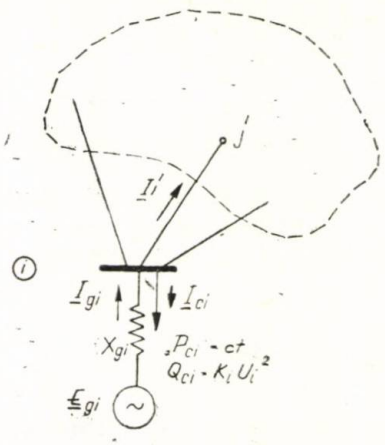


Fig. 1

care se pot scrie dezvoltat, pe componente, astfel :

$$I'_i = I'_{gi} - I'_{ci} = G_{ii}\, U'_i + B_{ii}\, U''_i - \sum_j (G_{ij}\, U'_j + B_{ij}\, U''_j), \tag{1'}$$

$$I''_i = I''_{gi} - I''_{ci} = G_{ii}\, U'_i - B_{ii}\, U'_i + \sum_j (B_{ij}\, U'_j - G_{ij}\, U''_j)''). \tag{1''}^{*)}$$

Se porneşte de la ecuaţiile de bază care leagă mărimile caracteristice ale generatorului echivalent şi ale consumatorului din nodul i :

$$P_{gi} = U'_i\, I'_{gi} + U''_i\, I''_{gi}, \tag{2}$$

$$E_{gi} = \sqrt{(U'_i - X_{gi}\, I''_{gi})^2 + (U''_i + X_{gi}\, I'_{gi})^2}, \tag{3}$$

$$P_{ci} = U'_i\, I'_{ci} + U''_i\, I''_{ci}, \tag{4}$$

$$Q_{ci} = U''_i\, I'_{ci} - U'_i\, I''_{ci}, \tag{5}$$

$$U_i^2 = U_i'^2 + U_i''^2, \tag{6}$$

la care se adaugă relaţiile de dependenţă faţă de tensiune a puterii reactive consumate şi a variaţiei excitaţiei prin efectul RAT :

$$Q_{ci} = K_i\, U_i^2, \tag{7}$$

$$\Delta E_{gi} = C_i\, \Delta U_i. \tag{8}$$

Se admite că într-un nod r al sistemului apare o perturbaţie oarecare (δP_{gr}, δP_{cr}, δQ_{cr} sau δE_{gr}). Sistemul de ecuaţii (2) — (8), scris sub formă de abateri, se prezintă astfel pentru nodul r :

$$\Delta P_{gr} + \delta P_{gr} = U'_r\, \Delta I'_{gr} + U''_r\, \Delta I''_{gr} + I'_{gr}\, \Delta U'_r + I''_{gr}\, \Delta U''_r, \tag{2'}$$

$$E_{gr}(\Delta E_{gr} + \delta E_{gr}) = (U''_r + X_{gr}\, I'_{gr})\, X_{gr}\, \Delta I'_{gr} - (U'_r - X_{gr}\, I''_{gr})\, X_{gr}\, \Delta I''_{gr} + (U'_r - X_{gr}\, I''_{gr})\, \Delta U'_r + (U''_r + X_{gr}\, I'_{gr})\, \Delta U''_r, \tag{3'}$$

$$\Delta P_{cr} + \delta P_{cr} = U'_r\, \Delta I'_{cr} + U''_r\, \Delta I''_{cr} + I'_{cr}\, \Delta U'_r + I''_{cr}\, \Delta U''_r, \tag{4'}$$

*) Se notează cu' şi ''părţile reale şi imaginare ale mărimilor respective raportate a un sistem de axe de referinţă unic.

$$2K_r U_r \Delta U_r + \delta Q_{cr} = U_r'' \Delta I_{cr}' - U_r' \Delta I_{cr}'' - I_{cr}'' \Delta U_r' + I_{cr}' \Delta U_r'', \quad (5'-7')$$

$$U_r \Delta U_r = U_r' \Delta U_r' + U_r'' \Delta U_r'', \quad (6')$$

$$\Delta E_{gr} = C_r \Delta U_o, \quad (8')$$

iar sistemul (1') — (1'') astfel :

$$\Delta I_i' = \Delta I_{gr}' - \Delta I_{cr}' = G_{rr} \Delta U_r' + B_{rr} \Delta U_r'' - \sum_j (G_{rj} \Delta U_j' + B_{rj} \Delta U_j''), \quad (9)$$

$$\Delta I_r'' = \Delta I_{gr}'' - \Delta I_{cr}'' = - B_{rr} \Delta U_r' + G_{rr} \Delta U_r'' - \sum_j (-B_{rj} \Delta U_j' + G_{rj} \Delta U_j''). \quad (9')$$

Rezolvînd sistemul de ecuații (2')—(8') (în care s-a ținut cont de ipotezele inițiale $P_g = \text{const}$ și $P_c = \text{const}$, adică $\Delta P_{gr} = 0$ și $\Delta P_{cr} = 0$) în raport cu $\Delta I_{gr}'$, $\Delta I_{gr}''$, $\Delta I_{cr}'$, $\Delta I_{cr}''$ și înlocuind aceste valori în (9) — (9'), se obțin următoarele relații :

$$\delta I_r' = \frac{E_{gr}'}{E_{gr}' U_r' + E_{gr}'' U_r''} \delta P_{gr} + \frac{E_{gr} U_r''}{(E_{gr}' U_r' + E_{gr}'' U_r'') X_{gr}} \delta E_{gr} - \frac{U_r'}{U_r^2} \delta P_{cr} -$$

$$- \frac{U_r''}{U_r^2} \delta Q_{cr} = L_r \Delta U_r' + M_r \Delta U_r'' - \sum_j (G_{rj} \Delta U_j' + B_{rj} \Delta U_j''), \quad (10)$$

$$\delta I_r'' = - \frac{E_{gr}''}{E_{gr}' U_r' + E_{gr}'' U_r''} \delta P_{gr} - \frac{E_{gr} U_r'}{(E_{gr}' U_r' + E_{gr}'' U_r'') X_{gr}} \delta E_{gr} - \frac{U_r''}{U_r^2} \delta P_{cr} +$$

$$+ \frac{U_r'}{U_r^2} \delta Q_{cr} = N_r \Delta U_r' + O_r \Delta U_r'' - \sum_j (- B_{rj} \Delta U_j' + G_{rj} \Delta U_j''), \quad (11)$$

în care coeficienții L, M, N, O au expresiile (1) din anexa I.

Deoarece înrăutățirea stării sistemului se execută după un singur tip de perturbație, dintre mărimile δP_{gr}, δE_{gr}, δP_{cr}, δQ_{cr} doar una are valoare diferită de zero, caracterizînd perturbația introdusă. Datorită acestor perturbații, regimul inițial al sistemului complex se schimbă, tensiunile din noduri modificîndu-se cu mărimile ΔU_i. Variațiile la tensiune $\Delta U_i'$, $\Delta U_i''$ din fiecare nod, datorate acestor perturbații, se pot determina prin rezolvarea [3], [6] sistemului liniar de ecuații de mai jos, în care se cunosc vectorul curenților de perturbație $[\delta I]$ (avînd componente diferite de zero doar în nodurile perturbatoare) și matricea de legături $[Y_{\text{modif}}]$

$$[\delta I] = [Y_{\text{modif}}] \; [\Delta U]. \quad (12)$$

Dacă perturbația este de putere activă, pentru menținerea frecvenței constante în sistem ea este preluată de către anumite noduri k (alese de operator) prin factorul de preluare $x_{\mu k}$.

În nodurile k apar nişte curenţi de perturbaţie (calculaţi cu relaţiile (2) din anexa I) care completează vectorul $[\delta I]$, acesta avînd componente nenule pentru nodurile r şi k.

Matricea coeficienţilor $[Y_{\text{modif}}]$ are toţi termenii nediagonali constanţi şi identici cu termenii nediagonali ai matricei de admitanţe nodale $[Y]$, folosită obişnuit în studiile de regimuri, iar cei diagonali, care nu mai sînt G''_{ii} şi B''_{ii}, se recalculează la fiecare alt regim cu relaţiile (1) din anexa I.

În afară de aceasta, datorită faptului că nodul 1 este nod de referinţă şi de echilibru, mărimile U''_1 şi $\Delta U''_1$ sînt întotdeauna zero, iar puterea activă generată în acest nod este liberă (pentru probleme legate de verificarea stabilităţii statice nu se mai poate considera că tensiunea nodului de referinţă este constantă în modul); aceasta impune restructurarea ecuaţiilor corespunzătoare nodului 1 (vezi anexa I). Se constată că elementele coloanei a doua a matricei $[Y_{\text{modif}}]$ sînt nule, cu excepţia lui $M_1 = -1$ şi $O_1 = -\dfrac{E''_{g1}}{E'_{g1}}$.

După rezolvarea sistemului de ecuaţii (12) se pot calcula noile tensiuni din noduri:

$$\underline{U}_{i\,\text{nou}} = \underline{U}_{i\,\text{vechi}} + \Delta\underline{U}_i. \tag{13}$$

Se cunosc noile valori ale puterilor (în nodurile unde ele au variat) şi noile tensiuni, astfel că pentru regimul de după perturbaţie se pot calcula curenţii generaţi în nodurile sistemului, cei corespunzători consumaţiei şi cei de sistem ($\underline{I}_{gi}$, $\underline{I}_{ci}$, $\underline{I}_i$). Datorită liniarizărilor făcute, ei nu vor mai verifica exact relaţiile (1); micile diferenţe care apar, numite curenţi de corecţie, se introduc la rezolvarea pasului următor în vectorul curenţilor de perturbaţie pentru toate nodurile i diferite de r şi k. Deci aceste corecţii:

$$\delta I'_{ic} = I'_{gi} - I'_{ci} - I'_i \tag{14}$$

$$\delta I''_{ic} = I''_{gi} - I''_{ci} - I''_i, \tag{14'}$$

vor completa începînd cu pasul II vectorul $[\delta I]$ iniţial.

Dacă perturbaţia introdusă este de puterea reactivă sau de excitaţie, înrăutăţirea regimului iniţial se face prin paşi constanţi, perturbaţia avînd aceeaşi valoare dată la fiecare pas. Dacă însă perturbaţia este de putere activă, pentru a asigura condiţiile unor liniarizări corecte în domeniile de variaţie rapidă a unghiurilor, valorile perturbaţiei iniţiale se corectează la fiecare pas printr-o mărime invers proporţională cu variaţia maximă a tangentei unghiului dintre t.e.m. a nodului care preia perturbaţia (k) şi tensiunea nodului în care se introduce perturbaţia (r), adică

$$(\delta P_r)_{\text{nou}} = (\delta P_r)_{\text{vechi}} \frac{\Delta}{(\text{d tg}\,\delta_{kr})_{\max}}, \tag{15}$$

unde

$$(\text{d tg}\,\delta_{kr})_{\max} = \max\,(\text{tg}\,\delta_{kr\,\text{final}} - \text{tg}\,\delta_{kr\,\text{iniţial}}), \tag{16}$$

iar Δ este o mărime impusă.

Se asigură în acest fel ca apropierea de regimul-limită să se facă prin paşi tot mai mici, condiţie care permite punerea în evidenţă a regimului critic.

Procedeul de înrăutăţire a regimului iniţial de funcţionare conţine astfel o succesiune de paşi de calcul, în fiecare dintre ei stabilindu-se perturbaţia şi vectorul curenţilor de perturbaţie, matricea $[Y_{\text{modif}}]$ variaţiile de tensiune şi noile tensiuni care apar în nodurile sistemului după perturbaţia introdusă. Treptat se ajunge la regimul-limită de funcţionare static stabilă, care se pune în evidenţă printr-un criteriu practic de stabilitate :

a) criteriul $\mathrm{d}P/\mathrm{d}\delta$. Valoarea criteriului se calculează cu relaţia

$$H_{\text{crita}} = \frac{\delta P_r}{(\mathrm{d}\ \mathrm{tg}\ \delta_{kr})_{\max}}, \tag{17}$$

semnul minus arătînd instabilitatea regimului de funcţionare, iar zero regimul-limită ;

b) criteriul $\mathrm{d}Q/\mathrm{d}U$.

Se aplică o perturbaţie de putere reactivă în nodul r şi se calculează, prin acelaşi procedeu ca în cazul înrăutăţirii, variaţia de tensiune ce rezultă în acest nod. Valoarea criteriului se calculează astfel :

$$\mathrm{H}_{\text{crit}b} = \frac{\delta\, Q_r}{\Delta U_r}. \tag{18}$$

Regimul de funcţionare este static stabil cînd valoarea criteriului este negativă ; anularea valorii criteriului indică atingerea regimului-limită, iar schimbarea semnului trecerea în regim de funcţionare instabilă.

Folosind procedeul de calcul prezentat anterior şi formulele stabilite, s-a elaborat un algoritm a cărui schemă logică este dată în figura 2. Se disting următoarele etape :

a. Pe baza datelor de intrare (P_{gi}, Q_{gi}, U_i, δ_i, C_i, $E_{gi\,\text{lim}}$, X_{gi}, X'_{gi}) se calculează componentele vectorilor de tensiune şi ale t.e.m. din toate nodurile sistemului ; cu ajutorul lor se determină curenţii de sistem şi puterile din nodurile sistemului, iar cu relaţia nodală de conservare a puterilor se calculează puterile active consumate în nodurile sistemului ; în acest fel se corectează valorile P_c, Q_c corespunzătoare regimului iniţial , asigurîndu-se condiţia ca regimul de pornire să fie perfect echilibrat (şi deci curenţii de corecţie iniţiali nuli). Acest lucru a fost necesar pentru a evita folosirea unor rezultate obţinute dintr-un calcul de regimuri cu precizie insuficientă.

Se afişează datele de bază ale regimului iniţial.

b. Pentru a verifica dacă regimul iniţial este stabil, se aplică o perturbaţie de putere reactivă în nodul în care se va studia înrăutăţirea regi-

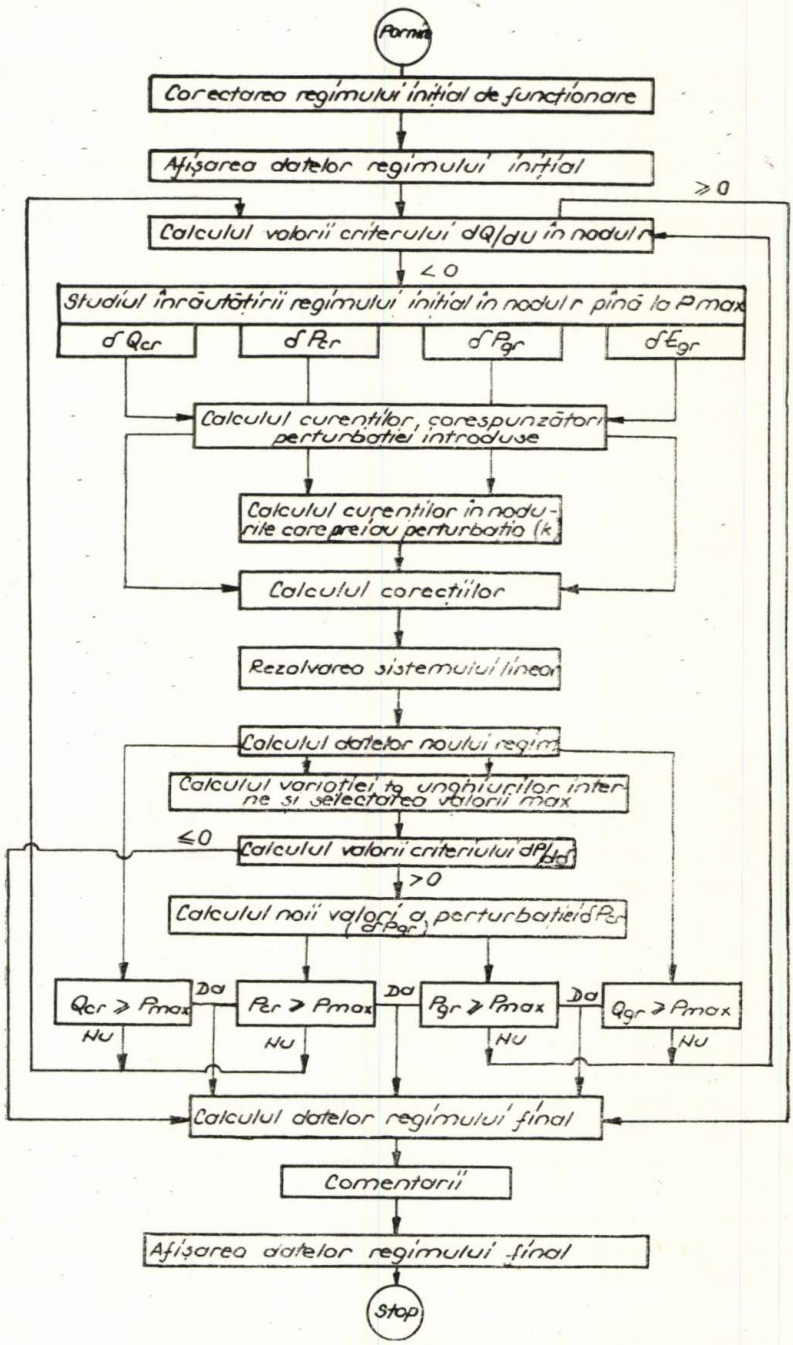

Pornire
Corectarea regimului inițial de funcționare
Afișarea datelor regimului inițial
≥0
Calculul valorii criteriului dQ/dU în nodul r
<0
Studiul înrăutățirii regimului inițial în nodul r până la Pmax
d Qcr
d Pcr
d Pgr
d Egr
Calculul curenților, corespunzători perturbației introduse
Calculul curenților în nodurile care preiau perturbația (k)
Calculul corecțiilor
Rezolvarea sistemului liniar
Calculul datelor noului regim
Calculul variației tg unghiurilor interne și selectarea valorii max
≤0
Calculul valorii criteriului dP/dPgr
>0
Calculul noii valori a perturbației dPgr
Qcr ≥ Pmax
Da
Nu
Pcr ≥ Pmax
Da
Nu
Pgr ≥ Pmax
Da
Nu
Qgr ≥ Pmax
Nu
Calculul datelor regimului final
Comentarii
Afișarea datelor regimului final
Stop

Fig. 2

mului de funcţionare şi se calculează valoarea criteriului dQ/dU. Dacă regimul este stabil, se trece la înrăutăţirea regimului; dacă nu este stabil, se afişează mesajul „regim instabil" şi calculul se opreşte.

c. Se studiază înrăutăţirea regimului prin aplicarea unui anumit tip de perturbaţie în nodul dorit. Se stabileşte vectorul curenţilor de perturbaţie, precum şi valorile termenilor diagonali ai matricei $[Y_{modif}]$, şi se rezolvă cu o metodă directă sistemul de ecuaţii (12), obţinîndu-se variaţiile de tensiune din toate nodurile sistemului. Se calculează parametrii noului regim şi se verifică dacă acesta este stabil. În caz afirmativ se reia calculul de la pct. *c*, alături de curenţii de perturbaţie introducîndu-se şi curenţii de corecţie corespunzători pasului anterior, calculaţi cu relaţiile (14'), (14'').

d. În cazul în care unul din criteriile practice indică instabilitatea, se calculează datele de bază ale regimului final. Elementele de control pentru atingerea sau depăşirea regimului critic sînt valorile criteriilor practice dQ/dU şi $dP/d\delta$. Regimul-limită sau un regim instabil la care se ajunge în urma înrăutăţirii propuse sînt semnalate prin mesaje corespunzătoare, ca şi imposibilitatea de a continua înrăutăţirea regimului pe calea propusă din cauza atingerii unor valori-limită pentru diverşi parametri.

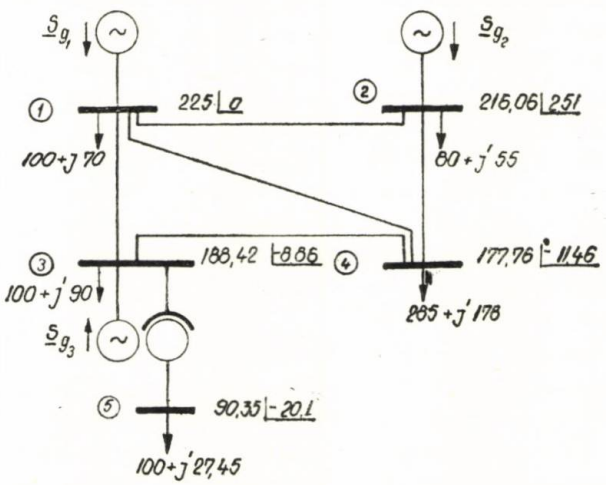


Fig. 3

Pe baza acestui algoritm a fost realizat un program în limbaj Fortran-IV, utilizat atît pe calculatoarele IBM—360, cît şi ELLIOT—4120. El este organizat într-un program principal şi o subrutină, conţinînd în total cca. 460 de instrucţiuni, a căror compilare durează cca. 4 min. Verificările s-au făcut iniţial pe o schemă cu 5 noduri şi 6 legături (fig. 3, anexa II), ulterior pe o schemă cu 27 de noduri şi 31 de legături. Pentru calculatorul ELLIOTT—4120, programul permite studiul unui sistem complex care poate conţine pînă la 100 de noduri şi de 300 de legături. În anexa

II sînt prezentate pentru exemplificare rezultatele unui calcul de determinare a unui regim critic pentru o reţea de 5 noduri, durata de calcul fiind de 90 s. Verificările efectuate au evidenţiat faptul că liniarizarea ecuaţiilor pentru valorile perturbaţiilor utilizate de program nu introduce erori supărătoare la determinarea regimului; diferenţele dintre curentul din sistem şi cel din nod corespunzător generatoarelor şi sarcinii sînt de ordinul zecimilor de procent din valorile curenţilor perturbatori, ceea ce este cu totul admisibil.

4. SELECŢIONAREA AUTOMATĂ A NODURILOR PERICLITATE

Pentru situaţiile în care se doreşte o analiză completă a unui sistem dat din punctul de vedere al stabilităţii statice, a fost elaborată o variantă specială a programului prezentat mai sus, care permite selectarea automată a nodurilor periclitate, adică a punctelor unde înrăutăţirile duc cel mai repede la atingerea stării critice. Deoarece s-a constatat pe baza unor verificări pe cazuri concrete că pentru regimuri apropiate de cel critic, la valori egale ale modulului perturbaţiei, înrăutăţirea cea mai rapidă corespunde perturbaţiilor provocate de o cerere suplimentară de putere activă, s-a ales ca tip de înrăutăţire doar aceea prin care creşte puterea activă consumată într-un nod. Cea mai mare parte din perturbaţie este compensată de un număr de centrale reglante alese de operator; o fracţiune din creşterea sarcinii este preluată de un număr de generatoare a căror t.e.m. face unghiurile cele mai mari cu fazorul tensiunii nodului în care creşte sarcina. Nodurile în care are loc creşterea sarcinii se selecţionează în funcţie de tensiunea din nod (dacă aceasta este mai mică decît o anumită valoare) şi de unghiul pe care fazorul tensiunii nodului îl face cu tensiunile electromotoare ale celor mai depărtate şi mai încărcate generatoare.

Această variantă posedă în plus faţă de varianta anterioară o subrutină care alege nodul în care se aplică perturbaţia şi completează (pînă la 9) lista nodurilor ce urmează să preia această perturbaţie.

Deoarece selectarea nodului perturbat presupune că acesta trebuie să se afle într-o situaţie critică fie din punctul de vedere al tensiunii, fie din cel al unghiului, se face mai întîi o ordonare a unghiurilor t.e.m. ale generatoarelor echivalente din toate nodurile definite în raport cu referinţa în ordine descrescătoare. Unghiul primului nod se notează $\delta(1)$; alegerea nodului perturbat se face parcurgîndu-se lista celorlalte $(N-1)$ noduri.

Se verifică pentru fiecare nod i dacă rezultatul diferenţei dintre unghiul $\delta(1)$ şi unghiul fazorului tensiunii din nodul i, θ_i (ambele luate faţă de originea de fază) depăşeşte o valoare-limită impusă, θ_{lim}. Dacă $(\delta(1) - \theta_i) < \theta_{lim}$, se compară modulul tensiunii barei i, U_i, cu o tensiune limită impusă, U_{lim}.

Dacă şi din punctul de vedere al tensiunii bara i nu se află într-o situaţie defavorabilă (adică $U_i > U_{lim}$), se cercetează nodul $i+1$. Dacă însă cel puţin una dintre verificările de mai sus arată că nodul i este periclitat din punctul de vedere al stabilităţii statice, atunci acest nod este cel perturbat.

În continuare, lista generatoarelor echivalente care preiau perturbaţia se completează, cercetînd nodurile j alese în ordinea stabilită la prima ordonare şi pentru care unghiul δ_j este mai mare decît $(\theta_i + \theta_{lim})$.

Factorul de preluare corespunzător este impus prin program la valoarea h; pentru corectarea tuturor celorlalţi factori de preluare, ei se înmulţesc la adăugarea fiecărui generator cu 1—h, astfel încît la fiecare parcurgere a programului de stabilitate să fie respectată condiţia $\sum_k x_{\mu k} = 1$.

După completarea listei nodurilor în care se preia perturbaţia, este apelat programul de stabilitate. După fiecare parcurgere a acestui program se reiniţializează datele corespunzătoare regimului de început şi se trece la căutarea unui alt nod periclitat. Programul se opreşte numai după prospectarea tuturor nodurilor reţelei date.

Numărul total de instrucţiuni ale programului acestei variante este de cca. 600, memoria necesară pentru studiul unui sistem de 50 de noduri şi 200 de legături fiind de 60 kbites; compilarea pe IBM—360/30 durează 6 min, iar durata unui pas de înrăutăţire este practic de acelaşi ordin de mărime ca pentru cealaltă variantă.

5. CONCLUZII

Metoda de calcul al stabilităţii statice studiată permite aprecierea funcţionării static stabile sau atingerea regimurilor-limită pentru sisteme complexe pe baza analizei unor regimuri succesiv înrăutăţite şi a verificării cu ajutorul criteriilor practice a condiţiilor de funcţionare stabilă. Programul de calcul a fost elaborat în două variante:

— o variantă care execută înrăutăţirea regimului iniţial şi alegerea nodului perturbator pe baza opţiunii operatorului;

— o a doua variantă care selectează automat nodurile periclitate, indicînd atît nodul în care trebuie crescută sarcina, cît şi centralele care se încarcă în ipoteze realiste defavorabile.

Folosind în ambele variante metode directe de rezolvare prin liniarizare a regimurilor succesiv înrăutăţite, programul a permis determinarea stărilor sistemului apropiate de cele limită.

Utilizate pentru reţele complexe, programele au arătat o bună operativitate, sînt uşor manevrabile şi pot fi folosite pentru studiile de stabilitate statică ce se fac pentru sistemul nostru energetic.

ANEXA I

a) Relațiile de calcul pentru coeficienții L, M, N, O sînt următoarele :

$$L_i = G_{ii} - \frac{1}{(E'_{gi}\,U'_i + E''_{gi}\,U''_i)\,X_{gi}}\left(\frac{E_{gi}}{U_i}\,C_i\,U'_i\,U''_i - E'_{gi}\,E''_{gi}\right) - \\ - \frac{U'^2_i - U''^2_i}{U^4_i}\,P_{ci}\,;$$

$$M_i = B_{ii} - \frac{1}{(E'_{gi}\,U'_i + E''_{gi}\,U''_i)\,X_{gi}}\left(\frac{E_{gi}}{U_i}\,C_i\,U''^2_i - E'_{gi}\,U'_i - \right. \\ \left. - E''_{gi}\,U''_i + E'^2_{gi}\right) - \left(2\,\frac{P_{ci}\,U'_i\,U''_i}{U^4_i} + K_i\right), \qquad (1)$$

$$N_i = -\,B_{ii} + \frac{1}{(E'_{gi}\,U'_i + E''_{gi}\,U''_i)\,X_{gi}}\left(\frac{E_{gi}}{U_i}\,C_i\,U'^2_i - E'_{gi}\,U'_i - \right. \\ \left. - E''_{gi}\,U''_i + E''^2_{gi}\right) - \left(2\,\frac{P_{ci}\,U'_i\,U''_i}{U^4_i} + K_i\right),$$

$$O_i = G_{ii} + \frac{1}{(E'_{gi}\,U'_i + E''_{gi}\,U''_i)\,X_{gi}}\left(\frac{E_{gi}}{U_i}\,C_i\,U'_i\,U''_i - E'_{gi}\,E''_{gi}\right) + \\ + \frac{U'^2_i - U''^2_i}{U^4_i}\,P_{ci}\,.$$

b) Curenții de perturbație care apar în nodurile alese să preia perturbația, k, se calculează cu relațiile

$$\delta I'_k = \frac{E'_{gk}}{E'_{gk}\,U'_k + E''_{gk}\,U''_k}\,x_{\mu k}\,\delta P_r\,, \qquad (2')$$

$$\delta I''_k = \frac{E''_{gk}}{E'_{gk}\,U'_k + E''_{gk}\,U''_k}\,x_{\mu k}\,\delta P_r\,,$$

dacă perturbația dată este de putere activă generată, și cu relațiile

$$\delta I'_k = \frac{U'_k}{U_k^2} x_{\mu k} \delta P_r ,$$

$$\delta I''_k = -\frac{U''_k}{U_k^2} x_{\mu k} \delta P_r , \qquad (2'')$$

dacă perturbația din nodul r este de putere activă consumată.

c) În considerarea nodului de echilibru în sistemul de ecuații (12), ipotezele care se fac asupra mărimilor din nodul 1, nod de echilibru și de referință, sînt următoarele :

— puterea generată, P_{g1}, este liberă, nodul preluînd variația pierderilor din sistem și diferențele care apar datorită liniarizărilor ;

— $\delta P_{c1} = 0$ — nu apare perturbație de putere activă la consumatorul din nod ;

— $U''_1 = 0$; $\Delta U''_1 = 0$.

Curenții perturbatori din nodul 1 se calculează cu relațiile

$$\delta I'_{g1} = \frac{1}{U'_1} \Delta P_{g1} = \left[G_{11} + \frac{E''_{g1}}{E'_{g1} U'_1 X_{g1}} - \frac{1}{U_1^2} P_{c1} \right] \Delta U'_1 -$$

$$- \left[B_{11} - \frac{E'_{g1}}{U_1 X_{g1}} - \frac{1}{X_{g1}} + k_1 \right] \Delta U''_1 -$$

$$- \sum_j [G_{1j} \Delta U'_j + B_{1j} \Delta U''_j],$$

$$\delta I''_{g1} = \frac{E''_{g1}}{E'_{g1} U'_1} \Delta P_{g1} = \left[- B_{11} + \frac{E_{g1} C_1}{E'_{g1} X_{g1}} + \frac{E''_{g1}}{U_1 X_{g1}} - \frac{1}{X_{g1}} - K_1 \right] \Delta U'_1 +$$

$$+ \left[G_{11} - \frac{E''_{g1}}{U_1 X_{g1}} + \frac{P_{c1}}{U_1^2} \right] \Delta U''_1 - \sum_j [- B_{1j} \Delta U'_j + G_{1j} \Delta U''_j].$$

Condiția $\Delta U''_1 = 0$ dă posibilitatea scrierii celor două ecuații astfel :

$$0 = L_1 \Delta U'_1 - \frac{1}{U'_1} \Delta P_{g1} - \sum_j [G_{1j} \Delta U'_j + B_{1j} \Delta U''_j],$$

$$0 = N_1 \Delta U'_1 - \frac{E''_{g1}}{E'_{g1} U'_1} \Delta P_{g1} - \sum_j [- B_{1j} \Delta U'_j + G_{1j} \Delta U''_j].$$

Sistemul de ecuații pentru rețeaua complexă capătă deci forma :

$$
\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \delta I'_{2c} \\ \delta I''_{2c} \\ \vdots \\ \delta I'_k \\ \delta I''_k \\ \vdots \\ \delta I'_r \\ \delta I''_r \\ \vdots \\ \delta I'_{ic} \\ \delta I''_{ic} \\ \vdots \\ \delta I'_{nc} \\ \delta I''_{nc} \end{bmatrix} =
\begin{bmatrix}
L_1 & -1 & -G_{12} & -B_{12} & \cdots & -G_{1k} & -B_{1k} & \cdots & -G_{1r} & -B_{1r} & \cdots & -G_{1i} & -B_{1i} & \cdots & -G_{1n} & -B_{in} \\
N_1 & \dfrac{-E''_{g1}}{E'_{g1}} & B_{12} & -G_{12} & \cdots & B_{1k} & -G_{1k} & \cdots & B_{1r} & -G_{1r} & \cdots & B_{1i} & -G_{1i} & \cdots & B_{1n} & -G_{1n} \\
-G_{21} & 0 & L_2 & M_2 & \cdots & G_{2k} & -B_{2k} & \cdots & -G_{2r} & -B_{2r} & \cdots & -G_{2i} & -B_{2i} & \cdots & -G_{2n} & -B_{2n} \\
B_{21} & 0 & N_2 & O_2 & \cdots & B_{2k} & -G_{2k} & \cdots & B_{2r} & -G_{2r} & \cdots & B_{2i} & -G_{2i} & \cdots & B_{2n} & -G_{2n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
-G_{k1} & 0 & -G_{k2} & -B_{2k} & \cdots & L_k & M_k & \cdots & -G_{kr} & -B_{kr} & \cdots & -G_{ki} & -B_{ki} & \cdots & -G_{kn} & -B_{kn} \\
B_{k1} & 0 & B_{k2} & -G_{k2} & \cdots & N_k & O_k & \cdots & B_{kr} & -G_{kr} & \cdots & B_{ki} & -G_{ki} & \cdots & B_{kn} & -G_{kn} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
-G_{r1} & 0 & -G_{r2} & -B_{r2} & \cdots & -G_{rk} & -B_{rk} & \cdots & L_r & M_r & \cdots & -G_{ri} & -B_{ri} & \cdots & -G_{rn} & -B_{rn} \\
B_{r1} & 0 & B_{r2} & -G_{r2} & \cdots & B_{rk} & -G_{rk} & \cdots & N_r & O_r & \cdots & B_{ri} & -G_{ri} & \cdots & B_{rn} & -G_{rn} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
-G_{i1} & 0 & -G_{i2} & -B_{i2} & \cdots & -G_{ik} & -B_{ik} & \cdots & -G_{ir} & -B_{ir} & \cdots & L_i & M_i & \cdots & -G_{in} & -B_{in} \\
B_{i1} & 0 & B_{i2} & -G_{ic} & \cdots & B_{ik} & -G_{ik} & \cdots & B_{ir} & -G_{ir} & \cdots & N_i & O_i & \cdots & B_{in} & -G_{in} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
-G_{n1} & 0 & -G_{n2} & -B_{n2} & \cdots & -G_{nk} & -B_{nk} & \cdots & -G_{nr} & -B_{nr} & \cdots & -G_{ni} & -B_{ni} & \cdots & L_n & M_n \\
B_{n1} & 0 & B_{n2} & -G_{n2} & \cdots & B_{nk} & -G_{nk} & \cdots & B_{nr} & -G_{nr} & \cdots & B_{ni} & -G_{ni} & \cdots & N_n & O_n
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \Delta U'_1 \\ A^{*)} \\ \Delta U'_2 \\ \Delta U''_2 \\ \vdots \\ \Delta U'_k \\ \Delta U''_k \\ \vdots \\ \Delta U'_r \\ \Delta U''_r \\ \vdots \\ \Delta U'_i \\ \Delta U''_i \\ \vdots \\ \Delta U'_n \\ \Delta U''_n \end{bmatrix}
$$

Sub această formă se folosește la fiecare pas de înrăutățire pentru calculul variațiilor de tensiune.

*) $A = \dfrac{\Delta P_{g1}}{U'_1}$ — mărime care nu interesează în calcule.

ANEXA II

Pentru reţeaua dată în figura 3 se cunosc următoarele :

Date de regim

Nod	P_g	Q_g	U	C	$E_{g\lim}$	X_g	X_g^I
1	327,856	338,155	225	0 −10	675	229	40,3
2	260	105	216,06	2,51 −10	600	321	54,7
3	102	70	188,42	− 8,86 −10	420	413,2	85,1
4	0	0	177,76	−11,46 0	0	0	0
5	0	0	90,35	−20,1 0	0	0	0

Date de reţea

Legături	Cod	R	X	Y_{cap}	Plot
1−2	0	10,45	57,3	0,000339	—
1−3	0	9,24	56	0,000256	—
1−4	0	13,94	81	0,00046	—
2−4	0	12,66	70,86	0,000418	—
3−4	0	8,7	53,4	0,000323	—
3−5	44	—	—	—	12

S-a considerat că înrăutăţirea regimului se face prin creşterea puterii active consumate în nodul 4 de la 285 la 385 MW, preluarea făcîndu-se în nodurile 2 şi 3. Din urmărirea rezultatelor se constată că de la regimul iniţial dat sub forma :

Regim iniţial

Nod	Tensiune	Unghi	P-generat	Q-generat	P-cons.	Q-consumat
1	225,000	0,000	327,856	338,155	100,133	70,019
2	216,060	2,510	260,000	105,000	80,135	55,016
3	188,420	− 8,860	102,000	70,000	99,120	89,222
4	177,760	− 11,460	0,000	0,000	284,753	178,093
5	90,350	− 20,100	0,000	0,000	100,878	27,940

$$dP/d\delta = 151{,}005;$$

$$dQ/dU = -4{,}49.$$

se ajunge la regimul final prin 6 paşi de înrăutăţire. Datele acestui regim sînt următoarele :

Regim instabil

$$dP/d\delta = 24{,}211;$$

$$dQ/dU = 2{,}52.$$

Nod	Tensiune	Unghi	P-generat	Q-generat	P-consumat	Q-consumat
1	213,923	0,000	335,620	333,981	100,133	63,294
2	209,030	2,612	283,257	132,993	80,135	51,494
3	172,513	− 9,310	136,885	37,567	99,120	74,794
4	163,451	−15,364	0,000	0,000	342,896	150,576
5	81,995	−22,868	0,000	0,000	100,878	23,012

Din analiza acestui regim se constată că nu este posibilă creşterea sarcinii active din nodul 4 pînă la 385 MW, deoarece se atinge regimul-limită la o putere de cca. 343 MW. Acest regim-limită este pus în evidenţă de valoarea criteriului dQ/dU, care între paşii 5 şi 6 de înrăutăţire schimbă semnul de la − 0,7 la + 2,52.

Urmărind elemente caracteristice pentru sistemul de înrăutăţire a regimului iniţial admis, se mai pot constata următoarele :

— valoarea puterii active perturbatoare cu care se modifică pe paşi sarcina nodului 4 descreşte de la 15.1 MW la 2.4 MW (valori intermediare 14.23, 9.65, 6.27, 4.54, 3.33 MW), realizîndu-se astfel dezideratul ca apropierea de regimul-limită să se facă prin paşi de înrăutăţire mici apropiaţi ;

— valoarea curentului iniţial de perturbaţie (din nodul 4) este

$$I_4' = -0{,}02756; \quad I_4'' = 0{,}00558;$$

— valorile curenţilor din nodurile care preiau această perturbaţie sînt

$$I_2' = 0{,}01324; \qquad I_2'' = 0{,}01500;$$

$$I_3' = 0{,}01155; \qquad I_3'' = 0{,}00522;$$

— valorile curenţilor de corecţie după primul pas de înrăutăţire

$$I_5' = -0{,}0000009536; \quad I_5'' = 0{,}000005006.$$

Se constată că erorile introduse de liniarizarea sistemului de ecuaţii pe paşi sînt cu totul admisibile. Durata efectivă a calculului a fost de 90s.

BIBLIOGRAFIE

1. P. Dimo, *Analiza nodală a sistemelor electroenergetice*, București, Edit. Academiei, 1968.
2. S. Ionescu, *Analiza regimurilor sistemelor electroenergetice pe baza unor parametri unificați*, teză de doctorat, București, 1970.
3. W. F. Tinney, W. J. Walker, *Solutions of sparse network equations by optimally ordered triangular factorization*, Proceedings IEEE, 55 (1967).
4. M. I. Marcovici, A. V. Barinov, *O kriterii staticeskoi ustoicivosti, baziruiuşcemsia na shodimosti iteraţionnovo proţessa ustanovleniia issleduemovo rejima*, Energhetika i transport, *5* (1970).
5. V. A. Venikov, V. A. Stroev, V. I. Idelcik, V. I. Tarasov, *Oţenka staticeskoi ustoicivosti elektriceskih sistem na osnove reşeniia upravlenniia ustanovivşevosia rejima*, Energhetika i transport, *5* (1971).
6. J. Constantinescu, *Metode de analiză a sistemului electroenergetic (folosirea proprietăților lacunare ale matricelor de rețea) specifice modelelor matematice utilizate în conducerea de dispecer „on-line"*, memoriu ICENERG, 1971, cap. 4/10.

REGIMURI ADMISIBILE DE FUNCȚIONARE ȘI SCHEME ECHIVALENTE ALE AUTOTRANSFORMATOARELOR DE 400/231 KV

S. IONESCU, A. CRISTOVICI și ADRIANA BOGDAN

621.314.223

Se analizează aspecte legate de funcționarea autotransformatoarelor de 400/231 kV cu trei înfășurări conectate în sistemul electroenergetic, și anume:
— regimurile de funcționare admisibile în cazul încărcării simultane a celor trei înfășurări, ținînd seama de valorile de dimensionare ale înfășurărilor autotransformatorului;
— schemele echivalente reduse la un cuadripol pasiv în π, care țin seama de efectul încărcării înfășurării terțiare și de reglajul de tensiune din autotransformator.

1. INTRODUCERE

În 1972 au intrat în funcțiune în sistemul energetic național primele linii interne de transport a energiei electrice de 400 kV și primele autotransformatoare de 400/231 kV.

Pentru determinarea regimurilor de funcționare a sistemului electroenergetic, în noua configurație este necesară cunoașterea schemelor de calcul și a parametrilor acestor elemente.

În această lucrare se prezintă pentru autotransformatoarele de 400/231 kV existente în sistemul energetic național regimurile admisibile de funcționare și schemele echivalente de calcul sub forma unor cuadripoli în π, ușor de utilizat în calculele de regimuri de funcționare. În construcția acestor scheme de calcul s-a ținut seama de particularitățile autotransformatoarelor de 400/231 kV, și anume de:

— prezența înfășurării terțiare și posibilitatea conectării unor bobine sau compensatoare sincrone;

— posibilitatea reglajului longitudinal sau longotransversal cu ajutorul transformatoarelor de reglaj adiționale.

S-au analizat două tipuri de autotransformatoare:

— autotransformatorul cu reglaj longitudinal pe nulul comun al înfășurărilor de înaltă tensiune (400 kV) și de medie tensiune (231 kV),

caracterizat prin aceea că fluxul rezultant este variabil funcţie de tensiunile celor două înfăşurări şi de poziţia plotului de reglaj;

— autotransformatorul cu reglaj longitudinal sau mixt, longotransversal, pe înfăşurarea de medie tensiune (231 kV), caracterizat prin aceea că fluxul rezultant în unitatea principală este constant, iar unitatea de reglaj adaugă o tensiune variabilă (care se compune fazorial) la tensiunea obţinută la bornele înfăşurării de medie tensiune.

2. DESCRIEREA AUTOTRANSFORMATOARELOR DE 400/231 kV EXISTENTE ÎN SISTEMUL ENERGETIC NAŢIONAL

2. 1. AUTOTRANSFORMATORUL CU TREI ÎNFĂŞURĂRI CU REGLAJ LONGITUDINAL PE NULUL ÎNFĂŞURĂRII COMUNE DE 400 ŞI 231 kV

Autotransformatorul principal, construit din trei unităţi monofazate, are puterea nominală 3 × 133 MVA şi raportul de transformare nominal 400/231 kV. Reglajul tensiunilor de 400 şi 231 kV se efectuează în trepte, sub sarcină, cu ajutorul unui transformator adiţional de reglaj, alimentat din înfăşurarea terţiară a autotransformatorului principal.

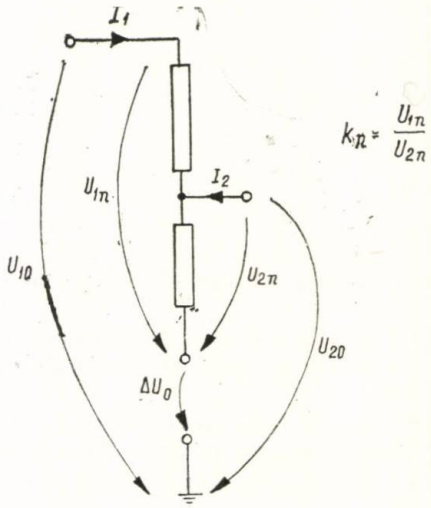


Fig. 1. — Schema de principiu a autotransformatorului cu flux variabil.

Această înfăşurare terţiară (22 kV) este conectată în Δ şi, pe lîngă rolul de circuit închis pentru curenţii de secvenţă homopolară, permite legarea a 1 sau 2 bobine, care au rolul de compensare a curentului capacitiv al liniilor de transport.

Transformatorul de reglaj are înfăşurarea secundară conectată la nulul înfăşurării comune de înaltă tensiune (400 kV) şi de medie tensiune (231 kV) ale autotransformatorului principal (fig. 1) şi cu ajutorul unui comutator de reglaj furnizează la bornele acestei înfăşurări o tensiune ΔU_0, reglabilă în trepte între +29,85 şi −31,455 kV (numărul total al poziţiilor dispozitivului de comutare fiind 21).

Conform figurii 1, între tensiunile de mers în gol ale autotransformatorului există următoarele relaţii:

$$\underline{U}_{10} = \underline{U}_{1n} + \Delta\underline{U}_0,$$
$$\underline{U}_{20} = \underline{U}_{2n} + \Delta\underline{U}_0,$$

în care

$\underline{U}_{10}$, $\underline{U}_{20}$ reprezintă tensiunile de funcţionare la mers în gol pe partea de înaltă tensiune, respectiv medie tensiune [kV],

$\underline{U}_{1n}$, $\underline{U}_{2n}$ — tensiunile nominale ale înfășurărilor autotransformatorului principal: $U_{1n} = 400$ kV, $U_{2n} = 231$ kV,

$\Delta \underline{U}_0$ — tensiunea suplimentară furnizată de transformatorul de reglaj [kV].

Dacă se notează $k_n = \dfrac{U_{1n}}{U_{2n}} = \dfrac{400}{231}$ raportul de transformare nominal al autotransformatorului, din relația anterioară rezultă pentru regimul de mers în gol

$$\underline{\Delta U}_0 = \frac{k_n \cdot \underline{U}_{20} - \underline{U}_{10}}{k_n - 1}.$$

Această relație permite să se calculeze tensiunea suplimentară $\underline{\Delta U}_0$ necesară pentru a obține tensiunile $\underline{U}_{10}$ și $\underline{U}_{20}$ pe partea de înaltă tensiune (400 kV), respectiv de medie tensiune (231 kV) ale autotransformatorului.

Caracteristica acestui autotransformator constă în aceea că, prin adăugarea tensiunilor suplimentare reglabile $\underline{\Delta U}_0$, în diverse regimuri de funcționare se modifică fluxul rezultant din unitatea principală, ceea ce conduce la modificarea tensiunii înfășurării terțiare.

Variația în unități relative a fluxului rezultant, numeric egală cu variația tensiunii înfășurării terțiare, este dată de relația

$$\underline{\Delta e} = \frac{(\underline{U}_1 - \underline{U}_{1n}) - (\underline{U}_2 - \underline{U}_{2n})}{\underline{U}_{1n} - \underline{U}_{2n}} = \frac{k_n}{k_n - 1} \cdot \left(\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_{1n}} - \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_{2n}} \cdot \frac{1}{k_n} \right) - 1,$$

unde $\underline{U}_1$ și $\underline{U}_2$ sînt tensiunile la bornele de înaltă și, respectiv, de medie tensiune ale autotransformatorului.

Această variație a tensiunii terțiare în funcție de regimul de funcționare explică variația neuniformă a tensiunii $\underline{\Delta U}_0$ cu ploturile de reglaj.

De asemenea, datorită variației fluxului rezultant, raportul de transformare al autotransformatorului se modifică în mod neuniform cu ploturile de reglaj.

Schema de principiu a autotransformatorului, cu reglajul comun al înfășurărilor de 400 și 220 kV, este reprezentată în figura 2*a*.

2.2. AUTOTRANSFORMATORUL CU TREI ÎNFĂȘURĂRI CU REGLAJ LONGITUDINAL SAU LONGOTRANSVERSAL PE ÎNFĂȘURAREA DE MEDIE TENSIUNE (231 kV)

Autotransformatorul principal are puterea nominală de 400 MVA și raportul de transformare nominal 400/231 kV. Înfășurarea terțiară (22 kV) poate folosi la conectarea bobinelor pentru compensarea capacității liniilor de transport și are puterea nominală 160 MVA (dintre care puterea

de 100 MVA utilizabilă pentru bobine şi 60 MVA pentru unitatea de reglaj). Unitatea separată de reglaj permite variaţia tensiunii de 231 kV cu ±15% în ±12 trepte şi este formată dintr-un autotransformator de reglaj şi un transformator de reglaj. Autotransformatorul de reglaj este alimentat la tensiunea de 22 kV din înfăşurarea terţiară a autotransfor-

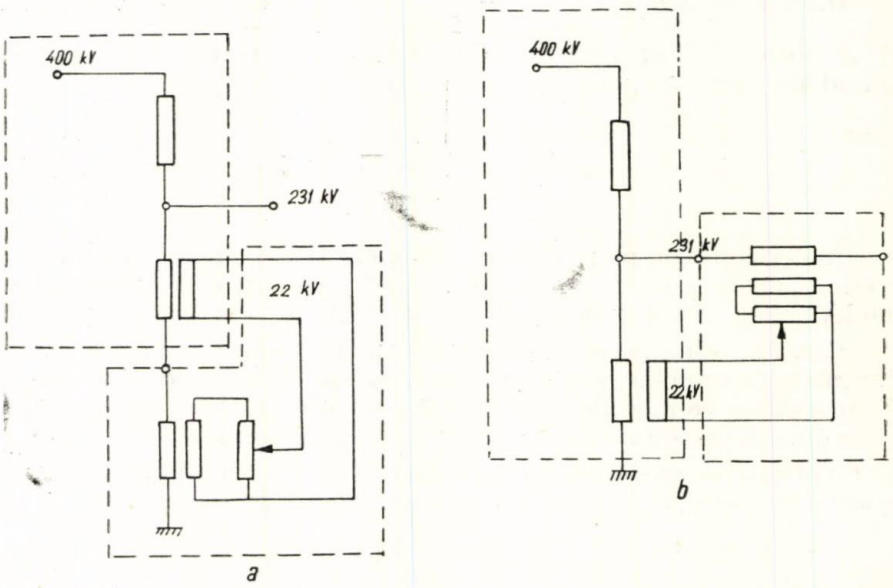


Fig. 2. — Schemele de principiu ale autotransformatoarelor:
a — autotransformator cu reglaj pe nulul comun al înfăşurărilor de 400 şi 220 kV; *b* — autotransformatorul de reglaj longitudinal sau longotransversal pe înfăşurarea de medie tensiune.

matorului principal şi prin intermediul comutatorului de reglaj sub sarcină alimentează cu o tensiune variabilă înfăşurarea primară a transformatorului de reglaj. Înfăşurarea secundară a acestui transformator este conectată în serie între borna de 231 kV a autotransformatorului principal şi borna de legătură cu exteriorul de 231 kV.

Prin intermediul unităţii de reglaj se realizează pe partea de 231 kV:

— un reglaj longitudinal de ±15% în ±12 trepte (265,65 — 231 — 196,36 kV, fig. 3*a*);

— un reglaj mixt (longotransversal) la ± 120° (prin conectarea unităţii de reglaj la faze diferite) în ± 12 trepte între limitele 215,75 — 231 — 252,5 kV (fig. 3*b*, *c*) şi cu un defazaj de −7,5° pînă la 8,5° între fazorii tensiunilor de 400 şi 231 kV.

Caracteristica acestui autotransformator constă în aceea că, reglajul efectuîndu-se prin adiţionare fazorială a unui fazor la tensiunea de 231 kV, unitatea principală funcţionează cu flux constant şi raportul de transformare al unităţii principale se păstrează de asemenea constant.

Prin reglajul mixt (± 120°) există posibilitatea modificării circulaţiei puterii atît active, cît şi reactive prin autotransformator. Astfel, pentru reglajul de + 120°, la comutarea ploturilor spre plotul 25 se reali-

zează o creștere a puterii active și o scădere a puterii reactive în cazul transportului din 400 spre 231 kV. Pentru reglajul de —120°, la comutarea ploturilor spre plotul 25 se realizează o scădere a puterii active și o creștere a puterii reactive în cazul transportului din 400 spre 231 kV.

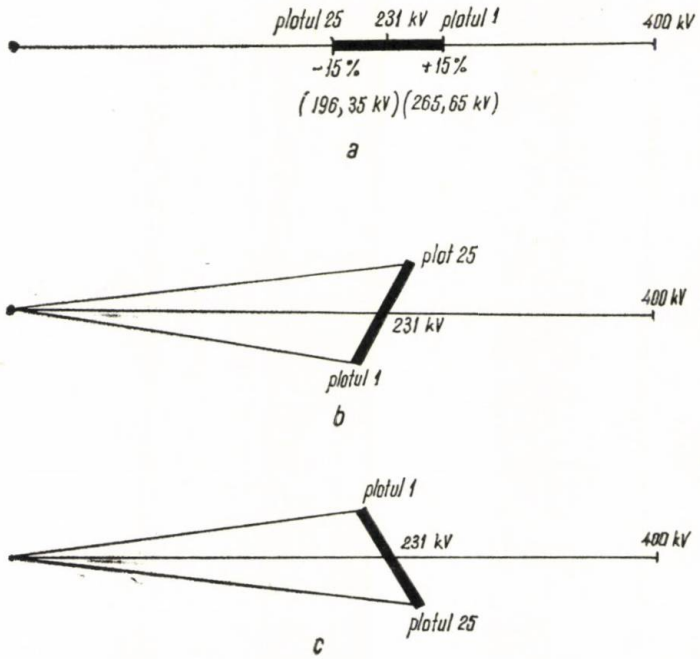


Fig. 3. — Reglajul longitudinal și mixt la autotransformatorul cu flux constant: *a* — reglaj longitudinal; *b* — reglaj mixt la + 120°; *c* — reglaj mixt la — 120°.

Schema de principiu a autotransformatorului cu flux constant este dată în figura 2 *b*.

3. REGIMURILE DE FUNCȚIONARE ADMISIBILE ALE AUTOTRANSFORMATOARELOR

Autotransformatoarele se dimensionează astfel încît la transferul puterilor între înfășurările de diferite tensiuni să nu se depășească curenții nominali ai înfășurărilor, respectiv puterile aparente, care se determină din condiția de încălzire admisibilă în autotransformator.

Autotransformatoarele pot funcționa fie în regim de autotransformator coborîtor (transferul de putere se face dinspre înfășurarea de înaltă tensiune spre medie tensiune), fie în regim de autotransformator ridicător (transferul de putere se face dinspre înfășurarea de medie tensiune spre înaltă tensiune). În ambele cazuri se consideră că înfășurarea terțiară preia o putere reactivă necesară atît pentru reglajul de tensiune, cît și pentru compensare (prin bobine de reactanță sau compensatoare). Sensul

convenţional al curenţilor în înfăşurări în cele două cazuri este dat în figura 4*a* şi *b*.

Folosind următorii indici ca notaţie :

i — mărimile referitoare la înalta tensiune ;
m — mărimile referitoare la medie tensiune ;
t — mărimile referitoare la terţiar ;

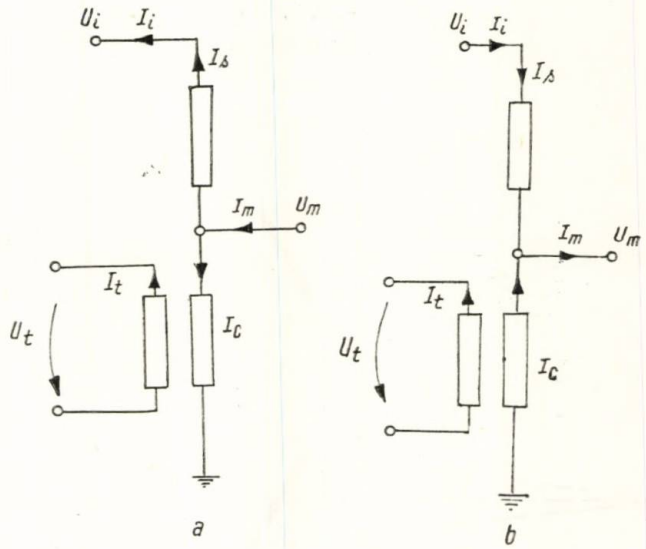


Fig. 4. — Schemele de principiu ale autotransformatoarelor : *a* — autotransformator ridicător ; *b* — autotransformator coborîtor.

s — mărimile referitoare la înfăşurarea serie (între înalta şi medie tensiune) ;
c — mărimile referitoare la înfăşurarea comună mediei şi înaltei tensiuni ;

rezultă următoarele expresii pentru puterile aparente ale înfăşurărilor *s* şi *c* [1] :

— pentru autotransformatorul ridicător, pentru care se consideră puterea utilă la bornele de înaltă tensiune $P_i + j\ Q_i$:

$$\underline{S}_s = \left(1 - \frac{1}{k}\right)(P_i + jQ_i),$$

$$\underline{S}_c = \left(1 - \frac{1}{k}\right)(P_i + jQ_i) + jQ_t\ ; \qquad (1)$$

— pentru autotransformatorul coborîtor, pentru care se consideră puterea utilă la bornele de medie tensiune $P_m + jQ_m$:

$$\underline{S}_s = \left(1 - \frac{1}{k}\right)(P_m + jQ_m) \pm \left(1 - \frac{1}{k}\right) jQ_t$$

$$\underline{S}_c = \left(1 - \frac{1}{k}\right)(P_m + jQ_m) \pm j\frac{1}{k} Q_t, \qquad (2)$$

unde

$k = \frac{U_i}{U_m}$ reprezintă raportul de transformare real,

$\underline{S}_s$ și $\underline{S}_c$ — puterile aparente ale înfășurării serie și respectiv comună ale autotransformatorului,

Q_t — puterea reactivă la bornele înfășurării terțiare.

În orice regim de funcționare al autotransformatorului este necesar să nu se depășească puterile de dimensionare ale înfășurărilor serie și comună.

În cazul autotransformatoarelor de 400 MVA, 400/231 kV, puterile de dimensionare ale înfășurărilor serie și comună se calculează în lipsa încărcării terțiarului:

$$S_{sn} = \left(1 - \frac{1}{\frac{400}{231}}\right) 400 = 170 \text{ MVA},$$

$$S_{cn} = \left(1 - \frac{1}{\frac{400}{231}}\right) \cdot 400 = 170 \text{ MVA}.$$

În cazul încărcării terțiarului cu o putere reactivă Q_t, rezultă puterile disponibile la bornele receptoare (de înaltă tensiune în cazul autotransformatorului ridicător și, respectiv, de medie tensiune în cazul autotransformatorului coborîtor) din condiția nedepășirii valorilor S_{sn} și S_{cn}:

— pentru autotransformatorul ridicător:

$$\text{minim} \begin{cases} \left(\frac{S_{cn}}{1 - \frac{1}{k}}\right)^2 = P_i^2 + \left(Q_i \pm \frac{Q_t}{1 - \frac{1}{k}}\right)^2 \\ \left(\frac{S_{sn}}{1 - \frac{1}{k}}\right)^2 = P_i^2 + Q_i^2; \end{cases} \qquad (3)$$

— pentru autotransformatorul coborîtor :

$$\text{minim} \begin{cases} \left(\dfrac{S_{sn}}{1-\dfrac{1}{k}}\right)^2 = P_m^2 + (Q_m \pm Q_t)^2, \\ \left(\dfrac{S_{cn}}{1-\dfrac{1}{k}}\right)^2 = P_m^2 + \left(Q_m \pm \dfrac{1}{k\left(1-\dfrac{1}{k}\right)} Q_t\right)^2. \end{cases} \tag{4}$$

Ecuaţiile de mai sus reprezintă nişte cercuri în planul P, Q, ale căror centre se află pe axa $\pm Q$ în punctul dat de valoarea termenului Q_t. Raza acestor cercuri este egală cu

$$\left(\frac{S_{cn}}{1-\frac{1}{k}}\right),$$

respectiv

$$\left(\frac{S_{sn}}{1-\frac{1}{k}}\right)$$

Domeniul admisibil de funcţionare este determinat de curba din care rezultă valoarea minimă a puterii disponibile.

În figurile 5—10 se prezintă domeniile de funcţionare admisibile ale autotransformatoarelor cu flux variabil şi flux constant pentru diferite încărcări ale înfăşurării terţiare şi pentru diferite poziţii ale ploturilor de reglaj.

În figura 5, construită pentru situaţia în care nu sînt conectate bobine pe terţiar, se observă că limitările în capacitatea de transfer a autotransformatorului rezultă numai datorită unui consum de putere reactivă la înfăşurarea terţiară necesar reglajului de tensiune.

Pe plotul mediu (400/231 kV), acest consum este nul, iar pe ploturile extreme (400/220 şi 400/242) acest consum este de 60 MVAr (ceea ce corespunde aproximativ la 5 MVAr/plot). Se constată că limitările în capacitatea de transfer sînt determinate în domeniul inductiv de înfăşurarea comună, iar în domeniul capacitiv de înfăşurarea serie.

Pentru autotransformatorul cu flux constant, poziţia ploturilor, de reglaj nu modifică raportul de transformare al unităţii principale şi, în consecinţă, limitările sînt identice pe ploturile extreme (fig.5*b*). Pentru autotransformatorul cu flux variabil, poziţia ploturilor de reglaj modifică raportul de transformare al unităţii principale, ceea ce conduce la limitări diferite pe ploturile extreme (fig. 5*a*).

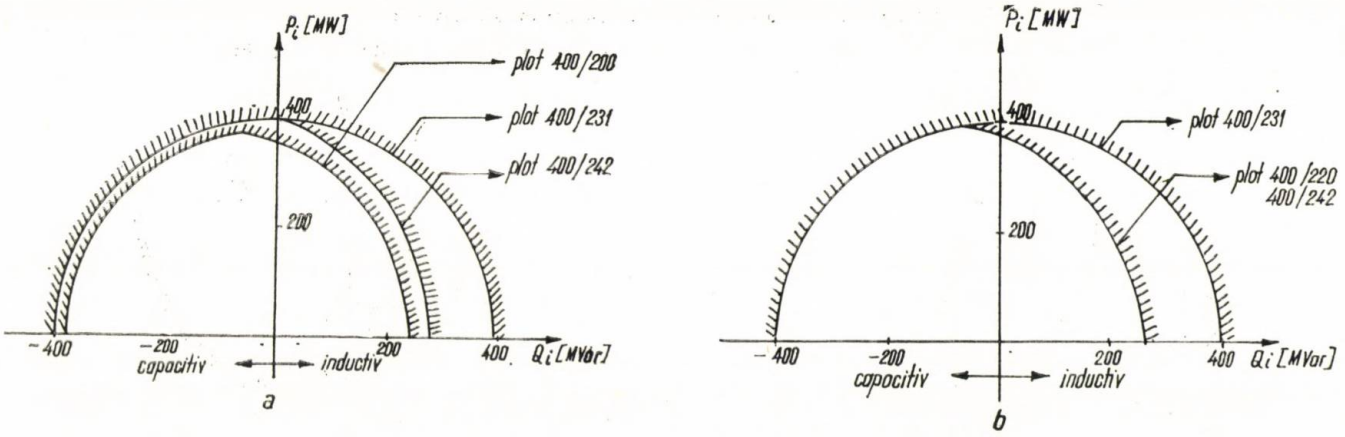


Fig. 5. — Autotransformator ridicător (231→400) fără bobină pe terțiar;
$Q_t = 0$ — plot mediu; $Q_t = 60$ MVar — ploturi extreme; *a* — autotransformator cu flux variabil; *b* — autotransformator cu flux constant

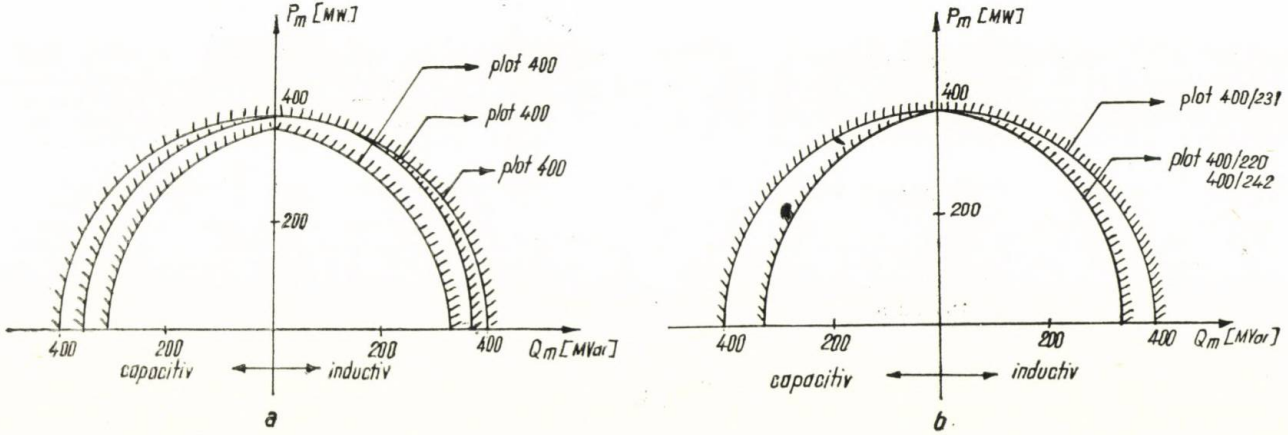


Fig. 6. — Autotransformator coborîtor (400→231) fără bobine pe terțiar;
$Q_t = 0$ — plot median; $Q_t = 60$ MVar — ploturi extreme; *a* — autotransformator cu flux variabil; *b* — autotransformator cu flux constant.

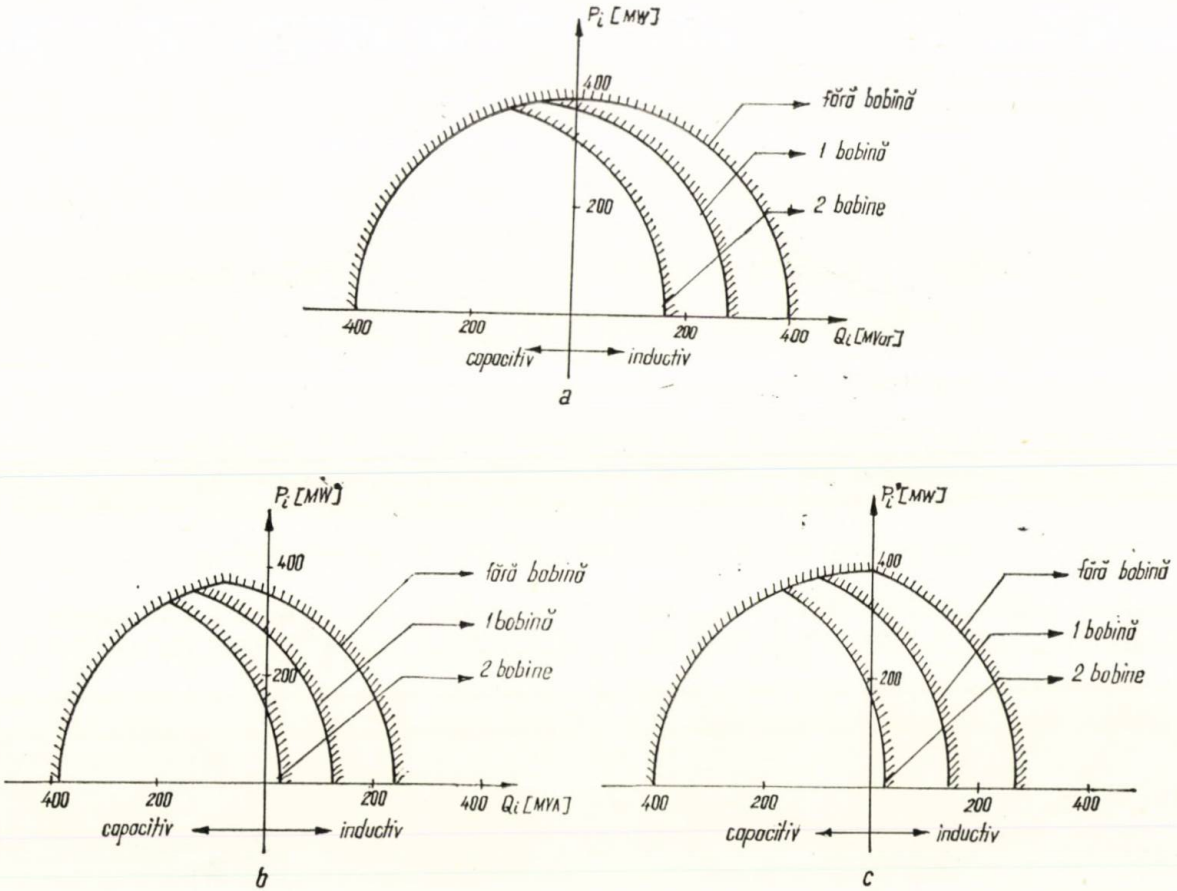


Fig. 7. — Autotransformator ridicător (231→400) cu flux variabil cu bobine pe terțiar :

a — plot median 400/231; *b* — plot 400/220; *c* — plot 400/242.

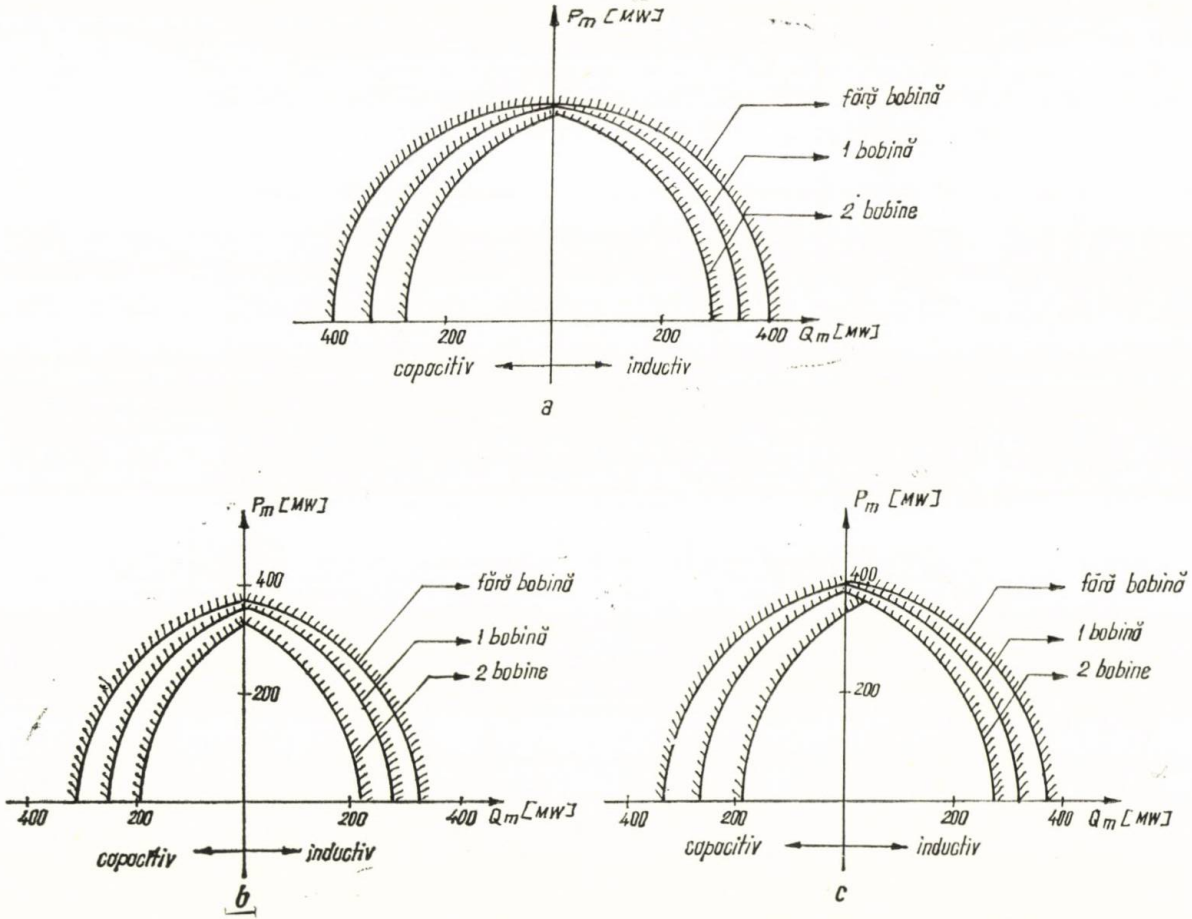


Fig. 8. —Autotransformator coborîtor (400→231) cu flux variabil cu bobine pe terţiar :

a — plot 400/231; *b* — plot 400/220; *c* — plot 400/242.

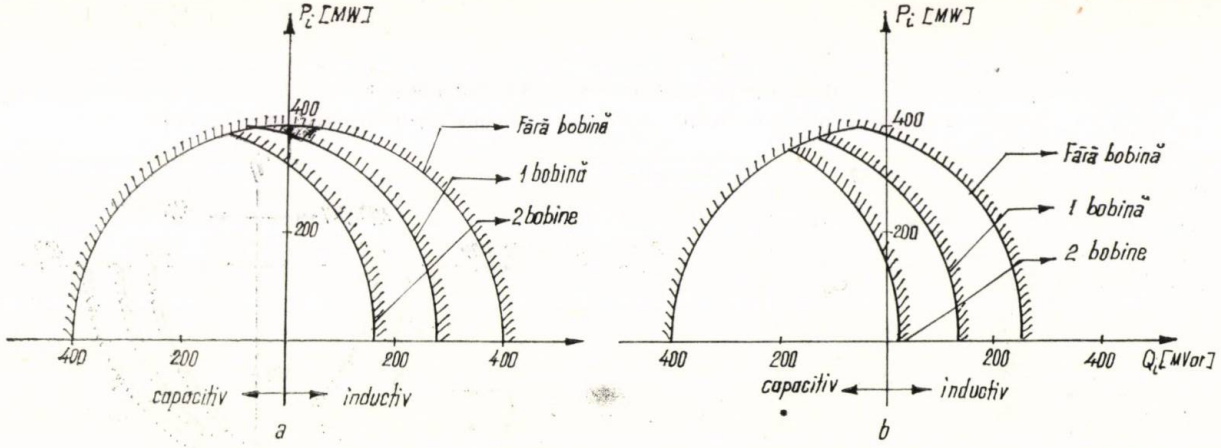


Fig. 9. — Autotransformator ridicător (231→400) cu flux constant cu bobine pe terțiar :

a — plot 400/231 ; *b* — ploturi 400/220 sau 400/242.

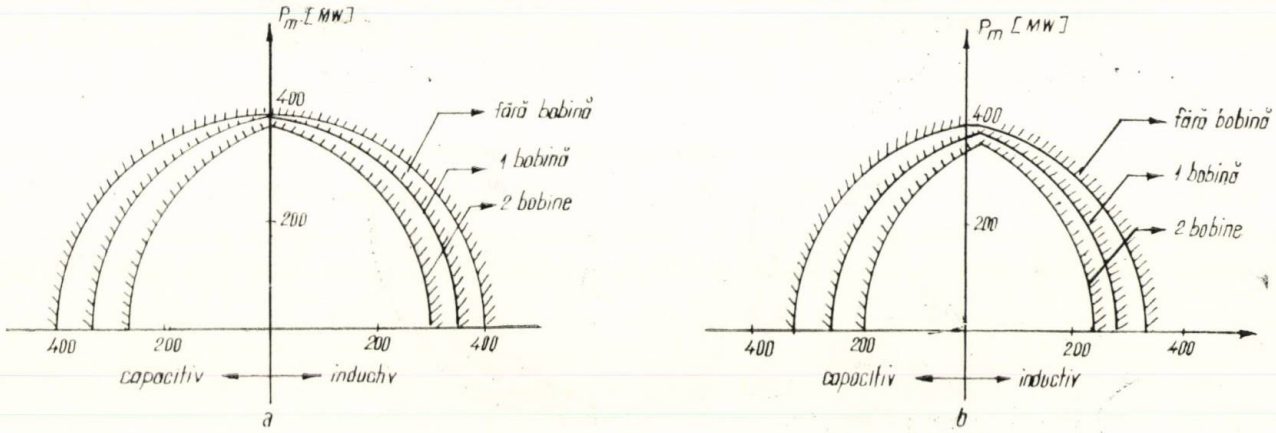


Fig. 10. — Autotransformator coborîtor (400→231) cu flux constant cu bobine pe terțiar :

a — plot 400/231 ; *b* — plot 400/220 sau 400/242.

4. SCHEMA ECHIVALENTĂ A AUTOTRANSFORMATORULUI CU FLUX VARIABIL, CU REGLAJ LONGITUDINAL PE ÎNFĂȘURAREA COMUNĂ DE 400 ȘI 231 kV

Din descrierea generală a funcționării autotransformatorului se poate întocmi schema electrică analogică din figura 11.

În această schemă, autotransformatorul principal a fost reprezentat printr-o schemă clasică echivalentă în stea. S-au notat:

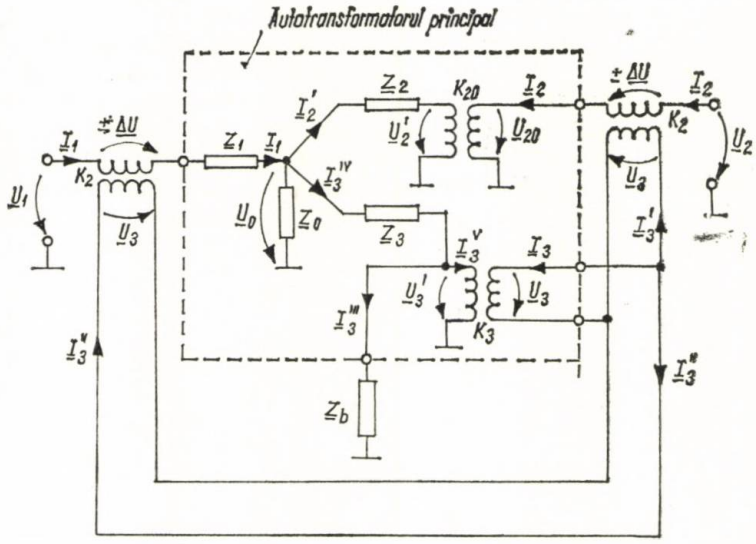


Fig. 11. — Schema electrică a autotransformatorului cu reglaj pe nulul comun al înfășurărilor de înaltă tensiune (400 kV) și de medie tensiune (231 kV).

$\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$ — impedanțele corespunzătoare inductivităților de dispersie ale înfășurărilor de înaltă tensiune (400 kV), de medie tensiune (231 kV) și, respectiv, de joasă tensiune (22 kV),

$\underline{Z}_0$ — impedanța corespunzătoare inductivității de magnetizare a autotransformatorului principal. Toate aceste impedanțe sînt raportate la tensiunea de 400 kV;

k_{20} — raportul nominal de transformare între tensiunea înfășurării de medie tensiune și tensiunea înfășurării de înaltă tensiune:

$$k_{20} = \frac{\underline{U}_{20}}{\underline{U}_2'} = \frac{\underline{U}_{2n}}{\underline{U}_{1n}} = \frac{1}{k_n} = \frac{231}{400};$$

k_3 — raportul nominal de transformare între tensiunea înfășurării de joasă tensiune și tensiunea înfășurării de înaltă tensiune:

$$k_3 = \frac{\underline{U}_3}{\underline{U}_3'} = \frac{22}{400};$$

k_2 — raportul de transformare variabil al transformatorului de reglaj, avînd următoarele valori extreme:

$$k_{2max} = \frac{29{,}85}{22} \text{ şi } k_{2min} = -\frac{31{,}455}{22};$$

$\underline{Z}_b$ — impedanţa bobinei; deoarece s-a neglijat reactanţa de dispersie a transformatorului de reglaj ($\simeq 1\%$), în figura 11 bobina a fost conectată astfel încît tensiunea la bornele sale este $\underline{U}_3'$, impedanţa Z_b fiind raportată la tensiunea de 400 kV.

Ecuaţiile care modelează funcţionarea schemei din figura 11, corespunzătoare celor două teoreme Kirchhoff şi relaţiilor de raportare între tensiuni şi curenţi sînt:

$$\frac{\Delta\underline{U}}{\underline{U}_3} = k_2, \quad (5) \qquad \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_3'} = -\frac{1}{k_2}, \quad (6)$$

$$\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_3''} = -\frac{1}{k_2}, \quad (7) \qquad \frac{\underline{U}_{20}}{\underline{U}_2'} = k_{20}, \quad (8)$$

$$\frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_2'} = -\frac{1}{k_{20}}, \quad (9) \qquad \frac{\underline{U}_3}{\underline{U}_3'} = k_3, \quad (10)$$

$$\frac{\underline{I}_3}{\underline{I}_3^{V}} = -\frac{1}{k_3}, \quad (11)$$

$$\underline{I}_3^{IV} = \underline{I}_3^{V} + \underline{I}_3^{III}, \quad (12)$$

$$\underline{I}_3' + \underline{I}_3'' + \underline{I}_3 = 0, \quad (13)$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2' + \underline{I}_3^{IV} + \underline{I}_0, \quad (14)$$

$$\underline{I}_0 = \underline{Y}_0 \cdot \underline{U}_0, \quad (15)$$

$$\underline{I}_3^{III} = \underline{Y}_b \cdot \underline{U}_3', \quad (16)$$

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \cdot \underline{I}_1 + \underline{U}_0 + \Delta\underline{U}, \quad (17)$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_{20} + \Delta\underline{U}, \quad (18)$$

$$\underline{U}_0 = \underline{Z}_3 \cdot \underline{I}_3^{IV} + \underline{U}_3', \quad (19)$$

$$\underline{U}_0 = \underline{Z}_2 \underline{I}_2' + \underline{U}_2'. \quad (20)$$

Din ecuațiile (6), (7) și (13) rezultă

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \frac{\underline{I}_3}{k_2}, \tag{21}$$

relație care exprimă egalitatea tensiunilor magnetomotoare în transformatorul de reglaj.

Schema analogică din figura 11 se reduce la schema echivalentă din figura 12, în care autotransformatorul a fost reprezentat sub forma unui cuadripol simetric în π, a cărui funcționare este descrisă de ecuațiile

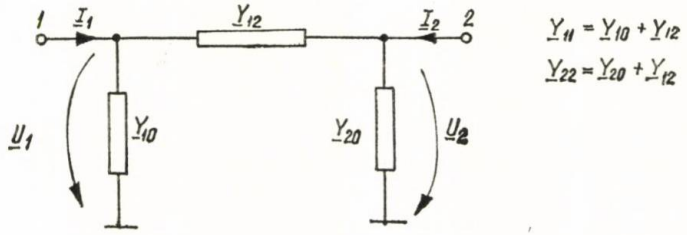


Fig. 12. — Schema echivalentă a autotransformatorului cu flux variabil.

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{Y}_{11} \cdot \underline{U}_1 - \underline{Y}_{12} \cdot \underline{U}_2, \\ \underline{I}_2 &= -\underline{Y}_{21} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{22} \cdot \underline{U}_2, \end{aligned} \tag{22}$$

cu

$$\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21}. \tag{23}$$

Pentru a obține expresiile (22), în sistemul de ecuații (5) — (20) se elimină succesiv toate variabilele intermediare. Rezultă astfel prin identificare (vezi anexa 1):

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{11} &= \frac{\underline{Y}_1 \underline{Y}_2}{\underline{N}} [(k + k_{20})^2 \underline{Y}_3 + k^2 \underline{Y}_0 + k_{20}^2 \underline{Y}_b] + \\ &+ \frac{k_{20}^2 \underline{Y}_1}{\underline{N}} (\underline{Y}_0 \underline{Y}_3 + \underline{Y}_3 \underline{Y}_b + \underline{Y}_0 \underline{Y}_b), \\ \underline{Y}_{12} &= \frac{\underline{Y}_1 \underline{Y}_2}{\underline{N}} [(k + k_{20})(k + 1) \underline{Y}_3 + k^2 \underline{Y}_0 + k_{20} \underline{Y}_b], \\ \underline{Y}_{22} &= \frac{\underline{Y}_1 \underline{Y}_2}{\underline{N}} [(k + 1)^2 \underline{Y}_3 + k^2 \underline{Y}_0 + \underline{Y}_b] + \\ &+ \frac{\underline{Y}_2}{\underline{N}} (\underline{Y}_0 \underline{Y}_3 + \underline{Y}_3 \underline{Y}_b + \underline{Y}_0 \underline{Y}_b), \end{aligned} \tag{24}$$

unde

$$\underline{N} = \underline{Y}_1 \underline{Y}_2 \cdot k^2 (1 - k_{20})^2 + k_{20}^2 (\underline{Y}_0 \underline{Y}_3 + \underline{Y}_3 \underline{Y}_b + \underline{Y}_0 \underline{Y}_b) +$$

$$+ k_{20}^2 \cdot \underline{Y}_1 [(k+1)^2 \cdot \underline{Y}_3 + k^2 \underline{Y}_0 + \underline{Y}_b] + \underline{Y}_2 [(k + k_{20})^2 \underline{Y}_3 +$$

$$+ k^2 \underline{Y}_0 + k_{20}^2 \underline{Y}_b],$$

$$k = k_2 \cdot k_3; \ \underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1}; \ \underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2}; \ \underline{Y}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_3}; \ \underline{Y}_0 =$$

$$= \frac{1}{\underline{Z}_0}; \ \underline{Y}_b = \frac{1}{\underline{Z}_b}. \tag{25}$$

5. SCHEMA ECHIVALENTĂ A AUTOTRANSFORMATORULUI CU FLUX CONSTANT CU REGLAJ MIXT

Schema electrică analogică a acestui transformator este arătată în figura 13 :

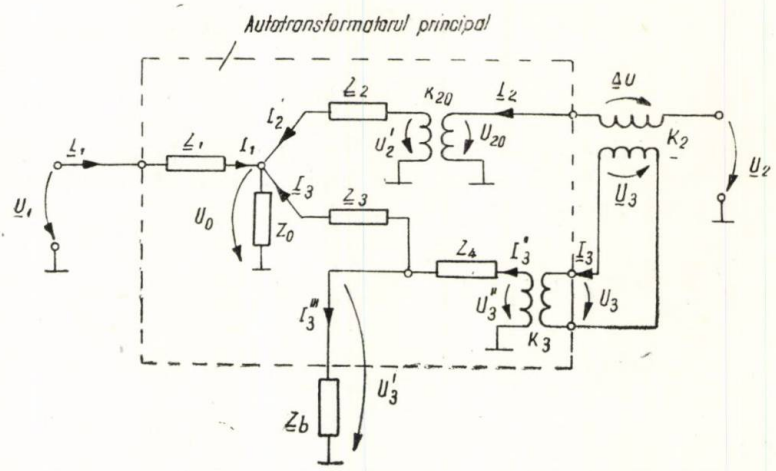


Fig. 13. — Schema electrică a autotransformatorului cu reglaj longitudinal sau longotransversal pe înfășurarea de medie tensiune (231 kV).

$\underline{Z}_4$ — impedanța de dispersie a transformatorului de reglaj raportată la 400 kV;

k_2 — raportul de transformare complex și variabil al transformatorului de reglaj.

Ecuațiile de funcționare corespunzătoare schemei din figura 13, în cazul reglajului longotransversal, sînt:

$$\frac{\Delta \underline{U}}{\underline{U}_3} = \underline{k}_2 , \tag{26}$$

$$\frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_3} = \frac{-1}{\underline{k}_2^*} , \tag{27}$$

$$\frac{\underline{U}_{20}}{\underline{U}_2'} = k_{20} , \tag{28}$$

$$\frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_2'} = \frac{1}{k_{20}} , \tag{29}$$

$$\frac{\underline{U}_3}{\underline{U}_3''} = k_3 , \tag{30}$$

$$\frac{\underline{I}_3}{\underline{I}_3''} = \frac{1}{k_3} , \tag{31}$$

$$\underline{I}_3'' = \underline{I}_3' + \underline{I}_3''' , \tag{32}$$

$$\underline{I}_3''' = \underline{U}_3' \underline{Y}_b , \tag{33}$$

$$\underline{I}_0 = \underline{Y}_0 \underline{U}_0 , \tag{34}$$

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2' + \underline{I}_3' , \tag{35}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{Y}_1 \cdot (\underline{U}_1 - \underline{U}_0) , \tag{36}$$

$$\underline{I}_2' = \underline{Y}_2 \cdot (\underline{U}_2' - \underline{U}_0) , \tag{37}$$

$$\underline{I}_3' = \underline{Y}_3 \cdot (\underline{U}_3' - \underline{U}_0) , \tag{38}$$

$$\underline{I}_3'' = \underline{Y}_4 \cdot (\underline{U}_3'' - \underline{U}_3') , \tag{39}$$

$$\underline{U}_2 - \underline{U}_{20} + \underline{\triangleright U} = 0 . \tag{40}$$

Sistemul de ecuaţii (26) — (40) se reduce la un sistem de forma (41), iar schema echivalentă care se obţine este aceea a unui cuadripol în π nesimetric (fig. 14):

$$\underline{I}_1 = \left(\underline{Y}_1 - \frac{\underline{Y}_1^2}{\underline{n}}\right)\underline{U}_1 - \frac{\underline{Y}_1\,\underline{Y}_2\,\underline{Y}_4\,[k_{20}\,(\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b) - \underline{k}^*\,\underline{Y}_3]}{\underline{n}\,\underline{N}}\,\underline{U}_2\,,$$

$$\underline{I}_2 = -\frac{\underline{Y}_1\,\underline{Y}_2\,\underline{Y}_4\,[k_{20}\,(\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b) - \underline{k}\,\underline{Y}_3]}{\underline{n}\,\underline{N}}\,\underline{U}_1 +$$

$$+\left[\frac{\underline{Y}_2\,\underline{Y}_4}{\underline{N}}\,(\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b) - \frac{\underline{Y}_2^2\,\underline{Y}_4^2\,\underline{M}}{\underline{n}\,\underline{N}^2}\right]\underline{U}_2\,, \tag{41}$$

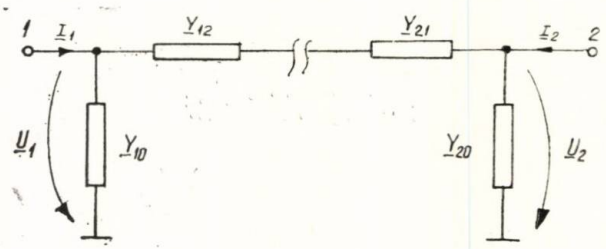


Fig. 14. — Schema echivalentă a autotransformatorului cu reglaj longotransversal.

cu

$$\underline{Y}_{12} \neq \underline{Y}_{21}\,. \tag{42}$$

Deducerea relaţiilor (41) este dată în anexa 1.
S-au introdus următoarele notaţii suplimentare:

$$\underline{M} = k_{20}^2\,(\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b)^2 + \underline{k}^2\,\underline{Y}_3^2 - k_{20}\,\underline{Y}_3\,(\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b)\,(\underline{k}^* + \underline{k})\,,$$

$$\underline{N} = k_{20}^2\,\underline{Y}_4\,(\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b) + \underline{k}^2\,\underline{Y}_2\,(\underline{Y}_3 + \underline{Y}_4 + \underline{Y}_b)\,,$$

$$\underline{n} = \underline{Y}_0 + \underline{Y}_1 + \frac{\underline{Y}_3\,\underline{Y}_b}{\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b} + \frac{\underline{Y}_2\,\underline{Y}_4\,\underline{M}}{\underline{N}\,(\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b)}\,, \tag{43}$$

$$\underline{k} = \underline{k}_2 \cdot k_3\,.$$

Reglajul longitudinal reprezintă un caz particular al celui longotransversal, raportul de transformare k_2 fiind un număr real.

$$\frac{\Delta\underline{U}}{\underline{U}_3} = k_2\,, \quad \text{respectiv} \quad \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_3} = -\frac{1}{k_2}\,. \tag{44}$$

În aceste condiţii se obţine un sistem simetric de forma (22), în care admitanţele proprii şi reciproce sînt date de expresiile

$$\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_1 - \frac{\underline{Y}_1^2}{\underline{n}},$$

$$\underline{Y}_{12} = \frac{\underline{m} \cdot \underline{Y}_1 \cdot \underline{Y}_4}{\underline{n} \cdot \underline{N}}, \tag{45}$$

$$\underline{Y}_{22} = \frac{\underline{Y}_2 \underline{Y}_4}{\underline{N}} (\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b) - \frac{\underline{m}^2 \cdot \underline{Y}_4^2}{\underline{n} \cdot \underline{N}^2},$$

cu

$$\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21}, \tag{46}$$

unde

$$\underline{m} = k_{20} \cdot \underline{Y}_2 \cdot (\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b) - k \underline{Y}_2 \underline{Y}_3,$$

$$\underline{N} = k_{20}^2 \underline{Y}_4 (\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b) + k^2 \underline{Y}_2 (\underline{Y}_3 + \underline{Y}_4 + \underline{Y}_b),$$

$$\underline{n} = \underline{Y}_0 + \underline{Y}_1 + \frac{\underline{Y}_3 \underline{Y}_b}{\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b} + \frac{\underline{m}^2 \cdot \underline{Y}_4}{\underline{N} \cdot \underline{Y}_2 (\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b)}. \tag{47}$$

6. REZULTATE DE CALCUL

Din relațiile (22) — (24) și (41) — (43), care definesc parametrii schemelor echivalente, în anexa 2 s-au tabelat valorile admitanțelor corespunzătoare diferitelor poziții și ploturi de reglaj, considerîndu-se în plus ca parametru numărul de bobine conectate la înfășurarea terțiară.

Cu acești parametri s-au efectuat calcule de regimuri staționare pe un calculator cifric, folosind metoda Seidel-Gauss cu ajutorul unui program elaborat în I.S.P.E.

S-a considerat schema de principiu din figura 15, în care s-au considerat autotransformatoare cu reglaj mixt la +120° și −120°, funcționînd

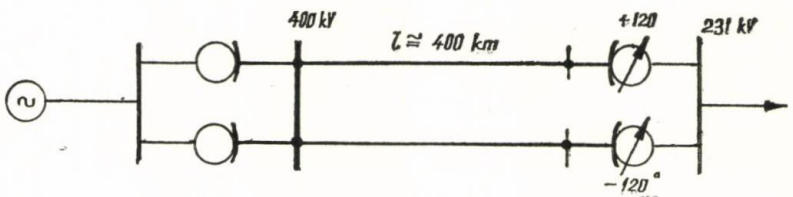


Fig. 15. — Schema de principiu a rețelei calculate.

în paralel pe partea de medie tensiune pentru a analiza efectul reglajului mixt asupra încărcării celor două artere de 400 kV. Din rezultatele de calcul se constată următoarele: dacă pe ploturile medii (numerotate cu 13) autotransformatoarele se încarcă egal, pe ploturile 20 se produce o încăr-

care mai mare cu putere activă a autotransformatorului funcţionînd cu un reglaj de $+120°$ şi o descărcare a celuilalt, funcţionînd cu un reglaj de $-120°$. Diferenţa de încărcare a rezultat de cca. 5 MW/plot la variaţia ploturilor simultan pe ambele autotransformatoare.

Eficienţa încărcării autotransformatoarelor cu reglaj mixt este funcţie de raportul reactanţelor autotransformatorului, precum şi de schema şi de parametrii reţelei de alimentare. Din această cauză este necesar ca modul de utilizare al reglajului mixt şi eficienţa acestuia să fie examinate de la caz la caz.

7. CONCLUZII

În lucrare se analizează două aspecte importante legate de funcţionarea autotransformatoarelor de 400/231 kV, şi anume:

— regimurile admisibile de funcţionare în cazul încărcării simultane a celor trei înfăşurări ţinînd seama de valorile de dimensionare ale înfăşurărilor autotransformatorului;

— schemele echivalente reduse la un cuadripol pasiv în π, conectat între bornele de înaltă tensiune şi medie tensiune, care ţin seama de efectul încărcării înfăşurării terţiare şi de reglajul de tensiune.

Ca rezultate practice se prezintă pentru cele două tipuri de autotransformatoare analizate curbele de încărcare admisibile în diferite regimuri, precum şi parametrii schemelor echivalente pentru diverse încărcări ale terţiarului în funcţie de poziţia ploturilor de reglaj.

ANEXA 1

a) Autotransformatorul cu flux variabil

Din ecuaţiile (5) şi (10) se obţine

$$\frac{\Delta \underline{U}}{\underline{U}'_3} = k_2 k_3 = k. \tag{48}$$

Înlocuind în ecuaţia (18), rezultă

$$k_{20} \underline{U}'_2 = -k \underline{U}'_3 + \underline{U}_2. \tag{49}$$

Ecuaţiile (17) şi (45) dau valoarea lui $\underline{U}'_2 = f(\underline{U}_1, \underline{U}_2, \underline{I}_1, \underline{I}_2)$,

$$\underline{U}'_2 = \frac{1}{1-k_{20}} \underline{U}_1 - \frac{1}{1-k_{20}} \underline{U}_2 - \frac{1}{(1-k_{20})\,\underline{Y}_1} \underline{I}_1 + \\ + \frac{k_{20}}{(1-k_{20})\,\underline{Y}_2} \underline{I}_2. \tag{50}$$

Același principiu de eliminare se folosește în continuare pentru toate tensiunile intermediare.

Se face notația

$$\frac{1}{k(1-k_{20})} = a \tag{51}$$

și, înlocuind ecuațiile (50) și (51) în ecuația (49), rezultă

$$\underline{U}_3' = -k_{20}\, a\, \underline{U}_1 + a\underline{U}_2 + \frac{k_{20}\, a}{\underline{Y}_1}\, \underline{I}_1 - \frac{k_{20}^2}{\underline{Y}_2}\, \underline{I}_2. \tag{52}$$

Din ecuația (20) se obține valoarea lui $\underline{U}_0$:

$$\underline{U}_0 = ka\, \underline{U}_1 - ka\, \underline{U}_2 - \frac{ka}{\underline{Y}_1}\, \underline{I}_1 + \frac{k_{20}^2}{\underline{Y}_2}\, \underline{I}_2. \tag{53}$$

Știind că

$$\underline{I}_3^{IV} = \underline{Y}_3\, (\underline{U}_0 - \underline{U}_3'),$$

se obține

$$\underline{I}_3^{IV} = (k + k_{20})\, a\, \underline{Y}_3\, \underline{U}_1 - (k+1)\, a\, \underline{Y}_3 \underline{U}_2 -$$

$$- \frac{(k + k_{20})\, \underline{Y}_3\, a}{\underline{Y}_1}\, \underline{I}_1 + \frac{(k+1)\, k_{20}^2\, a\, \underline{Y}_3}{\underline{Y}_2}\, \underline{I}_2. \tag{54}$$

Valoarea lui $\underline{I}_3'''$ din ecuația (16) permite să se calculeze

$$\underline{I}_3^{V} = \underline{I}_3^{IV} - \underline{I}_3'''.$$

Notînd

$$(k + k_{20})\, a\, \underline{Y}_3 + k_{20}\, a\, \underline{Y}_b = \underline{m}, \tag{55}$$

$$(k+1)\, a\, \underline{Y}_3 + a\, \underline{Y}_b = \underline{n},$$

se obține prin înlocuire

$$\underline{I}_3^{V} = \underline{m}\, \underline{U}_1 - \underline{n}\, \underline{U}_2 - \frac{\underline{m}}{\underline{Y}_1}\, \underline{I}_1 + \frac{k_{20}^2\, \underline{n}}{\underline{Y}_2}\, \underline{I}_2. \tag{56}$$

Din ecuația (13), făcînd înlocuirile necesare date de (11), (7) și (6) și notînd

$$k\, \underline{Y}_2 + k_{20}^2\, \underline{n} = \underline{N}, \tag{57}$$

se obţine valoarea lui $\underline{I}_2 = f(\underline{U}_1\, \underline{U}_2\, \underline{I}_1)$.

$$\underline{I}_2 = -\frac{\underline{m}\,\underline{Y}_2}{\underline{N}}\,\underline{U}_1 + \frac{\underline{n}\,\underline{Y}_2}{\underline{N}}\,\underline{U}_2 + \frac{(\underline{m} - k\,\underline{Y}_1)\,\underline{Y}_2}{\underline{N}\,\underline{Y}_1}\,\underline{I}_1 \tag{58}$$

Ecuaţia (14), în care $\underline{I}_0$ e dat de ecuaţia (15), conduce la expresia finală a lui $\underline{I}_1 = f(\underline{U}_1, \underline{U}_2)$:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{p}\,\underline{N} - k_{20}^2\,\underline{q}\,\underline{m} + k_{20}\,\underline{m}\,\underline{Y}_2}{\underline{M}}\,\underline{Y}_1\,\underline{U}_1 -$$

$$- \frac{\underline{q}\,\underline{N} - k_{29}^2\,\underline{q}\,\underline{n} + k_{20}\,\underline{n}\,\underline{Y}_2}{\underline{M}}\,\underline{Y}_1\,\underline{U}_2, \tag{59}$$

unde

$$(k + k_{20})\,a\,\underline{Y}_3 + k\,a\,\underline{Y}_0 = \underline{p},$$

$$(k + 1)\,a\,\underline{Y}_3 + ka\,\underline{Y}_0 = \underline{q},$$

$$\underline{M} = (\underline{Y}_1 + \underline{p})\,\underline{N} - k_{20}^2\,\underline{q}\,(\underline{m} - k\,\underline{Y}_1) +$$

$$+ k_{20}\,\underline{Y}_2\,(\underline{m} - k\,\underline{Y}_1). \tag{60}$$

Înlocuind $\underline{I}_1$ în (58), avem

$$\underline{I}_2 = \left[-\frac{\underline{m}\,\underline{Y}_2}{\underline{N}} + \frac{(\underline{m} - k\,\underline{Y}_1)\,\underline{Y}_2\,(\underline{p}\underline{N} - k_{20}^2\,\underline{q}\underline{m} + k_{20}\,\underline{m}\,\underline{Y}_2}{\underline{N}\,\underline{M}}\right]\underline{U}_1 +$$

$$+\left[\frac{\underline{n}\,\underline{Y}_2}{\underline{N}} - \frac{(\underline{m} - k\,\underline{Y}_1)\,\underline{Y}_2\,(\underline{q}\,\underline{N} - k_{20}^2\,\underline{q}\underline{n} + k_{20}\,\underline{n}\,\underline{Y}_2}{\underline{M}\,\underline{N}}\right]\underline{U}_2. \tag{61}$$

Revenind asupra notaţiilor făcute în (60) (57), (55), (51) şi înlocuind în (61) şi (59) şi notînd

$$\underline{X} = k(1 - k_{20})\underline{M},$$

se obţin valorile parametrilor $\underline{Y}_{11}$, $\underline{Y}_{12}$, $\underline{Y}_{22}$, date de formulele (24).

b) Autotransformatorul cu flux constant

Din ecuaţiile (26) şi (30), respectiv (27) şi (31), se deduce

$$\frac{\Delta\underline{U}}{\underline{U}_3''} = \underline{k}_2\,k_3 = \underline{k},$$

$$\frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_3''} = -\frac{1}{\underline{k}_2^*\,k_3} = -\frac{1}{\underline{k}^*}. \tag{62}$$

Scriind ecuațiile (32) și (38) în funcție de $\underline{I}_3'$ și egalîndu-se, se obține expresia lui $\underline{U}_3'$:

$$\underline{U}_3' = \frac{\underline{Y}_3}{\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b}\,\underline{U}_0 - \frac{\underline{k}^*}{\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b}\,\underline{I}_2 . \tag{63}$$

Înlocuind în ecuația (32), rezultă

$$\underline{I}_3' = -\frac{\underline{k}^*\,\underline{Y}_3}{\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b}\,\underline{I}_2 - \frac{\underline{Y}_3\,\underline{Y}_b}{\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b}\,\underline{U}_0 . \tag{64}$$

Cunoscînd valoarea lui $\underline{I}_3''$ din (62) și a lui $\underline{U}_3'$ din (63) și înlocuind în ecuația (39), se obține

$$\underline{U}_3'' = \frac{\underline{Y}_3}{\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b}\,\underline{U}_0 - \frac{\underline{k}^*(\underline{Y}_3 + \underline{Y}_4 + \underline{Y}_b)}{\underline{Y}_4(\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b)}\,\underline{I}_2 . \tag{65}$$

Valoarea lui $\underline{U}_2'$ se deduce prin înlocuirea variabilelor cunoscute în ecuația (40):

$$\underline{U}_2' = \frac{1}{k_{20}}\,\underline{U}_2 + \frac{\underline{k}\,\underline{Y}_3}{k_{20}(\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b)}\,\underline{U}_0 - \frac{k^2}{k_{20}}\,\frac{\underline{Y}_3 + \underline{Y}_4 + \underline{Y}_b}{\underline{Y}_4(\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b)}\,\underline{I}_2 . \tag{66}$$

Se notează

$$\underline{m} = k_{20}\,\underline{Y}_2(\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b) - \underline{k}\,\underline{Y}_2\,\underline{Y}_3,$$

$$\underline{N} = k_{20}^2\,\underline{Y}_4(\underline{Y}_3 - \underline{Y}_b) + k^2\underline{Y}_2(\underline{Y}_3 + \underline{Y}_4 + \underline{Y}_b) \tag{67}$$

și, înlocuind în (37), se obține

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{Y}_2\,\underline{Y}_4(\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b)}{\underline{N}}\,\underline{U}_2 - \frac{\underline{m}\,\underline{Y}_4}{\underline{N}}\,\underline{U}_0 . \tag{68}$$

Ținînd seama de expresia lui $\underline{n}$ din (43), se poate obține valoarea lui $\underline{U}_0$ din ecuația (35):

$$\underline{U}_0 = \frac{\underline{Y}_1}{\underline{n}}\,\underline{U}_1 + \frac{k_{20}\,\underline{Y}_2\,\underline{Y}_4(\underline{Y}_3 + \underline{Y}_b) - \underline{k}^*\,\underline{Y}_2\,\underline{Y}_3\,\underline{Y}_4}{\underline{N}\,\underline{n}}\,\underline{U}_2 . \tag{69}$$

Din ecuația (36) și (68) se obțin expresiile lui $\underline{I}_1$, respectiv $\underline{I}_2$, conform ecuațiilor (40).

În cazul reglajului longitudinal, raportul de transformare k_2 este un număr real:

$$\frac{\Delta U}{U_3} = k_2, \text{ respectiv } \frac{I_2}{I_3} = -\frac{1}{k_2}.$$

Făcînd notaţiile (51), se obţin expresiile următoare, pentru curenţi:

$$I_1 = \left(Y_1 - \frac{Y_1^2}{n}\right) U_1 - \frac{m}{n} \frac{Y_1 Y_4}{N} U_2,$$

$$I_2 = -\frac{m}{n} \frac{Y_1 Y_4}{N} U_1 + \left[\frac{Y_2 Y_4}{N} (Y_3 + Y_0) - \frac{m^2}{n} \frac{Y_4^2}{N^2}\right] U_2. \quad (70)$$

Sistemul de mai sus este simetric, deci reprezintă un cuadripol în π simetric (vezi fig. 12), cu parametrii descrişi de ecuaţiile (45).

ANEXA 2

a) *Parametrii schemei echivalente a autotransformatorului cu flux variabil*

Pentru calculul parametrilor schemei echivalente s-au folosit următoarele date tehnice ale acestui autotransformator:

— puterea nominală $3 \times 133/133/53$ MVA
— rapoarte de transformare în gol 400/231/22 kV
— tensiuni de scurtcircuit:

Puteri de referinţă (MVA)	Înfăşurări (kV)	Tensiunea de scurtcircuit (%)
400	400/231	10
400	400/22	44
400	231/22	35

Curentul de mers în gol: 0,4%.
Rapoartele de transformare au următoarele valori:

$$k_3 = \frac{22}{400}; \quad k_{20} = \frac{231}{400}; \quad k_2 = \frac{\Delta U}{22}.$$

Se observă că în relaţiile (20) şi (21) intervine raportul

$$k = k_2 k_3 = \frac{\Delta U}{400}.$$

Rezultatele prezentate în continuare s-au obținut pentru următoarele valori ale lui k:

$$k_{max} = \frac{+29{,}85}{400}\,;\; k_{med} = 0\,;\; k_{min} = -\frac{31{,}455}{400}.$$

S-au calculat de asemenea reactanțele de scăpări ale autotransformatorului raportate la $S_n = 400$ MVA și $U_{1n} = 400$ kV:

$$X_{12} = X_1 + X_2 = \frac{u_k}{100}\cdot\frac{U_{1n}^2}{S_n} = \frac{10}{100}\cdot\frac{400^2}{400} = 40\Omega,$$

$$X_{13} = X_1 + X_3 = \frac{44}{100}\cdot\frac{400^2}{400} = 176\ \Omega,$$

$$X_{23} = X_1 + X_3 = \frac{35}{100}\cdot\frac{400^2}{400} = 140\ \Omega,$$

din care s-au obținut

$$\underline{Z}_1 = j\,X_1 = j\,\frac{X_{12} + X_{13} - X_{23}}{2} = j\,38\ \Omega,$$

$$\underline{Z}_2 = j\,X_2 = j\,\frac{X_{12} + X_{23} - X_{13}}{2} = j\,2\ \Omega,$$

$$\underline{Z}_3 = j\,X_3 = j\,\frac{X_{13} + X_{23} - X_{12}}{2} = j\,138\ \Omega,$$

$$\underline{Y}_0 = -j\,\frac{i_0}{100}\cdot\frac{S_n}{U_{1n}^2} = -j\,\frac{0{,}4}{100}\cdot\frac{400}{400^2} = -j\,0.00001\ S.$$

Pentru $\underline{Y}_b$ s-au calculat trei valori corespunzătoare următoarelor cazuri:

— fără bobină $\underline{Y}_b = 0$; cu o bobină (50 MVAr):

$$\underline{Y}_b = -j.\frac{S_b}{U_{1n}^2} = -j\,\frac{50}{400^2} = -j\,0{,}000312\ S;$$

— cu două bobine (100 MVAr):

$$\underline{Y}_b = -j\ 0{,}000625\ S.$$

Rezultatele obţinute pentru admitanţele $\underline{Y}_{11}$, $\underline{Y}_{22}$ şi $\underline{Y}_{12}$ sînt date în tabela 1.

b) *Parametrii schemei echivalente a autotransformatorului cu flux constant*

Parametrii autotransformatorului cu flux variabil Tabela 1

Bobine 50 MVar	Raport transf.	$\underline{Y}_{10}$ [S/1000]		$\underline{Y}_{12}$ [S/1000]		$\underline{Y}_{20}$ [S/1000]	
		G_{10}	B_{10}	G_{12}	B_{12}	G_{20}	B_{20}
0	k max.	0	16,14	0	-41,06	0	-26,62
	k med.	0	18,29	0	-43,29	0	-31,70
	k min.	0	20,71	0	-45,17	0	-38,29
1	k max.	0	16,19	0	-41,11	0	-27,45
	k med.	0	18,26	0	-43,26	0	-32,53
	k min.	0	20,55	0	-45,04	0	-39,01
2	k max.	0	16,24	0	-41,16	0	-28,22
	k med.	0	18,24	0	-43,24	0	-33,30
	k min.	0	20,40	0	-44,92	0	-39,66

Datele tehnice ale acestui transformator folosite în calcul sînt:
— puterea nominală 400/400/400 MVA;
— rapoarte de transformare în gol 400/231/22 kV.

Puteri de referinţă (MVA)	Înfăşurări (kV)	Tensiuni de scurtcircuit (%)
400	400/231	11,7
160	400/22	22
160	231/22	13

Curentul de mers în gol: 0,4%
Rapoartele de transformare au următoarele valori:

$$k_3 = \frac{22}{400};\quad k_{20} = \frac{231}{400};\quad \underline{k}_2 = \frac{\Delta U}{22}.$$

Raportul $\underline{k}$ este definit ca

$$\underline{k} = \underline{k}_2 \cdot k_3 = \frac{\Delta \underline{U}}{400}.$$

Calculele prezentate mai jos s-au obținut pentru următoarele valori ale lui k:

— reglaj la $+ 120°$:

$$\underline{k}_{max} = \frac{12 * 2{,}8875}{400} \varepsilon^{j\,60}\,;\ \underline{k}_{med} = 0\,;\ \underline{k}_{min} = \frac{-12 * 2{,}8875}{400} \varepsilon^{-j120°}\,;$$

— reglaj la $- 120°$:

$$\underline{k}_{max} = \frac{+12 * 2{,}8875}{400} \varepsilon^{-j60°}\,;\ \underline{k}_{med} = 0\,;\ \underline{k}_{min} = \frac{-12 * 2{,}8875}{400} \varepsilon^{j120°}.$$

Reactanțele de scăpări calculate cu aceleași formule sînt

$X_{12} = 46{,}8\ \Omega$; $X_1 = 68{,}4\ \Omega$,

$X_{13} = 220\ \Omega$; $X_2 = 21{,}6\ \Omega$,

$X_{23} = 130\ \Omega$; $X_3 = 151{,}6\ \Omega$,

de unde am obținut

$\underline{Y}_1 = j\,B_1 = -\,j\ \ 0{,}0146199\ S$,

$\underline{Y}_2 = j\,B_2 = j\ \ 0{,}04629629\ S$,

$\underline{Y}_3 = j\,B_3 = -\,j\,0{,}0065963\ S$,

$\underline{Y}_4 = j\,B_4 = -\,0{,}1923077\ S$,

$\underline{Y}_0 = -\,j\,0{,}00001\ S$.

Pentru $\underline{Y}_b$ s-au calculat trei cazuri:
— fără bobină: $\underline{Y}_b = 0$,
— cu o bobină (50MVAr): $\underline{Y}_b = -j\ 0{,}000312\ S$;
— cu două bobine (100 MVAr): $\underline{Y}_b = -\,j\ 0{,}000625\ S$.

Rezultatele obținute pentru admitanțele $\underline{Y}_{11}$, $\underline{Y}_{22}$, $\underline{Y}_{21}$ și $\underline{Y}_{12}$ sînt date în tabela 2.

Cele trei valori ale raportului k pentru reglaj longitudinal sînt

$$k_{max} = \frac{12 \times 2{,}8875}{400}\,;\ k_{med} = 0\,;\ k_{min} = \frac{-12 \times 2{,}88\ 75}{400.}$$

Parametrii autotransformatorului cu flux constant pentru reglaj mixt — Tabela 2

Reglaj	Bobine 50 [MVar]	Raport transf.	$\underline{Y}_{10}$ [S/1000]		$\underline{Y}_{12}$ [S/1000]		$\underline{Y}_{21}$ [S/1000]		$\underline{Y}_{20}$ [S/1000]	
			G_{10}	B_{10}	G_{12}	B_{12}	G_{21}	B_{21}	G_{20}	B_{20}
120°	0	kmax	3,657	11,17	- 3,65	- 30,19	3,65	- 30,19	- 3,65	- 18,45
		kmed	0	14,63	0	- 34,63	0	- 34,63	0	- 25,88
		kmin.	- 4,77	15,48	4,77	- 34,00	- 4,77	- 34,03	0	- 29,68
	1	kmax	3,53	11,27	- 3,53	- 30,31	3,53	- 30,31	- 3,53	- 19,39
		kmed	0	14,62	0	- 34,62	0	- 34,62	0	- 26,23
		kmin	- 4,57	15,42	4,57	- 34,00	- 4,57	- 34,00	4,57	- 30,39
	2	kmax	3,41	11,36	- 3,41	- 30,43	3,41	- 30,43	- 3,41	- 20,26
		kmed	0	14,6	0	- 34,6	0	- 34,6	0	- 27,02
		kmin	- 4,38	15,36	4,38	- 34,00	- 4,38	- 34,00	4,38	- 31,05
- 120°	0	kmax	- 3,65	11,17	3,65	- 30,19	- 3,65	- 30,19	3,65	- 18,46
		kmed	0	14,63	0	- 34,63	0	- 34,63	0	- 25,37
		kmin	4,77	15,48	- 4,77	- 34,00	4,77	- 34,00	- 4,77	- 29,68
	1	kmax	- 3,53	11,27	3,53	- 30,31	- 3,53	- 30,31	3,53	- 19,39
		kmed	0	14,62	0	- 34,62	0	- 34,62	0	- 26,23
		kmin	4,57	15,42	- 4,57	- 34,00	4,57	- 34,00	- 4,57	- 30,39
	2	kmax	3,41	11,36	- 3,41	- 30,43	3,41	- 30,43	- 3,41	- 20,26
		kmed	0	14,6	0	- 34,6	0	- 34,6	0	- 27,02
		kmin	4,38	15,36	- 4,38	- 34,00	4,38	- 34,00	- 4,38	- 31,05

Parametrii schemei echivalente simetrice în π (fig. 12), respectiv ai autotransformatorului, sînt reprezentați în tabela 3.

Tabela 3

Parametrii autotransformatorului cu flux constant pentru reglaj longitudinal

Bobine 50 MVar	Raport transf.	$\underline{Y}_{10}$ [S/1000]		$\underline{Y}_{12}$ [S/1000]		$\underline{Y}_{20}$ [S/1000]	
		G_{10}	B_{10}	G_{12}	B_{12}	G_{20}	B_{20}
0	k max.	0	9,70	0	-28,89	0	-14,63
	k med.	0	14,63	0	-34,63	0	-25,37
	k min.	0	18,81	0	-36,94	0	-38,35
1	k max.	0	9,83	0	-29,04	0	-15,58
	k med	0	14,62	0	-34,62	0	-26,23
	k min	0	18,57	0	-36,79	0	-38,76
2	k max	0	9,96	0	-29,18	0	-16,47
	k med	0	14,6	0	-34,6	0	-27,02
	k min	0	18,35	0	-36,66	0	-39,12

BIBLIOGRAFIE

1. Eric, T. B. Gross, C. J. Pohlman, *Rating of autotransformers for system interconnection*, AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems, *2*, 1236—1244 (1958).
2. Eric, T. B. Gross, K. R. Bolger, *Rating of autotransformers having three windings*, AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems, *12*, 1220—1224, (1957).
3. N. Chirculescu, D. Popescu, P. Vasilescu, *Introducerea autotransformatoarelor cu reglare longo-transversală (de unghi) în schemele de calcul ale regimurilor sistemului energetic*, Buletin ISPE, *4* (1967).

DETERMINAREA ANALITICĂ A SUPRATENSIUNILOR LA CONECTAREA LINIILOR ÎN GOL REPREZENTATE PRIN PARAMETRI CONCENTRAŢI

FATHY AL-DAKHAKHNY şi G. DRĂGAN

621.3.064.1

În studiul proceselor de comutaţie este adesea comod să se reprezinte o linie electrică printr-un lanţ de cuadripoli. În acest caz se poate recurge la un model analogic sau la un calculator analogic şi să se verifice rezultatele calculelor analitice fără a fi nevoie de încercări experimentale direct în sistem.

În lucrare se prezintă relaţii de calcul privind determinarea supratensiunilor de conectare a liniilor în gol reprezentate printr-un cuadripol nesimetric sau prin doi cuadripoli nesimetrici, conform propunerii lui H. Nasko.

Variindu-se parametrii circuitului în limite largi, se analizează influenţa fiecărui parametru (puterea sursei, capacitatea echivalentă a sursei, lungimea liniei, momentul conectării asupra formei şi amplitudinii supratensiunii.

Rezultatele, obţinute cu ajutorul unui calculator digital, sînt prezentate sub forma unor diagrame.

1. INTRODUCERE

Nivelul de izolaţie al instalaţiilor electromagnetice de foarte înaltă tensiune ($U_n \geqslant 400$ kV) fiind determinat de supratensiunile de comutaţie, cunoaşterea caracteristicilor acestor supratensiuni prezintă o deosebită importanţă. Dintre aceste supratensiuni interesează în mod deosebit supratensiunile de conectare şi de deconectare a liniilor în gol [1]—[3]; alegerea nivelului de izolaţie a liniilor de foarte înaltă tensiune se face în principal în funcţie de supratensiunile de conectare a liniilor în gol [4].

Calculul analitic al acestor supratensiuni prezintă avantajul unor posibilităţi largi de analiză a variaţiei diferiţilor parametri, precum şi posibilitatea verificării ipotezelor şi a rezultatelor obţinute în cazul modelării procesului studiat.

Studiul acestor supratensiuni, considerînd linia reprezentată prin parametri uniform distribuiţi şi sursa printr-o inductanţă şi o capacitate,

este efectuat în [2]. Date fiind dificultăţile de calcul întîmpinate, este indicat, îndeosebi în cazul liniilor a căror lungime nu este prea mare, ca linia să fie reprezentată prin parametrii concentraţi [1]—[10]; rezultatele concordă suficient de bine în cazul alegerii convenabile a parametrilor cuadripolilor [10].

În cadrul lucrării se stabilesc relaţii de calcul pentru determinarea supratensiunilor care apar la conectarea liniilor de înaltă tensiune, considerînd linia reprezentată printr-un cuadripol în π nesimetric şi prin doi cuadripoli în π nesimetrici.

Prin utilizarea calculatoarelor digitale, variindu-se în limite largi parametrii schemei echivalente de calcul, s-au obţinut date privind influenţa diferiţilor parametri asupra amplitudinii şi formei supratensiunilor.

2. SUPRATENSIUNILE LA CONECTAREA UNEI LINII LUNGI REPREZENTATĂ PRINTR-UN CUADRIPOL ÎN π CU PARAMETRI NESIMETRICI

În încercările efectuate de H. Nasko [10] pe model s-a analizat posibilitatea simulării liniei printr-unul sau doi cuadripoli în π. Cuadripolii în π trebuie să redea în mod corespunzător următoarele elemente : curentul

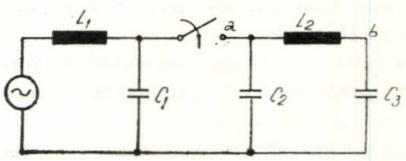


Fig. 1. — Schema echivalentă de calcul în cazul reprezentării liniei printr-un cvadripol nesimetric.

de intrare a liniei, frecvenţa proprie a liniei şi ridicarea tensiunii la capătul ei. În cazul unui singur cuadripol, aceste condiţii sînt îndeplinite cu suficientă precizie în cazul parametrilor din figura 1. Valoarea fiecăruia dintre parametrii cuadripolului este următoarea :

$$C_2 = 0{,}203 \; C_l,$$

$$C_3 = 0{,}797 \; C_l,$$

$$L_2 = 0{,}627 \; L_l,$$

unde C_l şi L_l reprezintă capacitatea, respectiv inductanţa liniei.

Pentru determinarea relaţiilor de calcul a supratensiunilor la conectarea unei linii electrice lungi, se va considera schema din figura 1, în care L_1 şi C_1 reprezintă parametrii circuitului sursei, iar L_2, C_2 şi C_3 parametrii circuitului conectat.

În anexa 1 se determină funcţia imagine a supratensiunii care apare la conectarea liniei în gol. Utilizînd transformata Laplace, se obţin, după efectuarea calculelor, următoarele relaţii:

— pentru tensiunea în punctul a la începutul liniei conectate, rezultă :

$$u_a(t) = \frac{E_{max}}{L_1(C_1 + C_2)}\left[\frac{-(s^2 - \omega^2)}{(\Omega_1^2 - \omega^2)(\Omega_2^2 - \omega^2)}\cos(\omega t - \Phi) + \right.$$

$$+\frac{(s^2 - \Omega_1^2)\sqrt{(\omega \sin\Phi)^2 + (\Omega_1 \cos\Phi)^2}}{\Omega_1(\omega^2 - \Omega_1^2)(\Omega_2^2 - \Omega_1^2)}\sin(\Omega_1 t + \psi_1) +$$

$$\left. + \frac{(s^2 - \Omega_2^2)\sqrt{(\omega \sin\Phi)^2 + (\Omega_2 \cos\Phi)^2}}{\Omega_2(\omega^2 - \Omega_2^2)(\Omega_1^2 - \Omega_2^2)}\sin(\Omega_2 t + \psi_2)\right]; \qquad (2.1)$$

— plecîndu-se de la funcţia-imagine dată în anexa 1, rezultă expresia în domeniul timpului real pentru tensiunea din punctul b :

$$u_b(t) = \frac{E_{max}}{L_1 L_2 (C_1 + C_2) C_3}\left[\frac{-1}{(\Omega_1^2 - \omega^2)(\Omega_2^2 - \omega^2)}\cos(\omega t - \Phi) + \right.$$

$$+\frac{\sqrt{(\omega \sin\Phi)^2 + (\Omega_1 \cos\Phi)^2}}{\Omega_1(\omega^2 - \Omega_1^2(\Omega_2^2 - \Omega_1^2)}\sin(\Omega_1 t + \psi_1) +$$

$$\left. + \frac{\sqrt{(\omega \sin\Phi)^2 + (\Omega_2 \cos\Phi)^2}}{\Omega_2(\omega^2 - \Omega_2^2)(\Omega_1^2 - \Omega_2^2)}\sin(\Omega_2 t + \psi_2)\right], \qquad (2.2)$$

în care

$$\Omega_1 = \frac{n}{\sqrt{2}}\sqrt{1 - \sqrt{1 - \frac{4m^4}{n^4}}},$$

$$\Omega_2 = \frac{n}{\sqrt{2}}\sqrt{1 + \sqrt{1 - \frac{4m^4}{n^4}}},$$

$$n^2 = \frac{L_1(C_1 + C_2 + C_3) + L_2 C_3}{L_1 L_2 (C_1 + C_2) C_3}$$

$$m^4 = \frac{1}{L_1 L_2 (C_1 + C_2) C_3},$$

$$s^2 = \frac{1}{L_2 C_3},$$

$$\psi_1 = \operatorname{arctg}\frac{\Omega_1}{\omega \operatorname{tg}\Phi},$$

$$\psi_2 = \operatorname{arctg}\frac{\Omega_2}{\omega \operatorname{tg}\Phi}.$$

3. SUPRATENSIUNILE LA CONECTAREA UNEI LINII LUNGI REPREZENTATĂ PRIN DOI CUADRIPOLI ÎN π NESIMETRICI

Prin respectarea condiţiilor date în [10], schema echivalentă de calcul este cea din figura 2, în care L_1 şi C_1 reprezintă parametrii circuitului sursei, iar L_2, L_3, C_2 şi C_3 parametrii circuitului conectat.

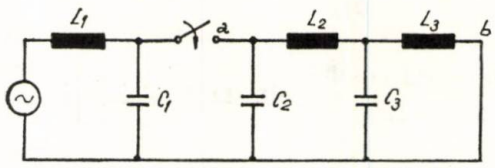


Fig. 2. — Schema echivalentă de calcul în cazul reprezentării liniei prin doi cuadripoli nesimetrici.

Funcţia-imagine a tensiunii în punctele a şi b sînt date în anexa 2. Utilizînd transformata Laplace, se obţine după efectuarea calculelor respective următoarea relaţie privind tensiunea din punctul a:

$$u_a(t) = \frac{E_{max}}{L_1(C_1+C_2)}\left[\frac{-(s^2-\omega^2)}{(\Omega_1^2-\omega^2)(\Omega_2^2-\omega^2)}\cos(\omega t-\Phi)+\right.$$

$$+\frac{(s^2-\Omega_1^2)\sqrt{(\omega\sin\Phi)^2+(\Omega_1\cos\Phi)^2}}{\Omega_1(\omega^2-\Omega_1^2)(\Omega_2^2-\Omega_1^2)}\sin(\Omega_1 t+\psi_1)+$$

$$\left.+\frac{(s^2-\Omega_2^2)\sqrt{(\omega\sin)^2+(\Omega_2\cos\Phi)^2}}{\Omega_2(\omega^2-\Omega_2^2)(\Omega_1^2-\Omega_2^2)}\sin(\Omega_2 t+\psi_2)\right]. \qquad (3.1)$$

În mod analog, pentru tensiunea în punctul b se obţine

$$u_b(t) = \frac{E_{max}}{L_1 L_2 L_3 (C_1+C_2) C_3 C_4'}\left[\frac{1}{\omega^2\Omega_1^2\Omega_2^2}\cos\Phi+\frac{1}{\omega\Omega_1^2\Omega_2^2}t\sin\Phi+\right.$$

$$+\frac{1}{\omega^2(\Omega_1^2-\omega^2)(\Omega_2^2-\omega^2)}\cos(\omega t-\Phi)-$$

$$-\frac{\sqrt{(\omega\sin\Phi)^2+(\Omega_1\cos\Phi)^2}}{\Omega_1^3(\omega^2-\Omega_1^2))(\Omega_2^2-\Omega_1^2)}\sin(\Omega_1 t+\psi_1)-$$

$$\left.-\frac{\sqrt{(\omega\sin\Phi)^2+(\Omega_2\cos\Phi)^2}}{\Omega_2^3(\omega^2-\Omega_2^2)(\Omega_1^2-\Omega_2^2)}\sin(\Omega_2 t+\psi_2)\right], \qquad (3.2)$$

în care

$$\Omega_1 = \frac{n}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \sqrt{1 - \frac{4m^4}{n^4}}},$$

$$\Omega_2 = \frac{n}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 - \frac{4m^4}{n^4}}},$$

$$n^2 = \frac{L_1 L_2 (C_1 + C_2) + L_1 L_3 (C_1 + C_2 + C_3) + L_2 L_3 C_3}{L_1 L_2 L_3 (C_1 + C_2) C_3},$$

$$m^4 = \frac{L_1 + L_2 + L_3}{L_1 L_2 L_3 (C_1 + C_2) C_3},$$

$$s^2 = \frac{L_2 + L_3}{L_2 L_3 C_3},$$

$$\psi_1 = \operatorname{arctg} \frac{\Omega_1}{\omega \operatorname{tg} \Phi},$$

$$\psi_2 = \operatorname{arctg} \frac{\Omega_2}{\omega \operatorname{tg} \Phi}.$$

Rezolvarea problemei pentru diferite valori ale parametrilor schemei echivalente a necesitat utilizarea unui calculator digital.

4. INFLUENȚA PARAMETRILOR SCHEMEI ECHIVALENTE ASUPRA VALORILOR SUPRATENSIUNILOR

După cum s-a precizat anterior, marele avantaj al calculului analitic constă în posibilitatea unei analize largi a influenței diferiților parametri asupra valorilor supratensiunilor, a verificării ipotezelor și a rezultatelor obținute în cazul modelării analogice, precum și posibilitatea de a evidenția clar aspecte fizice ale fenomenelor.

Pentru a preciza influența diferiților parametri asupra caracteristicilor supratensiunii, s-au variat valorile acestor parametri în limite largi; în acest mod s-au obținut o serie de concluzii inedite, utile în practică.

4.1. Influența lungimii liniei

În calcule s-au considerat linii de lungimi cuprinse între 200 și 1 000 km. În figura 3 sînt reprezentate curbele de variație în timp ale supratensiunilor atît la începutul, cît și la capătul unei linii conectate de 500 km lungime (puterea sursei $P_s = 5000$ MVA, capacitatea sursei 0,01 μF și momentul de conectare a liniei $\Phi = 30°$). În figura 4 sînt reprezentate

curbele dependenţei supratensiunilor de lungimea liniei. În aceeaşi figură este reprezentată curba obţinută pe baza datelor experimentale la un model de regimuri tranzitorii.

Din diagramă se observă că amplitudinea supratensiunii creşte liniar cu lungimea liniei, putînd atinge valori ridicate pentru linii lungi. Concordanţa dintre rezultatele analitice şi cele experimentale este suficient de bună.

4.2. Influenţa puterii sursei

S-au considerat surse de tensiune ale căror puteri sînt cuprinse între 5000 şi 20 000 MVA pentru o linie de lungime 500 km, $C_1 = 0{,}01$ μF şi

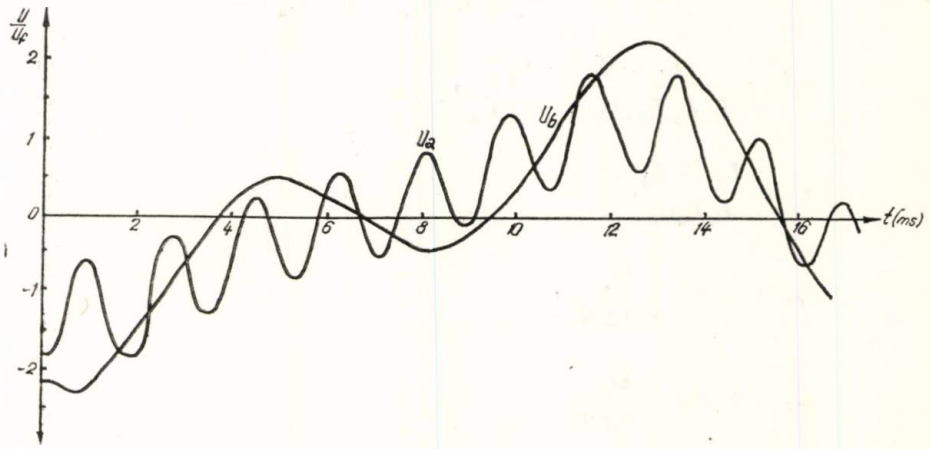


Fig. 3. — Variaţia în timp a supratensiunilor U_a şi U_b pentru o linie de lungime $l = 500$ km $CP_s = 5000$ MVA, $C_1 = 0{,}01$ μ F şi $\Phi = 30°$.

$\Phi = 30°$. În figura 5 sînt trasate curbele de dependenţă a amplitudinii supratensiunilor la extremităţile liniei în funcţie de puterea sursei. Se constată că, odată cu creşterea puterii sursei, coeficientul de supratensiune scade.

Influenţa puterii sursei se exercită îndeosebi asupra supratensiunii de la capătul liniei. Astfel, în cazul cînd puterea sursei variază în limitele 5 000—20.000 MVA, coeficientul de supratensiune de la capătul liniei a scăzut de la 2,98 la 2,24; coeficientul de supratensiune de la începutul liniei a rămas practic neschimbat.

4.3.Influenţa capacităţii sursei

Din figura 6 privind dependenţa supratensiunilor în funcţie de capacitatea sursei, a cărei valoare a variat în limitele 0,01 şi 5 μF, se constată că influenţa acestei capacităţi este neglijabilă, concluzie asemănătoare celei în cazul deconectării liniei în gol [11]. Astfel, în cazul supratensiunii u_b, raportul u_b/u_f a variat între limitele 2,294 şi 2,259, cu toate că limitele de variaţie ale capacităţii sursei au fost mari.

4.4. Influenţa momentului conectării liniei

În figurile 7 şi 8 sînt reprezentate curbele dependenţei supratensiunilor pe cele trei faze, respectiv între faze, în funcţie de momentul conec-

tării liniei în limitele 15 și 90°. Se constată influența relativ mare a unghiului Φ asupra amplitudinii supratensiunii pe fiecare faze, precum și a supratensiunii între faze.

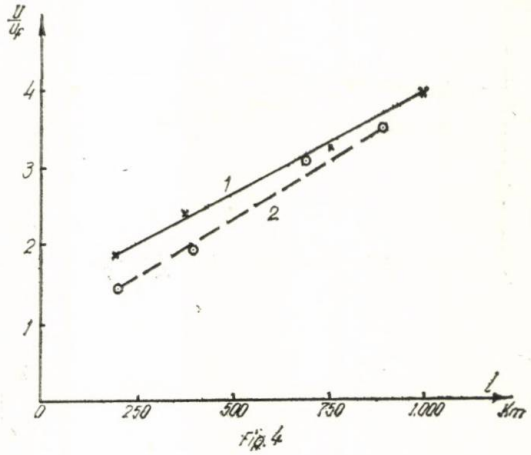


Fig. 4. — Dependența supratensiunii U_b în funcție de lungimea liniei; *1* — rezultatele calculate analitic; *2* — rezultatele obținute prin experimentări.

Fig. 4

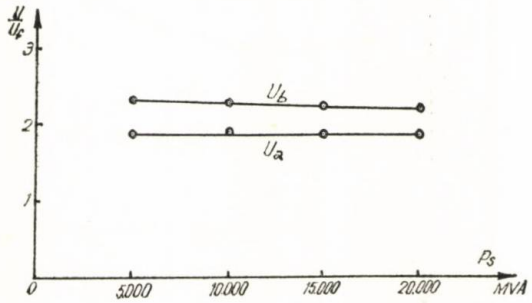


Fig. 5. — Dependența supratensiunilor U_a și U_b de puterea sursei (l = 500 km, C_1 = 0,01 μF și $\Phi = 30°$).

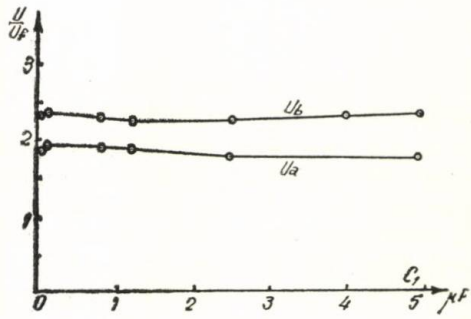


Fig. 6. — Dependența supratensiunilor U_a și U_b în funcție de capacitatea sursei (l = 500 km, P_s = 5000 MVA și $\Phi = 30°$).

Dintre datele obținute rezultă că, variind momentul conectării liniei pentru valorile lui Φ cuprinse între 15 și 90°, supratensiunea maximă

apare pe faza B pentru momentul $\Phi = 60°$ şi este egală cu 2,46 U_f. Supratensiunea maximă între faze apare între fazele A şi B pentru momentul conectării cuprins între 45 şi 60°, fiind egal cu 3,98 U_f.

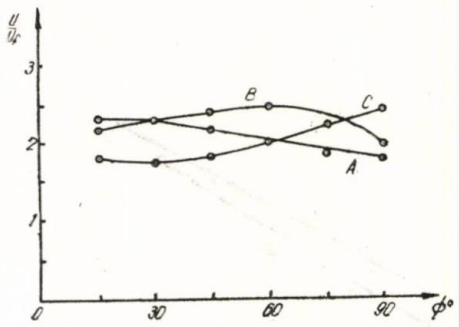


Fig. 7. — Dependenţa supratensiunii U_b de pe cele trei faze A, B, C în funcţie de momentul conectării liniei ($l = 500$ km, $P_s = 5000$ MVA şi $C_1 = 0{,}01\ \mu F$).

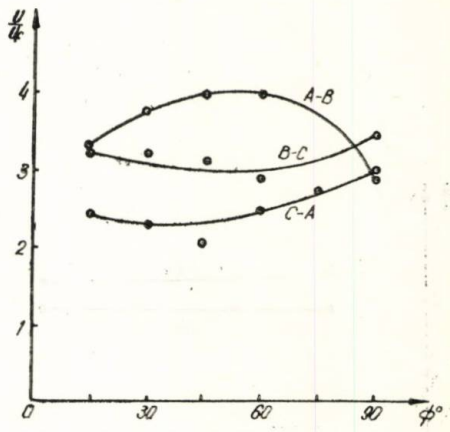


Fig. 8. — Dependenţa supratensiunii U_b între fazele A şi B, B şi C, respectiv C şi A, în funcţie de momentul conectării liniei ($l = 500$ km, $P_s = 5000$ MVA şi $C_1 = 0{,}01 \mu F$).

5. CONCLUZII

Pe baza studiilor efectuate şi a rezultatelor obţinute se pot desprinde următoarele concluzii :

5.1. Relaţiile analitice de calcul prezentate permit determinarea supratensiunilor la conectarea liniilor în gol pentru diferite valori ale parametrilor schemei echivalente. Supratensiunile ce apar la conectarea liniilor în gol sînt în mare măsură influenţate de valorile parametrilor schemei, fiind întotdeauna mai mari la capătul în gol al liniei conectate.

5.2. Coeficientul de supratensiune la capătul liniei creşte practic liniar cu creşterea lungimii liniei.

5.3. Amplitudinea supratensiunilor la începutul şi la capătul liniei scade odată cu creşterea puterii sursei ; influenţa puterii sursei este relativ redusă.

5.4. Amplitudinea supratensiunilor de conectare este puţin influenţată de capacitatea sursei.

5.5. Asupra valorii supratensiunii pe fază sau între faze influenţează mult momentul conectării liniei.

ANEXE

1. *Supratensiunile la conectarea unei linii reprezentate printr-un cuadripol în π nesimetric*

Considerînd schema de calcul utilizată şi aplicînd transformata Laplace, se obţin următoarele relaţii :

$$I_3 = I_1 + I_2,$$

$$I_3 = I_4 + I_5,$$

$$E = I_1\, pL_1 - I_2/pC_1,$$

$$0 = I_2/pC_1 + I_4/pC_2,$$

$$0 = -\, I_4/pC_2 + I_5\, pL_2 + I_5/pC_3.$$

După o serie de transformări se obţine funcţia-imagine a tensiunii în punctul a:

$$U_a(p) = \frac{E_{\max}}{L_1(C_1 + C_2)} \frac{(p\cos\Phi + \omega\sin\Phi)(p^2+s^2)}{(p^2+\omega^2)(p^4+p^2n^2+m^4)}. \qquad (A.1)$$

Relaţia (1) se poate scrie sub forma

$$U_a(p) = \frac{E_{\max}}{L_1(C_1 + C_2)} \frac{(p\cos\Phi + \omega\sin\Phi)(p^2+s^2)}{(p^2+\omega^2)(p^2+\Omega_1^2)(p^2+\Omega_2^2)}.$$

În mod analog se obţine funcţia-imagine a tensiunii în punctul b :

$$U_b(p) = \frac{E_{\max}}{L_1 L_2(C_1 + C_2) C_3} \frac{(p\cos\Phi + \omega\sin\Phi)}{(p^2+\omega^2)(p^2+\Omega_1^2)(p^2+\Omega_2^2)}. \qquad (A.2)$$

2. *Supratensiunile la conectarea unei linii reprezentate prin doi cuadripoli în π nesimetrici*

Considerînd schema de calcul şi utilizînd transformata Laplace, se obţin relaţiile

$$I_3 = I_1 + I_2 = I_4 + I_5,$$
$$I_5 = I_6 + I_7,$$
$$E = I_1\ pL_1 - I/pC_1,$$
$$0 = I_2\ /pC_1 + I_4/pC_2.$$
$$0 = -I_4/pC_2 + I_5\ pL_2 + I_6/pC_3,$$
$$0 = -I_6/pC_3 + I_7\ pL_3.$$

Rezolvînd sistemul de ecuaţii de mai sus, se obţine funcţia-imagine a tensiunii în punctul a, respectiv în punctul b :

$$U_a(p) = \frac{E_{max}}{L_1(C_1 + C_2)} \frac{(p\cos\Phi + \omega\sin\Phi)(p^2 + s^2)}{(p^2 + \omega^2)(p^2 + \Omega_1^2)(p^2+\Omega_2^2)}, \tag{A.3}$$

$$U_b(p) = \frac{E_{max}}{L_1 L_2 L_3(C_1 + C_2) C_3 C_4'} \frac{(p\cos\Phi + \omega\sin\Phi)}{p^2(p^2 + \omega^2)(p^2 + \Omega_1^2)(p^2 + \Omega_2^2)}. \tag{A.4}$$

BIBLIOGRAFIE

1. G. Drăgan, *Determinarea analitică a supratensiunilor interne de deconectare a circuitelor cu capacităţi concentrate.* St. cerc. energ. electr., **15**, *4*, 821–829 (1965).
2. F. Fl-Dakhakhny, *Contribuţii la studiul regimurilor tranzitorii şi a supratensiunilor la liniile electrice de înaltă tensiune*, teză de doctorat, vol. II, Bucureşti, 1972, p. 384–450.
3. I. B. Johnson, V. E. Phillips, H. O. Simmons, *Switching of Extrahighvoltage circuits*, I.E.E.E. Trans., **83**. *12*, 1187–1196 (1964).
4. A. A. Akopyan, U. S. Liskov, S. S. Rokotijan, V. P. Fotin, *Surtension de manœuvre sur lignes de transport a 500 kV à longue distance et mesures prises pour leur limitation*, C.I.G.R.E.. *405* (1962).
5. I. S . Antoniu, I. Adămuţ, *Contribuţii la definirea vitezei de propagare a unui semnal pe lanţurile de cuadripol*, St. cerc. energ. electr., **16**. *1*, 531–558 (1966).
6. R. D. Evans, A. C. Monteith, *System recovery voltage determination by analitic and A.C. calculating board methods*, A.I.E.E. Trans., **56** (1937).
7. H. Prinz, *Die Längskompensierte Fernleitung als Vierpolketten*, Archiv Für Elektrotecknik, 1962, p. 219.
8. L. F. Dmoxovskaia, G. M. Goncearenko, *Tehnika visokih napriajenii*, Moskva, 1965.
9. V. Lovass, U. Nagy, K. Szendy, *Zur Behandlungenen von Fernleitungsverzeigungen mit Hilfe vor Vierpolketten*, Archiv für Elektrotecknik, 1964, p. 49.
10. N. Nasko, *Nachbildung von Leerlaufenden Leitungen im Hochleistungs-Prüffeed*, A.E.G. Mitteilungen, **52**, *7/8*, 317–324, (1962).
11. G. Drăgan, I. Adămuţ, *Analogue computer investigation into surges appearing on opening capacitive and inductive circuits*, C.I.G.R.E., *424* (1966).

DETERMINAREA FORŢELOR ELECTRODINAMICE LA SCURTCIRCUIT BRUSC ÎN TRANSFORMATOARE DE PUTERE UTILIZÎND CALCULATORUL CIFRIC

I. RĂDUCAN şi D. CÎRSTEA

621.314.2

În literatura de specialitate se cunosc foarte multe publicaţii privind calculul forţelor electrodinamice la scurtcircuit brusc în transformatoare de putere. În lucrarea de faţă se prezintă modul de adaptare şi de rezolvare pe calculator a unor relaţii de calcul folosite la una dintre metodele grafoanalitice, cu aplicare la calculul forţelor radiale şi axiale într-un transformator din clasa 400 kV.

Modernizarea continuă a construcţiilor de transformatoare mici şi mari, creşterea permanentă a puterilor pe unitate şi creşterea vertiginoasă a puterilor de scurtcircuit din reţele menţin mereu în actualitate problema comportării acestor produse la scurtcircuit brusc. În literatura de specialitate apar sistematic articole care reiau această problemă. Extinderea folosirii calculatoarelor electronice în activitatea de cercetare şi de proiectare permite progrese mari în studiul acestei probleme. De multe ori se folosesc relaţii stabilite cu mulţi ani în urmă, dar care nu s-au putut rezolva manual decît apelînd eventual la metode grafo-analitice. Adaptarea acestor relaţii pentru folosirea pe calculator este problema esenţială în atenţia specialiştilor. Aceste aspecte sînt ilustrate de cele cîteva poziţii citate în bibliografie [1]—[10]. În cadrul uzinelor „Electroputere", problema comportării transformatoarelor la scurtcircuit brusc a fost abordată cu ani în urmă [11]—[14], extinsă apoi la transformatoare de puteri mai mari, apelînd pentru executarea calculelor la calculatoare electronice [15], şi se continuă în prezent cu aplicaţii mai deosebite la transformatoarele de puteri foarte mari şi tensiuni foarte înalte. Lucrarea de faţă constituie un aspect din aceste preocupări.

1. PREZENTAREA RELAŢIILOR DE CALCUL

Relaţiile de calcul utilizate au fost deduse (vezi anexa) pornind de la metoda dezvoltată în [1]. Această metodă grafo-analitică constă în determinarea unor forţe specifice (radiale şi axiale) utilizînd un graf construit

pe baza transformărilor conforme după care fiecare dintre aceste forţe specifice se înmulţeşte cu un coeficient care se calculează separat, obţinîndu-se astfel forţa radială sau axială pe fiecare din galeţii unei înfăşurări considerate ca înfăşurare acţionată. Centrul sistemului de coordonate utilizat este considerat întotdeauna în centrul înfăşurării acţionate.

Acest procedeu este incomod şi afectat de erori specifice calculelor grafice, şi îndeosebi la determinarea unor valori după translatarea sistemului de coordonate. De aceea relaţiile de calcul deduse în lucrare au ca bază un sistem de coordonate cartezian a cărui axă X rămîne pe aceeaşi direcţie, astfel încît ordonatele centrelor galeţilor se determină avînd ca referinţă întotdeauna acelaşi punct (punctul de intersecţie al axei X, aleasă ca trecînd prin mijlocul înălţimii înfăşurării de J.T. cu axa verticală a înfăşurării respective) şi se pot rezolva pe calculator. Pentru fiecare galet notat cu numărul de ordine k din înfăşurarea acţionată, se determină o forţă radială $FR\ (k)$, o forţă axială $FA\ (k)$ dată de acţiunea celorlalte înfăşurări (reale sau imagini ale înfăşurărilor reale faţă de suprafaţa fierului miezului magnetic) şi o forţă axială datorată celorlalţi galeţi ai propriei înfăşurări şi notată $FP\ (k)$.

Aceste relaţii sînt următoarele:

$$FR\ (k) = 2{,}04 \cdot 10^{-8} \cdot I_1 \cdot W\ (k)\ \frac{I_2 \cdot WS}{L_2} \cdot Lk \left[\operatorname{arctg}\ \frac{B - Y(k)}{h} - \right.$$

$$\left. - \operatorname{arctg}\ \frac{A - Y(k)}{h} \right], \tag{1}$$

$$FA\ (k) = 1{,}02 \cdot 10^{-8} \cdot I_1 \cdot W(k)\ \frac{I_2 \cdot WS}{L_2} \cdot Lk \cdot \ln \frac{[B - Y(k)]^2 + h^2}{[A - Y\ (k)]^2 + h^2}, \tag{2}$$

$$FP\ (k) = 1{,}02 \cdot 10^{-8} \cdot I_1 \cdot W(k)\ \frac{I_1 \cdot WT}{L_1} \cdot Lk \cdot \ln \frac{[D - Y(k)]^2}{[C - Y(k)]^2}. \tag{3}$$

În aceste relaţii s-au utilizat următoarele notaţii:

I_1 — curentul maxim la scurtcircuit brusc (curentul de şoc) din înfăşurarea acţionată [A];

$W\ (k)$ — numărul de spire ale galetului k din înfăşurarea acţionată;

LK — lungimea medie a spirei galetului k din înfăşurarea acţionată [mm];

I_2 — valoarea de şoc a curentului de scurtcircuit din înfăşurarea care acţionează [A];

WS — numărul total de spire al înfăşurării care acţionează;

L_1 — lungimea înfăşurării acţionate [mm];

L_2 — lungimea înfăşurării care acţionează [mm];

A — ordonata centrului galetului de la limita inferioară a înfăşurării care acţionează [mm];

B — ordonata centrului galetului de la limita superioară a înfăşurării care acţionează [mm];

$Y(k)$ — ordonata centrului galetului k al înfășurării acționate [mm];
h — distanța dintre axele verticale ale înfășurărilor [mm];
WT — numărul total de spire al înfășurării acționate;
C — ordonata centrului ultimului galet (inferior) al înfășurării acționate [mm];
D — ordonata centrului primului galet (superior) al înfășurării acționate [mm].

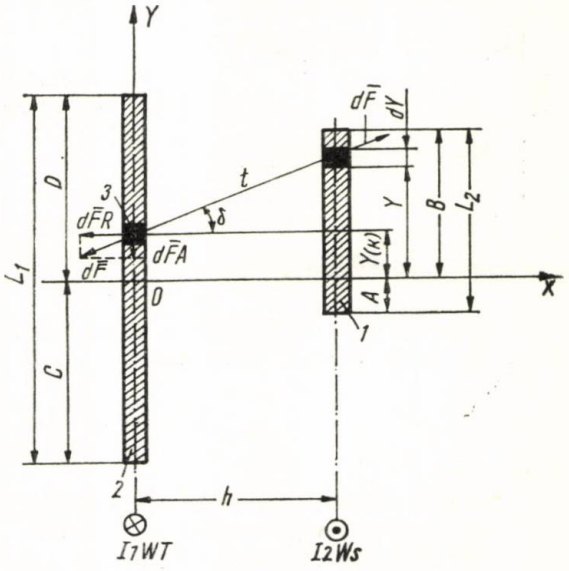


Fig. 1. — Deducerea relațiilor de calcul al forțelor la scurtcircuit: *1* — înfășurarea care acționează; *2* — înfășurarea acționată; *3* — galetul k cu $[L_1 \cdot W(k)]$ amperspire.

Dacă $k = 1$, avem $Y(1) = D$ și deci rezultă că în relația (3) apare $\ln(0)$, ceea ce face imposibil de utilizat această relație la calculul forței axiale proprii care acționează asupra primului galet din înfășurare.

În acest caz (fig. 2), relația de calcul este

$$FP(1) = -2{,}04 \cdot 10^{-8} \cdot I_1^2 \cdot W(1) \cdot Lk. \sum_{L=2}^{M} \frac{W(L)}{D(L)}, \qquad (4)$$

unde

$W(L)$ este numărul de spire al galetului L din înfășurarea acționată;
$D(L)$ — distanța de la centrul galetului L pînă la centrul galetului 1 din înfășurarea acționată [mm];
M — numărul total de galeți ai înfășurării acționate.

Ceilalți factori din relația (4) au fost explicați mai sus. În toate cele patru relații utilizate, rezultă forța în kgf.

Pentru a nu introduce prea multe date inițiale $D(L)$ în cazul în care înfășurarea are ND grupe de galeți cu proprietatea că în cadrul oricărei grupe (de exemplu grupa k) există $x(k)$ distanțe egale notate $T(k)$ între doi galeți consecutivi ($k = 1,2, \ldots, ND$), calculul sumei din relația (4) se face în conformitate cu o schemă logică proprie, care se adaugă mai departe la schema logică de la pct. 2.

Dacă toate distanţele dintre galeţi sînt egale (înfăşurare omogenă), atunci $ND = 1$. În schema logică amintită au fost introduse trei variabile auxiliare, notate SIGMA 1, SIGMA 2 şi SIGMA 3, dintre care ultima reprezintă suma care se introduce în relaţia (4).

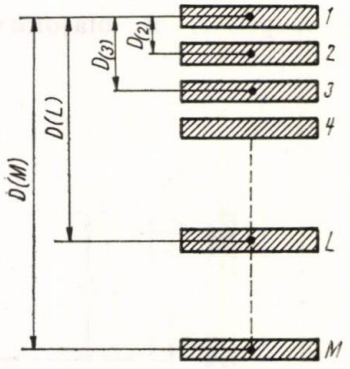


Fig. 2. — Explicativă pentru calculul forţei de compresiune proprie care acţionează asupra primului galet al unei înfăşurări.

Luarea în consideraţie a grosimii înfăşurărilor se face utilizînd în locul lui h o valoare corectată:

$$h' = h + \frac{a_1 + a_2}{3},$$

unde

a_1 este dimensiunea radială a înfăşurării de I.T. şi

a_2 dimensiunea radială a înfăşurării de J.T.

De influenţa fierului circuitului magnetic se ţine seama utilizînd metoda imaginilor [2].

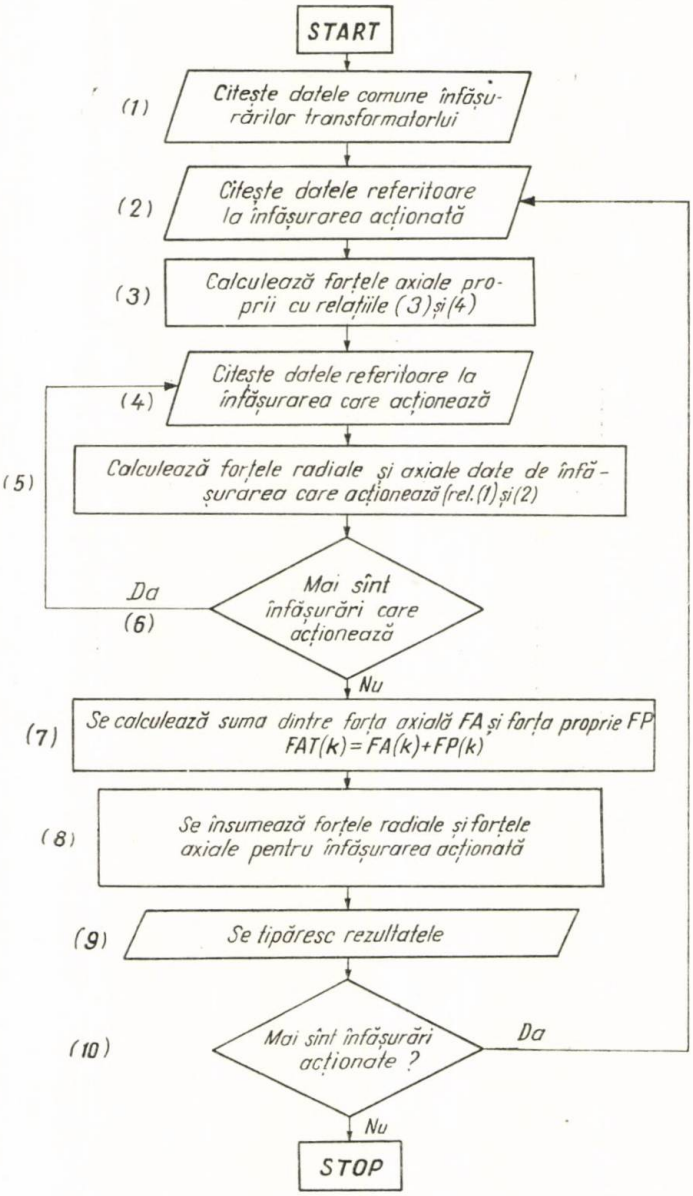
2. SCHEMA LOGICĂ

Schema logică detaliată după care s-a scris programul de calcul este relativ lungă, şi din acest motiv în cele ce urmează se arată o schemă logică simplificată, din care se pot urmări etapele parcurse de programul de calcul.

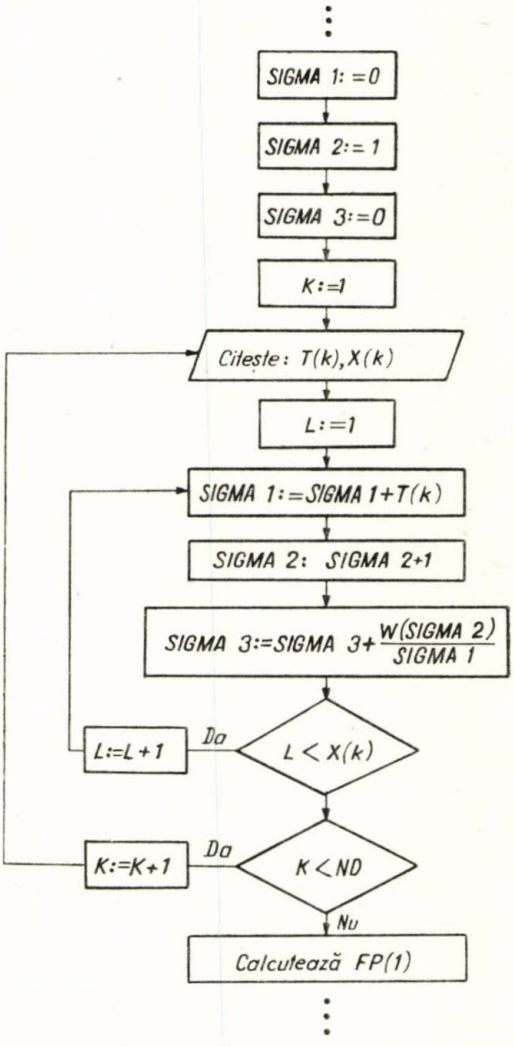
Programul începe cu citirea datelor iniţiale comune tuturor înfăşurărilor transformatorului (*1*), după care se citesc datele iniţiale referitoare la înfăşurarea acţionată (*2*). Cu aceste date se calculează forţele axiale proprii înfăşurării acţionate (*3*), după care se citesc datele referitoare la înfăşurarea care acţionează (*4*). Cu aceste date se calculează forţele radiale şi axiale date de înfăşurarea care acţionează (*5*). În blocul (*6*) se testează dacă s-au terminat toate înfăşurările care acţionează şi, în cazul neterminării acestora, se revine la citirea datelor referitoare la următoarea înfăşurare care acţionează (*4*), efectuînd din nou calculele indicate de blocul (*5*). În blocurile (*7*), (*8*) şi (*9*) se fac însumările forţelor pe galeţi şi se tipăresc rezultatele pentru înfăşurarea acţionată.

În blocul (*10*) se testează dacă mai sînt înfăşurări acţionate şi, în caz afirmativ, se citesc date pentru o nouă înfăşurare (*2*) şi se efectuează ca mai sus toate calculele descrise.

2.1. *Schema logică simplificată:*



2.2. *Schema logică de detaliu* pentru calculul sumei din relația (4) înglobată în blocul de calcul (*3*) din schema logică simplificată :



3. APLICAREA METODEI PE UN TRANSFORMATOR DIN CLASA 400 KV

Relațiile (1)—(4) au fost aplicate pentru a calcula forțele electrodinamice la scurtcircuit brusc ale unui transformator de mare putere din clasa de tensiune 400 kV. Transformatorul este prevăzut cu reglaj fără tensiune pe înfășurarea de înaltă tensiune în limitele $\pm 5\%$. Avînd în vedere că solicitările cele mai mari apar pe poziția -5% a comutatorului de reglaj, se expun rezultatele obținute numai în această situație pentru două variante de plasare a reglajului, și anume o variantă cu reglajul plasat la cca 2/3 din înălțimea unei semibobine, măsurat de la intrare (mijlocul înfășurării), și o variantă cu reglajul plasat la aproximativ 1/2 din înălțimea unei semibobine de I.T.

Datele constructive ale înfășurărilor sînt următoarele : înfășurarea de joasă tensiune este tip spiralat cu două începuturi, avînd în total 57 de spire străbătute de un curent $I_2 = 5556$ A. Înfășurarea de înaltă tensiune este de tip continuu cu 550 ± 28 spire, avînd intrarea la mijlocul înălțimii sale, cele două semibobine (superioară și inferioară) fiind identice și conectate în paralel (fig. 3). Curentul înfășurării de înaltă

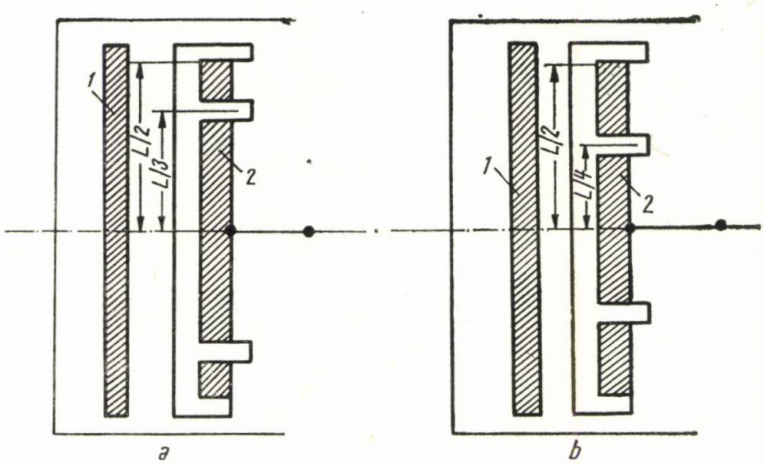


Fig. 3. — Secțiune cu așezarea în fereastră a înfășurărilor transformatorului analizat : *a* = varianta cu reglajul plasat la 2/3 din înălțimea unei semibobine de I.T. măsurat de la intrare (mijloc); *b* = varianta cu reglajul plasat la 1/2 din înălțimea unei semibobine de I.T.; *1* — înfășurarea de J.T.; *2* — înfășurarea de I.T.

tensiune pentru care se calculează forțele este $I_1 = 608$ (*A*). Varianta transformatorului cu reglajul la cca 1/3 din înălțimea unei semibobine (măsurat de la mijloc) este redată în figura 3*a*.

În calcule s-au considerat trei înfășurări acționate, și anume înfășurarea de J.T., înfășurarea de I.T superioară și înfășurarea de I.T. mijlocie. Ca înfășurări care acționează s-au considerat toate înfășurările amintite ca acționate, la care se adaugă înfășurarea de I.T. inferioară și primele imagini ale acestora față de coloana proprie, rezultînd pentru fiecare înfășurare acționată cîte șapte înfășurări care acționează (reale sau imagini ale acestora). Pentru înfășurarea de I.T. inferioară nu se calculează for-

ţele, deoarece sînt identice cu cele ale înfăşurării de I.T. superioară (cu corecţia semnului).

Varianta cu reglajul la 1/2 din înălţimea semibobinei de I.T. este arătată în figura 3*b*.

4. REZULTATE OBŢINUTE

Rezultatele obţinute de la calculator pot fi urmărite sub formă grafică în figurile 4 — 9. Figura 4 se referă la ambele variante de plasare a reglajului pe înfăşurarea de I.T., avînd în vedere că J.T. este identică în ambele variante, deci forţele proprii FP sînt identice.

În celelalte figuri, indicele 1 se referă la varianta din figura 3*a*, iar indicele 2 la varianta din figura 3*b*. Analizînd forţele axiale totale ($FAT = FA + FP$) pentru fiecare galet al înfăşurării de J.T. şi forţele axiale totale însumate ($FATS$), se constată (fig. 5) că plasarea reglajului la jumătate din înălţimea unei semibobine de I.T. are ca efect creşterea forţelor axiale pe această înfăşurare (JT) şi deplasarea forţei axiale maximă de la galetul 12 (varianta 1) la galetul 17 (varianta 2).

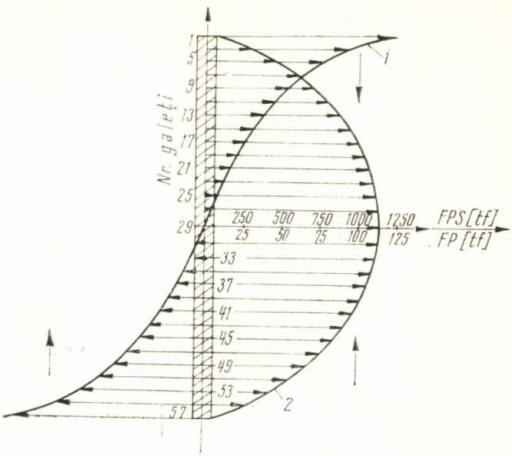
În ceea ce priveşte repartizarea forţelor proprii FP şi FPS pe galeţii înfăşurării de I.T. se constată (fig. 6 şi 7) o creştere a valorii maxime pe porţiunea înfăşurării de deasupra reglajului şi o scădere a acesteia pe cealaltă porţiune pentru varianta 2 faţă de varianta 1. O modificare analoagă se constată şi pentru forţele axiale totale (fig. 8 şi 9).

Valorile forţelor maxime, sensul acestora, locul unde acţionează şi solicitările cuprului şi ale *transformerboard*-ului (carton electrotehnic) sînt concentrate în tabela 1.

Tabela 1

Înfăşurarea	J.T		I.T. superioară		I.T. mijlocie	
	var. 1	var. 2	var. 1	var. 2	var. 1	var. 2
Forţa radială totală [tf]	4551	4551	557	1164	4728	3493
Sensul forţei radiale	către miez	către miez	către cuvă	către cuvă	către cuvă	către cuvă
Solicitarea cuprului [kgf/cm^2]	803	803	832	934	1171	1345
Forţa axială totală maximă [tf]	455	578	193	254	543	403
Sensul forţei axiale maxime	de compresiune	de compresiune	de compresiune	de compresiune	de compresiune	de compresiune
Locul de acţionare a forţei axiale maxime	galetul 12 de sus în jos	galetul 17 de sus în jos	galetul 5 de sus în jos	galetul 8 de sus în jos	la mijlocul înfăşurării	la mijlocul înfăşurării
Solicitarea izolaţiei [kgf/cm^2]	282	358	44	57	122	91

Fig. 4. — Variația forțelor ax'ale de compresiune (proprii) în lungul înfășurării de J.T. a transformatorului în variantele 1 (fig. 3 *a*) și 2 (fig. 3 *b*) : *1* — forța proprie, *FP*; *2* — forța proprie însumată, *FPS*.



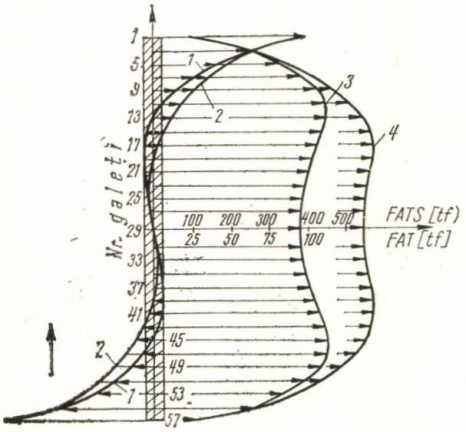


Fig. 5. — Variația forțelor axiale totale și totale însumate în lungul înfășurării de J.T. a transformatorului în variantele 1 și 2 : *1* — forța axială totală pentru trafo var. 1 ($FAT1 = FP1 + FA1$); *2* — forța axială totală pentru trafo var. 2; *3* — forța axială totală pentru trafo var. 1 ($FATS1\,(k) = FAT1\,(k) + FAT\,1\,(k-1)$); *4* — forța axială totală însumată pentru trafo var. 2.

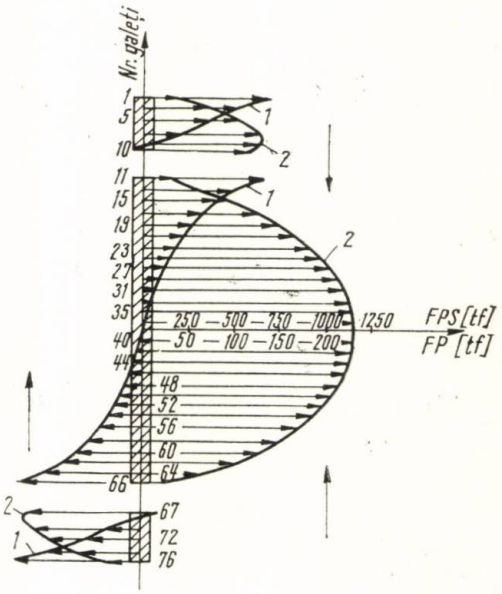


Fig. 6. — Explicații ca la fig. 4, dar pentru înfășurarea de I.T. var. 1.

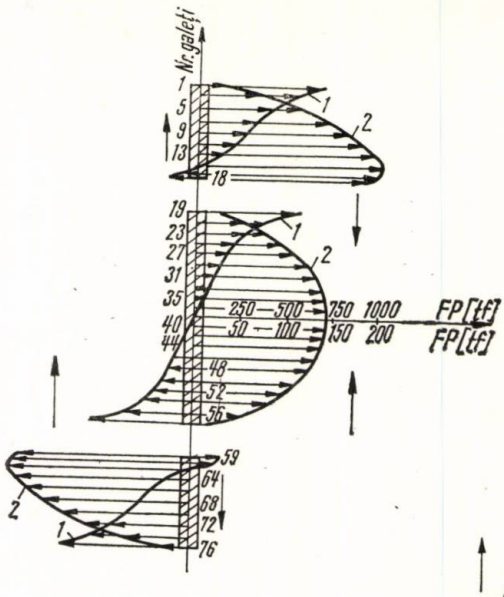


Fig. 7. — Explicații ca la fig. 4, dar pentru înfășurarea de I.T. var. 2.

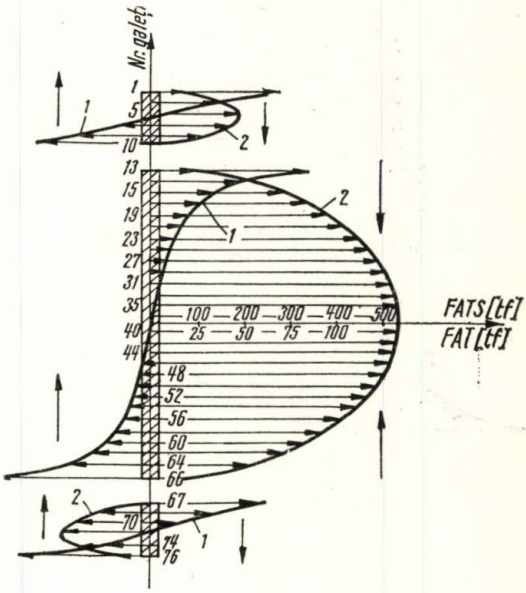


Fig. 8. — Explicații ca la fig. 5, dar pentru înfășurarea de I.T. var. 1.

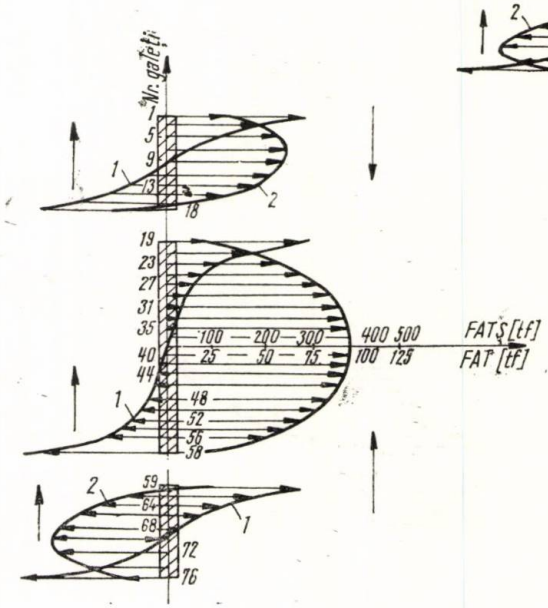


Fig. 9. — Explicații ca la fig. 5, dar pentru înfășurarea de I.T. var. 2.

Valorile forțelor din tabela 1 au fost obținute de la calculator, iar solicitările care apar în cupru și izolație au fost calculate conform cu bibliografia [3] și [4].

5. CONCLUZII

Cu metoda descrisă mai sus pentru cazul transformatorului analizat s-au calculat cca 1 500 de forțe, însumate apoi pentru un număr de 66 de galeți, durata totală a acestora pe calculatorul IRIS-50 fiind de cca 3 min.

În afară de cele două variante ale transformatorului ale căror rezultate au fost date mai sus, s-a cercetat și varianta cu reglajul plasat la cele două extremități ale înfășurării de I.T. Această variantă a rezultat foarte defavorabilă, depășind valorile admise pentru solicitări atît în privința forțelor radiale, cît și axiale.

Varianta cea mai avantajoasă (vezi tabela 1) este varianta 1 (fig. 3*a*).

ANEXĂ

Demonstrația relațiilor de calcul

În figura 1 este reprezentată înfășurarea acționată cu un galet k, avînd abscisa 0 și ordonata $Y(k)$, și înfășurarea care acționează cu un element al ei de înălțime $\mathrm{d}Y$, avînd abscisa h și ordonata Y.

Intensitatea cîmpului magnetic produs de elementul $\mathrm{d}Y$, avînd solenația $\frac{(I_2 \cdot WS}{L_2} \cdot \mathrm{d}Y)$ în punctul din centrul galetului k de solenație $I_1 \cdot W(k)$ se determină, conform legii circuitului magnetic, cu relația

$$2\pi t \, \mathrm{d}H = \frac{I_2 \, WS}{L_2} \cdot \mathrm{d}Y, \tag{1'}$$

de unde rezultă

$$\mathrm{d}H = \frac{1}{2\pi t} \cdot \frac{I_2 \cdot WS}{L_2} \cdot \mathrm{d}Y. \tag{2'}$$

În același punct, inducția magnetică este dată de relația

$$\mathrm{d}B = \mu_0 \, \mathrm{d}H = \frac{2 \cdot 10^{-7}}{t} \cdot \frac{I_2 \cdot WS}{L_2} \cdot \mathrm{d}Y. \tag{3}$$

Pentru a determina forța elementară $\mathrm{d}\bar{F}$ se utilizează formula lui Biot-Savart:

$$\mathrm{d}\bar{F} = [I_1 \cdot W(k) \cdot \bar{L}k \cdot \mathrm{d}\bar{B}]. \tag{4'}$$

Deoarece $I_1 \cdot \overline{Lk}$ şi $d\overline{B}$ sînt perpendiculare, produsul lor vectorial este egal cu produsul modulelor, iar mărimea forţei $d\overline{F}$ va fi

$$d\overline{F} = I_1 \cdot dB \cdot Lk \cdot W(k). \tag{5'}$$

Introducînd (3') în (5') şi împărţind la 9,81 pentru a avea forţa în kgf, se obţine

$$dF = 2{,}04 \cdot 10^{-8} \cdot I_1 \cdot W(k) \cdot \frac{I_2 \cdot WS}{L_2} \cdot Lk \cdot \frac{dY}{t} \text{ [kgf]}. \tag{6'}$$

Proiectînd dF pe cele două axe (vezi fig. 1), se obţine ca mărime $dFR = dF \cos \delta = dF \frac{h}{t} = 2{,}04 \cdot 10^{-8} \cdot I_1 \cdot W(k) \cdot \frac{I_2 \cdot WS}{L_2} \cdot Lk \cdot \frac{h \cdot dY}{t^2}$, unde, înlocuind $t^2 = [Y - Y(k)]^2 + h^2$ şi integrînd de la A la B, se ajunge la

$$FR(k) = 2{,}04 \cdot 10^{-8} \cdot I_1 \cdot W(k) \cdot \frac{I_2 \cdot WS}{L_2} \cdot Lk \left[\operatorname{arctg} \frac{B - Y(k)}{h} - \right.$$

$$\left. - \operatorname{arctg} \frac{A - Y(k)}{h} \right]. \tag{7'}$$

În mod analog rezultă

$$FA(k) = \int_A^B dF \sin \delta = 1{,}02 \cdot 10^{-8} \cdot I_1 \cdot W(k) \cdot \frac{I_2 \cdot WS}{L_2} \cdot$$

$$\cdot Lk \cdot \ln \frac{[B - Y(k)]^2 + h^2}{[A - Y(k)]^2 + h^2}, \tag{8'}$$

Asupra galetului k din înfăşurarea acţionată se exercită însă în afară de $FR(k)$ şi $FA(k)$ încă o forţă, datorită înfăşurării proprii. Aceasta este forţa de compresiune proprie, existentă pentru orice înfăşurare, şi se determină din (8') făcînd următoarele modificări :

— se înlocuieşte solenaţia pe unitatea de lungime $\frac{I_2 \cdot WS}{L_2}$, care se referă la înfăşurarea ce acţionează, cu solenaţia unitară $\frac{I_1 \cdot WT}{L_1}$, care se referă acum la înfăşurarea acţionată ;

— se înlocuieşte A şi B, care de asemenea nu se referă la înfăşurarea acţionată, cu C şi D, care se referă la aceasta ;

— deoarece axa verticală a înfăşurării acţionată este comună cu galetul acţionat, dimensiunea h devine nulă.

Cu aceste modificări, forţa proprie asupra oricărui galet k din înfăşurarea acţionată, cu excepţia galetului 1, ia forma

$$FP(k) = 1{,}02 \cdot 10^{-8} \cdot I_1 \cdot W(k) \cdot \frac{I_1 \cdot WT}{L_1} \cdot Lk \ln \frac{[D - Y(k)]^2}{[C - Y(k)]^2}. \tag{9'}$$

În cazul în care $k = 1$, rezultă $D = Y(k)$ și deci expresia de sub ln se anulează. De aceea pentru forța proprie pe acest prim galet al înfășurării se va obține o altă relație, pornind de la figura 2 și modificînd relația (6′) de mai sus, astfel: în locul solenației $((I_2 \cdot WS/L_2) \cdot dY)$, care se referă la un element al înfășurării ce acționează, vom introduce solenația galetului L din înfășurarea acționată $I_1 \cdot W(L)$, unde $L = 2,3 \ldots, M$, și în locul lui t vom introduce distanța $T(L)$ de la centrul galetului 1 pînă la centrul galetului L. Pentru că este vorba de o acțiune de atracție, se ia semnul $(-)$.

În aceste condiții, relația (6′) devine

$$dFP(1)_L = -2{,}04 \cdot 10^{-8} \cdot I_1 \cdot W(1) \cdot I_1 \cdot W(L) \cdot LK \cdot \frac{1}{T(L)}$$

sau, considerînd acțiunea tuturor galeților ($L = 2,3,\ldots, M$) asupra galetului 1, se obține

$$FP(1) = -2{,}04 \cdot 10^{-8} \cdot I_1^2 \cdot W(1) \cdot Lk \cdot \sum_{L=2}^{M} \frac{W(L)}{T(L)}. \qquad (10')$$

Pentru calculul sumei din (10′) este redată mai sus o schemă logică care simplifică introducerea datelor inițiale în cazul în care înfășurarea are mai multe grupe de galeți cu distanțe egale în cadrul grupei între centrele a doi galeți consecutivi.

BIBLIOGRAFIE

1. Dr. Ignacz Pai, *Transformator tekercselések záriati eröinek meghatározása*, Villeni, **242** (1952).
2. M. F. Beavers, C. M. Adams, *The Calculations and Measurement of Axial Electromagnetic Forces on Concentric Coils in Transformers*, Trans. AIEE, **78**, Part. III A, 467–478 (1959).
3. E. Jezierski ș.a., *Transformatoare electrice. Construcție și proiectare*, trad. din l. polonă, București, Edit. tehnică, 1966, p. 489–500.
4. B. P. Tihomirov, *Rasciot transformatorov*, Moskva, Gosudarstvenoe Energeticeskoe izdatelstvo, 1962, p. 300.
5. Kovacs Tivadarne, *Transformátor tekercselések zárlati eröhatásainek számitasa digitális számalogépen*, Elektrotechnika, **60**, *6*, 231–235 (1967).
6. A. Pichon, B. Hochart, *Problèmes de tenue au courtcircuit de transformateurs. Etude mathématique*, CIGRE, *142* (1958).
7. F. Salgues, B. Hochart, *Contribution théorique et expérimentale au problème des transformateurs*, Bull. Soc. Franc. Electr., 7e serie, *8*, 479–497 (1958).
8. M. Christoffel, A. Kuster, *Méthode permettant de déterminer, à l'aide d'une calculatrice numérique, les efforts électrodynamiques sur les enroulements de transformateurs lors de court-circuits*, Rev. Brown Boveri, **47**, 321–328 (1960).
9. C. Apetrei, C. Bălă, *Calculul și determinarea experimentală a forței axiale de scurtcircuit în transformatoarele de putere*, Electrotehnica, *8*, 285–294 (1962).

10. HANS HEINDL, *Berechnung von Kurzschlusskräften in Transformatorwicklungen*, ETZ-A, **89**, *3*, 49–53 (1968).
11. D. CÎRSTEA, V. STANCIU, H. LANDAU, ȘT. OGREZEANU, *Cercetări experimentale în domeniul verificării rezistenței transformatoarelor de putere la scurtcircuit*, Comunicări tehnice „Electroputere", decembrie 1963.
12. D. CÎRSTEA, *Determinarea experimentală a forțelor axiale în transformatoarele de putere*, Electrotehnica, *7* (1964).
13. D. CÎRSTEA, I. COJOCARU, C. GACIU, ȘT. OGREZEANU, V. STANCIU, G. TOMA, *Studii privind stabilitatea termică și dinamică a transformatoarelor la scurtcircuit brusc*, Energetica, *1* (1965).
14. D. CÎRSTEA, *Asupra standardizării încercării la scurtcircuit brusc a transformatoarelor de putere*, Standardizarea, *1* (1965).
15. D. CÎRSTEA, *Studiul repartiției forțelor axiale în transformatoarele de putere*, Electrotehnica, *10* (1967).

SCHEMELE MAGNETICE ECHIVALENTE ÎN REGIMURI CVASISTAȚIONARE PERMANENTE ȘI TRANZITORII ALE ARMĂTURILOR ȘI MIEZURILOR LAMELATE ALE BOBINELOR

C. I. MOCANU

621.3.011.1 : 538.542 : 537.226.3

Se stabilesc în regimuri cvasistaționare permanente și tranzitorii schemele magnetice echivalente ale armăturilor și miezurilor lamelate ale transformatoarelor și mașinilor electrice. Se demonstrează că în regim armonic permanent reluctanța tolei e mai mare decît în regim staționar și, în consecință, secțiunea aparentă pentru fluxul magnetic e mai mică decît secțiunea reală a tolei. Se stabilesc parametrii, rezistențele magnetice și inductivitățile electrice ale schemelor fundamentale magnetice cu conexiune paralel, serie și lanț. Se calculează factorii de creștere a rezistenței magnetice în alternativ și de scădere a ariei secțiunii transversale a miezurilor lamelate.

1. PROBLEMA

Miezurile magnetice ale mașinilor și transformatoarelor electrice, bobinelor de reactanță și electromagneților de curent alternativ se lamelează pentru a reduce pierderile prin curenți turbionari și, în consecință, pentru a obține o repartiție a cîmpului magnetic cît mai apropiată de repartiția de regim staționar. Se divizează în tole și miezurile magnetice ale servomecanismelor și dispozitivelor electromagnetice de curent continu în vederea reducerii constantei de timp.

Calculul circuitelor magnetice de curent alternativ utilizează legile fluxului magnetic și ale circuitului magnetic și teoremele lui Ohm și Kirchhoff în forma lor duală pentru rețele magnetice [1]—[6]. Prin analogie cu elementul linear de circuit electric, elementul linear de circuit magnetic e caracterizat în regim staționar de rezistența magnetică R_m (reluctanță), mărime duală rezistenței electrice R_e. În regim cvasistaționar armonic permanent intervine și reactanța magnetică X_m, care corespunde dual reactanței electrice X_e a elementului de circuit electric. Reactanța

X_m se calculează de obicei ca o mărime globală, care include la frecvență dată atît pierderile prin curenți turbionari, cît și prin histerezis (problema fiind în acest caz linearizată). În expresia impedanței magnetice complexe Z_m,

$$Z_m = R_m + jX_m; \quad j = \sqrt{-1}, \tag{1}$$

se operează cu rezistența magnetică R_m, avînd valoarea de regim staționar R_{m0}, ceea ce presupune că în miezul infinit lung și uniform excitat cîmpul magnetic e repartizat uniform.

Cu privire la acest mod de a calcula circuitele magnetice în curent alternativ, se observă următoarele:

— *se neglijează în regim cvasistaționar neuniformitatea cîmpului magnetic.* Deoarece în problema planparalelă a cîmpului magnetic acesta e mai mare la periferia tolei, rezistența magnetică în alternativ, R_{ma}, rezultă mai mare decît rezistența magnetică în regim staționar, R_{m0}:

$$R_{ma} = k_{Rm} R_{m0}, \tag{2}$$

în care factorul supraunitar k_{Rm} crește cu frecvența, permeabilitatea, conductivitatea și grosimea tolei;

— *caracterizarea elementului de circuit magnetic prin rezistență și reactanță e valabilă numai în regim armonic permanent și la o frecvență dată.* Pierderile prin curenți turbionari și histerezis fiind dependente de frecvență, caracterizarea prin reactanță e valabilă numai la o frecvență dată. Schemele magnetice stabilite în acest fel în regim armonic permanent nu pot fi utilizate și în regin tranzitoriu;

— *interpretarea pierderilor prin curenți turbionari prin creșterea ariei ciclului de magnetizare nu e posibilă pentru mediile magnetice lineare.* Pentru mediile nelineare cu histerezis, aria ciclului de magnetizare crește, datorită în parte curenților turbionari, care intervin aditiv cu solenația aplicată. În mediile fără histerezis, lineare sau nelineare, o astfel de interpretare nu e posibilă.

Din rezolvarea problemei de cîmp în miezul magnetic al unei bobine, repartiția cîmpului magnetic în regim cvasistaționar rezultă diferită de repartiția de regim staționar și, ca urmare, rezistența magnetică crește. Refularea cîmpului magnetic planparalel și armonic în timp într-o tolă implică o creștere a reluctanței în același mod în care crește rezistența în alternativ a tolei parcurse de curent de aducție sinusoidal în timp. Efectele difuziei cîmpului magnetic în miezil bobinei se iau riguros în considerare în schemele de tip electric, valabile în orice regim permanent sau tranzitoriu [7]. Aceste scheme nu pot însă înlocui schemele magnetice, care se dovedesc utile în calculul magnetic al mașinilor și transformatoarelor electrice și al dispozitivelor electromagnetice avînd bobine cu miez de fier.

În lucrarea [8] s-au definit parametrii elementului de circuit magnetic în regim cvasistaționar, *rezistența magnetică*, R_m, și *inductivitatea electrică*, L_e, prin analogie cu parametrii elementului de circuit electric, *rezistența*

electrică, R_e și *inductivitatea magnetică*, L_m. Inductivitatea electrică, L_e, a unui miez magnetic e o mărime care caracterizează efectele inductiv-electrice (curenții turbionari induși în miez), în același mod în care inductivitatea magnetică, L_m, a unui conductor caracterizează efectele inductiv-magnetice (cîmpul magnetic stabilit de curentul de aducție în conductor). De asemenea s-a demonstrat că, prin analogie cu conductoarele drepte, elementul de circuit magnetic avînd forma unui tronson drept și uniform excitat admite în orice regim — permanent sau tranzitoriu — o schemă magnetică echivalentă, avînd elemente magnetice conectate în paralel cu valori constante ale rezistențelor și inductivităților. S-au stabilit în lucrarea menționată schemele miezurilor cu secțiuni circulară, segment de cerc și dreptunghiulară. În această lucrare, rezolvînd problema de relaxație a cîmpului magnetic, se stabilesc schemele magnetice ale armăturilor și miezurilor lamelate și se deduce forma operațională a legii lui Ohm. Se demonstrează că în regim armonic permanent rezistența magnetică a tolei e mai mare decît în regim staționar și, în consecință, secțiunea aparentă pentru fluxul magnetic e mai mică decît secțiunea reală. Se calculează factorii de creștere ai rezistenței magnetice și de scădere a ariei secțiunii transversale a miezului magnetic. Pentru studiul regimului tranzitoriu se stabilesc schemele echivalente de tip paralel P, serie S și lanț L. Corecțiile care intervin în calculul magnetic de proiectare a mașinilor și transformatoarelor electrice se vor examina într-o altă lucrare.

2. CALCULUL INTENSITĂȚILOR CÎMPULUI MAGNETIC LIBER ȘI TRANZITORIU ÎN PLACA CU EXTENSIUNE INFINITĂ

Se consideră o bobină cu miez magnetic de forma unei plăci dreptunghiulare, cu lățimea $2a$ mult mai mare decît grosimea $2b$ și de lungime foarte mare l (fig. 1). Se alege axa oz a unui sistem de coordonate în axa

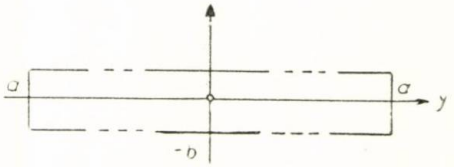


Fig. 1. — Secțiune transversală prin tola de grosime $2b$, lățime $2a$ și lungime foarte mare l.

de simetrie a bobinei și planul $x = 0$ paralel cu fețele plăcii. Datorită extensiunii mari în lungime și în lățime și în ipoteza solenației uniform distribuite, problema de cîmp rezultă plan-paralelă și mărimile depind numai de coordonata x și de timpul t. La întreruperea curentului continuu în înfășurarea bobinei inductoare, presupusă cu rezistență electrică neglijabilă, adică la întreruperea cîmpului magnetic inductoric de intensitate constantă H_0, intensitatea cîmpului magnetic liber $H_l(x, t)$ în tolă e orientată după axa oz, depinde de x și t și e soluție a ecuației difuziei :

$$\frac{\partial^2 H_l}{\partial x^2} = \mu\sigma \frac{\partial H_l}{\partial t}, \tag{3}$$

cu condiţiile iniţială şi pe frontieră

$$H_i(x,\ 0) = H_0\,;\ -b < x < b, \tag{4}$$

$$H_i(\pm b,\ t) = 0,\ t \geqslant 0, \tag{5}$$

μ şi σ fiind permeabilitatea şi conductivitatea materialului din care e confecţionată tola, ambele fiind considerate constante.

Soluţia cu variabile separate a ecuaţiei (3), îndeplinind condiţia de relaxaţie

$$\lim_{t\to 0} H_i(x,\ t) = 0,$$

e de forma

$$H_i(x,\ t) = H_0 \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \alpha_n x e^{-\alpha_n^2 t/\mu\sigma}, \tag{6}$$

în care α_n sînt constante de separare şi A_n constante de integrare adimensionale. Condiţia (5) e satisfăcută dacă constantele α_n au valorile

$$\alpha_n = \frac{(2n-1)\pi}{2b};\quad n = 1, 2, \ldots \tag{7}$$

Cu aceste valori, soluţia (6) satisface condiţia (4) pentru următoarele valori ale constantelor A_n:

$$A_n = \frac{(-1)^{n-1} 4}{(2n-1)\pi}. \tag{8}$$

Din ecuaţiile (6), (7) şi (8) se deduce intensitatea cîmpului magnetic liber $H_i(x, t)$:

$$H_i(x, t) = H_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} 4}{(2n-1)\pi} \cos \frac{(2n-1)\pi}{2b} x e^{-\pi^2 (2n-1)^2 t/4T}, \tag{9}$$

în care s-a notat cu T constanta interioară de timp a tolei:

$$T = \mu\ \sigma\ b^2. \tag{10}$$

Intensitatea cîmpului magnetic tranzitoriu $H_t(x, t)$ care se stabileşte în tolă la aplicarea unui cîmp magnetic treaptă de intensitate U_0 este

$$H_t(x,\ t) = H_0 - U_1\,(x,\ t) \tag{11}$$

și deci

$$H_i(x, t) = H_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}4}{(2n-1)\pi} \cos \frac{(2n-1)\pi}{2b} x \left[1 - e^{-\pi^2(2n-1)^2 t/4T}\right], \quad (12)$$

în care s-a ținut cont de relația [9] :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}4}{(2n-1)\pi} \cos \frac{(2n-1)\pi}{2b} x = 1. \quad (13)$$

Răspunsul tranzitoriu pentru intensitatea cîmpului magnetic $y_H(x, t)$, definit de raportul $H_i(x, t)/H_0$, are expresia

$$y_H(x_0\, t_0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}4}{(2n-1)\pi} \cos \frac{(2n-1)\pi}{2} x_0 \left[1 - e^{-\pi^2(2n-1)^2 t_0/4}\right], \quad (14)$$

în care s-a notat cu x_0 și t_0 coordonatele relative :

$$x_0 = \frac{x}{b}; \quad t_0 = \frac{t}{T}. \quad (15)$$

În literatură, soluția (14) se obține prin metoda transformatei Laplace.

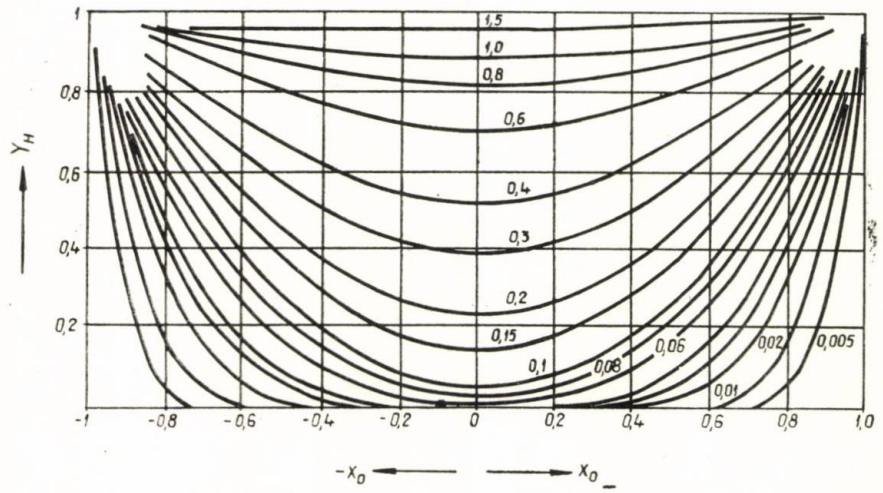


Fig. 2. — Curbele $y_H(x_0)$ pentru diferite valori ale lui t_0.

În figura 2 s-au reprezentat curbele universale $y_H(x_0, t_0)$ pentru diferite valori ale timpului relativ t_0. Pătrunderea cîmpului magnetic rezultă monotonă și intensitatea cîmpului magnetic e minimă în planul $x = 0$.

3. CALCULUL FLUXURILOR MAGNETICE LIBER ŞI TRANZITORIU

Integrînd $\mu H_l(x, t)$ şi $\mu H_t(x, t)$ pe aria $S_0 = 4ab$ a secţiunii transversale a tolei, se obţin fluxurile magnetice liber $\Phi_l(t)$ şi tranzitoriu $\Phi_t(t)$:

$$\Phi_l(t) = \Phi_0 \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\pi^2(2n-1)^2 t/4T}}{(2n-1)^2}, \tag{16}$$

$$\Phi_t(t) = \Phi_0 \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-e^{-\pi^2(2n-1)^2 t/4T}}{(2n-1)^2}, \tag{17}$$

în care s-a notat cu $\Phi_0 = \mu H_0 4ab$ fluxul magnetic staţionar.

Răspunsul tranzitoriu pentru fluxul magnetic $y_\Phi(t_0)$, definit de raportul $\Phi_t(t_0)/\Phi_0$, are expresia

$$y_\Phi(t_0) = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-e^{-\pi^2(2n-1)^2 t_0/4}}{(2n-1)^2}, \tag{18}$$

În figura 3 s-au reprezentat curbele $y_\Phi(t_0)$ în funcţie de timpul relativ t_0.

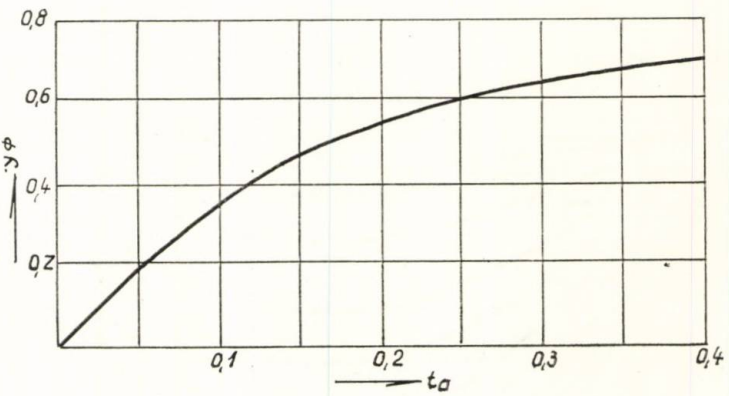


Fig. 3. — Curbele $y_\Phi(t_0)$.

4. CALCULUL INTENSITĂŢII OPERAŢIONALE A CÎMPULUI MAGNETIC ŞI AL FLUXULUI MAGNETIC OPERAŢIONAL. FORMA OPERAŢIONALĂ A LEGII LUI OHM PENTRU CIRCUITE MAGNETICE

Luînd transformata Laplace a ecuaţiei (12), se obţine intensitatea operaţională a cîmpului magnetic $H(x, p)$:

$$H(x, p) = \frac{H_0}{p} \frac{\operatorname{ch} \gamma_p x}{\operatorname{ch} \gamma_p b}, \tag{19}$$

în care s-a notat cu γ_p mărimea complexă

$$\gamma_p = \sqrt{\mu \sigma p}. \tag{20}$$

Integrînd $\mu H(x, p)$ pe secțiunea transversală a tolei, se obține fluxul magnetic operațional $\Phi(p)$:

$$\Phi(p) = 4\mu a \int_0^b H(x, p)\,\mathrm{d}x = \frac{4\mu a H_0}{\gamma_p p} \operatorname{th} \gamma_p b = \frac{\Phi_0}{p} \frac{1}{\gamma_p b} \operatorname{th} \gamma_p b. \tag{21}$$

O altă expresie pentru $\Phi(p)$ rezultă luînd transformata Laplace a ecuației (17):

$$\Phi(p) = \Phi_0 \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \frac{1}{p + \dfrac{\pi^2}{(2n-1)^2 T}}. \tag{22}$$

Luînd în ecuațiile (19), (20) și (22) $p = \mathrm{j}\omega$, în care ω e pulsația, se obțin expresiile intensității complexe a cîmpului magnetic $H(x, \omega)$ și fluxului magnetic complex $\Phi(\omega)$.

Notînd cu θ_0 solenația în regim staționar și cu $\theta(p) = \dfrac{\theta_0}{p}$ imaginea sa Laplace, se deduce din ecuația (21) forma operațională a legii lui Ohm pentru circuite magnetice:

$$\theta(p) = \frac{\theta(p)}{Z_m(p)}, \tag{23}$$

în care s-a notat cu $Z_m(p)$ impedanța magnetică operațională:

$$Z_m(p) = R_{m0} \gamma_p b \coth \gamma_p b. \tag{24}$$

5. SCHEMELE MAGNETICE ECHIVALENTE PSL ALE TOLEI

5.1. *Schema paralel P.* Notînd cu θ_0 solenația inductoare în regim staționar, ecuația (17), pusă sub forma

$$\Phi_l(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\theta_0}{R_{mn}} (1 - \mathrm{e}^{-\pi^2 (2n-1)^2 t/4T}),$$

reprezintă prima ecuație a lui Kirchhoff la unul din cele două noduri ale unei rețele magnetice cu o infinitate de elemente conectate în paralel, avînd rezistențele magnetice $R_{mn}^{(p)}$ și inductivitățile electrice $L_{en}^{(p)}$ (fig. 4a):

$$R_{mn}^{(p)} = R_{m0} \frac{\pi^2 (2n-1)^2}{8}; \quad L_{en}^{(p)} = R_{m0}^{(p)} \frac{T}{2} = \frac{\sigma l}{8a}, \tag{25}$$

în care s-a notat cu R_{m0} rezistența magnetică a plăcii în regim staționar :

$$R_{m0} = \frac{l}{4ab\mu}. \tag{26}$$

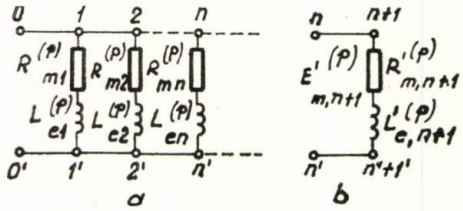


Fig. 4. — Schema echivalentă cu elemente conectate în paralel (*a*); elementul de corecție pentru schema cu număr finit de elemente (*b*).

Dacă se reţin în schemă numai primele n elemente, eroarea ce se face neglijînd restul termenilor se compensează introducînd elementul de corecție $E'^{(p)}_{m,n+1}$ (fig. 4*b*), avînd rezistența magnetică $R'^{(p)}_{m,n+1}$ și inductivitatea electrică $L'^{(p)}_{e,n+1}$, care se calculează cum urmează :

$$R'^{(p)}_{m,n+1} = R^{(p)}_{m0}\left[1 - 8\pi^{-2}\sum_{k=1}^{n}(2k-1)^{-2}\right]^{-1}; \qquad L'^{(p)}_{e,n+1} = \frac{\sigma l}{8a}, \tag{27}$$

în care s-a ținut cont de relația [9] :

$$8\pi^{-2}\sum_{n=1}^{\infty}(2n-1)^{-2} = 1. \tag{28}$$

În regim staționar, schema-paralel conține numai rezistențele magnetice $R^{(p)}_{mn}$ și rezistența magnetică echivalentă e egală cu R_{m0} :

$$R_{m0} = \sum_{n=1}^{\infty}[R^{(p)-1}_{mn}]^{-1}.$$

Din expresia impedanței magnetice complexe $Z_m(\omega)$ a schemei-paralel,

$$Z_m(\omega) = \left[\sum_{n=1}^{\infty}(R^{(p)}_{mn} + j\omega L^{(p)}_{mn})^{-1}\right]^{-1}, \tag{29}$$

se deduc valorile factorului de creștere în alternativ a rezistenței magnetice k_{R_m} a factorului inductivității electrice k_{X_m} și a raportului dintre modulul impedanței magnetice $Z_m(\omega)$ și R_{m0} :

$$k_{R_m} = \frac{R_{ma}}{R_{m0}} = \frac{A}{A^2+B^2}; \quad k_{X_m} = \frac{B}{A^2+B^2};$$
$$k_Z = \frac{|Z_m(\omega)|}{R_{m0}} = \sqrt{k^2_{R_m} + k^2_{X_m}}, \tag{30}$$

în care

$$A = \frac{8\,(2n-1)^2\,\pi^2}{(2n-1)^4\,\pi^4 + \nu^2\eta^4}\,; \quad B = \frac{8\eta^2\nu}{(2n-1)^4\,\pi^4 + \nu^2\,\eta^4}, \tag{31}$$

și s-a notat cu R_{ma} rezistența magnetică în alternativ, η constanta adimensională a lui Dwight și cu ν raportul laturilor tolei:

$$\eta = \sqrt{\mu\omega\sigma S_0}\,; \quad \nu = \frac{b}{a}. \tag{32}$$

Alte expresii ale factorilor k_{R_m}, k_{X_m} și k_Z se obțin din formula impedanței magnetice operaționale $Z_m(p)$, (24), luînd $p = j\omega$:

$$Z_m(\omega) = R_{m0}\,b\sqrt{j\omega\mu\sigma}\,\coth b\sqrt{j\omega\mu\sigma}, \tag{33}$$

și deci

$$k_{R_m} = R_e\left\{\frac{Z_m(\omega)}{R_{m0}}\right\} = \frac{b}{\delta}\,r_e\left\{(1+j)\coth\frac{(1+j)^b}{\delta}\right\} = \lambda\,\frac{\operatorname{sh}2\lambda + \sin 2\lambda}{\operatorname{ch}2\lambda - \cos 2\lambda}, \tag{34}$$

$$k_{X_m} = \frac{\lambda(\operatorname{sh}2\lambda - \sin 2\lambda)}{\operatorname{ch}2\lambda - \cos 2\lambda}, \tag{35}$$

$$k_Z = \frac{\lambda\sqrt{\operatorname{ch}4\lambda - \cos 4\lambda}}{\operatorname{ch}2\lambda - \cos 2\lambda}, \tag{36}$$

în care s-a notat cu λ raportul dintre grosimea tolei b și adîncimea de pătrundere a cîmpului electromagnetic δ:

$$\lambda = \frac{b}{\delta}\,; \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\omega\sigma}}. \tag{37}$$

În tabela 1 s-au calculat valorile lui k_{R_m}, k_{L_e} și k_Z pentru diferite valori ale lui λ.

Observație. Parametrii schemei-paralel pot fi stabiliți și din expresia impedanței operaționale $Z_m(p)$, dedusă din formula (22), sub forma de serie de fracții simple:

$$\Phi(p) = R_{m0}\theta_0\frac{8}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}\cdot\frac{1}{p + \dfrac{\pi^2}{4\,(2n-1)^2\,\pi}} = \frac{\theta(p)}{Z_m(p)},$$

$$Z_m(p) = \frac{1}{\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{R_{m0}\,(8^{-1}\,\pi^2\,(2n-1)^2 + pT\,2^{-1})}}, \tag{38}$$

din care rezultă valorile (25).

Tabela 1

Valorile factorilor k_{Rm}, k_{Xm} şi k_Z

λ	k_{Rm}	k_{Xm}	k_Z	λ	k_{Rm}	k_{Xm}	k_Z
0	1,0000000	0,0000000	1,0000000	2,00	1,8978109	2,0060740	2,7615242
0,10	1,0000038	0,0066681	1,0000257	2.50	2,4769402	2,5417967	3,5490789
0,11	1,0000172	0,0080668	1,0000496	3,00	3,0101404	3,0184908	4,2628899
0,12	1,0000229	0,0095986	1,0000687	3,50	3,5090160	3,5006180	4,9565630
0,13	1,0000267	0,0112608	1,0000896	4,00	4,0022669	3,9969578	5,6563082
0,14	1,0000439	0,0130657	1,0001287	4,50	4,4994497	4,4985342	6,3625355
0,15	1,0000539	0,0149998	1,0001564	5,00	4,9993753	4,9998693	7,0705338
0,16	1,0000601	0,0170668	1,0002050	5,50	5,4998207	5,5001879	7,7781801
0,17	1,0000753	0,0192664	1,0002604	6,00	6,0000025	6,0001097	8,4853764
0,18	1,0000925	0,0215980	1,0003252	6,50	6,5000458	6,5000181	9,1924334
0,19	1,0001202	0,0240651	1,0004091	7,00	7,0000162	6,9999933	9,8995018
0,20	1,0001402	0,0266656	1,0004959	7,50	7,5000038	7,4999952	10,6066010
0,25	1,0003490	0,0416616	1,0012159	8-00	8,0000019	8,0000019	11,3137110
0,30	1,0007229	0,0599872	1,0025187	8,50	8,5000029	8,5000048	12,0208210
0,35	1,0013342	0,0816356	1,0046558	9,00	9,0000038	9,0000038	12,7279280
0,40	1,0022726	0,1065972	1,0079250	9,50	9,5000029	9,5000029	13,4350340
0,45	1,0036402	0,1348599	1,0126600	10,00	10,0000040	10,0000040	14,1421410
0,50	1,0055418	0,1664025	1,0192175	10,50	10,5000050	10,5000050	14,8492500
0,55	1,0081062	0,2011998	1,0279875	11,00	11,0000030	11,0000030	15,5563540
0,60	1,0114641	0,2392144	1,0393667	11,50	11,5000040	11,5000040	16,2634580
0,65	1,0157604	0,2863987	1,0537519	12,00	12,0000040	12,0000040	16,9705660
0,70	1,0211496	0,3246939	1,0715284	12,50	12,5000040	12,5000040	17,6776730
0,75	1,0277901	0,3720250	1,0930481	13,00	12,9999999	12,9999999	18,3847810
0,80	1,0358505	0,4223009	1,1186256	13,50	13,5000030	13,5000003	19,0918888
0,85	1,0454979	0,4754133	1,1485138	14,00	14,0000050	14,0000050	19,7989960
0,90	1,0569010	0,5312347	1,1828985	14,50	14,5000080	14,5000080	20,5061040
0,95	1,0702267	0,5896170	1,2218971	15,00	15,0000050	15,0000050	21,2132110
1,00	1,0856361	0,6503925	1,2655497	15,50	15,5000040	15,5000040	21,9203190
1,10	1,1232939	0,7783467	1,3666058	16,00	16,0000000	16,0000000	22,6274110
1,20	1,1768984	0,9133488	1,4849949	16,50	16,5000000	16,5000000	23,3345180
1,30	1,2291422	1,0533867	1,6187687	17,00	16,9999850	17,0000000	24,0416110
1,40	1,2982874	1,1962786	1,7653980	17,50	17,5000000	17,5000000	24,7487340
1,50	1,3780956	1,3398104	1,9220400	18,00	18,0000000	18,0000000	25,4558410
1,60	1,4678316	1,4818935	2,0857944	18,50	18,4999850	18,5000000	26,1629330
1,70	1,5662956	1,6207161	2,2538862	19,00	19,0000000	19,0000000	26,8700560
1,80	1,6719475	1,7548790	2,4238415	19,50	19,5000000	19,5000000	27,5771640
1,90	1,7830467	1,8834696	2,5935907	20,00	20,0000000	20,0000000	28,2842710

5.2. *Schema serie S.* În formula dezvoltării în serie de fracţii simple a funcţiei $\coth x$ [9],

$$\coth x = \frac{1}{x} + 2x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x^2 + n^2 \pi^2}, \tag{39}$$

înlocuind x cu $\Upsilon_p b$ şi înmulţind ambii membri cu $R_{m0}\Upsilon_p b$, se obţine o altă dezvoltare în serie de fracţii simple a impedanţei magnetice operaţionale $Z_m(p)$:

$$Z_m(p) = R_{m0}\Upsilon_p b \coth \Upsilon_p b = R_{m0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2R_{m0}\Upsilon_p^2}{\Upsilon_p^2 b^2 + n^2\pi^2} = R_{m0}^{(1)} +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\dfrac{1}{2R_{m0}} + \dfrac{1}{plb/2a\, n^2\pi^2}} = R_{m0}^{(1)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\dfrac{1}{R_{mn}^{(1)}} + \dfrac{1}{pL_{en}^{(1)}}}, \tag{40}$$

în care s-a notat

$$R_{m0}^{(1)} = R_{m0}; \quad R_{mn}^{(1)} = 2R_{m0}; \quad L_{en}^{(1)} = \frac{bl\sigma}{2\pi^2 an^2}; \quad n = 1,2,3,\ldots,\infty. \tag{41}$$

Formula (40) reprezintă impedanța operațională a schemei serie S (fig. 5 *a*), conținînd , în serie cu rezistența magnetică $R_{m0}^{(s)}$, o infinitate de structuri, fiecare avînd rezistența magnetică $R_{mn}^{(s)}$ conectată în paralel cu

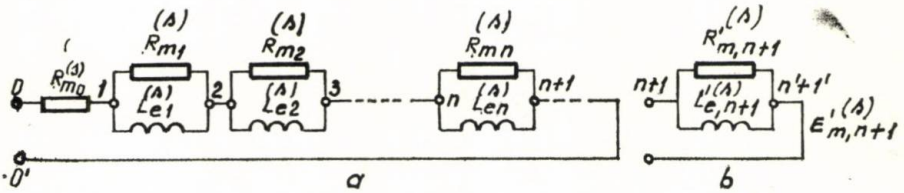


Fig. 5. — Schema echivalentă cu elemente conectate în serie (*a*); elementul de corecție pentru schema cu număr finit de elemente (*b*).

inductivitatea electrică $L_{en}^{(s)}$. În regim staționar, inductivitățile electrice scurtcircuitează rezistențele magnetice și în schemă rămîne numai rezistența R_{m0}.

Dacă se reține în schemă numai primele n structuri conectate în serie, eroarea ce se face neglijînd restul elementelor se compensează, introducînd elementul de corecție $E_{m,n+1}^{(s)}$ (fig. 5*b*), avînd rezistența magnetică $R_{m,n+1}^{\prime(s)}$ și inductivitatea electrică $L_{e,n+1}^{\prime(s)}$, care se calculează cum urmează :

$$R_{m,n+1}^{\prime(s)} = 2R_{m0}; \quad L_{e,n+1}^{\prime(s)} = \left[\frac{\pi^2}{6} - \sum_{k=1}^{n} k^{-2}\right] \frac{l\,b\,\sigma}{2a\pi^2}, \tag{42}$$

în care s-a ținut cont de relația $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-2} = \pi^2/6$ [9].

5.3. *Schema-lanț.* În formula lui Lambert [10] de dezvoltare în fracție continuă a lui $\coth x$,

$$\coth x = \frac{1}{x} + \cfrac{1}{3x^{-1}} + \cfrac{1}{5x^{-1}} + \ldots + \cfrac{1}{(2n-1)\,x^{-1}} + \ldots, \tag{43}$$

înlocuind x cu $\gamma_p\, b$ și înmulțind ambii membri cu $R_{m0}\,\gamma_p\, b$, se obține dezvoltarea în fracție continuă a impedanței operaționale $Z_m(p)$:

$$Z_m(p) = R_{m0} + \cfrac{1}{3\left(p\,\frac{\sigma l b}{4a}\right)^{-1}} + \cfrac{1}{5R_{m0}} + \cfrac{1}{7\left(p\,\frac{\sigma lb}{4a}\right)^{-1}} +$$

$$+\frac{1}{9R_{m0}}+\ldots+\frac{1}{(4n-1)\left(p\frac{\sigma lb}{4a}\right)^{-1}}+\frac{1}{(4n+1)R_{m0}}+\ldots=$$

$$=R^{(l)}_{m0}+\frac{1}{(pL^{(l)}_{e3})^{-1}}+\frac{1}{R^{(l)}_{m5}}+\frac{1}{(pL^{(l)}_{e7})^{-1}}+\frac{1}{R^{(l)}_{m9}}+\ldots+$$

$$+\frac{1}{R^{(l)}_{m,4n-1}}+\frac{1}{(pL^{(l)}_{e,4n+1})^{-1}}+\ldots \tag{44}$$

Formula (44) reprezintă impedanța operațională a unei scheme-lanț avînd longitudinal rezistențele magnetice $R^{(l)}_{m,4n-1}$ și transversal inductivitățile electrice $L^{(l)}_{e,4n+1}$ (fig. 6 *a*) :

$$R^{(l)}_{m,0}=R_{m0}\,:\quad R^{(l)}_{m,4n-1}=(4n-1)\,R_{m0}\,;\quad L^{(l)}_{e,4n+1}=\frac{\sigma lb}{4a}\,\frac{1}{4n+1}\cdot \tag{45}$$

În regim staționar, inductivitățile electrice $L^{(l)}_{e,4n+1}$ sînt scurtcircuitate și în schemă rămîne numai rezistența R_{m0}.

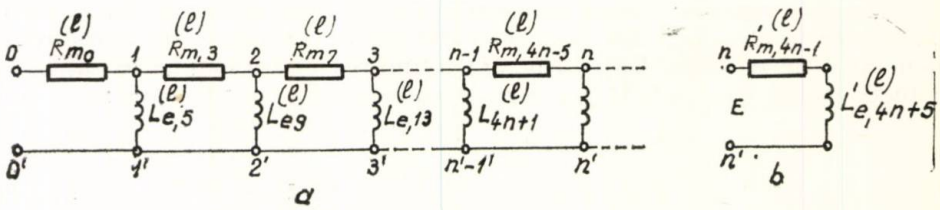


Fig. 6. — Schema echivalentă cu elemente conectate în lanț (*a*) ; elementul de corecție pentru schema cu număr finit de elemente (*b*).

Dacă se reține în schemă numai primele n elemente, eroarea ce se face neglijînd restul elementelor se compensează introducînd elementul de corecție $E^{(l)}_{m,n+1}$ (fig. 6*b*), avînd rezistența longitudinală $R'^{(l)}_{m,n+1}$ și inductivitatea transversală $L'^{(l)}_{e,n+1}$:

$$R'^{(l)}_{m,n+1}=(4\,n-1)R_{m0}\,;\quad L'^{(l)}_{e,n+1}=\frac{\sigma lb}{4a}\,\frac{1}{4n+3}\cdot \tag{46}$$

5.4. *Schemele echivalente PSL ale armăturilor lamelate.* Se consideră armătura lamelată de secțiune oarecare, avînd m tole de grosime $2\,b$. Din punctul de vedere al circuitului magnetic echivalent, tolele armăturii sînt conectate în paralel și impedanța magnetică operațională $Z_{mt}(p)$ este de m ori mai mică decît impedanța $Z_m(p)$ a unei tole :

$$Z_{mt}(p)=\frac{1}{m}\,Z_m(p)\cdot \tag{47}$$

Introducînd în (47) expresia lui $Z_m(p)$ din (24) și notînd cu $S_t = mS_0$, respectiv cu R_{m0t}, aria secțiunii miezului și rezistența în regim staționar, se obține pentru impedanța armăturii expresia

$$Z_{mt}(\mathrm{p}) = \frac{R_{m0}}{m} \gamma_p b \operatorname{cth} \gamma_p b = R_{m0t} \gamma_p b \operatorname{cth} \gamma_p b. \tag{48}$$

Urmează că impedanța operațională a armăturii și deci forma operațională a teoremei lui Ohm sînt la fel ca ale tolei, cu observația că în locul rezistenței magnetice a tolei R_{m0} se introduce rezistența magnetică a armăturii R_{m0t}, păstrînd însă factorii k_{Rm}, k_X și k_Z neschimbați (corespunzînd unei tole).

6. CONCLUZII

În regim cuasistaționar, legea lui Ohm pentru un tronson magnetic drept și uniform excitat are o formă diferită de cea de regim staționar și se obține integrînd ecuațiile locale ale cîmpului electromagnetic. Miezurile și armăturile lamelate ale transformatoarelor și mașinilor electrice de curent alternativ sînt caracterizate de impedanța magnetică operațională și admit scheme magnetice echivalente de tip paralel P, serie S și lanț L, avînd elemente caracterizate de valori constante ale rezistențelor magnetice și inductivităților electrice.

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleț, *Bazele electrotehnicii*, București, Litografia Min. Învățămîntului, vol. II, 1958.
2. E. Kallenbach, *Der Gleichstrommagnet*, Leipzig, Portig, 1969.
3. M. A. Lübcik, *Electromagneți de curent contînu și alternativ. Calcul și proiectare* (trad. din l. rusă), București, Edit. tehnică, 1960.
4. J. H. Kuhlmann, *Design of electrical apparatus*, New York, John Willey Sons, Inc., 1954.
5. R. Richter, *Mașini electrice*, vol. III, *Transformatorul* (trad. din l. germană), București, Edit. tehnică, 1964.
6. I. M. Postnikov, *Proiectarea mașinilor electrice* (trad. din l. rusă,) București, Edit. energetică de stat, 1954.
7. C. I. Mocanu, *Equivalent PSL schemes of coils with transient eddy current losses*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Électrotechn. Énerg., **16**, *3*, 379—399 (1971).
8. C. I. Mocanu, *Circuite magnetice liniare cu pierderi prin curenți turbionari în regim tranzitoriu*, St. cerc. energ. electr., **23**, *1*, 77—98 (1972).
9. I. M. Rîjic, I. S. Gradstein, *Tabele de integrale, sume, serii și produse*, București, Edit. tehnică, 1955.
10. O. Perron, *Die Lehre der Kettenbruchen*, Leipzig, Teubner, 1960.

PROPAGAREA CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ÎN GALERIA DE MINĂ

G. RULEA

621.372.8

Se studiază propagarea cîmpului electromagnetic în galeria de mină, folosind drept model un ghid coaxial cu pereţii conductori cupierderi mari. Se determină constanta de atenuare şi de fază, precum şi distribuţia cîmpului pentru modul fundamental. Se deduc domeniul de frecvenţă şi condiţiile propagării prin pămînt.
Rezultă posibilitatea stabilirii de radiocomunicaţii în galerii de mină la distanţe apreciabile; problema studiată are caracter de generalitate, cablul coaxial clasic fiind un caz particular.

1. INTRODUCERE

Utilizarea sistemelor de radiocomunicaţii în exploatarea întreprinderilor miniere [1] a impus studiul propagării cîmpului electromagnetic prin galeriile de mină. În unele cazuri, acestea pot avea drept model un ghid coaxial. În prezenta lucrare se analizează propagarea cîmpului electromagnetic prin galeria de mină cu secţiune circulară, prevăzută în ax, cu un conductor de diametru mic în raport cu diametrul galeriei (fig. 1).

Conductorul central este considerat, cu bună aproximaţie, ideal, iar pereţii au conductivitatea σ şi permitivitatea ε corespunzătoare structurii rocilor prin care trece galeria.

Studiul liniilor coaxiale reale a fost dezvoltat în lucrări cu caracter clasic la frecvenţe joase [2, 3] şi la frecvenţe înalte [4], iar cablul coaxial cu perete conductor şi cu mai multe straturi dielectrice a format obiectul unor studii recente [5], [6]. În cadrul acestora au fost folosite atît metoda exactă de calcul prin exprimarea condiţiilor la limită, cît şi metoda aproximativă de determinare a constantei de atenuare cu ajutorul puterii pierdute în pereţi.

Soluţiile problemei propagării cîmpului electromagnetic în galerii de mină sînt determinate atît de geometria sistemului de transmisie, cît

şi de proprietăţile electrice ale mediilor din domeniile intern *1* şi extern *2* ale secţiunii transversale (fig. 1).

Ghidul se consideră uniform şi omogen.

Natura pereţilor galeriei deschide prezentului studiu perspectiva unor puncte comune cu studiile privitoare la propagarea cîmpului electro-

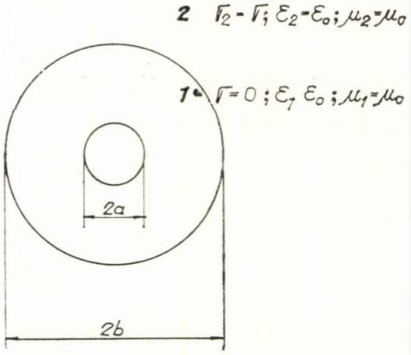


Fig. 1. — Secţiune transversală în ghidul coaxial, model al galeriei verticale de mină.

magnetic în scoarţa terestră. Propagarea prin acest mediu, ghidată sau neghidată, în straturi omogene sau neomogene [7]—[11] are loc la frecvenţe radio joase, spre a se obţine o constantă de atenuare redusă, corespunzătoare unei comunicaţii la mare distanţă.

2. CONDIŢIILE PROBLEMEI

În cazul galeriilor de mină, raza conductorului central a este mult mai mică decît raza galeriei b ($a \simeq 1$ cm ; $b \simeq 3$ m), adică

$$\frac{a}{b} \ll 1. \tag{1}$$

Cu datele din exemplul precedent, $\frac{a}{b} \simeq 3{,}3 \cdot 10^{-3}$.

În interiorul galeriei (domeniul *1* în fig. 1), parametrii electrici ai mediului sînt

$$\sigma_1 = 0, \quad \mu_1 = \mu_0, \; \varepsilon_1 = \varepsilon_0,$$

iar în peretele galeriei (domeniul 2)

$$\sigma_2 = \sigma, \quad \varepsilon_2 = \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r, \quad \mu_2 = \mu_0.$$

Permitivitatea mediului exterior este mai mare decît a mediului interior, adică

$$\eta = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\varepsilon_0} = \varepsilon_r > 1. \tag{2}$$

Pentru stratul superficial al scoarței, valorile cele mai frecvente ale constantei dielectrice ε_r sînt cuprinse între $\varepsilon_r = 2$ și $\varepsilon_r = 15$, iar ale conductivității σ între $\sigma = 10^{-1}$ S/m și $\sigma = 10^{-5}$S/m.

În straturi mai profunde, valorile constantei dielectrice și conductivității variază după configurația geologică și pot lua și alte valori [12]—[13].

Factorul de pierderi δ are valoarea

$$\delta = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r}. \tag{3}$$

Variația sa cu frecvența, $\delta = F(f)$, avînd drept parametri conductivitatea σ și constanta dielectrică $\varepsilon_r = \eta$, este reprezentată în figura 2.

Domeniul de variație al factorului de pierderi δ se poate considera împărțit în trei zone:

a) $\delta > 10$; b) $\delta < 0{,}1$; c) $10 > \delta > 0{,}1$.

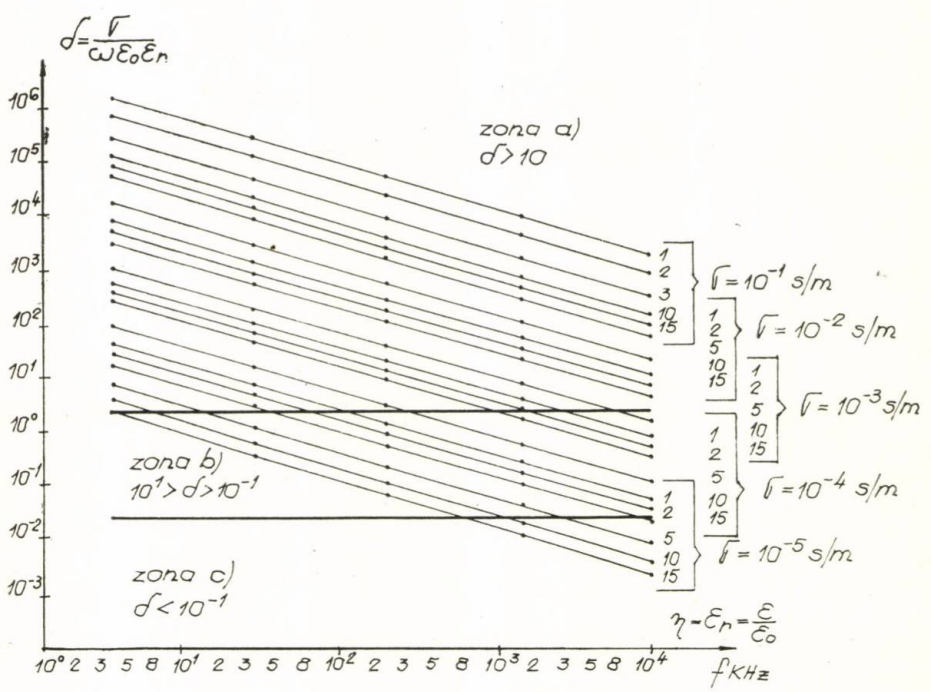


Fig. 2. — Variația factorului de pierderi $\delta = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$ cu frecvența f pentru σ și η ca parametri. Cele trei zone:

a — $\delta > 10$ mediu conductor;
b — $\delta < 0{,}1$ mediu dielectric;
c — $10 > \delta > 0{,}1$ mediu mixt.

În zona (a) pereții galeriei se comportă ca un mediu conductor, în zona c) ca un mediu dielectric, iar în zona b) ca un mediu în care curenții de conducție și curenții de deplasare au valori comparabile.

3. ECUAȚIA UNDELOR. RELAȚIILE DINTRE NUMERELE DE UNDĂ ȘI CONSTANTA DE PROPAGARE

În ghidul coaxial uniform, componentele cîmpului electromagnetic pot fi exprimate printr-o relație de forma

$$\Phi = \Phi_T(\rho, \varphi)\, e^{-\gamma z}, \tag{4}$$

unde Φ_T este funcția scalară de distribuție transversală a cîmpului, γ constanta de propagare, iar ρ și φ coordonatele polare în plan transversal. Pentru cele două domenii *1*, *2*, funcțiile de distribuție satisfac ecuația membranei :

$$\Delta_T \Phi_i + k_i^2 \Phi_i = 0, \tag{5}$$

unde $i = 1, 2$. Numerele de undă sînt definite prin relațiile

$$k_1^2 = \gamma^2 + \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0, \tag{6}$$

$$k_2^2 = \gamma^2 + \omega^2 \varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0 - j\omega \mu_0 \sigma. \tag{7}$$

Înmulțind relațiile (6) și (7) cu b^2 și notînd $k_1 b = x$, $k_2 b = y$, se obține prin scădere

$$x^2 - y^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 (1 - \eta + j\delta_0) b^2, \tag{8}$$

unde

$$\delta_0 = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0}. \tag{9}$$

Ecuațiile (5) sînt separabile în funcții de ρ și φ. Ecuațiile diferențiale în ρ, de tip Bessel, admit ca soluții pentru $\Phi_{E_i} = E_{Z_i}$ sau $\Phi_{H_i} = H_{z_i}$ în mediul 1 :

$$E_{z_1} = [A J_n(k_1 \rho) + B Y_n(k_1 \rho)]\, e^{jn\varphi} \tag{10}$$

și

$$H_{z_1} = [C J_n(k_1 \rho) + D Y_n(k_1 \rho)] e^{jn\varphi}, \tag{11}$$

unde $J_n(k_1\rho)$ și $Y_n(k_1\rho)$ sînt funcțiile Bessel de speța întîi și a doua și de ordinul n.

În mediul 2 :

$$E_{z_2} = E H_n^{(2)}(k_2 \rho)\, e^{jn\varphi}, \tag{12}$$

$$H_{z_2} = F H_n^{(2)}(k_2 \rho)\, e^{jn\varphi}, \tag{13}$$

unde $H_n^{(2)}(k_2\rho)$ reprezintă funcția Hankel de speța a doua și de ordinul n :

$$H_n^{(2)}(x) = J_n(x) - j Y_n(x).$$

Această soluție este impusă de condiția anulării cîmpului la infinit pe direcția razei.

În cazul simetriei circulare a cîmpului,

$$n = 0, \tag{14}$$

iar modurile de propagare se separă în TE_{0m} (unda H_{0m}) și TM_{0m} (unda E_{0m}).

4. FUNCȚIILE DE DISTRIBUȚIE ALE COMPONENTELOR CÎMPULUI PENTRU MODUL TM_{0m}

Funcțiile de distribuție ale componentelor cîmpului au pentru modul TM_{0m} expresiile :

$$E_{z_1} = AJ_0(k_1\rho) + BY_0(k_1\rho), \tag{15}$$

$$E_{\rho_1} = \frac{\gamma}{k_1}[AJ_1(k_1\rho) + BY_1(k_1\rho)], \tag{16}$$

$$H_{\varphi_1} = \frac{j\omega\varepsilon_0}{k_1}[AJ_1(k_1\rho) + BY_1(k_1\rho)], \tag{17}$$

$$E_{z_2} = EH_0^{(2)}(k_2\rho), \tag{18}$$

$$E_{\rho_2} = \frac{\gamma}{k_2} EH_1^{(2)}(k_2\rho), \tag{19}$$

$$H_{\varphi_2} = \frac{j\omega\varepsilon^*}{k_2} EH_1^{(2)}(k_2\rho), \tag{20}$$

unde $\varepsilon^* = \varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega}$.

5. CONDIȚIILE LA LIMITĂ

La suprafața conductorului central, considerat fără pierderi, unde $\rho = a$, componenta tangențială a cîmpului electric E_{z_1} trebuie să fie nulă :

$$AJ_0(k_1a) + BY_0(k_1a) = 0, \tag{21}$$

sau, întrucît $k_1b = x$,

$$AJ_0\left(x\frac{a}{b}\right) + BY_0\left(x\frac{a}{b}\right) = 0. \tag{21'}$$

La suprafața peretelui, $\rho = b$, componenta tangențială a cîmpului electric interior și cea a cîmpului electric exterior sînt egale :

$$AJ_0(x) + BY_0(x) = EH_0^{(2)}(y), \tag{22}$$

unde

$$k_2 b = y.$$

Componentele normale ale inducției electrice, $D_{\rho i} = \varepsilon_i E_{\rho i}$, sînt continue:

$$\frac{\varepsilon_0}{k_1}[AJ_1(x) + BY_1(x)] = \frac{\varepsilon^*}{k_2} EH_1^{(2)}(y). \tag{23}$$

Din (21′) avem

$$\frac{A}{B} = -\frac{Y_0\left(x\frac{a}{b}\right)}{J_0\left(x\frac{a}{b}\right)}, \tag{24}$$

iar din raportul relațiilor (22) și (23) rezultă

$$(\eta - j\delta_0)\, x\, \frac{Y_0\left(x\frac{a}{b}\right)J_0(x) - J_0\left(x\frac{a}{b}\right)Y_0(x)}{Y_0\left(x\frac{a}{b}\right)J_1(x) - J_0\left(x\frac{a}{b}\right)Y_1(x)} = y\frac{H_0^{(2)}(y)}{H_1^{(2)}(y)}, \tag{25}$$

Relația (25), împreună cu (8), formează un sistem de două ecuații, avînd drept necunoscute numerele de undă.

6. DOMENIUL FRECVENȚELOR JOASE

Într-un model de litosferă uniformă, de conductivitate σ și constantă dielectrică ε_r, propagarea undelor electromagnetice la distanțe mari (constantă de atenuare mică) are loc la frecvențe joase.

Plecînd de la această idee și de la rezultatele practice obținute cu instalația de radiodispecer construită în catedra de radiocomunicații a Institutului politehnic București [1], utilizată în diverse întreprinderi miniere, este rațional să analizăm propagarea cîmpului electromagnetic în galeriile de mină în cazul frecvențelor joase.

Domeniul va fi determinat de condiţia

$$\frac{\delta_0}{\eta} = \delta \gg 1, \tag{26}$$

pentru care peretele exterior are caracter de conductor.

La frecvenţe joase, unde pereţii se comportă ca un mediu conductor, se admite ipoteza existenţei unui efect pelicular.

Dacă în (8) se consideră

$$|x| \ll |y|, \tag{27}$$

rezultă

$$y^2 = -j\omega\mu_0 b^2, \tag{28}$$

expresie corespunzătoare efectului amintit. În condiţiile problemei (σ mic, frecvenţă joasă)

$$|y| < 1. \tag{29}$$

În adevăr, pentru $\sigma = 10^{-2}$ S/m rezultă

$$f = 3 \cdot 10^5 \text{ Hz}; \; b = 3 \text{ m}; \; |y| = 0{,}465.$$

Întrucît argumentele funcţiilor Bessel sînt mai mici decît unitatea, se pot folosi expresiile

$$J_0(x) \simeq 1, \tag{30}$$

$$J_1(x) \simeq \frac{x}{2}, \tag{31}$$

$$Y_0(x) \simeq \frac{2}{\pi}(\ln x - 0{,}11) = \frac{2}{\pi}\ln 0{,}89\, x, \tag{32}$$

$$Y_1(x) \simeq \frac{-2}{\pi}\,\frac{1}{x}, \tag{33}$$

$$H_0^{(2)}(y) \simeq \frac{-2j}{\pi}\ln j\, 0{,}89y, \tag{34}$$

$$H_1^{(2)}(y) \simeq \frac{2j}{\pi}\,\frac{1}{y}. \tag{35}$$

Se înlocuiesc relațiile (30) — (35) în (25) și se obține

$$(\eta - j\delta_0)\, x \frac{\ln \frac{a}{b}}{\ln 0{,}89 \frac{a}{b} \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x}} = - y^2 \ln 0{,}89\, jy. \tag{36}$$

Cînd este îndeplinită condiția

$$\left| x \ln 0{,}89 \frac{a}{b} \frac{x^2}{1} \right| \ll 1 \tag{36'}$$

pentru $x \ll 1$, rezultă

$$x^2 (\eta - j\delta_0) \ln \frac{a}{b} = - y^2 \ln j\, 0{,}89\, y. \tag{36''}$$

Utilizînd condiția (26) și relația (36''), se deduce

$$x^2 = \frac{y^2 \ln j\, 0{,}89\, y}{j\delta_0 \ln \frac{a}{b}}. \tag{37}$$

Din (28) și (37) rezultă valoarea lui x și deci a numărului de undă k_1:

$$k_1^2 b^2 = x^2 = - \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} b \right)^2 \frac{1}{\ln \frac{a}{b}} \left[\ln 0{,}89 \frac{\sqrt{2}\, b}{\delta_b} + j \frac{\pi}{4} \right], \tag{38}$$

unde δ_b este adîncimea de pătrundere în peretele exterior, iar λ_0 lungimea de undă în aer.

Relația (38) dă pentru numărul de undă k_2 expresia

$$k_2 = \sqrt{\omega \mu_0 \sigma}\, \frac{1 - j}{\sqrt{2}} = (1 - j) \frac{1}{\delta_b}; \tag{39}$$

La distanțe mari în perete avem

$$H_0^{(2)} (k_2 \rho) \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi k_2 \rho}}\, e^{-j(1-j)\frac{\rho}{\delta_b} - j\frac{\pi}{4}} = \sqrt{\frac{2}{\pi k_2 \rho}}\, e^{-\frac{\rho}{\delta_b} - j\left(\frac{\rho}{\delta_b} + \frac{\pi}{4}\right)}, \tag{40}$$

astfel încît este asigurată condiția de anulare a cîmpului la infinit:

$$H_0^2 (k_2 \rho) \underset{\rho \to \infty}{\to} 0. \tag{41}$$

7. CALCULUL CONSTANTEI DE ATENUARE ŞI AL CONSTANTEI DE DEFAZARE

Din (6) rezultă expresia constantei de propagare :

$$\gamma^2 = \frac{x^2}{b^2} - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 = \frac{x^2}{b^2} - \left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^2. \tag{6'}$$

Înlocuind variabila x din (38) în (6'), expresia constantei de propagare γ devine

$$\gamma^2 = -\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^2 \left[1 + \frac{\ln 0{,}89\sqrt{2}\,\frac{b}{\delta_b}}{\ln\frac{a}{b}} + j\,\frac{\frac{\pi}{4}}{\ln\frac{a}{b}}\right] \tag{42}$$

şi, întrucît

$$\gamma = \alpha + j\beta, \tag{43}$$

$$\alpha^2 - \beta^2 = -R, \tag{44}$$

$$2\alpha\beta = I, \tag{45}$$

în care R şi I reprezintă partea reală pozitivă şi, respectiv, partea imaginară a termenului drept din relaţia (42).

Din (44) şi (45) se deduce

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda_0}\,\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\frac{\ln\frac{\delta_b}{1{,}25a}}{\ln\frac{b}{a}}\right]^{\frac{1}{2}} \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\frac{\pi}{4}}{\ln\frac{\delta_b}{1{,}25a}}\right)^2}}, \tag{46}$$

iar

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_0}\,\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\frac{\ln\frac{\delta_b}{1{,}25a}}{\ln\frac{b}{a}}\right]^{\frac{1}{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\frac{\pi}{4}}{\ln\frac{\delta_b}{1{,}25a}}\right)^2}}. \tag{47}$$

Dacă $\left|\frac{I}{R}\right| < 1$, condiţie îndeplinită curent la frecvenţe joase, echivalentă cu $f_{[\mathrm{kHz}]}\,\sigma a^2 < 10^2$, expresia constantei de atenuare devine

$$\alpha \simeq \frac{2\pi}{\lambda_0}\,\frac{\frac{\pi}{8}}{\left[\ln\frac{\delta_b}{1{,}25a}\ln\frac{b}{a}\right]^{\frac{1}{2}}}, \tag{46'}$$

iar

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_0}\left[\frac{\ln\dfrac{\delta_b}{1{,}25a}}{\ln\dfrac{b}{a}}\right]^{\frac{1}{2}}\left[1+\frac{1}{8}\frac{\left(\dfrac{\pi}{4}\right)^2}{\left(\ln\dfrac{\delta_b}{1{,}25a}\right)^2}\right]. \tag{47'}$$

8. VARIAȚIA CONSTANTEI DE ATENUARE CU FRECVENȚA

Constanta de atenuare α este funcție de frecvență, de raza externă b, de raza internă a și de valoarea conductivității σ. Curbele de variație cu frecvența au drept parametri raportul $\frac{b}{a}$, raza a și conductivitatea σ.

Constanta de atenuare, exprimată în decibeli pe kilometru, ia forma

$$\alpha_{\left[\frac{\text{dB}}{\text{km}}\right]} = 3{,}1\cdot 10^{-2}\, f_{[\text{kHz}]}\frac{1}{\left(\log\dfrac{b}{a}\right)^{\frac{1}{2}}(1{,}11-\log a-0{,}5\log f_{[\text{kHz}]}\,\sigma)^{\frac{1}{2}}}\cdot \tag{48}$$

Frecvența maximă admisibilă este determinată de condiția

$$f < \frac{\sigma}{10\cdot 2\pi\varepsilon_0\eta}, \tag{49}$$

rezultată din (26).

În cazul cel mai defavorabil, $\sigma = 10^{-5}$ S/m și $\eta = 15$, rezultă $f_M \simeq 1{,}2$ kHz, iar dacă $\eta = 5$ și $\sigma = 10^{-3}$ S/m, $f_M \simeq 3{,}6\cdot 10^{-2}$ kHz (fig. 2).

Curbele de variație ale constantei de atenuare α [dB/km] în funcție de frecvența f sînt prezentate în figura 3 pentru $a = 10^{-2}$ m, $b = 3$ m și σ ca parametru cu valorile 10^{-1}, 10^{-2} și 10^{-3} S/m.

Variația cu conductivitatea σ este redusă; cînd σ crește, crește și constanta de atenuare α.

Variația constantei de atenuare α în funcție de b (pentru $a = \text{const}$), considerînd $r_0 = \frac{b_0}{a_0} = 3\cdot 10^2$ și $a_0 = 10^{-2}$ m, este dată de expresia

$$\alpha = \alpha_0\left(\frac{\log r_0}{\log r}\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{50}$$

unde α_0 reprezintă constanta de atenuare corespunzătoare raportului razelor $\frac{b_0}{a_0} = r_0$ (pentru $a_0 = 10^{-2}$ m).

Din curba trasată în figura 4 se deduce că la $r = 3$, adică la $b = 3\cdot 10^2$ m, constanta de atenuare crește de aproximativ 2,5 ori.

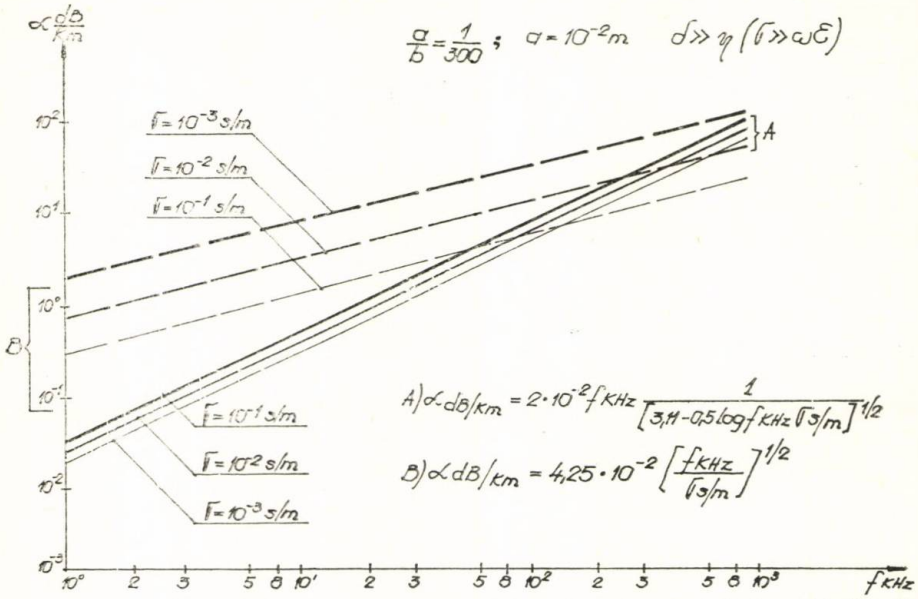


Fig. 3. — Variaţia constantei de atenuare α în funcţie de frecvenţa f, cînd $a = 10^{-2}$ m şi $\frac{b}{a} = 3 \cdot 10^2$, avînd conductivitatea σ drept parametru: a (cu linie continuă) — calculul exact ; b (cu linie punctată) — calculul aproximativ.

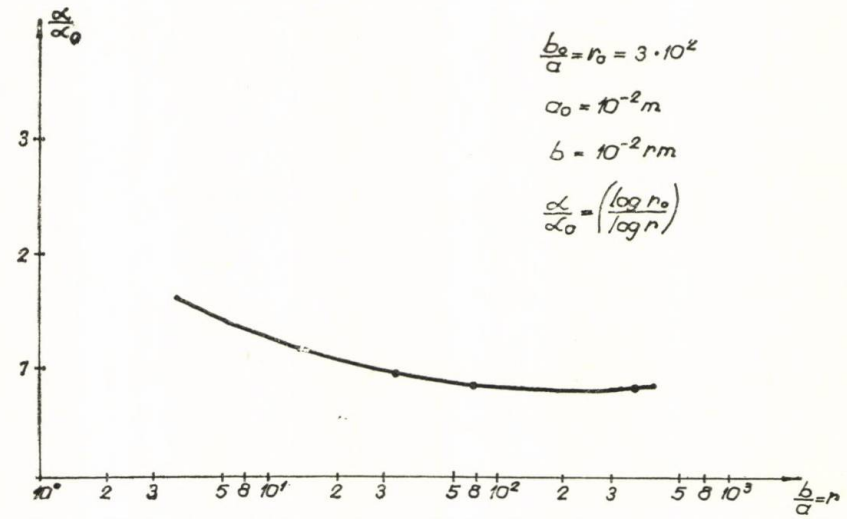


Fig. 4. — Variaţia raportului constantei de atenuare cînd b variază, iar raza internă a, frecvenţa f şi conductivitatea σ sînt constante.

Expresia constantei de atenuare (46′) poate fi comparată cu forma generală aproximativă a constantei de atenuare:

$$\alpha = \frac{P_p}{2P_t}, \tag{51}$$

unde P_p este puterea pierdută în pereți, iar P_t puterea transmisă prin secțiunea transversală a ghidului. Aplicată pentru cazul cablului coaxial cu conductor central fără pierderi, relația (51) devine

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{R_M}{Z_0 b \ln \frac{b}{a}}, \tag{52}$$

unde R_M este rezistența în peretele exterior conductor, iar Z_0 impedanța de undă în spațiul liber $Z_0 = 120\,\pi = 376\ \Omega$.

Relația (52) se exprimă sub forma

$$\alpha_{[\mathrm{dB/km}]} = 4{,}25 \cdot 10^{-2} \left(\frac{f_{[\mathrm{kHz}]}}{\sigma_{[\mathrm{S/m}]}} \right)^{\frac{1}{2}}, \tag{53}$$

pentru $b = 3$ m.

Relația (46′) poate lua o formă similară cu aceea a formulei (53). În adevăr, întrucît

$$\beta_0 Z_0 = \omega \mu_0 = \frac{2R_M}{\delta_b}, \tag{54}$$

se poate scrie

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{R_M}{Z_0 b \frac{\delta_b}{b}} \frac{\frac{\pi}{2}}{\left(\ln \frac{b}{a} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\ln \frac{\delta_b}{1{,}25\, a} \right)^{\frac{1}{2}}}. \tag{55}$$

Se notează

$$\frac{\delta_b}{b} = k$$

și (55) devine

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{R_M}{Z_0 b k} \frac{\frac{\pi}{2}}{\left(\ln \frac{b}{a} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\ln \frac{b}{a} \frac{k}{1{,}25} \right)^{\frac{1}{2}}}. \tag{56}$$

Dacă se consideră

$$\ln \frac{k}{1{,}25} \frac{b}{a} = \ln \left(\frac{b}{a} \right) p, \tag{57}$$

se stabileşte ecuaţia

$$k = 1{,}25 \left(\frac{b}{a}\right)^{p-1}. \tag{58}$$

Cele două expresii ale constantei de atenuare, (46′) şi (52), devin identice cînd

$$kp^{\frac{1}{2}} = \frac{\pi}{2} \tag{59}$$

sau

$$\left(\frac{b}{a}\right)^{p-1} p^{\frac{1}{2}} = 1{,}255. \tag{60}$$

Ecuaţia (58) conduce pentru $\frac{b}{a} = 300$ la

$$2{,}48\,(p-1) + \frac{1}{2}\log p = 0{,}09864 \tag{61}$$

şi, cum

$$\frac{1}{2}\log p \ll 2{,}48\,(p-1),$$

rezultă

$$p \simeq 1 + 0{,}04 \simeq 1{,}04$$

şi

$$k = 1{,}54 \simeq \frac{\pi}{2}, \tag{62}$$

de unde

$$\frac{\delta_b}{b} \simeq 1{,}54 \simeq \frac{\pi}{2}. \tag{63}$$

În figura 3 sînt trasate curbele de variaţie a constantei de atenuare α, calculată cu ajutorul relaţiei (53).

Frecvenţa la care valorile constantelor de atenuare sînt egale se deduce din (63):

$$f_{[\mathrm{kHz}]} = \frac{10^2}{\sigma b^2}. \tag{64}$$

La această frecvență, adîncimea de pătrundere are valoarea

$$\delta_b \simeq 1{,}6\ b.$$

Analiza posibilității unei radiolegături între un punct de la suprafața solului și o galerie minieră impune prezentarea comparativă a constantei de atenuare calculate (48) și a constantei de atenuare prin sol pentru unda t.e.m. Constanta de atenuare pentru unda t.e.m. prin sol omogen pentru ε_r și δ dat are valoarea

$$\alpha_{\left[\frac{\text{dB}}{\text{km}}\right]} = 0{,}128\sqrt{\varepsilon_r} f_{[\text{kHz}]} \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{1{,}8\,\sigma\,10^7}{\sqrt{\varepsilon_r} f_{[\text{kHz}]}}\right)^2}}. \tag{65}$$

Cum conductivitatea σ este cuprinsă între valorile 10^{-3} și 10^{-1} S/m, iar $f_{max} = 10^3$ kHz, rezultă în cazul cel mai defavorabil, cu $\varepsilon_r = 4$,

$$\delta = \frac{1{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 10^7}{10^3 \cdot 2} \cong 9.$$

Deoarece $\delta > 1$, se obține practic o constantă de atenuare independentă de frecvență:

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{\sigma Z_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} \tag{66}$$

sau

$$\alpha_{\left[\frac{\text{dB}}{\text{km}}\right]} = 1{,}63 \cdot 10^6 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{\varepsilon_r}}, \tag{67}$$

ceea ce pentru domeniul $10^{-3} < \sigma < 10^{-1}$ S/m exclude posibilitatea stabilirii unei radiocomunicații prin pămînt la distanțe mari cu mijloace clasice.

În cazul cel mai favorabil, $\sigma = 10^{-3}$ S/m, constanta de atenuare este

$$\alpha_{\left[\frac{\text{dB}}{100\text{m}}\right]} = 163 \Big/ \sqrt{\varepsilon_r}.$$

Situația devine favorabilă dacă constanta dielectică ε_r a subsolului este mare, de exemplu $\varepsilon_r = 10$, și se alege o frecvență redusă. La $f = 10$ kHz, $\sigma = 10^{-4}$ S/m și $\varepsilon_r = 10$ avem

$$\alpha_{\left[\frac{\text{dB}}{\text{km}}\right]} = 51{,}5,$$

ceea ce ar permite să se analizeze realizarea unei radiolegături pînă la 4 km distanță prin litosferă.

9. FUNCȚIILE DE DISTRIBUȚIE ALE COMPONENTELOR UNDEI E

În paragrafele precedente a fost studiată unda E. Plecînd de la condiția $n = 0$ și datorită frecvenței reduse, s-au folosit dezvoltările funcțiilor Bessel în jurul originii. Astfel s-a studiat unda fundamentală $E_{0.0}$, care, datorită pierderilor, nu este t.e.m. Funcțiile de distribuție ale componentelor cîmpului electromagnetic în secțiunea transversală în domeniul interior 1 au expresiile

$$E_{z_1} = \frac{A}{\ln 0{,}89\, k_1 a} \ln \frac{a}{\rho}, \tag{68}$$

$$E_{\rho_1} = \frac{\alpha + j\beta}{k_1^2} \frac{A}{\ln 0{,}89\, k_1 a} \frac{1}{\rho}, \tag{69}$$

$$H_{\varphi_1} = \frac{j\omega\varepsilon_0}{k_1^2} \frac{A}{\ln 0{,}89\, k_1 a} \frac{1}{\rho}, \tag{70}$$

unde

$$k_1 = \left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right) \left(\frac{\ln 0{,}89 \sqrt{\omega\mu_0\sigma}\, b + j\frac{\pi}{4}}{\ln \frac{b}{a}} \right)^{\frac{1}{2}}. \tag{71}$$

În domeniul 2 exterior, în apropierea pereților galeriei, funcțiile de distribuție ale componentelor cîmpului sînt

$$E_{z_2} = -E \frac{2j}{\pi} \ln j\, 0{,}89\, k_2 \rho, \tag{72}$$

$$E_{\rho_2} = \frac{\alpha + j\beta}{k_2^2} E \frac{2j}{\pi} \frac{1}{\rho}, \tag{73}$$

$$H_{\varphi_2} = \frac{j\omega\varepsilon^*}{k^2} E \frac{2j}{\pi} \frac{1}{\rho}, \tag{74}$$

unde

$$k_2 = \sqrt{\omega\mu_0\sigma}\, \frac{(1-j)}{\sqrt{2}}, \tag{75}$$

$$E = \frac{jA\frac{\pi}{2} \ln \frac{a}{b}}{(\ln 0{,}89 k_1 a)(\ln j\, 0{,}89 k_2 b)}. \tag{76}$$

La distanţă mare de pereţii galeriei avem

$$E_{z_2} = \frac{\mathrm{j}A \ln \frac{a}{b}}{(\ln 0{,}89\, k_1 a)(\ln \mathrm{j}\, 0{,}89\, k_2 b)} \sqrt{\frac{\pi}{2 k_2 \rho}}\, \mathrm{e}^{-\left(k_2\rho - \frac{\pi}{4}\right)}, \tag{77}$$

$$E_{\rho_2} = \frac{\alpha + \mathrm{j}\beta}{k_2^2} \frac{\mathrm{j}\, A \ln \frac{a}{b}}{(\ln 0{,}89\, k_1 a)(\ln \mathrm{j}\, 0{,}89\, k_2 b)} \sqrt{\frac{\pi}{2k_2\rho}}\, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\left(k_2\rho - \frac{3\pi}{4}\right)}, \tag{78}$$

$$H_{\varphi_2} = \frac{\omega \varepsilon^*}{k_2^2} \frac{A \ln \frac{a}{b}}{(\ln 0{,}89\, k_1 a)(\ln \mathrm{j}\, 0{,}89\, k_2 b)} \sqrt{\frac{\pi}{2k_2\rho}}\, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\left(k_2\rho - \frac{3\pi}{4}\right)}. \tag{79}$$

Funcţiile de distribuţie ale componentelor cîmpului pun în evidenţă concentrarea undei electromagnetice în jurul conductorului central. Componentele transversale sînt invers proporţionale cu raza ca şi în cazul undei t.e.m. în cablul coaxial fără pierderi. Componentele transversale au intensitate mult mai mare decît componenta axială. Amplitudinea complexă a componentelor cîmpului variază cu frecvenţa, fără ca distribuţia cîmpului să se modifice în domeniul de frecvenţă dat.

Raportul dintre componenta E_{ρ_1} şi E_{z_1} are expresia

$$\frac{E_{\rho_1}}{E_{z_1}} = \frac{\alpha + \mathrm{j}\beta}{k_1^2} \frac{1}{b \ln \frac{a}{b}}. \tag{80}$$

Acest raport are la perete ($\rho = b$), pentru $\sigma = 10^{-2}$ S/m, $\frac{b}{a} = 300$, $a = 10^{-2}$ m, la frecvenţa $f = 10^2$kHz, o valoare de ordinul $0{,}5 \cdot 10^2$.

10. VARIAŢIA CONSTANTEI DE DEFAZARE CU FRECVENŢA. IMPEDANŢA DE UNDĂ

Expresia constantei de fază β, raportată la constanta de fază β_0 a undei plane ce se propagă în spaţiul liber, este

$$\frac{\beta}{\beta_0} = \left[\frac{\log \frac{\delta_b}{1{,}25\, a}}{\log \frac{b}{a}} \right]^{\frac{1}{2}} \left[1 + \frac{1}{8} \frac{\frac{\pi^2}{16}}{2{,}3^2 \left(\log \frac{\delta_b}{1{,}25\, a} \right)^2} \right]. \tag{81}$$

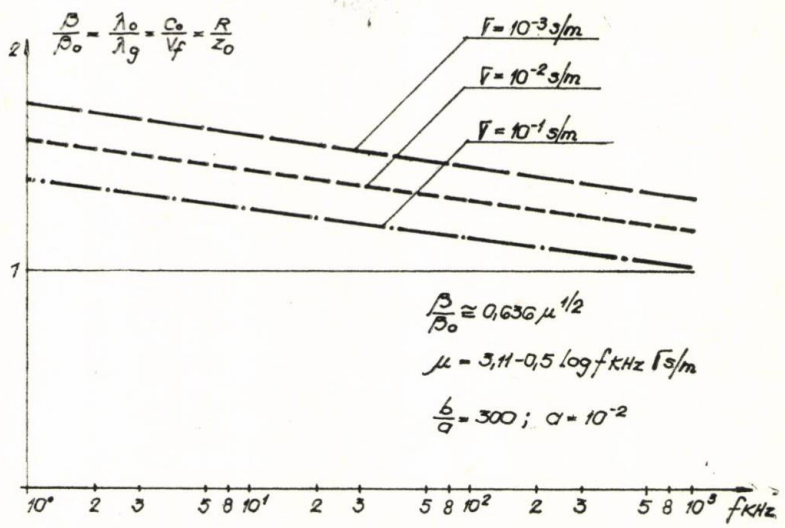


Fig. 5. — Curbele de variaţie ale constantei de fază raportate β/β_0 în funcţie de frecvenţă.

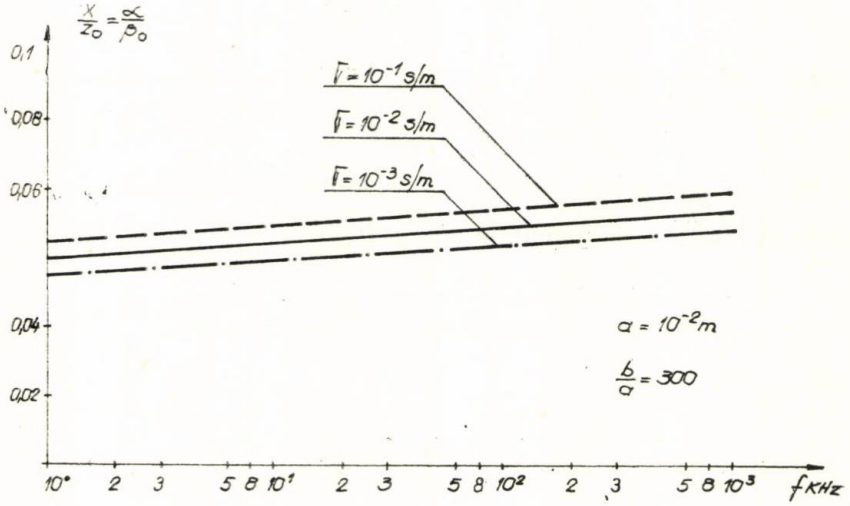


Fig. 6. — Variaţia reactanţei raportate $\frac{X}{Z_0} = \frac{\alpha}{\beta_0}$ în funcţie de frecvenţă.

În cazul $\frac{b}{a} = 300$ și $a = 10^{-2}$ m avem

$$\frac{\beta}{\beta_0} = 0{,}636\left(\log \frac{\delta_b}{1{,}25\ a}\right)^{\frac{1}{2}}\left[1 + \frac{1}{8}\,\frac{\frac{\pi^2}{16}}{2{,}3^2\left(\log \frac{\delta_b}{1{,}25\ a}\right)^2}\right]. \tag{81'}$$

Dacă se notează

$$u = \log \frac{\delta_b}{1{,}25\ a}, \tag{82}$$

se obține

$$\frac{\beta}{\beta_0} = 0{,}636 u^{\frac{1}{2}}\left[1 + \frac{0{,}0145}{2}\right] \simeq 0{,}636\ u^{\frac{1}{2}}. \tag{83}$$

Acest raport reprezintă totodată raportul lungimilor de undă și al vitezelor de fază:

$$\frac{\beta}{\beta_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda_g} = \frac{c_0}{v_f}. \tag{84}$$

Variabila auxiliară u se pune sub forma

$$u = 3{,}11 - 0{,}5 \log f_{[\mathrm{kHz}]}\,\sigma. \tag{82'}$$

Din curbele reprezentate în figura 5 se constată reducerea vitezei de fază la scăderea frecvenței. Efectul de întîrziere este mai pronunțat cînd σ este mai mic. Astfel, la $f = 1$ kHz și $\sigma = 10^{-3}$S/m, raportul de întîrziere $I = \frac{c}{v_f} = 1{,}39$. Impedanța de undă în domeniul 1 este dată de raportul dintre componentele E_{ρ_1} și H_{φ_1}:

$$Z = \frac{E_{\rho_1}}{H_{\varphi_1}} = \frac{\alpha + j\beta}{j\omega\varepsilon_0} = \frac{\alpha}{j\omega\varepsilon_0} + \frac{\beta}{\omega\varepsilon_0} \tag{85}$$

Întrucît

$$\omega\varepsilon_0 = \beta_0 Y_0 = \beta_0 \frac{1}{Z_0}, \tag{86}$$

se deduce

$$\frac{Z}{Z_0} = \frac{\beta}{\beta_0} - j\,\frac{\alpha}{\beta_0} = \frac{R}{Z_0} - j\,\frac{X}{Z_0}. \tag{87}$$

Curba de variație a rezistenței de undă raportate $\frac{R}{Z_0}$ cu frecvența este reprezentată în figura 5, iar partea reactivă se deduce din figura 3, unde se împarte α cu β_0 pentru fiecare frecvență.

Pentru $\sigma = 10^{-2}$ S/m și $f_{[kHz]} = 10^2$ ($\lambda_0 = 3$ km), $X = 0{,}062\ Z_0$ adică $X \cong 23{,}4\ \Omega$.

În figura 6 se reprezintă variația reactanței raportate cu frecvența.

11. CONCLUZII

Din cele expuse mai sus pot fi deduse următoarele concluzii :

a) Cazul ghidului coaxial cu pereții de conductivitate σ și de constantă dielectrică ε_r, în limite date, reprezintă cazul general, iar cazul ghidului coaxial clasic, metalic, reprezintă un caz particular.

b) La frecvențe joase de ordinul sutelor de kiloherți, galeria de mină coaxială poate reprezenta o cale de comunicație pe distanțe apreciabile (10 km).

c) Prezența conducătorului este esențială, dar dimensiunile sale nu sînt critice pentru valorile constantei de atenuare.

Pentru calculul constantei de atenuare este esențială măsurarea constantelor electrice ale mediului, conductivitatea σ și constanta dielectrică ε_r la frecvența de lucru.

BIBLIOGRAFIE

1. Gh. Cartianu, Al. Preda ș.a., *Sistem de comunicație pentru mine cu apel selectiv*, Telecomunicații, *11*, 483—488 (1969).
2. A. Gray, G. B. Mathews, *Funcțiile Bessel și aplicațiile lor în fizică* (trad. din l. engleză), București, Edit. tehnică, 1958, p. 223.
3. J. Stratton, *Electromagnetic Theory*, New York, McGraw-Hill, 1941, p. 464.
4. B. A. Vvedenski, A. G. Arenberg, *Radiovolnovodi*, Moskva, Gostehizdat, 1946, p. 110.
5. P. M. Prache, *Guides d'ondes circulaire avec couches dielectriques intérieures et tube métallique extérieure*, Cables et. trans., **23**, *1*, 33 (1969).
6. G. I. Veselov, S. G. Semenov, *Criticeskie parametri ecranirovanogo trehsloinogo volnovoda*, Radiotehnica (Moskva), **25**, *2*, 61 (1970).
7. R. C. Burrows, *Radio Communication Within the Earth's Crust*, IEEE Trans. A.P., May 1963, p. 311.
8. R. J. Wait, *Guided Waves in the Earth's Crust*, IEEE Trans. A.P., May 1963, p. 331.
9. E. M. Viggh, *Modes in Lossy Stratified Media*, IEEE Trans. A.P., May 1963, p. 319.
10. K. F. Schwering, D. W. Peterson, B. S. Leavin, *A Model for Electromagnetic Propagation in the Litosphere*, Proc. IEEE, May 1968, p. 799.
11. I. L. Alpert, *O rasprostranenniii elektromagnitnîh nad Zemnoi poverhnostiu*, Moskva, Izd. Akad. Nauk, 1955, p. 9.
12. G. V. Keller, *Electric Properties in the Dup Crust*, IEEE Trans. A.P., May 1963, p. 344.
13. S. W. Maley, *Measurement of Parameters of Stratified Earth*, IEEE Trans. A.P., May 1963, p. 366.

CONSIDERAȚII PRIVIND STUDIUL PARAMETRIC AL INFLUENȚEI REGULATORULUI AUTOMAT DE VITEZĂ ASUPRA REGLAJULUI FRECVENȚĂ-PUTERE ACTIVĂ

DAN MIHOC și LUCIA PANTELIMON

621.316.7

Se prezintă cîteva considerații generale privind alegerea sistemelor de reglare automată a frecvenței și a puterii active în sistemele energetice. Se prezintă și se interpretează rezultatele studiului întreprins de către autori în problema influenței alegerii parametrilor regulatorului automat de viteză asupra calității reglajului frecvență-putere activă în sistemele energetice, studiu realizat pe calculatorul analogic MEDA—41—TA de la Institutul politehnic din București.

1. CONSIDERAȚII GENERALE

1.1. După cum se știe, unul dintre parametrii calitativi de prim ordin ai energiei electrice este frecvența. De menținerea constantă a frecvenței sînt legate o serie de efecte de natură tehnică și economică asupra consumatorilor de energie electrică. Este suficient să amintim că o variație a frecvenței de numai ½ Hz atrage o variație a consumului de putere activă în sistemul energetic național de 60—70 MW. Reiese clar că menținerea constantă a frecvenței în limitele de ± 0,1 Hz este o cerință stringentă a unui sistem energetic dezvoltat.

Invarianța frecvenței în condițiile în care în sistemul energetic apar variații de putere la consumatori este determinată, în primul rînd, de posibilitatea sistemului de a face față acestor cereri de putere și, în al doilea rînd, de calitatea sistemului de reglaj al frecvenței. Datorită faptului că frecvența este legată direct de turația mașinii primare care antrenează generatorul sincron, rezultă că invarianța frecvenței este implicit legată de reglarea turației (sau a vitezei).

Menținerea constantă a unei mărimi în regim staționar implică utilizarea unui sistem de reglare automată astatic. Frecvența sistemului energetic, fiind una și aceeași în toate punctele acestuia, implică funcționarea în paralel a mai multor sisteme de reglare automată astatice. Pentru ca

sistemele de reglare astatice care funcţionează în paralel să admită o repartiţie univocă a mărimii perturbatoare, în cazul de faţă a variaţiei de putere activă, este necesar ca ele să aibă toate aceleaşi consemn. În cazul reglării frecvenţei, egalitatea mărimilor de consemn pentru sistemele de reglare astatice funcţionînd în paralel trebuie să se realizeze cu o precizie de 10^{-4}—10^{-5} Hz, ceea ce în stadiul actual al construcţiei regulatorului de viteză mecanic şi chiar a celui electric nu este posibil de realizat (astfel zona moartă a regulatorului de viteză al turbinei este de 1%/MW, ceea ce reprezintă cca 0,06% f_0, unde f_0 este frecvenţa de consemn ; la aceasta se adaugă efectul neliniarităţii care caracterizează funcţionarea valvei (robinetului) pentru modificarea admisiei de agent motor) [2].

În aceste condiţii se poate pune problema folosirii unor regulatoare statice cu grad de statism foarte mic, la care eroarea staţionară să se încadreze în limitele dorite. În acest caz apare problema compromisului între statism şi zona de insensibilitate. Astfel scăderea statismului ar atrage creşterea dispersiei de putere pe grup, iar creşterea statismului determină micşorarea dispersiei de putere, dar face ca eroarea staţionară să întreacă valoarea admisibilă. Avînd în vedere cele expuse mai sus, în sistemele energetice dezvoltate s-a adoptat pentru reglajul frecvenţei şi al puterii active sistemul de reglare fază-putere [1].

Principiul reglării fază-putere constă în suprapunerea peste reglajul primar, cu caracteristică statică, al regulatorului de viteză al turbinei a unui alt sistem de reglare, destinat reglării frecvenţei. Acesta din urmă este un sistem de reglare astatic şi este unic pe sistem, fiind instalat la dispecerul naţional energetic (fig. 1).

Se elimină astfel dezavantajele sistemelor astatice la funcţionarea în paralel şi se creează posibilitatea efectuării repartiţiei optime a puterii active prin utilizarea unui calculator *on line*.

1.2. Cunoaşterea parametrilor de funcţionare a echipamentelor de reglaj automat al vitezei şi a posibilităţilor de modificare în exploatare a

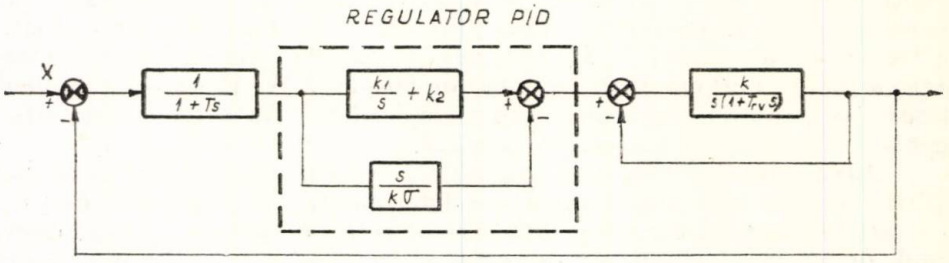


Fig. 1. — Sistemul de reglare fază-putere.

valorii unora dintre parametrii reglabili ai acestora în scopul atingerii funcţionării optime la un anumit regim de funcţionare al sistemului energetic formează obiectul unor susţinute activităţi de cercetare, studiu şi experimentări pe instalaţii în funcţiune. Comportarea regulatoarelor automate de viteză ale grupurilor generatoare influenţează într-o măsură deloc neglijabilă siguranţa în funcţionare şi comportarea în regim dinamic a sistemului electroenergetic [3].

Testele efectuate în august 1967 de „General Electric Co" (S.U.A.) au arătat că nu există o influență a controlului puterii de schimb pe liniile de interconexiune asupra aspectului regimului dinamic al răspunsului sistemului observat, în vreme ce s-a putut constata o pronunțată influență a regulatorului de viteză asupra comportării dinamice a sistemului observat [2].

În cele ce urmează vor fi prezentate și interpretate rezultatele studiului întreprins de către autori în problema influenței regulatorului automat de viteză asupra calității reglajului frecvență-putere activă în sistemele energetice.

2. INFLUENȚA PARAMETRILOR RAV ASUPRA REGLAJULUI FRECVENȚĂ – PUTERE ACTIVĂ

S-a studiat influența parametrilor regulatorului de viteză asupra calității reglajului de frecvență, luîndu-se în considerație limitele uzuale de variație indicate în literatura de specialitate pentru acești parametri (constanta de timp T_{rv} a regulatorului de viteză 1—3 s, factorul de amplificare K al dispozitivului de încărcare (0,1—0,3) și gradul de statism σ al regulatorului global (0,05—0,1) [1] și [5]. Regulatorul central de frecvență a fost considerat constant (cu parametri invariabili) și a fost introdus prin funcția de transfer a regulatorului PID, existent la dispecerul național (fig. 1).

Funcțiile de transfer ale regulatorului de viteză și cea a regulatorului central PID sînt cele utilizate în mod curent în studiul pe calculatorul analogic, prezentate sub o formă simplificată echivalentă [1], [3] și [5].

Studiul a fost realizat pe calculatorul analogic MEDA—41—TA de la Catedra de rețele electrice a Institutului politehnic din București, luîndu-se în considerare schema completă a sistemului de reglare fază-putere. Schema de modelare pe calculator este redată în figura 2.

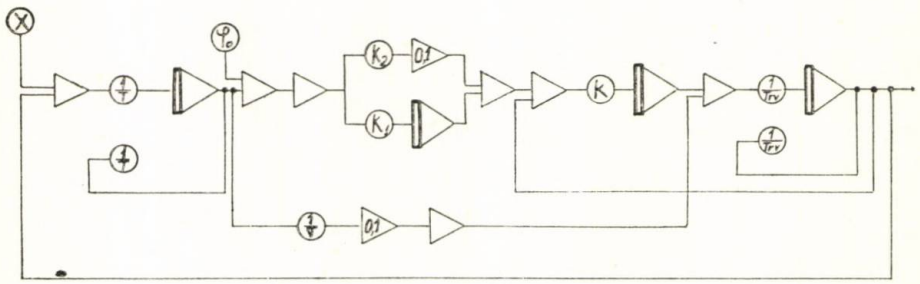


Fig. 2. — Schema de modelare pe calculatorul analogic.

Într-o primă etapă, sistemul s-a considerat liniar, neținîndu-se cont de limitele de funcționare ale regulatorului. Din examinarea curbelor $x_e = f(t)$ (fig. 3—6) rezultă că sistemul de reglare se comportă bine pentru valori scăzute ale parametrilor care au fost variați. Creșterea constantei

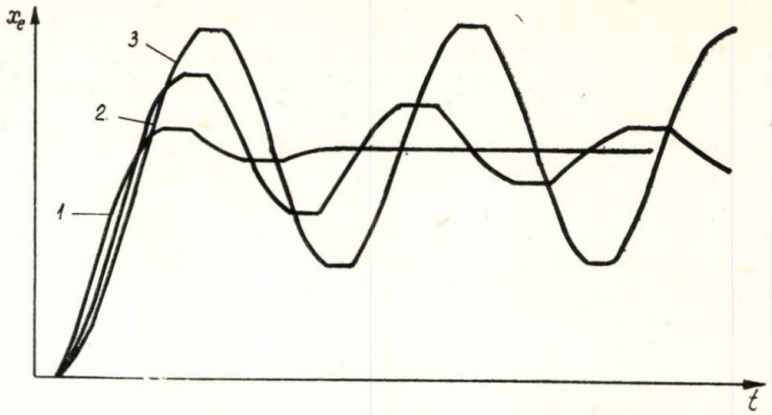


Fig. 3. — Variația $x_e(t)$ pentru $\sigma = 0{,}05$; $K_{rv} = 0{,}1$ $T = 10$ s : *1* — $T_{rv} = 1$ s ; *2* — $T_{rv} = 2$ s ; *3* — $T_{rv} = 3$ s.

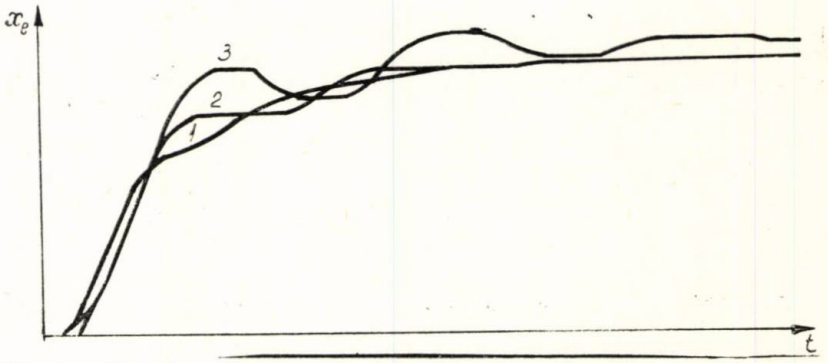


Fig. 4. — Variația $x_e(t)$ pentru $\sigma = 0{,}1$; $K_{rv} = 0{,}1$; $T = 10$ s : *1* — $T_{rv} = 1$ s ; *2* — $T_{rv} = 2$ s ; *3* — $T_{rv} = 3$ s.

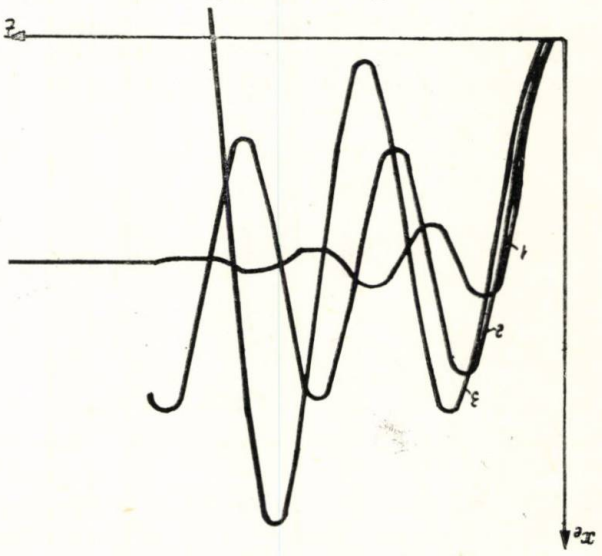


Fig. 5. — Variația $x_e(t)$ pentru $\sigma = 0{,}05$; $K_{rv} = 0{,}3$; $T = 10$ s : *1* — $T_{rv} = 1$ s ; *2* — $T_{rv} = 2$ s ; *3* — $T_{rv} = 3$ s.

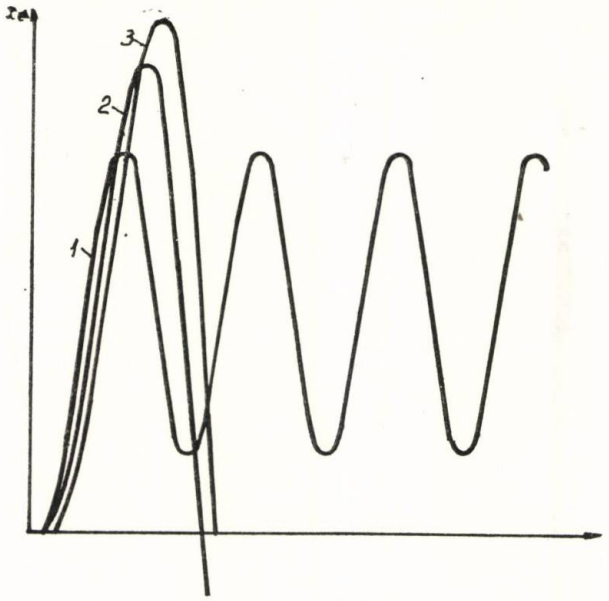


Fig. 6. — Variația $x_e(t)$ pentru $\sigma = 0{,}1$; $K = 0{,}3$; $T = 10$ s : *1* — $T_{rv} = 1$ s ; *2* — $T_{rv} = 2$ s ; *3* — $T_{rv} = 3$ s.

de timp a regulatorului de viteză, a factorului de amplificare a servomotorului variator și a statismului conduce la mărirea suprareglajelor și chiar la obținerea unor regimuri oscilante instabile.

Dintre acești parametri, influența cea mai importantă o are factorul de amplificare al servomotorului de încărcare K_{rv}, pentru $K_{rv} = 0{,}3$ obținîndu-se regimuri oscilante chiar pentru valori mici ale lui σ (0,05) și T_{rv} (1 s) (fig. 5).

Introducerea unui limitator după regulatorul de viteză a fost necesară pentru modelarea limitei fizice de încărcare a turbinei. Astfel s-a modelat un limitator cu factorul de amplificare $K = 1$ pentru a nu se modifica factorul de amplificare total al buclei de reglare și pragul de saturație $X_s = 0{,}15$ V. S-au luat în considerație perturbațiile: $X_1 = 0{,}1$ V, corespunzînd unei turbine funcționînd descărcată, $X_2 = 0{,}15$ V pentru turbina funcționînd la puterea nominală și $X_3 = 0{,}2$ V pentru turbina solicitată peste puterea maximă pe care o poate debita. Curbele obținute pe calculator sînt reprezentate în figurile 7—10.

Se constată că, indiferent de valoarea perturbației sau a parametrilor care au fost variați, existența limitatorului conduce la o lungire considerabilă a timpului de răspuns.

Pentru cazul unei perturbații sub valoarea pragului de saturație, este evident faptul că, deși curbele și-au modificat alura, influența variației parametrilor enunțați mai sus este aceeași ca și în cazul sistemului liniar. Comportări bune ale sistemului de reglare se obțin fie pentru valori mici ale lui σ și K_{rv}, fie în cazul în care σ și K_{rv} au valori mai ridicate, impunîndu-se un regulator al vitezei rapid, cu $T_{rv} = 1$ s.

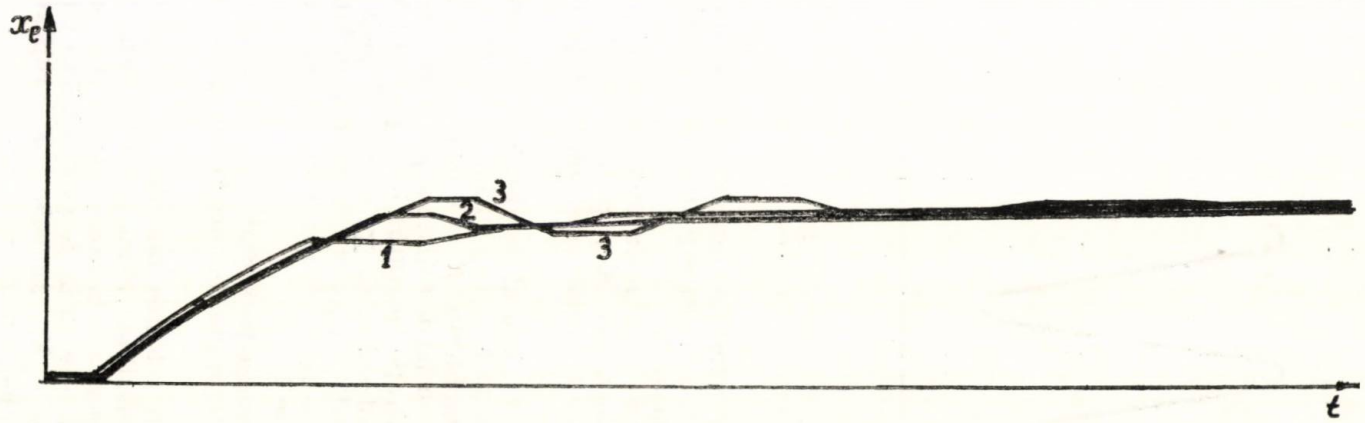


Fig. 7. — Variația $x_e(l)$ pentru $\sigma = 0{,}05$; $K = 0{,}1$; $T = 10$ s.

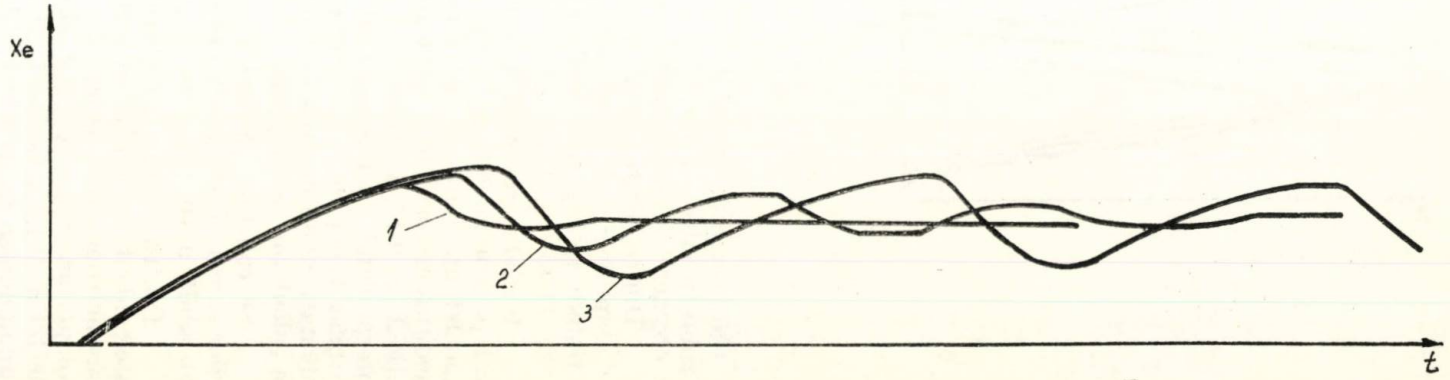


Fig. 8. — Variația $x_e(l)$ pentru $\sigma = 0{,}05$; $K = 0{,}3$; $T = 10$ s.

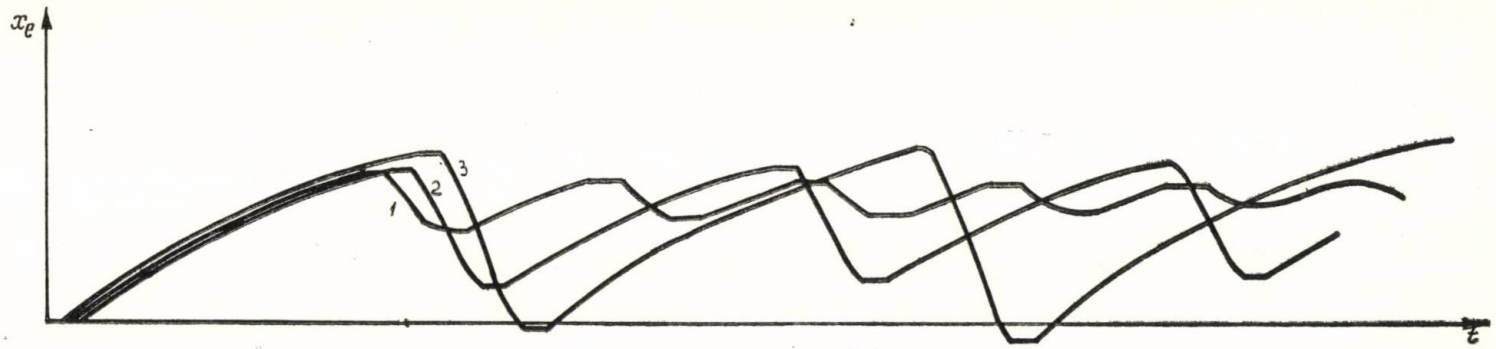


Fig. 9. — Variația $x_e(t)$ pentru : $\sigma = 0{,}1$; $K = 0{,}8$; $T = 10$ s ; $X_1 = 0{,}1$; $X_2 = 0{,}15$; $X_3 = 0{,}2$.

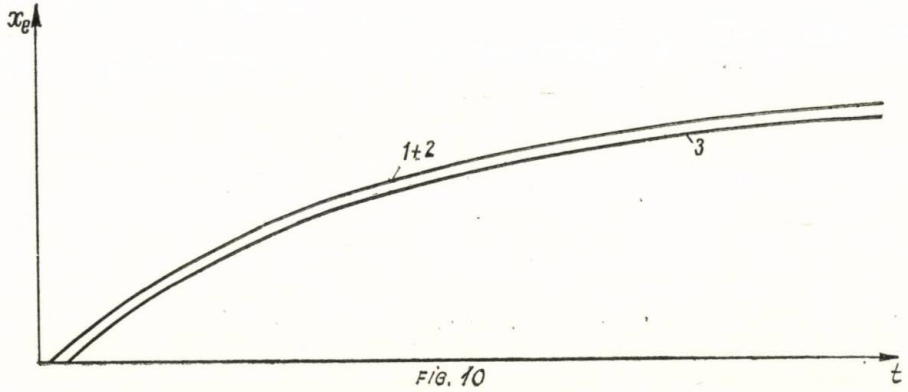


Fig. 10. — Variația $x_e(t)$ pentru mărimi perturbatoare mai mari sau egale cu pragul de saturație.

Pentru cazurile în care mărimea perturbatoare este mai mare sau egală cu pragul de saturaţie, răspunsurile sînt puternic amortizate, remarcîndu-se faptul că ele nu mai sînt influenţate de parametrii regulatorului de viteză (fig. 10). Excepţie face doar cazul $X_i = 0{,}15$ V, $\sigma = 0{,}05$, $K = 0{,}3$, pentru care răspunsurile prezintă oscilaţii a căror amplitudine creşte odată cu constanta de timp a regulatorului de viteză.

Este evident faptul că pentru $X_i > X_s$ sistemul acuză eroare staţionară.

3. CONCLUZII

3.1. Parametrii părţii din echipamentul de reglaj frecvenţă-putere activă, aferentă fiecărei centrale reglante, influenţează esenţial asupra calităţii reglajului.

3.2. Studiul efectuat demonstrează că se impune folosirea unor valori reduse pentru T_{rv}, K şi σ la limita inferioară determinată de posibilităţile constructive.

3.3. Pentru situaţia în care turbina este încărcată la puterea nominală, o perturbaţie de putere conduce la un răspuns puternic amortizat al regulatorului de frecvenţă, independent de valoarea parametrilor regulatorului de viteză.

3.4. Alegerea corectă a parametrilor regulatorului de viteză influenţează comportarea optimă a blocurilor generatoare şi a sistemului energetic în ansamblu în caz de avarie. Reprinderea în sincronism se face cu atît mai repede, cu cît T_{rv} scade.

BIBLIOGRAFIE

1. L. Pantelimon, *Contribuţii la studiul stabilităţii dinamice a sistemelor electrice. Influenţa RAT şi RAV asupra stabilităţii dinamice a sistemelor energetice*, teză de doctorat, 1971, Inst. politehnic Bucureşti.
2. D. N. Ewart, *Discuţii pe marginea articolului lui Ch. Fosha şi O. Elgert*, IEE, Transactions on Power Apparratus and Systems, PAS, **89** (1970).
3. G. Moraite, *Aspecte ale reglajului automat de tensiune şi viteză ale grupurilor generatoare de mare putere*, Energetica, *10*, 450—454 (1972)
4. * * * Cigre Study Committee 32, Working group Cl, *Questionnaire on the characteristics and performances of the turbine speed governors*, May, 1971.
5. D. Mihoc, *Modelarea sistemelor de reglare automată ale turbogeneratoarelor folosind metoda variabilelor de stare*, Bul. şt. Inst. politehnic Cluj, seria I, *1* (1973).

VLAD IONESCU, *Sisteme liniare*, Bucureşti, Edit. Academiei, 1973, 228 p., 20 bibl.

Teoria sistemelor este o direcţie de dezvoltare a ştiinţei contemporane, în care s-au realizat în ultimul timp progrese remarcabile. Plecînd de la studiul sistemelor dinamice în accepţia lui G. D. Birkhoff (1927), studiul sistemelor descrise de ecuaţii diferenţiale a progresat foarte mult, atît în domeniul electronicii într-o anumită etapă, cît în special al automaticii în anii care au urmat celui de-al doilea război mondial. În momentul de faţă, conceptele teoriei sistemelor domină sectoare mari ale vieţii ştiinţifice, fiind indispensabilă chiar şi ştiinţelor umaniste, ca psihologia într-o anumită accepţie, sau ştiinţelor naturii, ca, de exemplu, biologia.

Autorul acestei lucrări este cunoscut cercurilor de specialişti în automatică pentru preocupările sale în domeniul sistemelor. Lucrarea de faţă abordează cu rigurozitate şi într-un spirit modern teoria generală a sistemelor liniare.

Monografia este constituită dintr-o introducere şi şase capitole. În introducere, care este foarte concisă, se arată că lucrarea se bazează pe o serie de rezultate originale, precum şi pe cele mai reprezentative lucrări contemporane în domeniu, cum ar fi lucrările lui R. E. Kalman. De asemenea autorul a beneficiat de discuţiile purtate în cadrul seminarului de teorie a sistemelor, din Facultatea de automatică a Institutului politehnic Bucureşti.

Primul capitol îşi propune să expliciteze conceptul de sistem dinamic. Autorul nu pleacă de la unul din sistemele de descriere axiomatică a conceptului de sistem, preferînd abordarea mai intuitivă care pleacă de la o „cutie neagră", conectată cu exteriorul prin anumite terminale. Se introduc astfel conceptele de cauză, efect, tranziţie cauzală etc. La sfîrşitul acestui capitol, autorul defineşte sistemul dinamic ca modelul formal care descrie o clasă de factorizări dată a obiectului abstract orientat. Teoria sistemelor dinamice este, în această concepţie, teoria factorizărilor tranziţiilor cauzale, precum şi a echivalenţei acestor factorizări.

Capitolul 2 este intitulat „Formalizarea conceptului de sistem dinamic". În acest capitol se trece la prezentarea modelului matematic care descrie conceptul de sistem dinamic. Mai exact, prin definiţie un sistem dinamic este un octuplu de entităţi, care cuprinde mulţimea de valori luate de variabila independentă timpul; mulţimea valorilor pe care le ia variabila de intrare u, descrisă de o anumită clasă de funcţii; mulţimea valorilor pe care le poate lua variabila convenţională de stare; mulţimea valorilor pe care le ia variabila de ieşire; funcţia de tranziţie a sistemului şi funcţia de ieşire. Funcţia de tranziţie defineşte procesul de modificare a stării iniţiale sub acţiunea variabilei de intrare, aceasta evoluînd în timp după o funcţie cunoscută. Funcţia de tranziţie are proprietăţile de orientabilitate, consistenţă şi compozabilitate. Se definesc în continuare mai multe clase de sisteme: sisteme invariante în timp; sisteme continue şi discrete; sisteme finit dimensionale cu un număr finit de stări şi finite; sisteme liniare; sisteme netede. Se dă descrierea matematică generală a sistemelor finit dimensionale, netede şi liniare, sub forma unei ecuaţii diferenţiale care leagă variaţia în timp a stării de semnalul de intrare şi de stare. Evident, în cazul general este vorba de o ecuaţie diferenţială matriceală. O a doua relaţie leagă ieşirea de stare.

Capitolul 3, intitulat „Sisteme liniare finit dimensionale netede", este destinat prezentării problemelor generale ale acestei clase de sisteme. Se definesc atributele fundamentale corespunzătoare: accesibilitate, observabilitate, controlabilitate și constructibilitate. În cadrul aceluiași capitol se dau cele două teoreme de unicitate ale lui Kalman.

În capitolul 4 se studiază conceptele de conexiune inversă și de reglare automată. În cadrul acestor concepte se abordează problema stabilității sistemelor liniare netede finit dimensionale și invariante în timp.

„Optimalitatea sistemelor liniare cu criteriu patratic" este titlul capitolului 5. Problema cere să se determine comanda care transferă starea unui sistem în origine în mod asimptotic, astfel încît indicele de performanță să fie minim.

„Teoria algebrică a sistemelor liniare" este titlul capitolului 6. Scopul acestui capitol este de a evidenția cu ajutorul structurilor algebrice structura intimă a sistemelor liniare, studiindu-se în același timp legătura dintre model și realizare. Tot cu ajutorul algebrei se dă o definire structurală a atributelor pe care le prezintă sistemele dinamice liniare. În acest scop se utilizează teoria modulelor de tip finit peste inele principale. Plecînd de la proprietățile modulelor, se obțin atributele fundamentale ale sistemelor dinamice liniare. În acest capitol se studiază sistemele liniare discrete, după care se trece la sistemele netede.

Este important să subliniem cîteva aspecte legate de formalizarea algebrică, așa cum apare ea în lucrarea analizată. Se realizează o formalizare algebrică a conceptului de conexiune inversă precum și algoritmul de construcție a modelului canonic. Cu un maxim de rigoare se abordează problema finitudinii sistemelor și problema realizabilității parțiale. Este important de subliniat faptul că în limbajul modulelor se șterge distincția formală dintre sistemele discrete și cele continue. Este evident că metoda algebrizării deschide perspective interesante și în ceea ce privește algoritmizarea problemelor.

Evident că în dimensiunile relativ reduse ale lucrării nu se puteau epuiza toate problemele sistemelor, chiar dacă ne limităm la sistemele liniare. Este însă incontestabil meritul autorului de a fi reușit ca într-un număr nu prea mare de pagini să sintetizeze tot ceea ce este esențial în teoria contemporană a sistemelor liniare. Iar întregul material este expus cu o deplină siguranță și cu maximum de eleganță, utilizînd un instrument matematic modern.

În lucrarea sa, Vlad Ionescu a pus într-o lumină deosebit de interesantă două concepte fundamentale în teoria sistemelor, și anume conceptele de *canonic* și *minimal*. Plecînd de aici, se dă o interpretare nouă conceptului de conexiune inversă, arătîndu-se și relațiile ce există între conexiunea inversă și proprietățile de minimalitate și de canonicitate, caracteristice modelului formal de reprezentare a sistemelor dinamice. Se rezolvă de asemenea problema construcției modelelor minimale în cazul finit dimensional, ca și problema generală a construcției modelelor sistemelor liniare netede și finit dimensionale. Menționăm de asemenea problema reprezentării conexiunii inverse la nivelul modelului formal prin utilizarea conceptului de stare. Remarcăm și studiile interesante privitoare la raporturile dintre controlabilitate și constructibilitate.

Lucrarea *Sisteme liniare* este deosebit de utilă tuturor celor ce doresc să cunoască o tratare contemporană, riguroasă și de nivel înalt a teoriei sistemelor. În particular, lucrarea poate interesa pe inginerii de sisteme, automatiști, electronicieni, ca și pe matematicieni. Ea este utilă și doctoranzilor și studenților din anii superiori ai facultăților de specialitate.

Anumite părți au însă o audiență mai largă, permițînd o introducere corectă a conceptelor fundamentale, proprii teoriei sistemelor.

Edmond Nicolau

REZUMATELE ARTICOLELOR APĂRUTE ÎN "REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TECHNIQUES", SÉRIE ÉLECTROTECHNIQUE ET ÉNERGÉTIQUE, N° 3, 1973

F. MANEA **621.316**

Aplicarea metodei discontinuităţilor la analiza regimurilor permanente şi tranzitorii ale reţelelor electrice lineare

După separarea componentelor libere şi forţate ale soluţiei matriceale generale a unui sistem liniar de ecuaţii de stare, au fost evidenţiate discontinuităţile funcţiilor pentru a se obţine avantaje în analiza regimurilor permanente şi tranzitorii.

M. PREDA **631.3.011**

Exprimarea topologică a funcţiilor de reţea cu ajutorul arborilor orientaţi

Se defineşte un graf completant care, adăugat la digraful unui circuit cu surse de curent comandate, permite deducerea unor expresii topologice simple pentru impedanţe de transfer în gol şi admitanţe de transfer în scurtcircuit. Se dă şi o nouă demonstraţie a faptului că valoarea unui determinant este egală cu suma valorilor arborilor din digraful asociat acestui determinant.

F. SPINEI **621.316.11.001.24**

Teoremele de variaţie pentru circuitele electrice nereciproce

Se prezintă extinderea teoremelor de variaţie în cazul circuitelor electrice nereciproce.

Se dau forme diferite pentru teoremele de variaţie valabile pentru cazul circuitelor electrice nereciproce şi se prezintă consecinţele principale şi aplicaţiile acestor teoreme.

Se discută relaţia dintre teoremele de variaţie, exprimate pentru cazul schimbării finite pentru o singură latură a unui circuit, şi teorema biliniară.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 827—830, 1973

G. DRĂGAN, MARILENA UNGUREANU, P. POSTOLACHE **621.316.93 : 551.594.221**

Influența poziției și sarcinii liderului asupra zonei de protecție a unui paratrăsnet

Se prezintă o metodă analitică de determinare a zonei de protecție a unui paratrăsnet vertical, ținînd seama că aceasta reprezintă o suprafață echicîmp. Zona obținută pe această cale are forma unui hiperboloid deformat, cu atît mai alungit cu cît liderul se dezvoltă mai departe de paratrăsnet. Această formă coincide cu zona de protecție, determinată experimental. Studiul efectuat arată că ea reprezintă situația-limită din punctul de vedere al protecției obiectelor aflate în vecinătatea paratrăsnetelor.

Metoda propusă permite studiul unor configurații complexe de paratrăsnete, folosind mijloace numerice de calcul.

G. DRĂGAN, MARILENA UNGUREANU **537.523.3.621.316.933.1.015.532**

Cîmpul electric al unei linii electrice aeriene sub influența descărcării corona

Se prezintă o nouă metodă de calcul a distribuției cîmpului electric în jurul conductorului pentru o configurație conductor-plan corespunzătoare conductorului unei linii aeriene în prezența descărcării corona. Se ține seama de neuniformitatea cîmpului electric în această configurație, precum și de repartiția sarcinilor spațiale, calculîndu-se cîmpul real într-un punct oarecare în spațiu.

Prin cunoașterea exactă a cîmpului în vecinătatea conductorului pe care a apărut descărcarea corona, metoda permite determinarea mai exactă a pierderilor corona.

M. POLOUJADOFF, J. C. SABONNADIÈRE **621.313.39.025.3 : 538.553.9**

Studiul dezechilibrului curenților de alimentare într-un motor liniar polifazat cu inducție

După un scurt rezumat al teoriilor motorului liniar, autorii expun cauzele dezechilibrului dintre faze și enunță ipotezele care permit să i se calculeze efectele.

Plecînd de la energia de cuplare dintre primar și indus, se stabilește o matrice de impedanță. Aplicarea unei transformări liniare permite încheierea calculului curenților și al forțelor.

M. IVANES, M. POLOUJADOFF, J. C. SABONNADIÈRE **621.313.39.001.1**

Studiul liniilor de curent indus în motoarele de inducție cu secundarul închis de o pînză conductoare

Motoarele cu inducție al căror secundar este constituit de o pînză conductoare au luat un avînt considerabil de la introducerea motorului liniar.

Se expune o teorie generală direct aplicabilă acestuia din urmă și care permite calculul diferiților parametri ai mașinii : forță de tracțiune, pierderi etc. În cazul cînd pînza conductoare

se închide pe ea însăşi (cazul motoarelor cu inducţie rotative), această teorie se simplifică şi permite calculul pierderilor superficiale.

Sînt prezentate rezultatele experimentale care permit să verificăm valabilitatea acestei teorii.

A. RUSU, C. BULUCEA 621.31:621.38

Analiza numerică a distribuţiei de potenţial electric în structuri semiconductoare bidimensionale

Se prezintă un program de calcul pentru determinarea distribuţiei de potenţial şi de cîmp electric în structuri semiconductoare. Programul a fost aplicat pentru trasarea liniilor echipotenţiale şi calcularea cîmpului electric la interfaţa siliciu-bioxid de siliciu la o diodă cu poartă.

G. CARTIANU, V. I. VLAD 621.329.1

Sinteza şi indentificarea varietăţilor geometrice multidimensionale avînd funcţii cu discontinuităţi

Se prezintă sinteza şi identificarea varietăţilor geometrice multidimensionale, folosind funcţii cu discontinuităţi într-o reprezentare parametrică. Pentru sinteză şi identificare s-a ataşat fiecărei varietăţi geometrice un număr caracteristic de eşantionare şi s-a stabilit relaţia dintre eroare în aproximare polinominală, lărgimea de bandă cerută şi viteza de eşantionare.

Sinteza şi identificarea de formă bidimensională folosind funcţii cu discontinuităţi pot fi obţinute într-un mod mai simplu cu ajutorul tuburilor catodice.

Se prezintă în detaliu metoda practică pentru sinteză şi identificare prin tuburi catodice.

G. CARTIANU, A. T. MURGAN 621.396.61

Condiţii echivalente necesare şi suficiente pentru stabilitatea orbitală

Se analizează stabilitatea orbitală a sistemelor autonome neliniare şi se defineşte o clasă largă de sisteme pentru care cele două metode de bază, a primei variaţii şi a liniarizării armonice, conduc la condiţii echivalente necesare şi suficiente de stabilitate orbitală asimptotică.

L. LUPAŞ 621.316.7.001

Cîteva observaţii asupra evaluării suboptimalităţii

Se prezintă două generalizări ale unor rezultate stabilite de Canales pentru sisteme suboptimale liniare asociate problemei optimale liniar-pătratice. Prima generalizare se referă la introducerea unui factor scalar suplimentar în inegalitatea care evaluează performanţa suboptimală. A doua generalizare constă în stabilirea propoziţiei anterioare pentru o clasă mai largă de comenzi suboptimale liniare. Performanţa sistemului suboptimal este comparată cu performanţa optimală fără a necesita calculul comenzii optimale.

S. ANASTASIU. MARIANA NECULA, AL. SOCEANU 621.34 : 681.32

Simularea numerică a sistemelor de reglaj electric cu structură variabilă

Se prezintă modele matematice şi programe elaborate pentru a simula pe ordonator sistemele de reglaj electric. Lucrarea tratează sistemele de reglaj electric cu structură variabilă (cazul circuitelor cu tiristoare).

Utilizarea combinată a modelelor de stare şi a modelelor bazate pe scheme logice combinate se dovedeşte cea mai bună. Programele au fost elaborate în limbajul specializat CSMP—1130 (simulare pe bloc). Se prezintă cîteva rezultate efectuate în cazul simulării unui sistem de reglaj electric cu două tiristoare.

V. PIMSNER, ŞT. VINTILĂ 533.6

Unele probleme ale intersecţiei de jeturi turbulente

Se analizează un model fizic al intersecţiei de jeturi turbulente plan-paralele şi se precizează ipotezele de calcul. Stabilirea relaţiilor de calcul al intersecţiei de jeturi turbulente a permis determinarea unghiului de reflexie al jeturilor intersectate şi al axei jetului rezultat prin intersecţie.

În ultima parte a lucrării se reliefează caracterul general al relaţiilor de calcul obţinute, rezultînd prin particularizare relaţiile de calcul al intersecţiei unui jet turbulent cu un curent uniform.

A. DUMITRESCU, M. POPESCU, M. ELEFTERESCU, ŞT. KOVACS, AL. PAP 669.1 :.620.9 : 338.061 : 51

Model matematic pentru optimizarea structurii lanţurilor energotehnologice în siderurgie

Se prezintă un model matematic care să permită optimizarea dezvoltării industriei siderurgice prin optimizarea structurii lanţurilor energotehnologice.

La elaborarea modelului s-au avut în vedere multitudinea de variante caracterizate prin capacităţile specifice ale agregatelor,particularităţile lor tehnologice, materiile prime şi baza energetică de care se dispune.

Se consideră că modelul propus oferă elementele necesare care să permită luarea unor decizii privind dezvoltarea industriei siderurgice.

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii și cercetări de energetică și electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică și electrotehnică, termoenergetică și termotehnică, sisteme automate în energetică, sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde și rubricile: discuții, recenzii, informații și altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări științifice și tehnice.

1. Structura lucrării

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoștințelor actuale, va desemna obiectivele și indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărțită de subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate și va discuta rezultatele, erorile, posibilitățile și comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obținute, limita lor de valabilitate și aplicațiile posibile.

2. *Forma lucrării*

a) Lucrările se predau în 3 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenții.

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare; desenele de calc și tuș, însoțite de cîte două copii și o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, șase rînduri în limba română, și la alegere în una din limbile engleză, franceză, germană sau rusă.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internațională.

d) Volumul lucrării să nu depășească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacție: București, Șos. Vitan nr. 236, sectorul 4.

N. LICIU, SORA MANEA, M. COMȘA 620.9

ASPECTE ALE EVOLUȚIEI CONSUMULUI DE ENERGIE ÎN CADRUL PROGNOZĂRII DEZVOLTĂRII ENERGETICII ÎN R. S. ROMÂNIA

Se analizează unele aspecte ale evoluției consumului de energie al țării noastre pentru ultimii 20 de ani prin prisma necesităților practice ale prognozării dezvoltării energeticii pe termen lung și ținînd seama de informațiile statistice disponibile. Sînt folosite în acest scop seriile dinamice ale consumului de energie, corelația dintre evoluția acestuia și dinamica producției industriale, precum și diferite observații deduse prin analogie cu dezvoltarea energo-economică a altor țări.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 567—581, 1973

V. CARACUDOVICI, ZENI MARINESCU 620.9

ASUPRA FOLOSIRII INDICILOR VALORICI AI PRODUCȚIEI INDUSTRIALE ÎN EXPRIMAREA NORMELOR DE CONSUM SPECIFIC AL ENERGIEI

Analizînd structura indicatorilor valorici folosiți în activitatea economică-financiară a întreprinderilor industriale și a corelațiilor existente între componentele acestor indicatori și energia consumată în întreprindere, se ajunge la concluzia că indicatorii actuali nu pot fi folosiți în bune condiții pentru fundamentarea normelor energetice de consum de energie și se propune utilizarea unui indicator special pentru acest obiectiv, precizînd și structura acestuia.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 583—589, 1973

C. HAIDUC, V. VINIȚCHI, P. VIDICAN, ELENA ISBĂȘESCU, D. BERCOVICI, JANINA ADAMEȘTEANU 621.039.517

CERCETĂRI EXPERIMENTALE ASUPRA PROCESULUI DE CONVECȚIE FORȚATĂ A APEI ÎN MODELE DE CASETE DE REACTOR NUCLEAR ENERGETIC

În lucrare se prezintă rezultatele experimentale obținute de autori în cercetarea transferului de căldură pe modele de casete de reactor nuclear. Se dă de asemenea bucla termică experimentală de modelare a procesului de convecție forțată în modele de casete.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 591—598, 1973

C. NEAGA 662.61 : 662.87

CORELAȚIE ÎNTRE GRADUL DE RECIRCULARE ȘI DIAMETRUL PARTICULEI ÎN PROCESUL DE ARDERE A CĂRBUNELUI PULVERIZAT

În lucrare se evidențiază dependența dintre gradul de recirculare a gazelor de ardere și unele mărimi care caracterizează procesul de ardere a particulei de cărbune pulverizat : temperatura particulei, temperatura fazei gazoase. diametrul particulei și concentrația de oxigen. Acest lucru este posibil prin rezolvarea sistemului de ecuații diferențiale, sistem care descrie procesul de ardere a particulei în condiții de recirculare a gazelor cu ajutorul mașinilor electronice de calcul. Datele obținute pot fi folosite în exploatarea și proiectarea instalațiilor de ardere a cărbunelui pulverizat.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 599—615, 1973

V. V. GHIA, A. PĂLTÎNEA 662.925.99

INFLUENȚA CARACTERISTICILOR COMBUSTIBILULUI ASUPRA CĂLDURII RECUPERATE LA CUPTOARE PENTRU PREÎNCĂLZIREA AERULUI DE ARDERE

Se clarifică influența caracteristicilor combustibililor asupra posibilităților de a recupera căldura gazelor de ardere din cuptoare pentru preîncălzirea aerului de ardere. Posibilitățile de recuperare au fost precizate prin mărimea adimensională denumită grad de recuperare a căldurii precum și prin coeficienții de transmiterea căldurii, iar pentru exemplificare se compară patru combustibili: gazul natural, păcura, gazul de cocserie și bigazul.

St. cerc. energ, electr., tom. 23, nr. 3, p. 617—634, 1973

N. PĂNOIU 662.642.1 (498) : 662.932.663

ASUPRA FUNCȚIONĂRII MORILOR-VENTILATOR LA MĂCINAREA HUILEI

După ce se prezintă caracteristicile funcționale ale morilor ventilator și calculul acestora, se analizează influența proprietăților huilelor asupra funcționării morilor-ventilator. Astfel se arată influența măcinabilității, a fineței de măcinare și a calității combustibilului asupra indicilor morii (consum specific de energie electrică, debit și uzura elementelor de măcinare). În încheiere se face o comparație între funcționarea morii-ventilator cu huilă și cu lignit, precum și o comparație între funcționarea morii-ventilator și a morii cu valțuri din punct de vedere al uzurii.

St. cerc. energ. electr., tom. 13, nr. 3, p. 635—648, 1973

AL. DĂNESCU, N. APOSTOLESCU, B. GRÜNWALD 621.43.05

DETERMINAREA DIAGRAMEI INDICATE A UNUI MOTOR DIESEL SUPRA-ALIMENTAT ÎN CONDIȚIILE LIMITĂRII SOLICITĂRILOR MECANICE ȘI A TEMPERATURII GAZELOR ARSE LA EVACUARE

Se stabilesc relații care permit determinarea indicilor tehnici-economici ai unui motor diesel supraalimentat la care se limitează presiunea maximă în ciclu și temperatura gazelor de evacuare la intrarea în turbină. Modelul de ciclu elaborat de autori se apropie de un ciclu real prin schematizarea arderii și prin considerarea pierderilor de căldură într-un mod nou.

Cercetarea urmărește stabilirea condițiilor de optimizare a schemelor energetice ale unui motor diesel înalt și foarte înalt supraalimentat.

St. cerc. energ. electr., tom . 23. nr. 3, p. 649—668, 1973

V. VINIȚCHI 539.2

ASUPRA UNOR EFECTE TERMOELECTRICE ÎN SOLIDE CU GEOMETRIE SAU DIMENSIUNE NEUNIFORMĂ SUPUSE UNUI GRADIENT DE TEMPERATURĂ

Pe baza mecanismului antrenării fononice a electronilor, se analizează apariția forței electromotoare în colectoare electrice cu neuniformități de geometrie sau de dimensiune și în care există un gradient de temperatură.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 669—673, 1973

J. CONSTANTINESCU 621.311.1.001.2

METODĂ DE ANALIZĂ A SISTEMELOR ELECTRICE PRIN DESCOMPUNERE ÎN SUBREȚELE

Se expune o metodă originală pentru analiza regimului staționar al rețelelor extinse, aparținînd abordărilor diakoptice. Principalele caracteristici ale metodei se referă la modul de determinare a corecțiilor introduse de interconectare și la calculul tensiunilor nodurilor de echilibrare ale subrețelelor. Aceste tensiuni și regimurile subrețelelor în funcționare izolată sînt calculate utilizînd algoritmul Newton-Raphson.

Metoda nu necesită cunoașterea unor matrice de impedanțe nodale, ci numai forme reduse ale matricei de admitanțe.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 675—691 , 1973

HERMINA ALBERT 621.311.1—52

COMANDA OPERATIVĂ IERARHIZATĂ A SISTEMULUI ENERGETIC

Se prezintă criterii de organizare a comenzii operative de dispecer în sisteme energetice mari, luînd în considerare conceptul de descompunere a activității cu referire la nivele de comandă, succesiunea evenimentelor în timp și succesiunea stărilor sistemului.

Se expune modul de ierarhizare a comenzii operative și a sistemului de calculatoare prin care este posibilă realizarea acestei comenzi.

St. cerc. energ. electr., tom, 23, nr. 3, p. 693—708, 1973

ECATERINA ARIE, M. POMÂRLEANU, LIA BEJUSCU, M. BOTGROS
621.3.016.351

DETERMINAREA REZERVEI DE STABILITATE STATICĂ A SISTEMELOR ELECTROENERGETICE COMPLEXE

Lucrarea prezintă o metodă unitară de calcul al regimurilor limită și de apreciere a rezervei de stabilitate statică pentru sisteme complexe prin înrăutățirea treptată a regimului inițial.

Sînt prezentate de asemenea algoritmul de calcul și rezultatele obținute pe calculatorul cifric.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, br. 3, p. 709—727, 1973

S. IONESCU, A. CRISTOVICI, ADRIANA BOGDAN 621.314.223

REGIMURILE ADMISIBILE DE FUNCȚIONARE ȘI SCHEME ECHIVALENTE ALE AUTOTRANSFORMATOARELOR DE 420/231 kV

Se analizează aspecte legate de funcționarea autotransformatoarelor de 400/231 kV cu trei înfășurări conectate în sistemul electroenergetic, și anume:

— regimurile de funcționare admisibile în cazul încărcării simultane a celor trei înfășurări, ținînd seama de valorile de dimensionare ale înfășurărilor autotransformatorului;

— schemele echivalente reduse la un cuadripol pasiv în Π, care ține seama de efectul încărcării înfășurării terțiare și de reglajul de tensiune din autotransformator.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 729—758, 1973

FATHY AL.—DAKHAKNY, G. DRĂGAN 621.3.064.1

DETERMINAREA ANALITICĂ A SUPRATENSIUNILOR LA CONECTAREA LINIILOR ÎN GOL REPREZENTATE PRIN PARAMETRII CONCENTRAȚI

În studiul proceselor de comutație este adesea comod să se reprezinte o linie electrică printr-un lanț de cuadripoli. În acest caz, se poate recurge la un model analogic sau la un calculator analogic și să se verifice rezultatele calculelor analitice fără a fi nevoie de încercări experimentale direct în sistem.

În lucrare se prezintă relații de calcul privind determinarea supratensiunilor de conectare a liniilor în gol reprezentate printr-un cuadripol nesimetric sau prin doi cuadripoli nesimetrici, conform propunerii lui H. Nasco.

Variindu-se parametrii circuitului în limite largi. se analizează influența fiecărui parametru (puterea sursei, capacitatea echivalentă a sursei, lungimea liniei, momentul conectării) asupra formei și amplitudinii supratensiunii.

Rezultatele obținute cu ajutorul unui calculator digital sînt prezentate sub forma unor diagrame.

St. cerc. energ. electr., tom, 23, nr. 3, p. 759—768, 1973

I. RĂDUCAN, D. CÎRSTEA 621.314.2

DETERMINAREA FORȚELOR ELECTRODINAMICE LA SCURTCIRCUIT BRUSC ÎN TRANSFORMATOARE DE PUTERE UTILIZÎND CALCULATORUL CIFRIC

În literatura de specialitate se cunosc foarte multe publicații privind calculul forțelor electrodinamice la scurtcircuit brusc în transformatoare de putere.

În lucrarea de față se prezintă modul de adaptare și rezolvare pe calculator a unor relații de calcul folosite la una din metodele grafo-analitice, cu aplicare la calculul forțelor radiale și axiale într-un transformator din clasa 400 kV.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 769—782. 1973

C. I. MOCANU 621.3.011.1 : 538.542 : 537.226.3

SCHEMELE MAGNETICE ECHIVALENTE ÎN REGIMURI CVASISTAȚIONARE PERMANENTE ȘI TRANZITORII ALE ARMĂTURILOR ȘI MIEZURILOR LAMELATE ALE BOBINELOR

Se stabilesc în regimuri cvasistaționare permanente și tranzitorii schemele magnetice echivalente ale armăturilor și miezurilor lamelate ale transformatoarelor și mașinilor electrice. Se demonstrează că în regim armonic permanent reluctanța tolei e mai mare decît în regim staționar și, în consecință secțiunea aparentă pentru fluxul magnetic e mai mică decît secțiunea reală a tolei. Se stabilesc parametrii, rezistențele magnetice și inductivitățile electrice ale schemelor fundamentale magnetice cu conexiune paralel, serie și lanț. Se calculează factorii de creștere a rezistenței magnetice în alternativ și de scădere a ariei secțiunii transversale a miezurilor lamelate.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p.783—795, 1973

G. RULEA 621.372.8

PROPAGAREA CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ÎN GALERIA DE MINĂ

Se studiază propagarea cîmpului electromagnetic în galeria de mină folosind drept model un ghid coaxial cu pereții conductori cu pierderi mari. Se determină constanta de atenuare și de fază precum și distribuția cîmpului pentru modul fundamental. Se deduc domeniul de frecvență cum și condițiile propagării prin pămînt.

Rezultă posibilitatea stabilirii de radiocomunicații în galerii de mină la distanțe apreciabile; problema studiată are caracter de generalitate, cablul coaxial clasic fiind un caz particular.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 797—815, 1973

D. MIHOC, LUCIA PANTELIMON 621.316.7

CONSIDERAȚII PRIVIND STUDIUL PARAMETRIC AL INFLUENȚEI REGULATORULUI AUTOMAT DE VITEZĂ ASUPRA REGLAJULUI FRECVENȚĂ-PUTERE ACTIVĂ

Lucrarea prezintă cîteva considerații generale privind alegerea sistemelor de reglare automată a frecvenței și a puterii active în sistemele energetice. În continuare sînt prezentate și interpretate rezultatele studiului întreprins de către autori în problema influenței alegerii parametrilor regulatorului automat de viteză asupra calității reglajului frecvență — putere activă în sistemele energetice, studiu realizat pe calculatorul analogic MEDA-41-TA de la Institutul politehnic din București.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 817—824, 1973

N. LICIU, SORA MANEA, M. COMȘA 620.9

ANALYSE DES ASPECTS DE L'ÉVOLUTION DE LA CONSOMMATION D'ÉNERGIE DANS LE CADRE DE LA PRÉVISION DU DÉVELOPPEMENT DU SECTEUR ÉNERGÉTIQUE EN ROUMANIE

On analyse quelques-uns des aspects de l'évolution de la consommation d'énergie en Roumanie pour les vingt ans suivants, compte tenu de nécessités pratiques de la prévision du développement du secteur énérgétique à long terme et des informations statistiques disponibles. Dans ce but, ont été utilisées les séries dynamiques de la consommation d'énergie, la corrélation entre l'évolution de celle-ci et la dynamique de la production industrielle, ainsi que des observations déduites par analogie avec le développement d'autres pays.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 577—581, 1973

V. CARACUDOVICI, ZENI MARINESCU 620.9

ÜBER DIE ANWENDUNG DER WIRTSCHAFTLICHEN INDIKATOREN DER INDUSTRIELLEN PRODUKTION BEI DER BESTIMMUNG DER NORMEN DES SPEZIFISCHEN ENERGIEVERBRAUCHES

Es wird die Analyse der wirtschaftlichen Kennziffer die in der finanziellen Evidenz der Betriebe angewendet werden und der Beziehungen zu der einzelnen Konzepten dem Energieverbrauch der Betriebe, durchgefügt.

Es wird festgestellt daß die gegenwärtig gebrauchten Indikatoren zu diesem Zweck nicht am besten bei der zur wissenschaftlichen Begründung der Energieverbrauchsnormen eizelnen Industrieunternehmungen entsprechen und es wird der Gebrauch einer Kennziffer die viel besser mit dem Energieverbrauch korreliert empfohlen.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 583—589, 19743

C. HAIDUC, V. VINIȚCHI, P. VIDICAN, EL. ISBĂȘESCU, D. BERCOVICI, J. ADAMEȘTEANU 621.039.517

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LE PROCESSUS DE CONVECTION FORCÉE DE L'EAU DANS LES MODÈLES DE CASSETTES DES RÉACTEURS NUCLÉAIRES ÉNERGÉTIQUES

Dans l'ouvrage on présente les résultats expérimentaux obtenus par les auteurs dans les recherches du transfert de chaleur sur des modèles de cassettes du réacteur nucléaire. On décrit la boucle thermique expérimentale de modelage du processus de convection forcée dans les modèles de cassettes.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 591—598, 1973

C. NEAGA 662.6 : 662.87

DIE WECHSELBEZIEHUNG ZWISCHEN DEM REZIRKULATIONSGRAD UND DEM DURCHMESSER DER PARTIKEL IN DEM BRENNPROZESS DER STAUBKHOLE

In der Arbeit wird die Abhängigkeit zwischen dem Rezirkulationsgrad der Verbrennungsgase und einigen Größen, die den Brennprozeß der Staubkohlenpartikel charakterisieren, angezeigt : die Temperatur der Partikel, die Temperatur der Gasphase und die Sauerstoffkonzentration. Dies ist möglich durch die Auflösung des Differentialgleichungssystems, das den Brennprozeß der Partikel unter den Bedingungen der Rezirkulation des Gases mit Hilfe der elektronischen Rechenmaschine beschreibt. Die ermittelten Daten kann man im Betrieb und bei der Planung der Feuerungsanlage der Staubkohle gebrauchen.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 599—615, 1973

V. V. GHIA. A, PĂLTÎNEA 662.925.99

INFLUENCE DES CARACTÉRISTIQUES DU COMBUSTIBLE SUR LA CHALEUR RÉCUPÉRÉE DE FOURS POUR LE RÉCHAUFFAGE DE L'AIR DE COMBUSTION

On élucide l'influence des caractéristiques des combustibles sur les possibilités de récupérer la chaleur de fumées sorties du four, pour le réchauffage de l'air de combustion. Les possibilités de récupérer, ont été précisées par le facteur nommé, le degré d'utilisation de la chaleur fournie par les fumées et par les coefficients de transmission de la chaleur. On compare les résultats obtenus pour quatre combustibles : gaz naturel, mazout, gaz de cokerie et un mélange des gaz pauvres.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 617—634, 1973

N. PĂNOIU 662.642.1 (498) : 662.932.663

ON THE OPERATION OF THE BEATER WHEEL-MILLS FOR GRINDING BITUMINOUS COALS

After presenting the operational characteristics of the beater wheel mills and their calculation the author analyses the influence of the coal properties on the beater wheel-mill operation. A special attention is paid to the influence of the gundbility, the fineness of gunding and the coal qualities on the mill technical data (energy consumption nominal throughput and metal consumtion).

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 635—648, 1973

AL. DĂNESCU, N. APOSTOLESCU, B. GRÜNWALD 621.43.05

DETERMINATION OF THE REAL PRESSURE DIAGRAM OF A SUPERCHARGED DIESEL ENGINE, IN CONDITION OF LIMITATION OF THE MECHANICAL EFFORTS AND THE EXHAUSTED GAS TEMPERATURE

The paper gives relations which permit the establishment of the performances of a supercharged diesel engine which has the maximum pressure in the cycle and the exhaust gas temperature (turbine inlet temperature) limited.

The model of the cycle elaborated by the authors approaches to a real cycle by the schematization of the combustion process (in such a way that permitts the comparison between the theoretical pressure diagram and the real pressure diagram) and by a new mode of considering the heat losses (dependent on the state conditions of the working fluid, cylinder volume and duration of the characteristic process).

The purpose of the paper is to find the optimization conditions of the energetic schemes of a high and very high supercharged diesel engine.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 649—668, 1973

V. VINIȚCHI 539.2

ON SOME THERMOELECTRIC IN SOLIDS HAVING NON-UNIFORM GEOMETRY OR DIMENSION, SUBJECTED TO A TEMPERATURE GRADIENT

Based on the mechanism of phononic carrying of free conduction electrons, an analysis is made of the electromotive force wich appears in electric conductors having geometrical or dimensional non-uniformities, and in which there exists a temperature gradient.

St. cerc. energ. electr. tom. 23, nr. 3, p. 669—673, 1973

CONSTANTINESCU JEAN 621.311.1.001.2

A DYAKOPTIC METHOD FOR LOAD-FLOW ANALYSIS OF ELECTRIC SYSTEMS

This article exposes an original method for load-flow analysis pertaining to dyakoptic approaches.

The way adopted for the determination of interconnection effects and subnetwork slack-bus voltages are the principal characteristics of the method.

This voltages and isolate subdivision load-flows are obtained by using Newton-Raphson algorithm.

No nodal impedance matrices are employed, only reduced formes of admittance matrix being necessary.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 675—691, 1973

HERMINA ALBERT 621.311.1—52

HIERARCHICAL DISPATCH CONTROL OF POWER SYSTEM

The paper presents some criteria of the dispatch control organization in great power systems, taking into account the activity "decomposition" concept referring to control levels, succession of events in time and succession of system states.

The way in which the hierarchical dispatch control may be achieved and a hierarchical computer system enabling this control are also shown.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 693—708, 1973

ECATERINA ARIE, M. POMÂRLEANU, LIA BEJUSCU, M. BOTGROS
621.3.016.351

DETERMINATION OF STEADY STATE RESERVE FOR LARGE POWER SYSTEMS

A unified method is developed by which steady state limits and reserve margins of large power systems may be estimated; the analysis uses the simulation of a series if operating states with decreasing stability margin.

The programming algorithm and numerical applications are also presented.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 709—727, 1973

S. IONESCU, A. CRISTOVICI, ADRIANA BOGDAN 621.314.223

PERMISSIBLE OPERATING CONDITIONS OF THE 400/231 kV AUTOTRANSFORMERS AND THEIR EQUIVALENT DIAGRAM

The authors analyse aspects related to the operation of the 400/231 kV autotransformes with three windings, that are connected to the electric power system, i.e. :

— permissible operating conditions in case the three windings are simultaneously loaded, considering also the dimensioning values of the autotransformer windings ;

— the equivalent diagrams reduced to a passive quadriple, taking into account the results due to the loading of the tertiary winding and the voltage adjustment in autotransformers.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 729—758, 1973

FATHY AL. DAKHAKNY, G. DRĂGAN 621.3.064.1

DÉTERMINATION ANALYTIQUE DES SURTENSIONS À LA CONNEXION DES LIGNES À VIDE REPRÉSENTÉES PAR DES PARAMÈTERS CONCENTRÉS

Pour l'étude des processus de commutation, il est utile parfois de représenter une ligne électrique par une chaîne de quadripôles. Dans ce cas on peut recourir à un modèle analogique ou à une calculatrice analogique et vérifier les données obtenues analytiquement sans effectuer des essais expérimentaux dans les réseaux réels.

Dans le travail sont présentées les relations analytiques pour la détermination des surtensions de connexion des lignes de haute tension sous vide, représentées par un quadripôle asymétrique à la proposition de H. Nasko. En variant les paramètres du circuit, dans des limites larges, on analyse l'influence de chaque paramètre (la puissance de la source, la capacité de la source, la longueur de la ligne, le moment de la connexion) sur la forme et l'amplitude de la surtension.

Les données obtenues à l'aide d'une calculatrice sont présentées sous forme de diagrammes.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 759—768, 1973

I. RĂDUCAN, D. CÎRSTEA 621.314.2

ELABORATION OF A CALCULATION METHOD OF THE ELECTRODYNAMIC FORCES ON A POWER TRANSFORMER IN SHORTCIRCUIT, USING A COMPUTER

The literature includes many articles on the calculation of the electrodynamic forces on power transformers in shortcircuit.

This article showa the way of adaptation and solving of some calculation relationships used with one of the graphical-analytical methods, and with the application for the calculation of the axial and radial forces in a 400 kV-transformer.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 769—782, 1973

C. I. MOCANU 621.3.011. : 538.542 : 537.226.3

EQUIVALENT MAGNETIC SCHEMES OF LAMINATED COIL CORES IN PERMANENT AND TRANSIENT STATES

Equivalent magnetic schemes of the laminated coil cores having parallel P, series S and chain C connected elements are established. An analytical relaxation method of finding the eigenvalues and eigenfunctions of the magnetic field diffusion in the laminations is used to compute the magnetic resistances and electric inductances of the schemes. Ohm's equation for magnetic circuits takes a different form under quasi-steady state conditions and hence in the cross-section of coil cores there intervenes a correction factor due to the skin-effect of the magnetic field in laminations.

St. cerc. energ. electr. tom. 23, nr. 3, p. 783—795, 1973

G. RULEA

621.372.8

PROPAGATION DU CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS LA GALERIE DE MINE

On étudie la propagation du champ électromagnétique dans la galerie de mine, en utilisant comme modèle un guide coaxial avec des parois conductrices à grandes pertes.

On détermine la constante d'atténuation et de phase, ainsi que la distribution du champ pour le mode fondamental.

On déduit la bande de fréquence et les conditions de propagation par terre.

Il en résulte la possibilité d'établir la radiocommunication dans la galerie de mine pour des distances appréciables.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 797—815, 1973

D. MIHOC, LUCIA PANAITESCU

621.316.7

A FEW CONSIDERATIONS ABOUT THE INFLUENCE OF THE CHOOSING OF THE SPEED GOVERNOR PARAMETERS ON THE POWER-FREQUENCY CONTROL OF POWER SYSTEMS

This paper investigates the problem of the influence of the choosing of the speed governor parameters. It is pointed out how these parameters are related to the power frequency control and to the dynamic stability of the large power systems. Some results of the MEDA-T analog computer, studies are explained.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 3, p. 817—824, 1973

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

D.F. LĂZĂROIU, **Mașini electrice cu inerție redusă**, 1969, 472 p., 29 lei.

D. GRECOV, I. IORDACHE, N. ANTONESCU, **Arderea combustibililor gazoși**, 1969, 268 p., 22 lei.

CONSTANTIN ȘORA, **Introducere în studiul generatorului Hall**, 1969, 310 p., 18,50 lei.

I. CARABOGDAN, N. PĂNOIU, **Bazele teoretice ale aprinderii și arderii combustibililor solizi**, 1969, 288 p., 24 lei.

CONSTANTIN HAIDUC, **Optimizarea parametrilor centralelor nucleare-electrice**, 1970, 322 p., 17,50 lei.

C. PENESCU, VL. IONESCU, E. ROSINGER, **Sisteme optimale**, 1970, 336 p., 12 lei.

I. S. GHEORGHIU, AL. FRANSUA, **Tratat de mașini electrice**, vol. III, **Mașini asincrone**, 1971, 534 p., 33 lei.

EDMOND NICOLAU, **Sinteza sistemelor radiante**, 1971, 376 p., 22 lei.

C. I. PENESCU, **Sisteme de protecție de distanță**, 1971, 624 p., 41 lei.

MARIN ENE, **Metoda mărirllor determinante**, 1971, 228 p., 13 lei.

N. REUS, **Tratarea simbolică a schemelor de comutație**, 1971, 270 p., 11 lei.

B. POPA, V. KASSIAN, **Teoria și calculul injectoarelor mecanice cu cameră de turbionare**, 1971, 311 p., 21 lei.

EDMOND NICOLAU, **Cîmpuri și unde electromagnetice**, 1972, 350 p., 21,50 lei.

C.I. IXO CIS

I. P. Informația c. 2993

43 821

Lei 40—

F1736

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

4

RM ISSN 0039—3932

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMANIA

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 4, p. 831—1042, Bucureşti, 1973

COMITETUL DE REDACŢIE

Redactor responsabil:

Prof. dr. docent REMUS RĂDULEŢ, membru al Academiei Republicii Socialiste România

Redactor responsabil adjunct:

Prof. dr. docent G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România

Membri:

Prof. dr. docent A. AVRAMESCU, membru al Academiei Republicii Socialiste România
Prof. dr. docent C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Prof. dr. docent M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Dr. ing. V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Prof. dr. docent V. PIMSNER
Prof. dr. docent C. A. VASILESCU
Prof. dr. ing. C. APETREI
Prof. dr. ing. AL. TIMOTIN
Conf. dr. ing. A. MORARU
Dr. ing. D. GRECOV
Ing. CS. NAGY

Secretar ştiinţific de redacţie:

Dr. ing. ECATERINA ARIE

Revista apare de 4 ori pe an.

Preţul unui abonament este de 160 de lei pe an.

În ţară abonamentele se primesc la oficiile poştale, agenţiile poştale, factorii poştali şi difuzorii de presă din întreprinderi şi instituţii.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la Întreprinderea „Rompresfilatelia", Căsuţa poştală 2001, Bucureşti, România, sau la reprezentanţii săi din străinătate.

Manuscrisele, cărţile şi revistele pentru schimb, precum şi orice altă corespondenţă, se trimit la Comitetul de redacţie, pe adresa: BUCUREŞTI, Şos. Vitan, nr. 236.

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
BUCUREŞTI, STR. GUTENBERG NR. 3 BIS, SECTORUL 6

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 23, nr. 4 1973

SUMAR

Termoenergetică şi termotehnică

N. PĂNOIU şi C. CRĂCIUNEANU, Influenţa conţinutului de cenuşă a combustibililor solizi asupra construcţiei cazanelor de abur de debite mari 833
D. GRECOV, C. CAZACU şi ILEANA BĂDICĂ, Modelarea izotermă la focarele cazanelor energetice pentru arderea şisturilor bituminoase 851
V. ŞOVA, Metodă şi experiment pentru investigarea cîmpului hidrodinamic, termic şi de difuzie în stratul-limită 859
V. PIMSNER şi N. BĂRAN, Mărirea preciziei de determinare a distribuţiei vitezelor în reţeaua de palete a turbinei prin „metoda canalului" 869
FL. ALEXE Studiul pentru alegerea unghiurilor optime ale profilelor de palete mobile din turbinele energetice cu abur şi cu gaze 875
M. BUCULEI, Contribuţii la studiul transmisiei căldurii prin bare compuse 891
N. DĂNILĂ, ELENA LICSANDRU-ISBĂŞESCU şi JANINA ADAMEŞTEANU, Asupra regimului hidrodinamic al circuitului de răcire al unui reactor de tip PWR. 901
I. NISTOR, F. BARCA, ELENA CERNICA şi ANCA BIDULESCU, Studiul comportării termice a unor şisturi bituminoase 911
C. COROIU, Procese de oxidare lentă la arderea particulelor de combustibili solizi . . . 919
ANCA-RODICA BĂRĂNESCU şi GH. ZĂTREANU, Asupra curgerii gazelor printre segmenţi la motorul cu ardere internă 943

Electroenergetică şi electrotehnică

F. MANEA şi M. PREDA, Transferul puterii maxime în reţele electrice complexe. . . 953
A. CÎMPEANU, Contribuţii la studiul unui regim de recuperare al maşinii sincrone . . . 971
A. MORARU şi C. BĂLĂ, Cuplarea şi funcţionarea în paralel a generatoarelor de şoc . . 987

Sisteme automate în energetică

VL. IONESCU Algoritm pentru determinarea formei canonice de reglare 1009
N.N. TĂTARU, Sistem optimal-adaptiv cu regulator *PI* 1025
Index alfabetic 1037
Material documentar

St. cerc. energ. electr., tom. 23 nr. 4, p. 831—1042, 1973

INFLUENŢA CONŢINUTULUI DE CENUŞĂ A COMBUSTIBILILOR SOLIZI ASUPRA CONSTRUCŢIEI CAZANELOR DE ABUR DE DEBITE MARI

N. PĂNOIU şi C. CRĂCIUNEANU

621.181 : 622.933

Se prezintă influenţa conţinutului de cenuşă asupra tipului, performanţelor şi uzurii morilor şi asupra construcţiei arzătoarelor.
Se analizează influenţa conţinutului cenuşii asupra gabaritului şi performanţelor focarului şi asupra uzurii suprafeţelor convective de schimb de căldură.

Conţinutul de cenuşă împreună cu conţinutul de umiditate formează partea necombustibilă sau balastul unui combustibil solid. Prezenţa balastului conduce la reducerea calităţii combustibililor solizi şi, în consecinţă, la apariţia dificultăţilor în procesele de ardere, precum şi în construcţia şi exploatarea cazanelor de abur.

Dacă se notează cu C conţinutul de materii combustibile, cu A conţinutul de cenuşă şi cu W conţinutul de umiditate, făcînd abstracţie de conţinutul de gaze necombustibile (O_2 şi N_2) din componenţa combustibilului, se poate scrie relaţia [1]

$$C + A + W = 1. \tag{1}$$

Dacă se consideră că umiditatea din combustibil se repartizează corespunzător cu conţinutul de cenuşă şi cu materialul combustibil, atunci se poate scrie relaţia

$$W = W_A + W_C, \tag{2}$$

în care W_A reprezintă umiditatea conţinută de masa minerală A, iar W_C umiditatea conţinută de masa combustibilă C.

Din ecuaţiile (1) şi (2) se poate determina raportul cantităţilor relative de umiditate conţinute de masa minerală A şi de masa conbustibilă

C sub forma

$$n = \frac{\frac{W_A}{A}}{\frac{W_C}{C}}. \tag{3}$$

Dacă se notează cu W_0 şi C_0 umiditatea, respectiv conţinutul de materie combustibilă în ipoteza că $A = 0$, rezultă $C + W = 1$, care cu precizările de mai sus se poate scrie

$$C + W = C_0 + W_0 = 1. \tag{4}$$

Din relaţiile (1) şi (4) rezultă

$$W = An\frac{W_0}{C_0} + C\frac{W_0}{C_0}. \tag{5}$$

Ecuaţia (5) arată că umiditatea unui combustibil solid este condiţionată atît de conţinutul de cenuşă, cît şi cel de materie combustibilă.

Dacă în relaţia (5) se ţine seama de relaţia (1), se obţine

$$W = An\frac{W_0}{C_0} + (1 - A - W)\frac{W_0}{C_0} \tag{6}$$

sau

$$W\left(1 + \frac{W_0}{C_0}\right) = \frac{W_0}{C_0} + A\left(n\frac{W_0}{C_0} - \frac{W_0}{C_0}\right), \tag{6'}$$

de unde

$$W = \frac{W_0}{C_0 + W_0} + \frac{W_0}{C_0 + W_0}A(n - 1). \tag{7}$$

Ţinînd seama de relaţia (2), conţinutul de umiditate se poate calcula cu relaţia (8), care se poate scrie sub următoarea formă, derivînd din relaţia (7):

$$W = W_0 + W_0\,(n - 1)\,A. \tag{8}$$

Este de observat în această relaţie că umiditatea unui combustibil depinde de umiditatea acestuia, considerat fără masa minerală, şi de conţinutul de cenuşă A. Similar, conţinutul de material combustibil C poate fi determinat cu ajutorul relaţiei (9), care se scrie sub forma

$$C = C_0 - C_0\left(n\frac{W_0}{C_0} + 1\right)A. \tag{9}$$

Relația (9) arată că masa combustibilă scade cu cît crește conținutul de cenușă A și conținutul de umiditate W_0.

În figura 1 se arată variația conținutului de umiditate W, respectiv a conținutului de material combustibil C în funcție de conținutul de cenușă A[2].

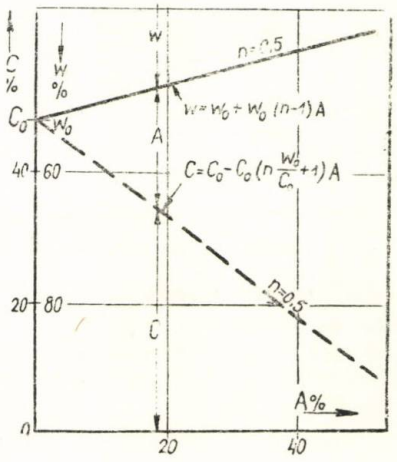


Fig. 1. — Variația conținutului de umiditate W și de materie combustibilă C în funcție de variația conținutului de cenușă A.

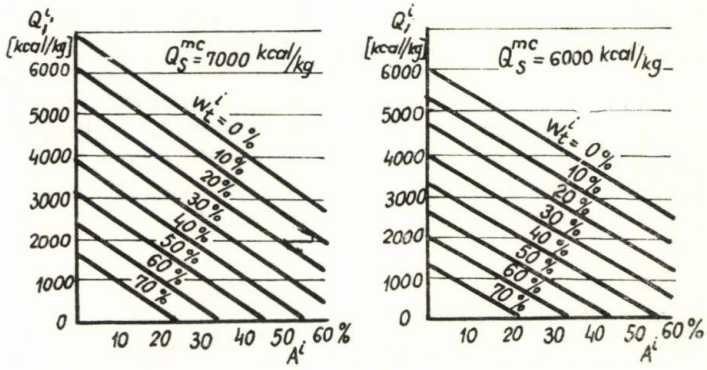


Fig. 2. — Variația puterii calorifice inferioare a combustibilului Q_i^i funcție de variația conținutului de cenușă A^i și de umiditatea W_t^i a combustibilului.

Modificarea conținutului de material combustibil C funcție de variația conținutului de cenușă A și de umiditate W conduce la variația puterii calorifice a combustibilului în conformitate cu digramele din figura 2, în care s-a notat cu Q_i^i puterea calorifică inferioară raportată la masa inițială (kcal/kg) pentru două puteri calorifice superioare Q_S^{mc}, raportate la masa combustibilă (6 000 și 7 000 kcal/kg) funcție de conținutul de cenușă și pentru diferite procente de umiditate.

Din figura 2 este de observat că, indiferent de puterea calorifică superioară a combustibilului raportată la starea combustibilă Q_S^{mc}, creșterea conținutului de cenușă și de umiditate conduce la scăderea sensibilă a puterii calorifice inferioare Q_i^i.

Variația acestei puteri calorifice produsă de variația conținutului de umiditate W_t^i și de cenușă A^i conduce, la rîndul său, la variația temperaturii teoretice de ardere. În figura 3 se prezintă variația temperaturii

teoretice a gazelor de ardere provenite din arderea combustibilului solid, avînd : $Q_s^{mc} = 6\,000$ kcal/kg $C_0 = 42\,\%$; temperatura de preîncălzire a aerului $t_a = 200°C$ funcţie de raportul n definit prin relaţia (3) şi funcţie de conţinutul de cenuşă al combustibilului A^i.

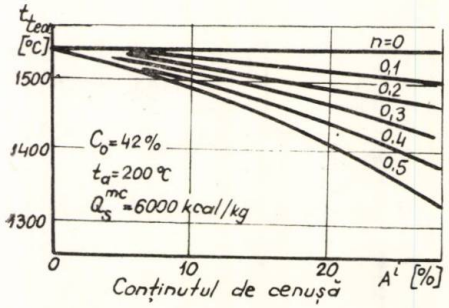


Fig. 3. — Variaţia temperaturii teoretice a gazelor de ardere funcţie de n şi de conţinutul de cenuşă A al combustibilului.

Ca urmare a reducerii puterii calorifice şi a temperaturii teoretice a gazelor de ardere la creşterea conţinutului de cenuşă A^i, se înregistrează corespunzător o creştere a debitului de combustibil B solicitat de cazan şi o mărire a gabaritului cazanului în special în partea de schimb de căldură prin radiaţie [3].

Dacă se analizează în continuare efectele conţinutului de cenuşă A^i asupra părţilor componente ale cazanului, se pot scoate în evidenţă, pe lîngă mărirea debitului de combustibil, şi o serie de alte efecte care conduc la scăderea economicităţii şi fiabilităţii instalaţiei. Astfel, conţinutul mai ridicat de cenuşă A^i conduce la o scădere a debitului nominal al morilor de cărbune, iar în cazul cînd în conţinutul de cenuşă variază şi conţinutul de materiale abrazive (SiO_2) reducerea debitului nominal al morii B_n se face şi mai pronunţat. În figura 4 se prezintă spre exemplificare variaţia debitului nominal al morii-ventilator B_n la variaţia conţinutului de cenuşă A^i şi al conţinutului de SiO_2 din cenuşă [4].

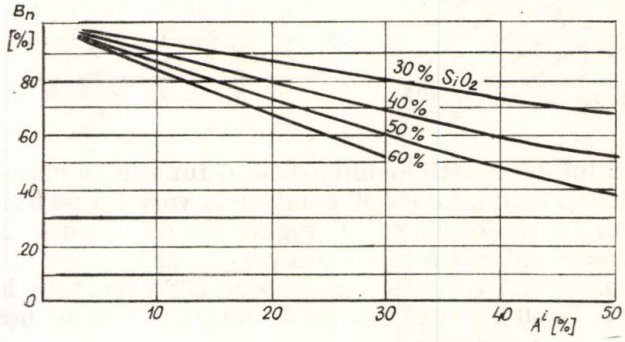


Fig. 4. — Variaţia debitului nominal B_n al morii-ventilator funcţie de variaţia conţinutului de cenuşă al combustibilului A^i şi de conţinutul de SiO_2 din cenuşă.

Creşterea conţinutului de cenuşă A^i, ca şi creşterea conţinutului de SiO_2, conduce de asemenea la creşterea consumului specific de energie electrică al morilor, ceea ce atrage după sine cheltuieli suplimentare în exploatarea agregatului de cazan.

Spre exemplificare, în figura 5 se prezintă variaţia consumului specific de energie electrică la variaţia conţinutului de cenuşă A^i al combustibilului şi a conţinutului de SiO_2 din cenuşă.

Creșterea conținutului de cenușă al combustibilului conduce la mărirea greutății specifice a acestuia din urmă. Ca urmare, greutatea specifică a amestecului agent de uscare-combustibil crește corespunzător . În această

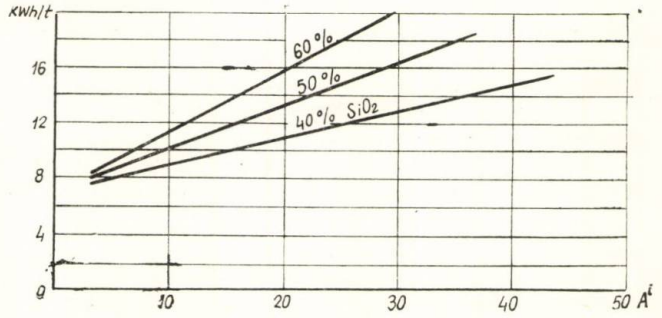


Fig. 5. — Variația consumului specific de energie electrică la morile-ventilator funcție de conținutul de cenușă al combustibilului și de conținutul de SiO_2 din cenușă.

situație, pierderea de presiune pe conductele de amestec, dată cu relația

$$\Delta P = \Sigma\left(\lambda \frac{l}{d_e} + \xi\right)\frac{W^2}{2g}\gamma, \qquad (10)$$

crește, modificînd punctul de funcționare de pe curba caracteristică $Q - H$ a morii-ventilator. Aceasta conduce la o scădere a debitului de agent de uscare, așa cum se exemplifică în figura 6 pentru cazul unei mori-ventilator.

În relația (10) s-a notat :

λ — coeficient de rugozitate al traseului agent de uscare-combustibil pe porțiunea dreaptă $\lambda = f(\mathrm{Re})$,

l — lungimea traseului agent de uscare — combustibil (m),

d_e — diametrul hidraulic al traseului (m),

ξ — coeficient local de rezistență al traseului,

W — viteza amestecului agent de uscare — combustibil (m/s),

γ — greutatea specifică a amestecului agent de uscare — combustibil (kg/m^3),

g — accelerația gravitației (m/s^2).

Ca urmare, vitezele din circuitul agent de uscare — combustibil se reduc și capacitatea de separare a separatoarelor de praf de tip gravitațional crește. Aceasta conduce în final la creșterea fineței de măcinare, caracterizată prin R_{90} și R_{200}, așa cum se vede din figura 7.

Mărirea fineței de măcinare conduce la mărirea gradului de recirculare a combustibilului în circuitul moară-separator, ceea ce face ca încărcarea morii cu combustibil să crească. Aceasta face ca la creșterea conținutului de cenușă A^i să crească și mai mult uzura paletelor și a blindajului morii, așa cum se exemplifică în figura 8.

În cazul creșterii conținutului de material abraziv în cenușă, uzarea pieselor morii este mărită sensibil.

Pentru măcinarea combustibililor solizi cu conținut ridicat de cenușă pot fi folosite mori care realizează uscarea combustibilului utilizînd drept agent de uscare fie aer preîncălzit de la preîncălzitorul de aer, fie gaze de

ardere prelevate din focar, în funcţie de conţinutul de umiditate a combustibilului. La morile cu uscarea combustibilului cu gaze de ardere prelevate din focar, odată cu gazele de ardere se aspiră din focar şi o cantitate de

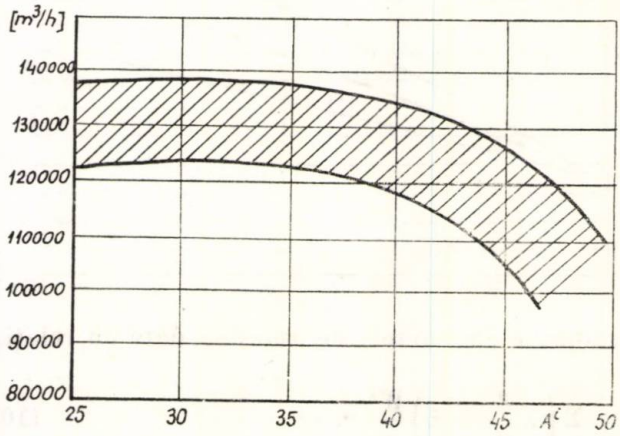


Fig. 6.—Variaţia debitului de agent de uscare funcţie de conţinutul de cenuşă al combustibilului pentru o moară-ventilator.

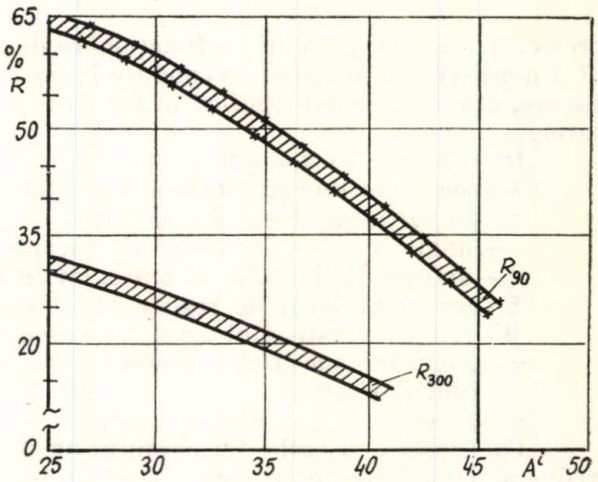


Fig. 7. — Variaţia fineţei de măcinare a prafului de cărbune funcţie de conţinutul de cenuşă al combustibilului în cazul măcinării în mori-ventilator.

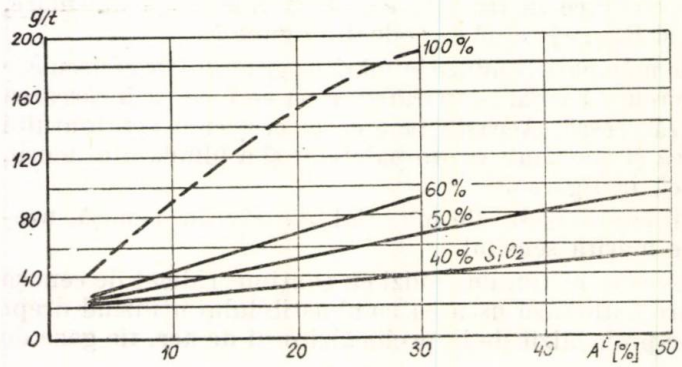


Fig. 8.—Variaţia uzurii elementelor de măcinare ale morii funcţie de conţinutul de cenuşă al combustibilului la morile-ventilator.

cenușă, care mărește conținutul de cenușă al combustibilului în moară. Aceasta face ca uzura să fie mai mare.

În figura 9 se arată diagrama circulației cenușii combustibilului într-un focar prevăzut cu moară-ventilator cu uscarea combustibilului, avînd ca agent de uscare gaze de ardere aspirate din focar.

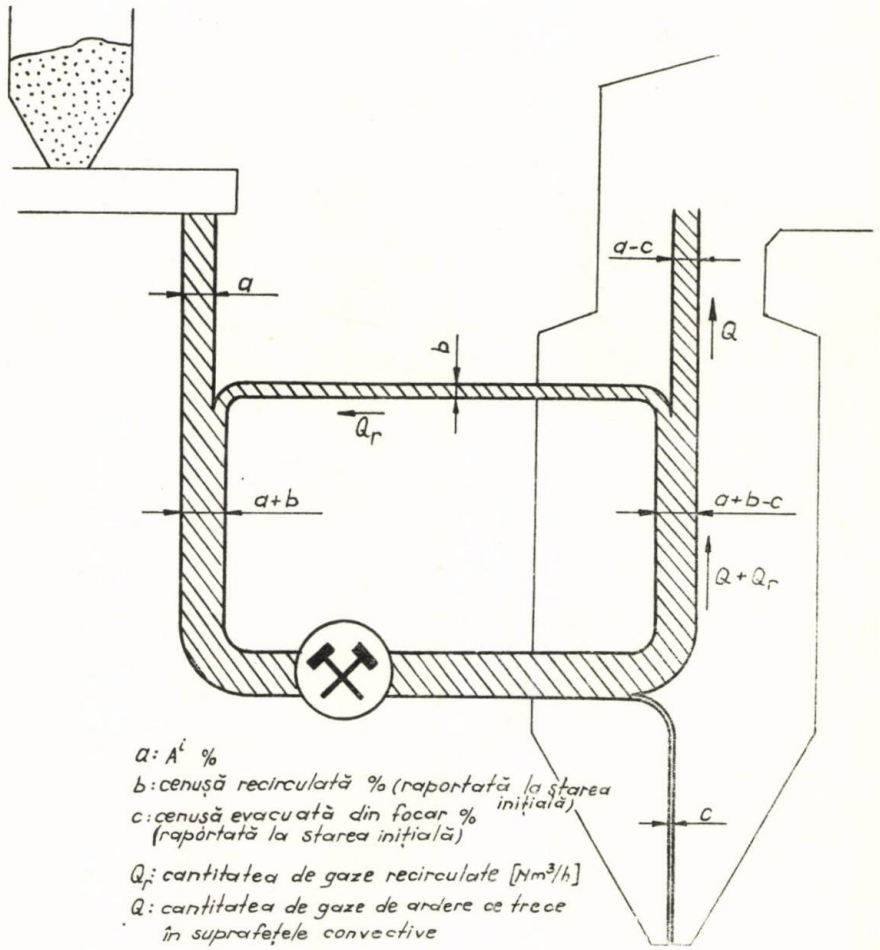


Fig. 9. — Schema circulației cenușii într-un focar cu moară-ventilator și turn de preuscare.

Cantitatea de cenușă recirculată în moară cu gazele de ardere aspirate din focar b poate fi calcuată funcție de gradul de recirculare a gazelor de ardere :

$$r = \frac{Q_r}{Q + Q_r}, \tag{11}$$

în care

Q_r reprezintă cantitatea de gaze de ardere recirculate [Nm³/h],
Q — cantitatea de gaze de ardere ce trec în suprafeţele convective (Nm³/h),

de conţinutul de cenuşă a combustibilului A_i şi de cantitatea de cenuşă ce se elimină prin pîlnia rece a cazanului C cu ajutorul diagramei din figura 10.

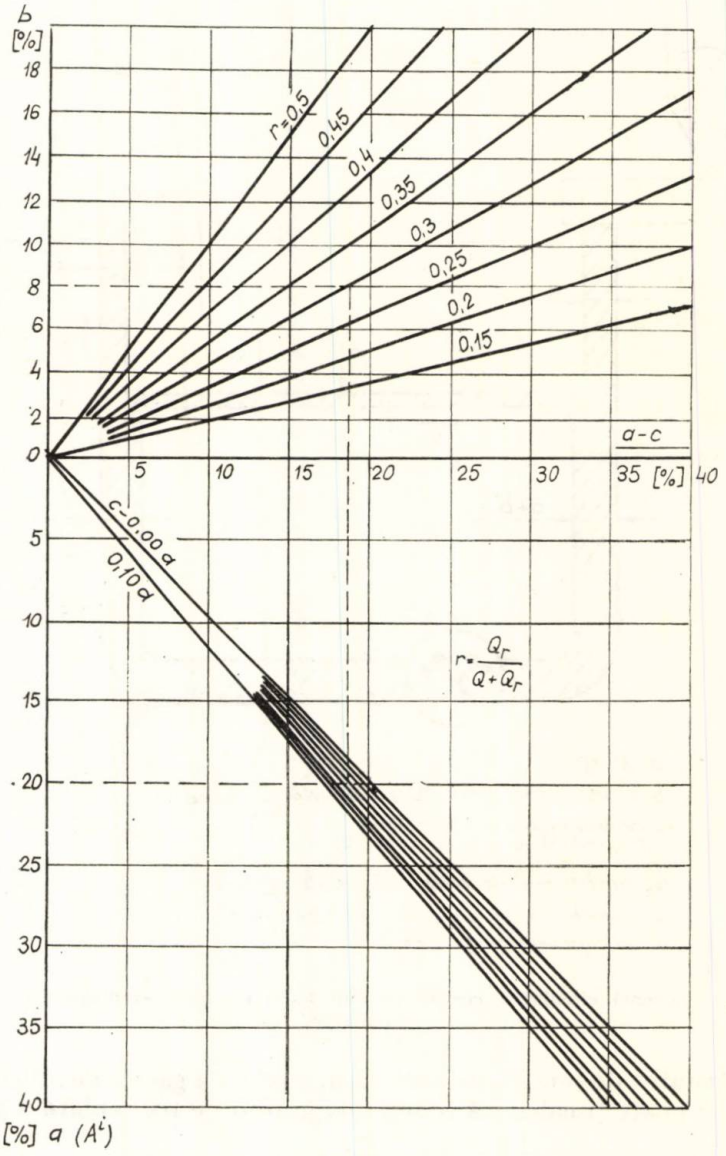


Fig. 10. — Variaţia cantităţii de cenuşă recirculată cu gazele de ardere prevelate pentru uscare funcţie de gradul de recirculare al gazelor de ardere r, de conţinutul de cenuşă A^i şi de cantitatea de cenuşă evacuată prin pîlnia rece c.

Este de observat o înrăutățire a condițiilor de uzură a elementelor de măcinare ale morii odată cu creșterea conținutului de cenușă A^i și de umiditate W_i^t, care obligă la creșterea gradului de recirculare a gazelor de ardere în vederea uscării combustibilului pînă la valorile stabilite în calculul focarului.

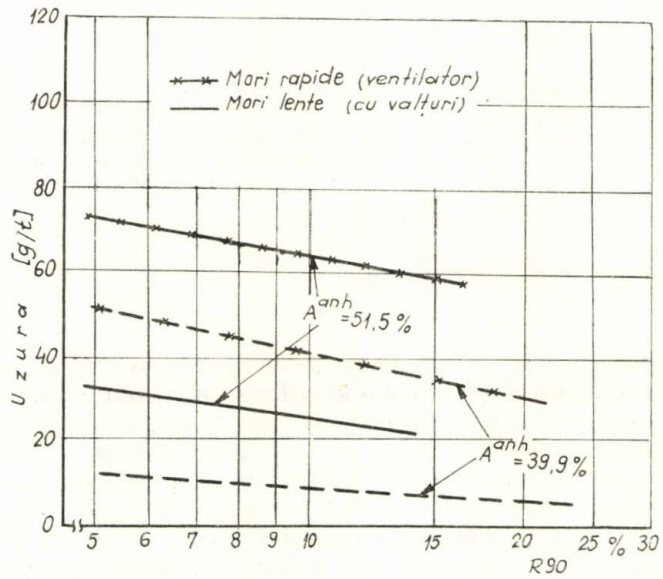


Fig. 11. — Variația uzurii elementelor de măcinare ale morilor rapide și lente funcție de finețea prafului R_{90} și de conținutul de cenușă A^i al combustibilului.

Influența conținutului de cenușă al combustibilului A^i se manifestă diferențiat, funcție de tipul morii, asupra uzurii elementelor de măcinare. Astfel, așa cum se vede în figura 11 [5], are loc o uzură mai accentuată la morile rapide, care funcționează pe principiul lovirii (efect de impact), față de morile lente, care funcționează pe principiul strivirii.

Morile rapide înregistrează o uzură aproape dublă față de morile lente. Aceasta face ca în cazul măcinării combustibililor solizi cu conținut ridicat de cenușă să fie preferate acestea din urmă.

Conținutul de cenușă al combustibilului influențează într-o oarecare măsură și construcția arzătoarelor.

Datorită faptului că la creșterea conținutului de cenușă se reduce corespunzător cantitatea de materie combustibilă, intensitatea procesului de ardere scade apreciabil, ceea ce obligă la reducerea vitezelor aer — combustibil atît în arzătoare, cît și pe înălțimea focarului.

În cazul variației umidității, de asemenea se recurge la scăderea vitezei aer primar-combustibil în fantele arzătoarelor, așa cum se vede în figura 12 [2]. Aceasta face ca în cazul combustibililor solizi de calitate inferioară să se construiască arzătoare de dimensiuni mai mari.

Efectele cele mai importante ale variației conținutului de cenușă A^i al combustibilului se manifestă însă asupra construcției și funcționării focarului. Astfel, dacă se compară un focar destinat arderii lignitului având o putere calorifică inferioară $Q_i^i = 1\,500$ kcal/kg, funcționînd cu un coefi-

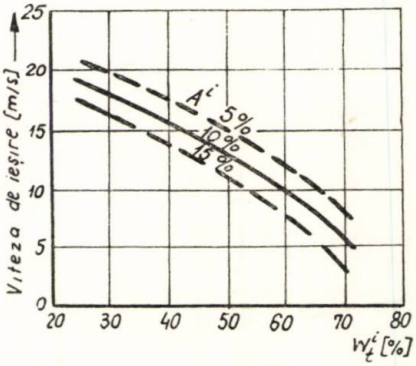


Fig. 12. — Variația vitezei de ieșire a amestecului aer-combustibil din arzător funcție de conținutul de umiditate W_t^i și de cenușă A^i al combustibilului.

cient de exces de aer $\alpha_f = 1{,}25$ cu un focar în care se arde păcură cu o putere calorifică inferioară $Q_i^i = 9500$ kcal/kg și funcționînd cu un coeficient de exces de aer $\alpha_f = 1{,}03$, în ambele situații temperatura de evacuare a gazelor de ardere din cazan fiind $t_{ev} = 120°C$, se constată că în cazul arderii lignitului, din cantitatea totală de căldură Q ce se cedează de către gazele de ardere tuturor suprafețelor de schimb de căldură, căldura schimbată prin radiație în focar Q_r reprezintă numai 32 % din Q față de 45 % în cazul arderii păcurii [6]. Pentru lignit se consideră temperatura la ieșire din focar de 1 000°C, iar pentru păcură 1 300°C.

În cazul în care puterea calorifică a combustibilului Q^i scade la 1 320 kcal/kg, Q_r se reduce la 29 % din Q [7]. În figura 13 se exemplifică într-o diagramă $I - t$ acest efect.

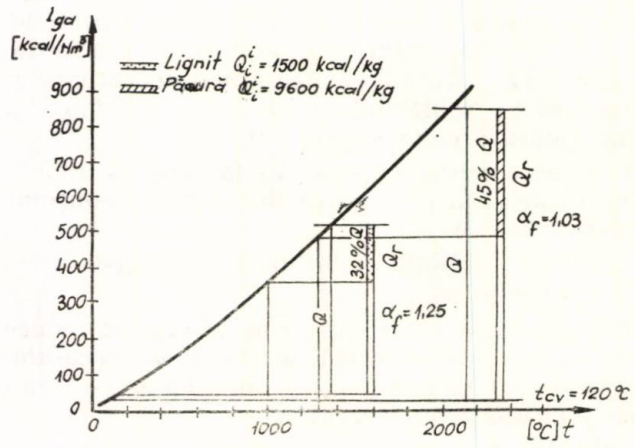


Fig. 13. — Variația cantității de căldură schimbată prin radiație în focar Q_r față de cantitatea totală de căldură cedată în cazan Q funcție de calitatea combustibililor (lignit și păcură).

Reducerea apreciabilă a cantității de căldură cedate prin radiație în focar conduce la creșterea apreciabilă a dimensiunilor focarului și a întregului cazan. Astfel, spre exemplificare, în figura 14 se arată dimensiunile

de gabarit ale unui cazan de 1 000 t/h pentru cazul arderii păcurii comparativ cu ale aceluiași cazan pentru cazul arderii lignitului având puterea calorifică $Q_{vi}^{i} = 1\,500$ kcal/kg [6].

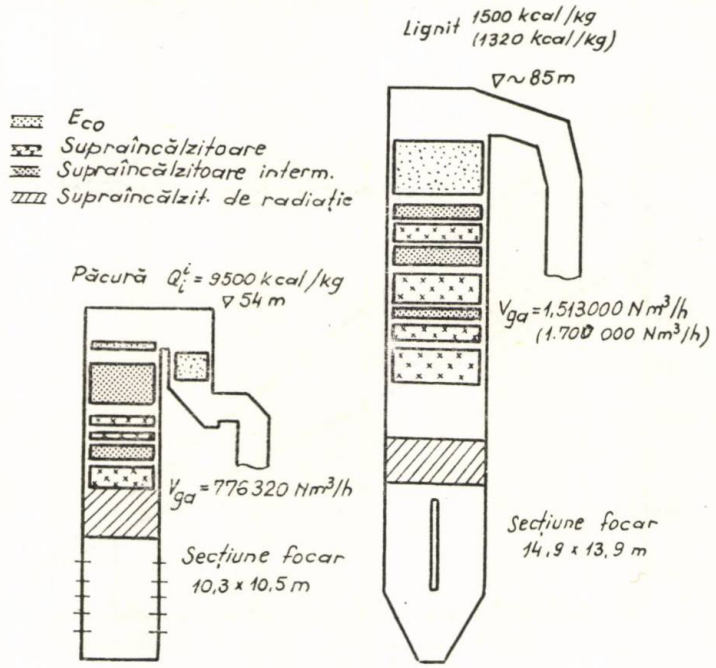


Fig. 14. — Dimensiunile comparative ale unui cazan de 1 000 t/h funcționînd cu păcură și cu lignit.

Este de observat din figura 14 un focar cu mult mai dezvoltat în cazul cazanului funcționînd cu lignit. De asemenea, ca urmare a creșterii volumului de gaze de ardere de la $V_{ga} = 776\,320$ Nm³/h în cazul arderii păcurii la $V_{ga} = 1\,513\,000$ Nm³/h în cazul arderii lignitului avînd $Q_{vi}^{i} = 1\,500$ kcal/kg, respectiv la $V_{ga} = 1\,700\,000$ Nm³/h la lignitul avînd $Q_i^i = 1\,320$ kcal/kg, trebuie crescute sensibil secțiunile transversale ale cazanului de la $10{,}9 \times 10{,}5$ m în cazul păcurii la $14{,}9 \times 13{,}9$ în cazul arderii lignitului cu $Q_i = 1\,500$ kcal/kg.

Cantitatea mai mare a gazelor de ardere (fig. 14) și cantitățile de căldură mai reduse cedate în focar în cazul arderii ligniților (fig. 13) conduc, așa cum s-a arătat, pe de o parte, la dimensiuni mai mari ale suprafețelor de schimb de căldură și, pe de altă parte, la o redistribuire a acestor suprafețe. Astfel, în figura 15 se prezintă comparativ, pentru cazul cazanului de 1 000 t/h (fig. 14) funcționînd cu păcură sau lignit, distribuția suprafețelor de schimb de căldură. În această figură s-au prezentat hașurat suprafețele de schimb de căldură prin radiație în cazul temperaturii de 1 000°C la ieșirea din focar în ambele variante.

Este de remarcat o dezvoltare apreciabilă a suprafețelor de schimb de căldură prin convecție în cazul arderii ligniților [6].

În figura 15 suprafeţele de schimb de căldură sînt considerate în cazul cazanului de tip turn, prezentat în figura 14. Mărimea relativă a gabaritului cazanului creşte odată cu creşterea debitului unitar al cazanului şi ca urmare a faptului că încărcarea termică volumetrică q_v scade pe mă-

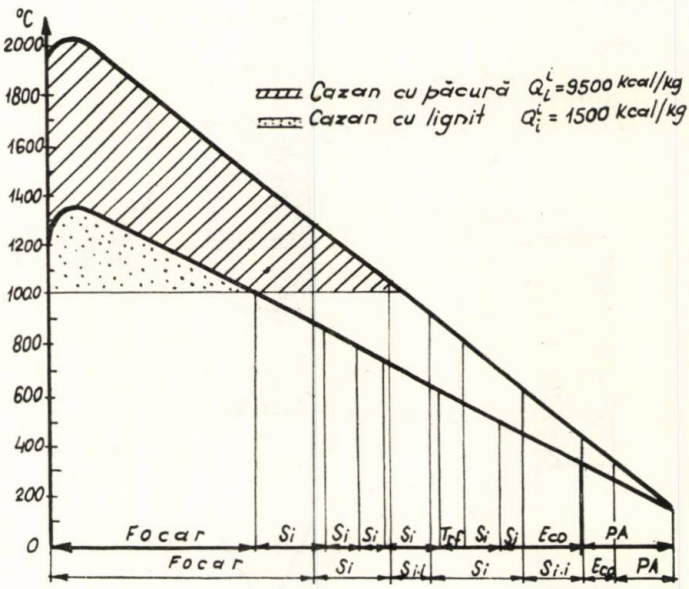


Fig. 15. — Variaţia temperaturii în suprafeţele de schimb de căldură la cazanul de 1 000 t/h funcţionînd cu lignit, respectiv cu păcură.

sura creşterii debitului unitar al cazanului. Ca urmare a modificării factorului de formă al cazanului, încărcarea termică specifică a suprafeţei q_s creşte odată cu creşterea debitului unitar al cazanului. În figura 16 se prezintă variaţia încărcării termice volumetrice q_v şi, respectiv, a încărcării termice a suprafeţei q_s în funcţie de cantitatea de căldură dezvoltată în focar Q_f, respectiv a puterii P_e (MW) [2] a blocului energetic alimentat de cazan.

Înrăutăţirea calităţii combustibilului solid prin creşterea cenuşii corelată cu efectele defavorabile prezentate conduce în cele din urmă la mărirea dimensiunilor, greutăţii şi deci a costului agregatului de cazan. Dacă prin înrăutăţirea calităţii combustibilului se reduce temperatura gazelor de ardere la ieşirea din focar de la 1 000°C progresiv la 950°C, 900°C şi, respectiv, 850°C, înălţimea focarului pentru cazanul de 1 000 t/h creşte de la 32 m la 75 m, iar a cazanului de 2 000 t/h de la 45 m la 112 m, cu o mărire corespunzătoare a volumului focarului de la 18,9 $\cdot 10^3$ m^3 la 45,6 $\cdot$ 10^3 m^3, adică de cca 2,4 ori [2].

În figura 17 se arată comparativ variaţia dimensiunilor focarului funcţie de temperatura gazelor de ardere la ieşirea din focar.

La aceste rezultate conduce și faptul că randamentul cazanului scade odată cu scăderea calității combustibilului. Dacă se consideră randamentul cazanului scris prin metoda indirectă sub forma [8]

$$\eta = \eta^* - q_5, \tag{12}$$

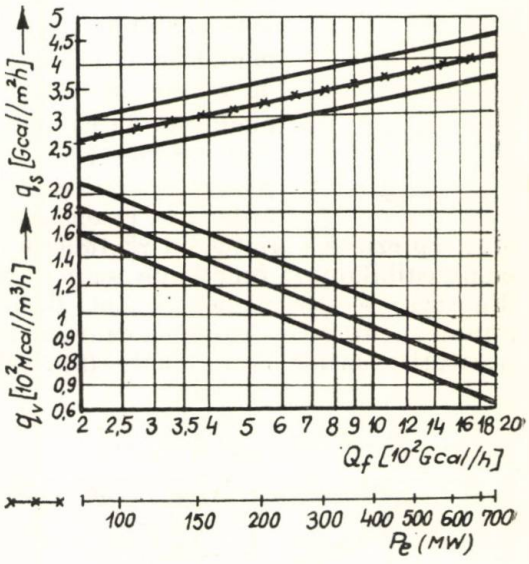


Fig. 16. — Variația încărcării termice specifice volumetrice q_v, respectiv a suprafeței focarului q_s, funcție de cantitatea de căldură degajată în focar Q_f.

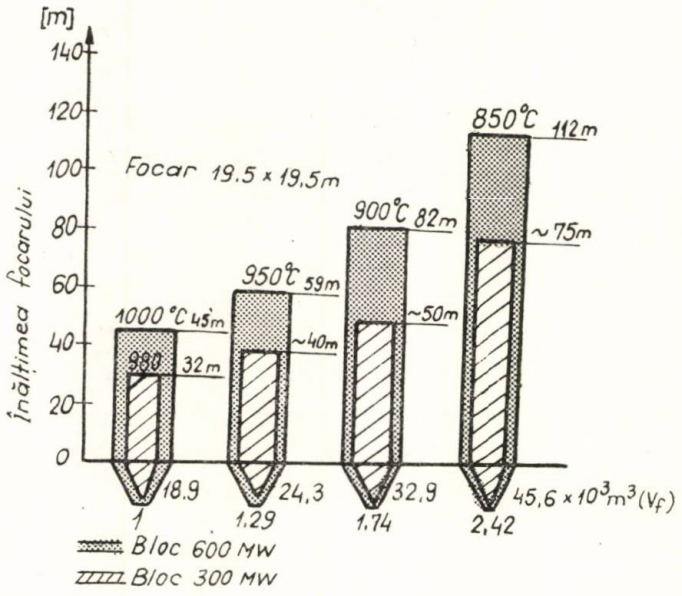


Fig. 17. — Variația volumului și înălțimii focarului funcție de temperatura gazelor de ardere la ieșirea din focar.

în care

$$\eta^* = 100 - (q_2 + q_3 + q_4 + q_6), \tag{13}$$

q_2 — pierderile de căldură prin entalpia gazelor de ardere la evacuarea din cazan (%),

q_3 — pierderile de căldură prin ardere incompletă din punct de vedere chimic (%),

q_4 — pierderile de căldură prin ardere incompletă din punct de vedere mecanic (%),

q_5 — pierderile de căldură prin convecţie şi radiaţie în mediul exterior (%),

q_6 — pierderile de căldură prin entalpia produselor solide ale arderii la evacuarea din focar (%),

şi se reprezintă variaţia lui η^* funcţie de puterea calorifică inferioară Q_i^i a combustibilului şi funcţie de temperatura gazelor de ardere la evacuarea din cazan, se observă pentru toate tipurile de instalaţii de ardere o scădere a randamentului cu scădere a calităţii combustibilului şi cu creşterea temperaturii gazelor la evacuare (fig. 18).

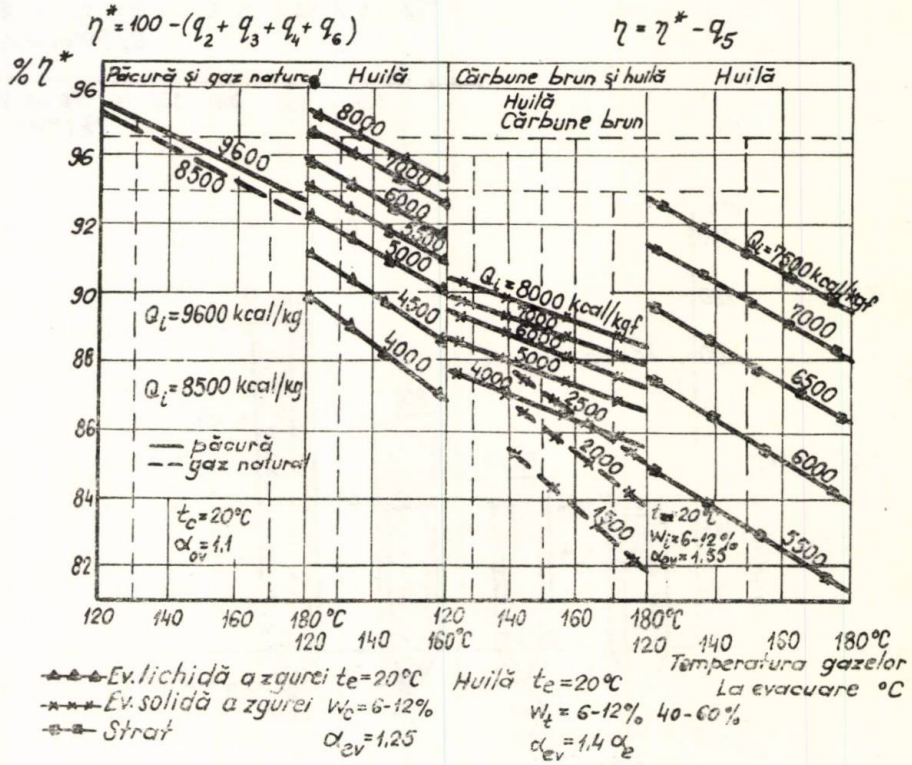


Fig. 18. — Variaţia randamentului funcţie de calitatea combustibilului şi de procesul de ardere.

Diagramele din figura 18 demonstrează faptul că în cazul combustibililor inferiori cu conținut ridicat de cenușă și umiditate randamentele se situează în domeniul 82—84 %. Dacă se ține însă seama și de faptul că pierderile de căldură prin radiație și convecție în mediul ambiant sînt

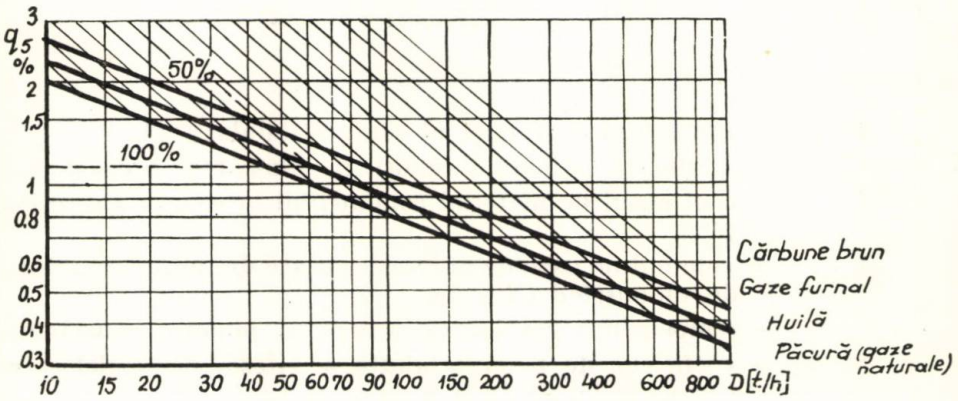


Fig. 19. — Variația pierderilor de căldură în mediul ambiant q_5 funcție de calitatea combustibililor și de debitul cazanului.

funcție de calitatea combustibilului și de debitul cazanului, așa cum se arată în figura 19, randamentul scontat la agregatele de cazane de debite mari pentru arderea combustibililor cu conținut de cenușă ce depășește 50—60 % va fi de 80—82 %.

O ultimă problemă care se pune în legătură cu construcția cazanelor de debite mari funcționînd cu combustibili solizi cu conținut ridicat de cenușă este eroziunea suprafețelor convective de schimb de căldură [9], dată de relația

$$\Delta h = a\,\sigma\eta\beta_c K(\beta_w W)^3\,\tau, \tag{14}$$

în care

a este un coeficient ce ține seama de proprietățile abrazive ale cenușii (mm S^2/g h); se consideră $a = 3{,}5 \ldots 9{,}5 \cdot 10^{-9}$ (mmS^3/g h),

σ — coeficient ce ține seama de rezistența la uzură prin eroziune a metalului din care sînt construite țevile suprafețelor de schimb de căldură; se poate considera într-o primă aproximație $\sigma = 1$ pentru oțel-carbon și $\sigma = 0{,}7$ pentru oțeluri aliate,

η — probabilitatea de lovire a țevilor de către particulele de cenușă antrenată,

β_c — coeficient de neuniformitate a concentrației cenușii antrenate în gazele de ardere; se poate lua în considerare $\beta_c = 1{,}25$ pentru cazanele în formă de,

K — concentrația particulelor de cenușă antrenată în gazele de ardere în kg/m³, care se determină cu relația

$$K = \frac{A^i - (1 - \eta_{zg})}{(100 - C^{an})\, V_{ga}} \cdot \frac{273}{273 + t_{ga}}, \tag{15}$$

în care

A^i este conținutul de cenușă al combustibilului (%),
η_{zg} — gradul de reținere a cenușii în pîlnia rece a cazanului,
C^{an} — conținutul de material combustibil în cenușa antrenată (%),
V_{ga} — volumul de gaze de ardere rezultate din arderea unității de combustibil (Nm³/kg),
t_{ga} — temperatura gazelor de ardere în punctul considerat,
β_w — coeficient de neuniformitate a vitezei particulelor, la cazane în formă de Π se ia $\beta_w = 1{,}2$,
W — viteza gazelor de ardere în punctul considerat (m/s),
τ — timpul de funcționare al suprafeței pînă la care se face calculul uzurii (h).

Probabilitatea de lovire a țevilor suprafețelor convective de schimb de căldură η se calculează cu ajutorul diagramei din figura 20 și este funcție de mărimea adimensională K^*, dată de relația

$$K^* = \frac{\gamma_{an}\, d_{an}}{g \mu d_t}\, \beta_w W, \tag{16}$$

în care

γ_{an} este greutatea specifică a particulelor de cenușă antrenată de de gazele de ardere (kg/m³),
d_{an} — diametrul particulelor de cenușă antrenată (m),
μ — viscozitatea dinamică a gazelor de ardere în punctul considerat (kgs/m²),
d_t — diametrul țevii din care este construită suprafața convectivă de schimb de căldură (m).

Din relațiile (14) și (16) se observă că această eroziune este favorizată de conținutul de cenușă al combustibilului A^i și de abrazitivatea acesteia, de greutatea specifică a cenușii și de diametrul particulelor de cenușă, ca și de reducerea diametrului țevilor suprafeței respective. Cea mai mare influență o are însă viteza gazelor de ardere prin suprafața convectivă, eroziunea depinzînd de această viteză la puterea a treia. În această situație, pentru a se menține uzura suprafețelor convective de schimb de căldură în limite rezonabile, firmele de specialitate recomandă viteze scăzute ale gazelor de ardere în aceste suprafețe (de regulă sub 10 m/s), ceea ce face să crească gabaritul cazanului. Paralel cu aceasta, în ultimul timp

se iau măsuri ca țevile supuse la uzuri mai mari să fie protejate cu piese speciale de protecție, care îngreuiază procesul tehnologic și scumpesc suprafața respectivă [10].

Ținînd seama de toate aceste considerente, în cazul arderii unor combustibili solizi cu conținut de cenușă ridicat nu apare totdeauna convenabil din punct de vedere tehnic-economic să se construiască instalația de cazan pentru o funcționare numai cu acest combustibil, ci poate apărea ca oportună și funcționarea cu amestec de doi combustibili chiar dacă unul ar proveni din import, deoarece ridicarea pe această cale a calității combustibilului echivalent poate atrage după sine reduceri importante de gabarit și de preț de investiție, ca și creșteri ale randamentului care ar putea să compenseze din plin efortul valutar pentru combustibilul de adaos.

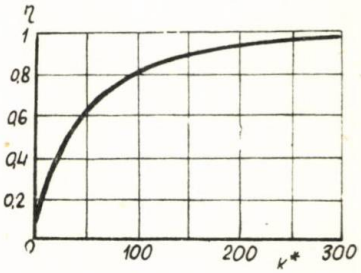


Fig. 20. — Variația lui η cu K^*.

BIBLIOGRAFIE

1. W. Hermann, *Beitrag zum Problem der Verbrennung ascheschwieriger Brennstoffe*, Wiss. Zeitschrift der TU, Dresden, *12*, 794—802 (1963).
2. Th. Geissler, Th. Schüler, *Erfahrungen im Bau und Betrieb von Braunkohlenfeuerungen*, Mitt. der V.G.B., **51**, *3*, 188—202 (1971).
3. Eberhard Bitterlich, *Die zweckmäßige Kennzeichnung von ballasthaltigen Brennstoffen vom Gesichtspunkt des Kesselbauers Braunkohle*, 229—306, Aug. (1966).
4. H. Wagner, *Schlagradmühlen, Beziehungen zwischen Mahlguteigenschaften und Mühlendaten*, Conferința de energetică industrială, Varna, 1971.
5. * * * *Großmühlen für die Mahltrocknung von Stein- und Braunkohlen*, K.S.G. Register, *15*, 19—30 (1968).
6. P. Frölich, *Der Zwangdurchlauf durch den Kessel mit uberlagertem Umlauf*, K.S. C. Register, *20*, 7—12 (1971).
7. H. Reldick, *ETV Braunkohlefeuerung für einen 600 MW Dampferzeuger*, EVT Register, *23*, 19—26 (1972).
8. Th. Geissler, *Erdgas, ein neuer Brennstoff im Kraftwerksbetrieb*, Energie, *20*, 338 (1968); *21*, 162, 326 (1969).
9. W. Fehndrich, *Verschließuntersuchungen an Kesselrohren*, Mitt. der V.G.B., **49**, 1, 58—70 (1969).
10. J. Recknagel, *Zur Sandverteilung der Rauchgasströmen in den Braunkohlenkesseln*, Mitt. der V.G.B., *107*, 127—132 (1967).

MODELAREA IZOTERMĂ LA FOCARELE CAZANELOR ENERGETICE PENTRU ARDEREA ŞISTURILOR BITUMINOASE

D. GRECOV, C. CAZACU şi ILEANA BĂDICĂ

621.181.001.57

Pe baza experimentărilor de ardere a şisturilor bituminoase şi a lignitului de Rovinari pe cazanul de 100 t/h de la CTE Doiceşti şi de modelare a curgerii pe un model hidraulic tridimensional, se prezintă o metodă de determinare a caracteristicii de ardere şi de temperatură în secţiunea de ieşire din focar în condiţii reale de curgere.

În construcţia cazanelor de abur, modelarea izotermă este frecvent utilizată pentru studiul curgerii în focar şi determinarea distribuţiei timpilor de rezistenţă. În general, cercetătorii îşi rezumă însă aria de investigare a modelării numai la aceste aspecte, necorelînd influenţa procesului de curgere asupra celorlalte procese care se desfăşoară în focar. Astfel, procesul de ardere şi transferul de căldură sînt studiate după legile lor de desfăşurare, neluîndu-se în considerare modificările datorite procesului aerodinamic din focar, care poate determina o ardere incompletă a combustibilului, supraîncălziri locale în focar, depuneri preferenţiale etc.

Aceste aspecte sînt abordate în lucrarea de faţă, urmărindu-se verificarea concluziilor metodei de investigare enunţate în lucrările [1], [2] prin experimentarea arderii şisturilor bituminoase pe un cazan de 100 t/h, al cărui focar a fost în prealabil cercetat pe un model izoterm.

1. TRANSFERUL DE CĂLDURĂ ŞI DESFĂŞURAREA PROCESULUI DE ARDERE ÎN FOCAR

Unul din factorii care caracterizează în mare măsură transferul de căldură în focar este temperatura medie a gazelor de ardere în secţiunea de ieşire.

Metodele existente de determinare teoretică a acestei temperaturi nu ţin seama suficient de caracterul procesului de curgere a fluidului în focar, care este determinat de geometria focarului, de modul de amplasare al arzătoarelor, de modul de evacuare a gazelor din focar etc. În cele ce urmează se prezintă pe scurt o metodă de determinare teoretică a curbei

de variaţie a temperaturii în lungul focarului, aplicabilă la curgerea teoretică tip piston. Această metodă, prezentată în [2], care se bazează pe date experimentale, poate fi utilizată cu ajutorul modelării izoterme la determinarea temperaturii la sfîrşitul focarului în cazul unei curgeri reale.

Variaţia temperaturii în lungul focarului se determină pornind de la ecuaţia conservării energiei, neglijînd schimbul de căldură convectiv. Considerînd o curgere ideală tip piston, se poate exprima variaţia temperaturii unui volum elementar de gaze în funcţie de timp astfel:

$$B(1-q_4)\,V_g C_p\,\mathrm{d}T = -B(1-q_4)P_{ci}\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}\tau}\,\mathrm{d}\tau - \sigma_0\xi a_T\psi T^4\left(1-\frac{T_p^4}{T^4}\right)\cdot\Pi\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\tau}\cdot\mathrm{d}\tau, \tag{1}$$

în care

B este debitul de combustibil introdus în focar,
V_g — volumul de gaz rezultat la arderea unităţii de cantitate de combustibil,
P_{ci} — puterea calorifică inferioară a combustibilului,
C — concentraţia de combustibil nears în gazele de ardere,
σ_0 — constanta Stephan-Boltzmann,
ξ — coeficient de murdărire al suprafeţelor,
ψ — gradul de ecranare,
a_T — gradul de negreală al focarului,
Π — perimetrul focarului în secţiunea transfersală,
T — temperatura gazelor de ardere,
T_p — temperatura pereţilor suprafeţelor de transfer de căldură,
q_4 — fracţia de nearse mecanice,
C_p — căldura specifică medie a gazelor,
$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\tau} = W$ — viteza de deplasare a volumului elementar.

După o serie de transformări s-a ajuns la relaţia (2), de forma

$$\frac{\tau_0\dfrac{B_0}{a_T}\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\theta^4}}{1-\dfrac{A\tau_0\left(1-\dfrac{273}{T_0}\right)R\dfrac{B_0}{a_T}\cdot e^{-A\tau}}{\theta^4}} = -\,\mathrm{d}\tau,$$

în care s-au notat:

$$\frac{T_a}{T_0}=\theta,\qquad 1-\frac{\lambda V_a(C_pt)_a}{V_g(C_pt)_0}=R\quad\text{şi}\quad B_0=\frac{B(1-q_4)\,C_pV_g}{\sigma_0\xi\psi\Pi L T_0^4} \tag{2}$$

Deoarece $C(\tau)$ reprezintă în general o funcţie de tip exponenţial, s-a considerat $C = e^{-A\tau}$, unde valoarea caracteristicii de ardere A depinde de condiţiile de ardere (temperatura în focar, finețea de pulverizare, condiţiile de amestec aer-combustibil) şi se determină din curba caracteristică de ardere pentru combustibilul respectiv.

Ecuaţia (2) se poate integra (punînd condiţiile iniţiale $\tau = 0$, $\theta = \theta_0$ prin metoda Runge-Kutta. În acest mod se determină curba $\theta = f(\tau)$ în focar în cazul curgerii tip piston.

Stabilirea temperaturii gazelor la ieşirea din focar şi a gradului de ardere în condiţii reale de curgere este posibilă numai prin modelarea focarului.

2. MODELAREA IZOTERMĂ A FOCARULUI

Procesele de ardere şi de transfer de căldură sînt influenţate în mare măsură de procesul de curgere a fluidului în focar, deoarece acesta arată modul de utilizare al volumului focarului (drumul parcurs de jetul princi-

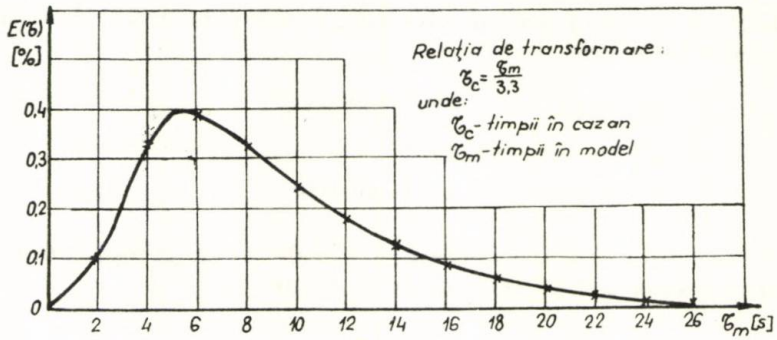


Fig. 1. — Distribuţia timpului de rezidenţă de la focarul model.

pal de combustibil în focar, existenţa unor zone de stagnare sau treceri directe etc.).

Din această cauză este foarte important să se efectueze o corelare a curbelor de temperatură determinate anterior pentru curgerea tip piston cu o curbă reprezentînd modul în care particulele de fluid părăsesc focarul (curba DTR).

Modelarea izotermă a focarului permite determinarea curbei de distribuţie a timpilor de rezidenţă în focar (DTR). Aceasta se determină pe un model tridimensional, avînd ca fluid de lucru apa.

Metoda de modelare folosită în acest scop este metoda impuls-răspuns, prezentată în [1], care constă în imprimarea unui impuls fluidului la intrarea în model (injectarea unei cantităţi de NaCl soluţie saturată) şi înregistrarea şi analizarea curbei răspuns de concentraţie săruri — timp $E(\tau)$, obţinută în secţiunea de ieşire din focar în diferite puncte.

În figura 1 este prezentată o astfel de curbă medie, rezultată în urma măsurătorilor pe modelul focarului unui cazan de 100 t/h. Această curbă redă distribuţia timpilor de rezidenţă în secţiunea de ieşire.

Pe baza curbei DTR astfel obţinute şi a curbelor de evoluţie a temperaturii în focar şi, respectiv, a descreşterii concentraţiei de combustibil în timp $\frac{C}{C_0} = e^{-A\tau}$, se pot obţine atît temperatura în secţiunea de ieşire din focar, cît şi gradul de ardere al combustibilului utilizat, pentru un proces real de curgere al fluidului în focar.

Relaţia după care se calculează gradul de ardere este

$$n_a = \frac{\int_0^\infty \frac{C}{C_0} E(\tau)\, d\tau}{\int_0^\infty E(\tau) d\tau} \cdot 100\ [\%], \tag{3}$$

în care

n_a este combustibilul nears (%),
C_0, C — concentraţia de combustibil iniţială şi la timpul τ,
$E(\tau)$ — funcţia DTR.

Relaţia de calcul pentru determinarea temperaturii medii în secţiunea de ieşire din focar este

$$\theta = \frac{\int_0^\infty E(\tau)\theta(\tau) d\tau}{\int_0^\infty E(\tau)\, d\tau}, \tag{4}$$

unde θ este temperatura medie a gazelor de ardere la ieşirea din focar şi $\theta(\tau)$ temperatura gazelor de ardere la timpul τ.

3. VERIFICAREA METODELOR PREZENTATE PE UN CAZAN DE 100/t/h

Verificarea metodei de modelare prezentate în capitolul anterior s-a efectuat pe un cazan de 100 t/h utilizînd şisturi bituminoase, la care s-au măsurat parametrii funcţionali. Curbele DTR pe modelul tridimensional al cazanului la scara 1/20 s-au determinat pentru o cotă corespunzătoare cotei 18 m de la cazanul real, cotă la care s-au efectuat măsurătorile de temperatură şi prelevări de nearse.

În acest fel a fost posibilă compararea rezultatelor obţinute prin măsurători directe pe cazan cu cele obţinute prin modelare.

3.1. STUDIUL PROCESULUI DE ARDERE

După cum s-a arătat, descreşterea concentraţiei de combustibil în timp se poate considera de forma exponenţială

$$\frac{C}{C_0} = e^{-A\tau}, \tag{5}$$

valoarea mărimii A fiind precizată prin cunoaşterea unor puncte de pe curbă. Aceste curbe au fost determinate prin măsurători directe pe cazan la o sarcină apropiată de debitul nominal cu combustibil şisturi bituminoase, rezultînd un procent de nearse $C/C_0 = 1{,}3$ % la sfîrşitul focarului, care a corespuns unui timp de rezidenţă $\tau = 2{,}54$ s.

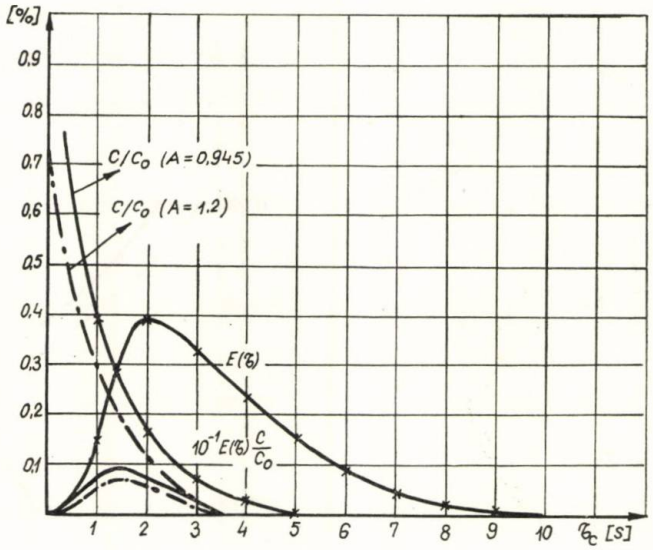


Fig. 2. — Variaţia combustibilului nears în funcţie de timpul de rezidenţă în focar şi nears la fine focar:

——————— $A = 0{,}945$;
——·——·——· $A = 1{,}2$.

În aceste condiţii, caracteristica de ardere pentru curgerea tip piston are valoarea $A = 0{,}945$. Înlocuind în relaţia (5) valoarea obţinută pentru A, se trasează curba $\frac{C}{C_0}$, prezentată în figura 2.

Corectînd conform relaţiei (3), curba $\frac{C}{C_0} = f(\tau)$ exprimată prin ecuaţia exponenţială (5) cu curba $DTR\ E(\tau)$ din figura 1 pentru condiţia $n_a = 1{,}3\,\%$ (valoarea obţinută prin măsurători de nearse în secţiunea de ieşire din focar), s-a determinat prin încercări succesive valoarea lui A, care reprezintă caracteristica de ardere a şisturilor bituminoase în cazul unei scheme reale de curgere a fluidului în focarul considerat; în acest caz s-a obţinut $A = 1,\ 2$ (vezi fig. 2).

Valoarea caracteristicii de ardere a şisturilor bituminoase astfel obţinută se va folosi în cele ce urmează în determinarea temperaturii reale la sfîrşitul focarului.

3.2. DETERMINAREA TEMPERATURII LA SFÎRŞITUL FOCARULUI

Metoda de calcul arătată anterior pentru determinarea evoluţiei temperaturii gazelor de ardere de-a lungul focarului a permis trasarea curbelor $\theta(\tau)$ pentru curgerea tip piston.

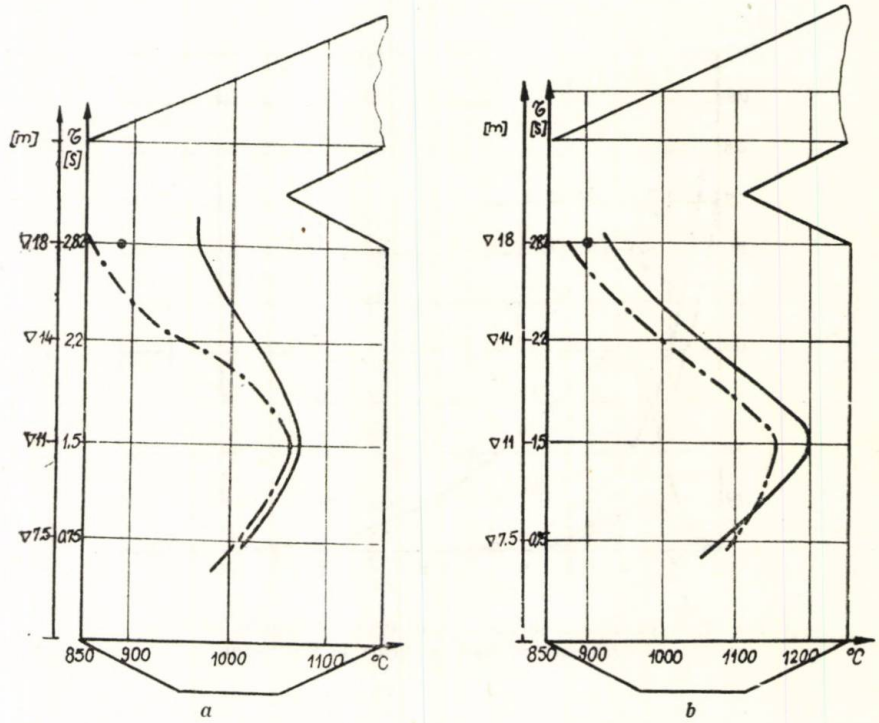


Fig. 3. — Variaţia temperaturii în lungul focarului, măsurată şi calculată în cazul curgerii tip piston pentru şisturi bituminoase (*a*) şi, respectiv, lignit de Rovinari (*b*):

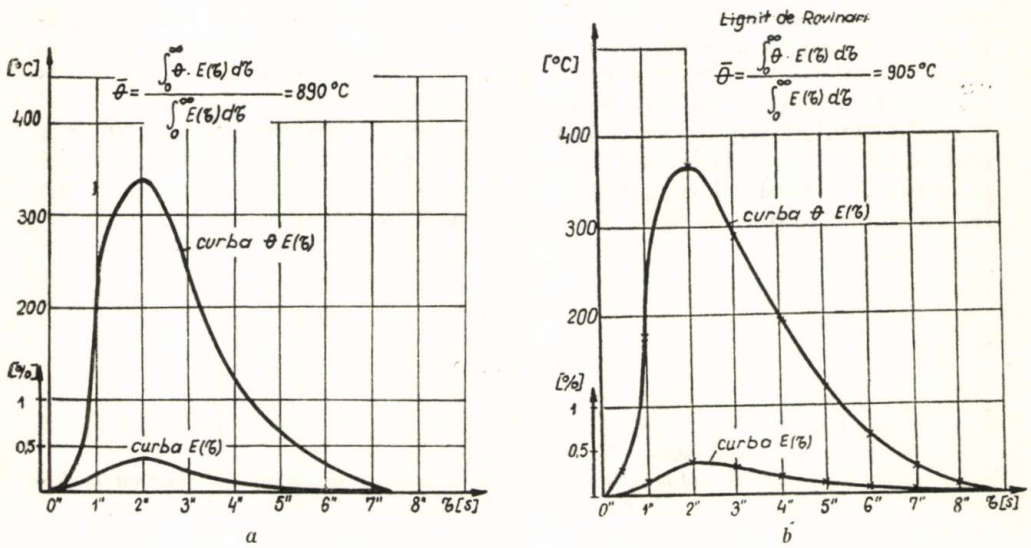
—·—·—·— curba măsurată;
———— curba calculată (curgere tip piston);
● valoare corectată.

Calculul funcţiei $\theta = f(\tau)$ s-a efectuat cu ajutorul maşinii de calculat, folosind valorile $\tau = 2{,}82$ s; $A = 1{,}2$; $B_0 = 1{,}01$; $\theta = \frac{T_a}{T_0} = 0{,}36$ pentru arderea şisturilor bituminoase şi $\tau = 3{,}2$; $A = 2$; $B_0 = 685$; $\theta = \frac{T_a}{T_0} = 0{,}322$ pentru arderea lignitului de Rovinari.

Aceste curbe au fost prezentate pentru doi combustibili experimentaţi pe cazan: şisturi bituminoase arse cu combustibil auxiliar păcură şi lignit de Rovinari (fig. 3*a*, respectiv 3*b*). Sarcinile realizate pe cei doi combustibili au fost diferite, cea realizată cu lignit de Rovinari fiind cu cca 10—15 % mai mare. Pe aceleaşi scheme s-au trasat şi curbele rezultate în urma măsurătorilor de temperaturi pe cazan. Se remarcă un decalaj între aceste curbe (măsurată şi calculată), decalaj care provine de la faptul că

la curbele calculate nu se ia în considerare influenţa procesului de curgere asupra evoluţiei temperaturii în focar.

După cum s-a arătat, determinarea parametrilor de curgere în secţiunea de ieşire din focar (curba $E(\tau)$ şi curbele $\theta(\tau)$ calculate pentru curge-



a *b*

Fig. 4. — Curbe auxiliare de calcul a temperaturii la sfîrşitul focarului pentru şisturi bituminoase (*a*) şi lignit de Rovinari (*b*).

rea tip piston) permite, conform relaţiei (4), calcularea valorii reale a temperaturii gazelor de ardere la ieşirea din focar, în figura 4*a* şi *b* fiind trasate curbele $E(\tau)$ şi $\theta\ E(\tau)$ pentru cei doi combustibili experimentaţi.

Valorile astfel corectate ale temperaturilor sînt înscrise în diagramele din figura 3 *a* şi *b* prin punctele respective figurate la cota 18 m, corespunzătoare secţiunii de ieşire din focar. Se observă că valorile respective sînt situate între cele două curbe de variaţie ale temperaturilor (măsurate şi calculate).

Se remarcă o eroare de circa 30—40 °C faţă de mărimile temperaturilor măsurate, care se poate considera normală pentru condiţiile în care s-au efectuat măsurătorile pe cazan şi pe model.

4. CONCLUZII

Modelarea izotermă a proceselor de ardere şi de transfer de căldură în focarul unui cazan de abur permite determinarea gradului de ardere al combustibilului şi temperatura gazelor de ardere în secţiunea de ieşire a focarului în condiţii reale de curgere, funcţie de tipul cazanului, de modul de amplasare a arzătoarelor şi de tipul de combustibil.

Măsurătorile directe de temperaturi şi nearse, efectuate pe un cazan de debit mijlociu, au permis verificarea metodelor de modelare prezen-

tate, obţinîndu-se valori ale temperaturii la fine focar apropiate de cele determinate prin modelare.

Determinările directe de nearse pentru un anumit combustibil permit determinarea caracteristicii de ardere a combustibilului respectiv pentru curgerea tip piston. Această valoare trebuie să fie corectată pentru o anumită schemă de curgere determinată prin modelarea focarului, rezultînd o valoare reală a caracteristicii de ardere care, utilizată în relaţiile (2) şi (4), permite pentru focarul considerat să se calculeze mai precis temperatura gazelor de ardere în secţiunea de ieşire.

În cazul în care se cunoaşte caracteristica de ardere pentru un anumit combustibil în condiţiile unei curgeri ideale tip piston, metoda de modelare prezentată permite determinarea gradului de ardere în focar în condiţii reale de curgere particulare pentru construcţia de focar respectiv.

BIBLIOGRAFIE

1. C. Cazacu, Ileana Bădică, Alex. Paveleţ, *Modelarea focarului de la cazanul de 525 t/h* St. cerc. energ. electr., **22**, *4*, 1—33 (1972).

2. D. Grecov, *Determination of heat transfer in boiler furnaces with the aid of isothermal modelling*, Rev. Roum. Sci. Techn. Energ. Electrotechn., **17**, *4*, 697—711 (1972).

METODĂ ŞI EXPERIMENT PENTRU INVESTIGAREA CÎMPULUI HIDRODINAMIC, TERMIC ŞI DE DIFUZIE ÎN STRATUL-LIMITĂ

V. ŞOVA

621.365 : 536.242.08 : 536.25

În lucrare se prezintă metodica, aparatura şi instalaţia experimentală destinată investigării în stratul-limită, a distribuţiei cîmpului de viteză, de temperatură şi de concentraţie a vaporilor care difuzează de pe suprafeţe libere plane de evaporare în curentul de gaz. Metoda şi construcţia realizată permit investigarea celor trei cîmpuri şi în condiţiile în care distribuţia lor este nestaţionară.

1. INTRODUCERE

Studiul fenomenelor de schimb termic şi masic interfaze este indisosubil legat de investigarea stratului-limită, unde se manifestă acţiunea simultană a forţelor termodinamice care generează şi determină intensitatea fluxurilor conjugate şi cuplate acestor forţe.

În procesele de evaporare a lichidelor sau a umidităţii de pe suprafeţe libere, în straturile de fluid limitrofe suprafeţei de evaporare au loc trei forme de transfer molecular : de impuls, termic şi de difuzie [1], [2]. Existenţa acestor forme de transfer este condiţionată de prezenţa simultană în aceste straturi a gradientului de viteză de temperatură şi de concentraţie a vaporilor degajaţi prin evaporare şi difuzaţi în masa curentului de fluid.

Articolul de faţă prezintă metodica, aparatura şi instalaţia experimentală destinată investigării distribuţiei cîmpului de viteză, de temperatură şi de concentraţie a vaporilor în stratul-limită hidrodinamic, termic şi de difuzie.

2. METODICA ŞI APARATURA EXPERIMENTALĂ

În concordanţă cu sarcinile care decurg din cercetarea stratului-limită, realizarea aparaturii a fost condiţionată de necesitatea măsurării

simultane sau succesive a temperaturii, a vitezei fluidului şi a concentraţiei vaporilor în diferite straturi de fluid limitrofe suprafeţei obiectului în care se manifestă variaţia acestor mărimi, precum şi a măsurării temperaturii suprafeţei de evaporare a obiectului şi a masei umidităţii sau a lichidului evaporat.

Pentru măsurarea ansamblului de parametri menţionaţi mai sus, s-a conceput, realizat şi experimentat două dispozitive asociate : unul destinat măsurării, prin intermediul unor traductori, a vitezei temperaturii şi concentraţiei gazului, iar celălalt pentru deplasarea suprafeţei libere a obiectului în stratul-limită, cu posibilitatea măsurării exacte a acestor deplasări şi a variaţiei masei obiectului.

2.1. DISPOZITIV PENTRU MĂSURAREA VITEZEI, TEMPERATURII ŞI CONCENTRAŢIEI VAPORILOR ÎN STRATUL-LIMITĂ

Schema constructivă şi funcţională a dispozitivului destinat măsurării vitezei, temperaturii şi concentraţiei vaporilor în stratul-limită, dispozitiv care îndeplineşte funcţiile unui termopsihroanemometru, este prezentată în figura 1. El se compune dintr-un cadru-suport *1* confecţionat din textolit, prevăzut cu o tijă prelungitoare *2* care se racordează prin articulaţia *4* la un tub de sticlă *3*. Pe cadrul-suport *1* sînt fixate şase tuburi subţiri, confecţionate din ace de seringă cu diametrul exterior sub 1 mm şi cu lungimea liberă de 30 mm. Prin capilarele acestor tuburi sînt conduse firele de cupru şi de constantan cu diametrul de 0,12 mm, în prealabil izolate, a căror puncte de sudură „calde" *5*, *6* şi *7*, cu diametrul de cca 0,2 mm, sînt aduse în acelaşi plan cu capetele inferioare ale celor şase tuburi.

Capetele libere ale termocuplelor sînt conduse printr-un canal practicat în cadru şi tijă la şase ploturi *15*, fixate pe tija prelungitoare *2*. Punctele de sudură „reci" ale termocuplelor sînt introduse într-un termostat, iar capetele lor sînt aduse de asemenea la ploturile *15*. De la aceste ploturi se face conectarea la un galvanometru, de preferinţă cu oglindă şi fir suspendat, care măsoară tensiunile termoelectromotoare, respectiv temperatura mediului în contact cu punctele de sudură „calde", printr-o convertire prealabilă a indicaţiilor galvanometrului. Schema de conexiune a firelor termocuplelor la galvanometru se poate urmări în figura 2.

Sudura „caldă" *7* poate fi umezită continuu sau cu intermitenţă prin intermediul unui fir subţire de bumbac, condus prin capilarul unui tub subţire care străbate tija prelungitoare pînă la tubul de sticlă *3*, alimentat cu apă distilată. Termocupla, cu acest punct de sudură, permite măsurarea temperaturii de saturaţie adiabată a gazului, care împreună cu termocupla cu punctul de sudură *5*, spălat liber de gaz, formează un termopsihrometru. Sudura „caldă" *6* a celei de-a treia termocuple, avînd diametrul sub 0,2 mm, situat cu 1 mm sub planul celorlalţi traductori, măsoară temperatura suprafeţei de evaporare a obiectului cînd această mărime se impune a fi măsurată, de exemplu cînd obiectul este un corp coloidal capilar-poros şi cînd, sub influenţa schimbului termic şi masic, temperatura suprafeţei de evaporare a acestuia poate fi sensibil modificată.

Pentru măsurarea vitezei curentului de gaz, dispozitivul a mai fost prevăzut cu o sondă termoanemometrică, conectată la o punte electrică.

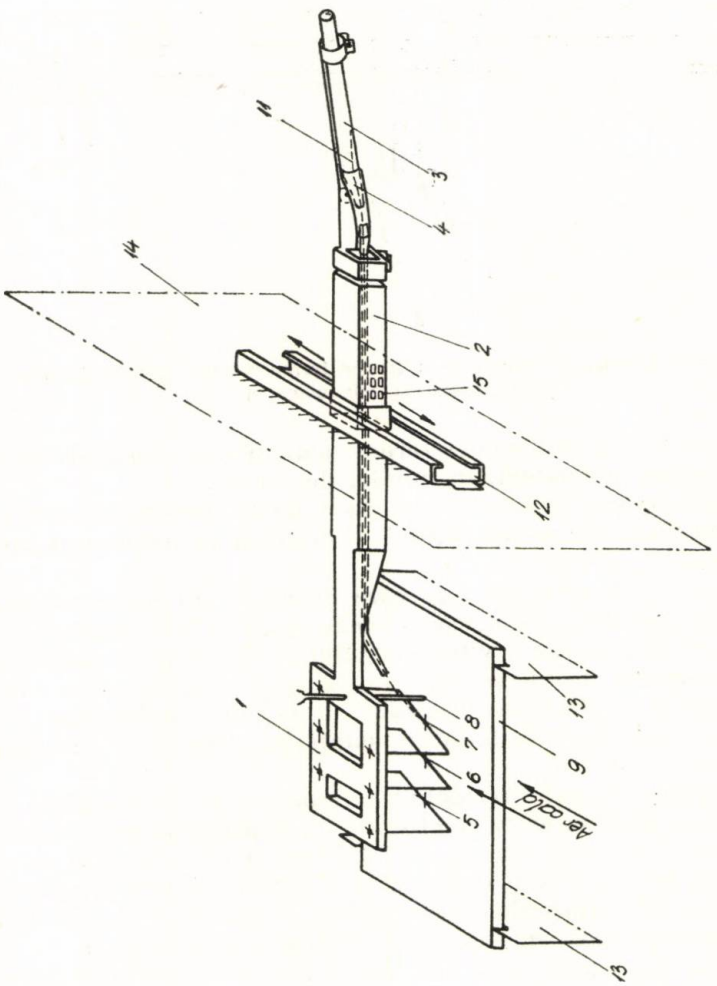


Fig. 1. — Schema constructivă a termopsihroanemometrului.

Între capetele libere ale electrozilor sondei (electrozi fixaţi pe acelaşi cadru *1*), s-a prevăzut o termorezistenţă *8*, confecţionată din wolfram cu diametrul de 0,02 mm şi lungimea liberă de cca 3 mm. Acest traductor a fost adus în acelaşi plan cu traductorii *5* şi *7*. Indicaţiile milivoltmetrului punţii elec-

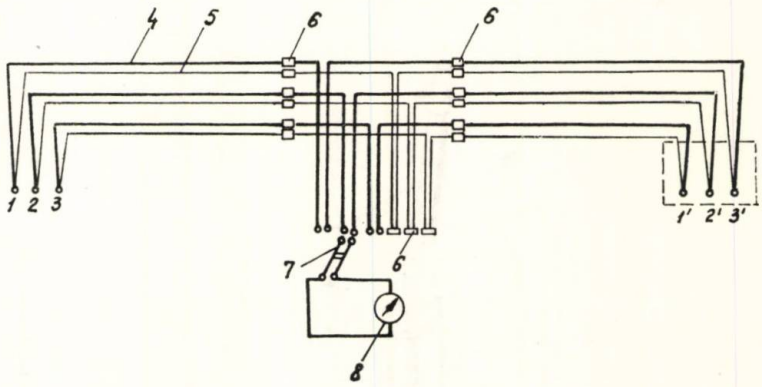


Fig. 2. — Schema de conectare a firelor termocuplelor termopsihroanemometrului la galvanometru.

trice la care s-a conectat sonda termoanemometrică au fost convertite, printr-o etalonare prealabilă, în unităţi de viteză.

Pe cadrul-suport *1* se poate monta în locul termorezistenţei o sondă Pitot, confecţionat din ac de seringă, conectată la un micromanometru cu braţ înclinat.

Dispozitivul descris mai sus, care formează un termopsihroanemometru, permite, aşadar, măsurarea în acelaşi plan şi la aceeaşi distanţă pe direcţia curentului de gaz a vitezei gazului, a diferenţei psihrometrice şi, în funcţie de aceasta, a concentraţiei vaporilor în masa de gaz şi a temperaturii suprafeţei de evaporare a obiectului atunci cînd modificarea temperaturii acesteia modifică distribuţia cîmpului termic şi de difuzie în stratul-limită.

Investigarea cîmpului termohidrodinamic al stratului-limită se poate realiza fie prin deplasarea traductorilor termopsihroanemometrului către obiect în planuri paralele cu suprafaţa liberă a obiectului şi pe direcţie normală la aceasta, fie prin deplasarea suprafeţei libere a obiectului în zona de variaţie a parametrilor caracteristici în raport cu poziţia fixă a traductorilor termopsihroanemometrului. Deplasarea obiectului în zona în care se manifestă prezenţa stratului-limită prezintă avantajul unei manevrări mai simple şi mai rapide a sistemului în domeniul de investigaţie, oferind totodată posibilitatea, prin mişcarea plană a termopsihroanemometrului, de a se acoperi întreaga zonă a suprafeţei libere a obiectului.

2.2. DISPOZITIV PENTRU DEPLASAREA SUPRAFEŢEI LIBERE A OBIECTULUI ÎN STRATUL-LIMITĂ, CU POSIBILITATEA MĂSURĂRII EXACTE A ACESTEI DEPLASĂRI

Schema dispozitivului utilizat la deplasarea suprafeţei libere a obiectului în stratul-limită se poate urmări în figura 3.

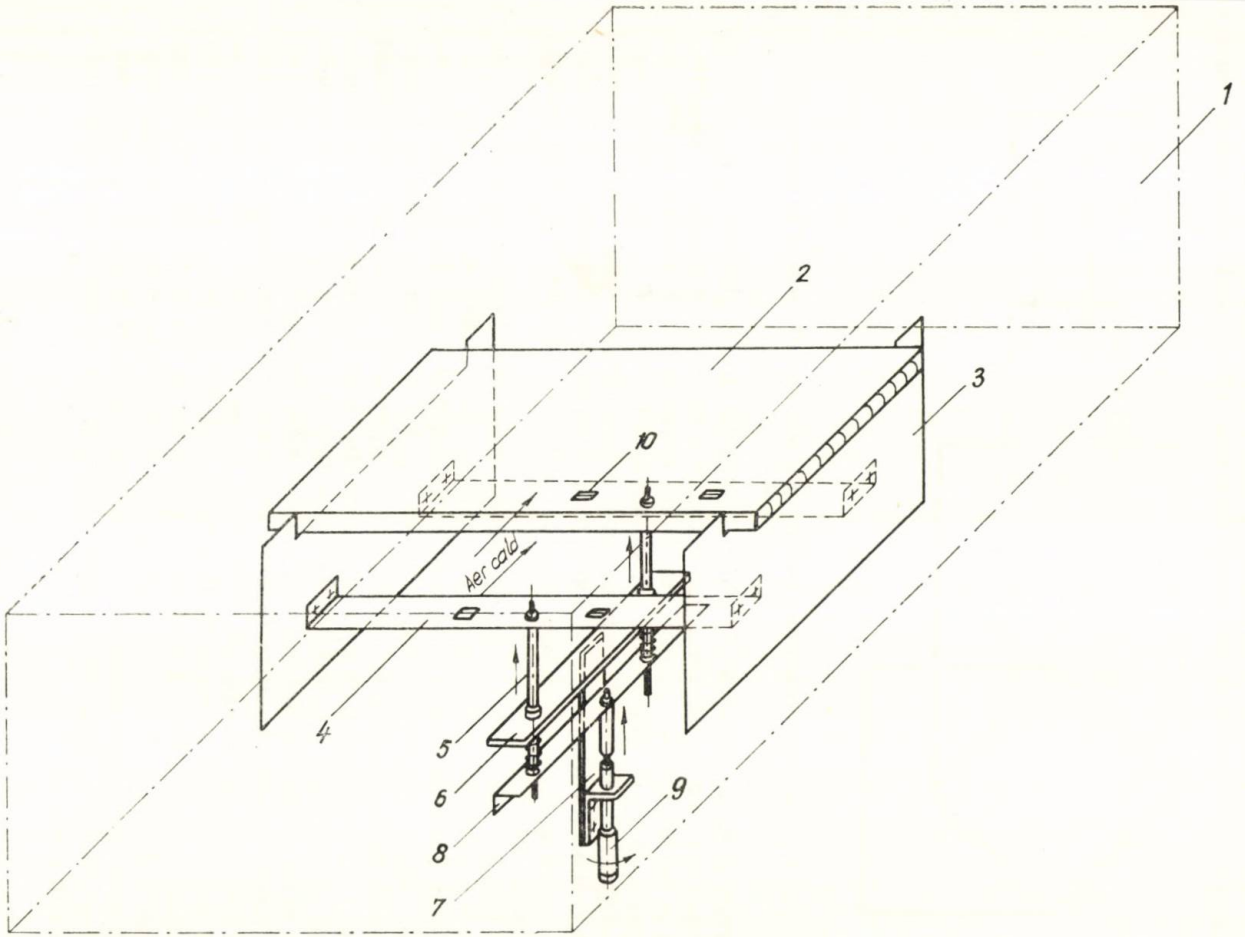


Fig. 3. — Schema dispozitivului-suport pentru deplasarea suprafeței libere a obiectului în stratul-limită, cu posibilitatea măsurării exacte a acestei deplasări.

El se compune din doi umeri *3*, confecţionaţi din tablă de 1 mm grosime, pe care reazemă obiectul, distanţate prin două traverse realizate sub forma unor platbande elastice din oţel *4*, cu grosimea de 1,6 mm. Traversele distanţatoare sînt prevăzute cu cîte o tijă *5*, conduse în afara zonei

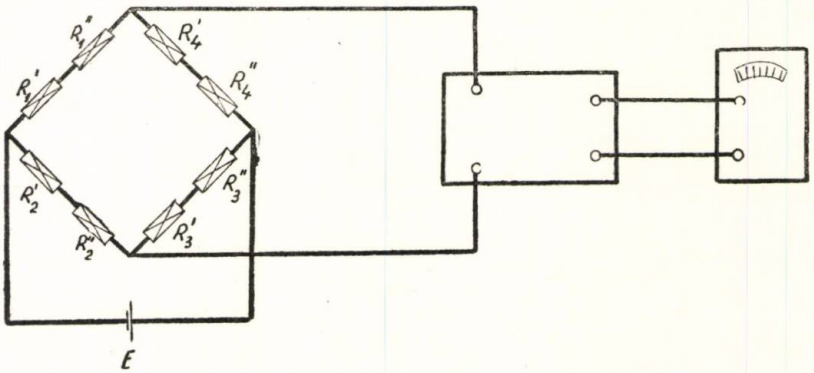


Fig. 4.— Schema de conectare a traductorilor tensometrici rezistivi la aparatul indicator.

de lucru prin două bucşe de ghidare, practicate în platbanda *6*, pînă la suportul inferior *8*. Mişcarea pe verticală a dispozitivului-suport al obiectului se realizează cu ajutorul şurubului micrometric *9*, montat coaxial cu tija centrală *11* de platbanda *7*, solidară cu traversa *6* şi cu peretele inferior al spaţiului de lucru. Deplasarea lină pe verticală a suportului, respectiv a suprafeţei libere a obiectului în domeniul de existenţă al stratului-limită prin rotirea şurubului micrometric, este asigurată de două arcuri elicoidale *12*.

Pentru măsurarea variaţiei masei obiectului în urma procesului de schimb masic, de exemplu prin evaporare, se poate utiliza acelaşi dispozitiv *3*. În acest scop, pe traversele distanţatoare elastice *4* s-au lipit cîte patru traductori tensometrici rezistivi *10*, dispuşi, către extremităţile acestora, simetric pe suprafeţele inferioare şi superioare. Traductorii, alcătuind o punte, sînt conectaţi la aparatul indicator prin intermediul unui amplificator al tensiunii semnalului de ieşire (fig. 4). Modificarea masei obiectului fiind însoţită de deformarea traductorilor tensometrici concomitent cu deformarea traverselor distanţatoare elastice (traductorii de pe suprafeţele superioare se vor alungi, iar traductorii de pe suprafeţe inferioare se vor comprima), puntea se va dezechilibra, iar mărimea semnalului de ieşire va fi totodată o măsură a mărimii masei probei experimentate. Măsurarea presupune însă o preetalonare a indicaţiilor milivoltmetrului indicator. Faptul că traductorii sînt amplasaţi simetric pe cele patru braţe ale punţii, compensarea datorită influenţei temperaturii gazului asupra traductorilor este asigurată [3].

2.3. INSTALAŢIA EXPERIMENTALĂ

Dispozitivele descrise mai sus pot fi adaptate la orice instalaţie experimentală, în funcţie de scopul şi de natura obiectului de cercetat. În cadrul programului de măsurători efectuat de autor, dispozitivele au fost

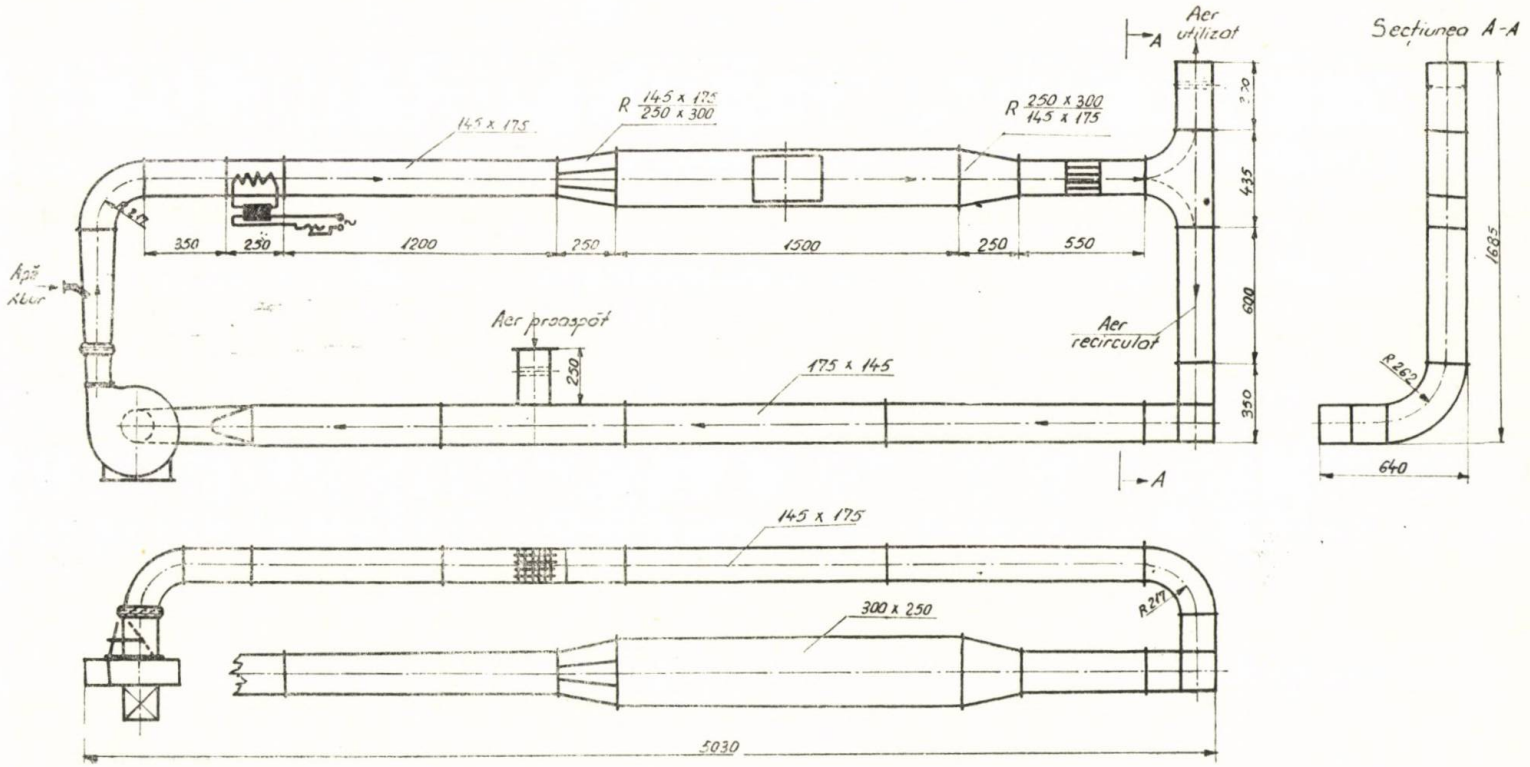


Fig. 5. — Schema de funcționare a tunelului aerodinamic.

adaptate la un tunel aerodinamic destinat investigării cîmpului hidrodinamic termic şi de difuzie în stratul-limită, în prezenţa evaporării umidităţii de pe suprafeţe libere plane ale corpurilor capilare-poroase în condiţiile mişcării forţate a aerului.

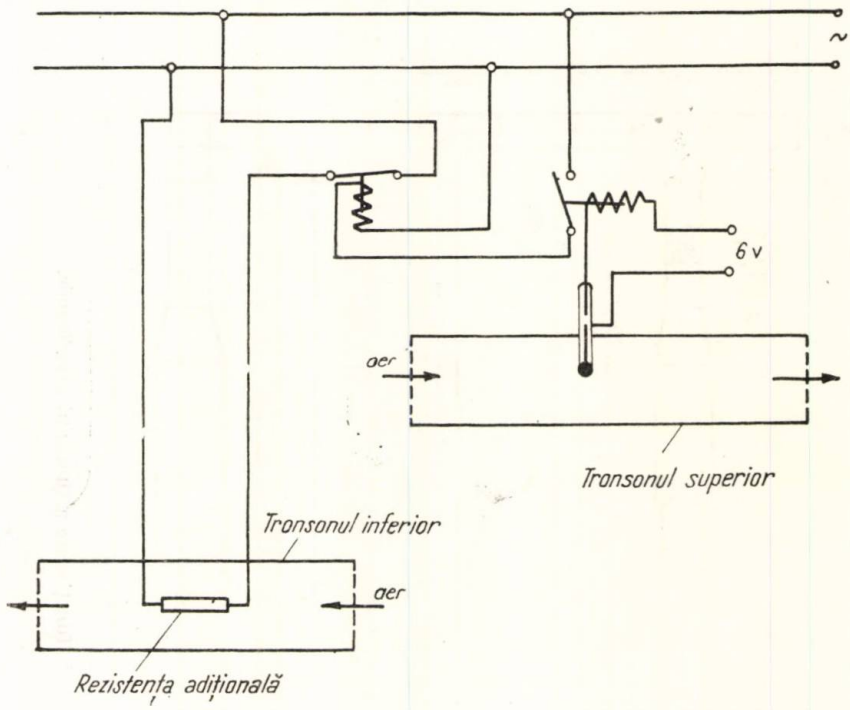


Fig. 6. — Schema electrică de reglare automată a temperaturii aerului.

Schema de funcţionare şi principalele dimensiuni ale elementelor constructive ale instalaţiei sînt prezentate în figura 5. Ea este alcătuită dintr-o tubulatură metalică de secţiune dreptunghiulară, izolată termic. La partea superioară se află tronsonul de lucru, prevăzut cu o uşă de vizitare şi de observare, în spaţiul căreia s-au montat termopsihroanemometrul şi dispozitivul-suport al probei.

Circulaţia aerului a fost asigurată de un ventilator centrifugal, montat printr-o legătură elastică în ramificaţia inferioară a instalaţiei, din care se aspiră atît aer proaspăt, cît şi aer parţial utilizat şi recirculat. Reglarea vitezei curentului de aer s-a realizat cu ajutorul şiberului montat în racordul de aspiraţie al ventilatorului.

Pentru încălzirea aerului s-a utilizat o rezistenţă electrică montată după ventilator, în faţa tronsonului de lucru şi conectată la un sistem de reglare automată a temperaturii acestuia, a cărei schemă de funcţionare poate fi urmărită în figura 6.

Umidificarea aerului s-a realizat prin pulverizarea emulsiei de abur-apă în curentul de aer cu ajutorul unui injector. Reglarea fină a umidităţii acestuia s-a realizat prin manevrarea celor două şibere montate în coloana

de evacuare a aerului utilizat şi în racordul de aspiraţie a aerului proaspăt.

Vederea de ansamblu a instalaţiei experimentale este prezentată în figura 7.

Cu ajutorul dispozitivelor de investigaţie cu care a fost echipată instalaţia s-a putut efectua un program complex de măsurători, avînd ca

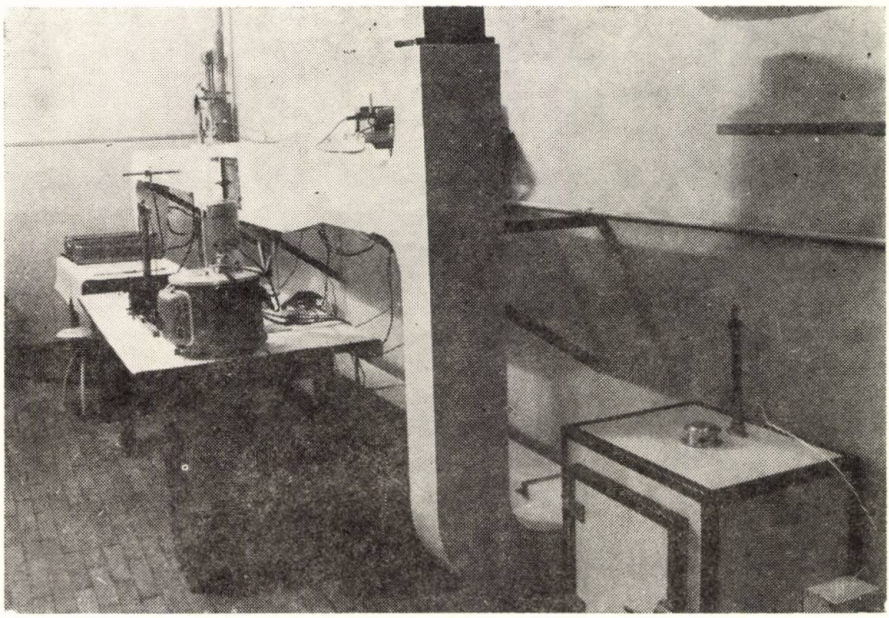


Fig. 7. — Vedere de ansamblu a instalaţiei experimentale.

obiect analiza fenomenelor de schimb termic şi de masă în procesele de uscare convectivă [4].

În funcţie de limitele de variaţie ale mărimilor măsurate şi de precizia instrumentelor de măsură utilizate, erorile relative maxime nu au depăşit $\pm$ 0,04 % în cazul temperaturilor, $\pm$ 0,1 % în cazul umidităţilor relative, $\pm$ 7 % în cazul vitezei aerului şi $\pm$ 0,2 % în cazul măsurării deplasărilor în stratul-limită, respectiv a masei probelor.

BIBLIOGRAFIE

1. A. V. Likov, *Teplo- i massoobmen v proţesah suşki*, Moskva, Gos. Energ. Izd., 1956.
2. V. Şova, *Sursa de entropie în procesele de evaporare de pe suprafeţe libere*, St. cerc. fiz., **23**, *2* (1971).
3. G. Buzdugan, M. Blumenfeld, *Tensometrie electrică rezistivă*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1966.
4. V. Şova, *Analiza fenomenelor de schimb de căldură şi de masă în procesul uscării convective forţate pe baza investigării experimentale a stratului-limită*, St. cerc. energ. electr., **21**, *2* (1971).

MĂRIREA PRECIZIEI DE DETERMINARE A DISTRIBUŢIEI VITEZELOR ÎN REŢEAUA DE PALETE A TURBINEI PRIN „METODA CANALULUI"

V. PIMSNER şi N. BĂRAN

621.135

Lucrarea analizează căile de mărire a preciziei determinării distribuţiei vitezelor în reţeaua de palete a turbinei şi stabileşte metoda de calcul care asigură o precizie satisfăcătoare la diverse regimuri funcţionale.
Rezultatele obţinute sînt comparate cu datele experimentale, scoţîndu-se în relief soluţia optimă pentru regimul şi soluţia constructivă analizate.

„Metoda canalului", prezentată în literatură [1], [2], [3] etc., permite determinarea distribuţiei vitezelor curgerii potenţiale prin reţeaua de palete a turbinei, formată din profile de arhitectură cunoscută, cu suficientă exactitate în zona canalului limitat de intradosul şi de extradosul paletelor, dar este mai puţin exactă la intrarea şi la ieşirea din reţea, unde unul din pereţii canalului trebuie înlocuit cu linia de curent-limită ce separă curgerea în cele două canale vecine.

Precizia metodei de calcul depinde de determinarea formei liniei de curent-limită în funcţie de regimul funcţional şi de soluţia constructivă a paletei.

Întrucît s-a dispus de un anumit profil, definit prin centrele şi razele de curbură ale arcelor de cerc, de pasul reţelei şi de unghiul de fixare a paletei în reţea, fiind cunoscute natura gazului şi parametrii săi de stare, ca şi viteza w_1 la intrare în reţea, s-a calculat prin „metoda canalului" distribuţia de viteze. Se constată că între distribuţia teoretică şi cea experimentală [2] există diferenţe sensibile (fig. 1), în special în porţiunile de intrare şi de ieşire din reţea, ca şi în zona unde lăţimea canalului dintre palete este maximă.

Pentru a mări precizia de determinare a distribuţiei vitezelor pe conturul profilului dispus în reţea, se introduce iniţial în calcul curbura medie a peretelui canalului. Curbura medie în punctul A (fig. 2) este determinată de relaţia

$$\frac{1}{R_A} = \frac{\pi \cdot \Delta\beta_A}{180\, h_B},$$

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 4, p. 869—874, 1973

în care $\Delta\beta_A$ este unghiul (exprimat în grade) dintre tangentele la conturul profilului, duse în punctele E şi F, alese astfel încît $\overline{EA} = \overline{AF} = \frac{1}{2} h_B$.

În porţiunile unde curbura pereţilor canalului este mică şi variază brusc sau adîncimea canalului este mai mare ca raza de curbură a peretelui, calculul distribuţiei vitezelor pe baza curburii medii dă valori mai precise.

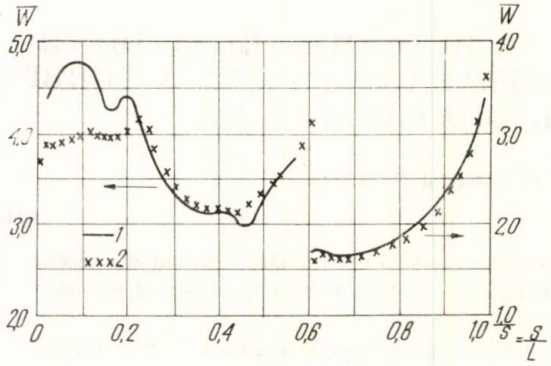


Fig. 1. — Distribuţia vitezelor pe conturul profilului T_1 pentru : $w_1 = 50$ m/s ; $\bar{t} = 0{,}646$; $\beta_1 = 20°$; $\beta_2 = 16°$; *1* — rezultatele de calcul ; *2* — date experimentale.

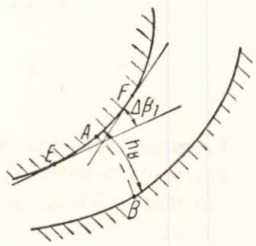


Fig. 2. — Determinarea razei de curbură medie.

După determinarea curburii medii s-a recalculat distribuţia de viteze pe conturul profilului paletei, iar rezultatele obţinute sînt trasate în figura 3. Se constată o micşorare a diferenţelor dintre datele de calcul şi cele

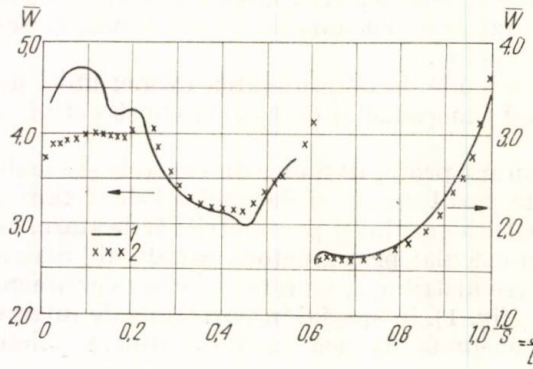


Fig. 3. — Distribuţia de viteze pe conturul profilului T_1 pentru : $w_1 = 50$ m/s ; $\bar{t} = 0{,}646$; $\beta_1 = 20°$; $\beta_2 = 16°$; *1* — rezultatele de calcul cu introducerea corecţiei pentru razele de curbură ; *2* — date experimentale.

experimentale în zona $\bar{s} = 0{,}05 \ldots 0{,}35$.

Unghiul de ieşire a curentului din reţea se determină cu relaţia [1], [4]

$$\beta_{2t} = \arcsin \frac{m \cdot a_2}{t},$$

iar canalul la ieşire din reţea s-a construit prin prelungirea fibrei medii a profilului sub unghiul β_{2t}.

În realitate, la ieșire din rețea, secțiunea de trecere a fluidului crește, curentul se destinde, deci unghiul $\beta_2 > \beta_{2t}$. Datele experimentale existente indică valorile $\beta_2 = \beta_{2t} + (2 \ldots 4)°$; de aceea s-a construit canalul dintre paletele la ieșire din rețea sub unghiul $\beta_2 = \beta_{2t} + 3°$. Noua distribuție de viteze obținută pe conturul profilului T_1 (fig. 4) se apropie sensibil de datele experimentale în limitele $\bar{s} = 0 \ldots 0{,}2$.

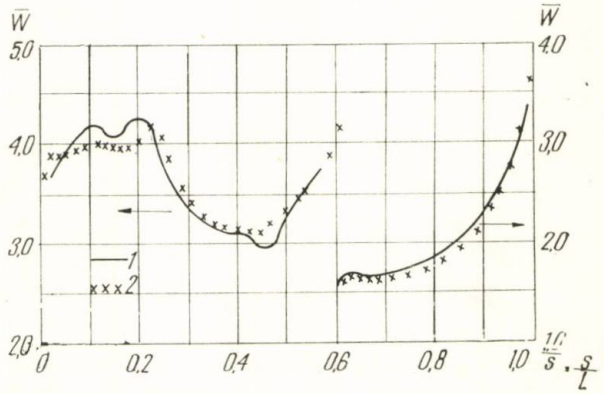


Fig. 4. — Distribuția vitezelor pe conturul profilului T_1 pentru: $w_1 = 50$ m/s; $\bar{t} = 0{,}646$; $\beta_1 = 20°$; $\beta_2 = 19°$; *1* — rezultatele de calcul cu introducerea corecției pentru razele de curbură și pentru unghiul de ieșire a curentului din rețea; *2* — date experimentale.

Mărirea preciziei de determinare a distribuției vitezelor în canal se poate realiza dacă se determină forma uneia din liniile de curent intermediare, de exemplu a liniei de curent care împarte în părți egale debitul ce curge prin canal. În acest caz, raportul dintre adîncimea fiecărui canal și raza de curbură a pereților canalului se micșorează aproximativ de două ori, ceea ce conduce la mărirea preciziei de construcție a liniilor echipotențiale.

Dacă:

W_A, W_B sînt vitezele pe extradosul, respectiv intradosul profilului la capetele unei linii echipotențiale de lungime h_B;

h_C este distanța măsurată de-a lungul liniei echipotențiale AB de la peretele canalului pînă la linia de curent ce împarte debitul care traversează canalul în două părți egale, atunci ecuația liniei de curent medii este

$$\frac{h_C^2}{h_B}(W_B - W_A) + 2W_A h_C - \left[W_A h_B + \frac{h_B}{2}(W_B - W_A)\right] = 0,$$

ca rezultat al ipotezei de variație liniară a vitezei de-a lungul lui h.

Curbura liniei de curent medii trebuie să fie astfel aleasă, încît viteza în fiecare punct al acestei linii să fie identică la calcul distribuției vitezelor în cele două canale I și II (fig. 5), așa încît $W'_C = W''_C$.

Întrucît se cunoaște și curbura liniei de curent medii, se poate efectua calculul distribuției vitezelor în cele două canale; valorile obținute au fost trasate în figura 6. Curba obținută teoretic realizează, după cum se putea prevedea, o apropiere foarte bună de datele experimentale în zona de curbură maximă a canalului, adică la $\bar{s} = 0{,}4 \ldots 0{,}6$.

Totuși, cu toate corecțiile enumerate, figura 6 arată că mai există încă diferențe între distribuția calculată a vitezelor și datele experimentale. Aceste diferențe se amplifică pe măsura creșterii vitezei de intrare a flu-

idului în reţea şi afectează în principal curgerea la bordul de atac şi de fugă ; de aceea în continuare se va urmări precizarea mai corectă a liniei de curent-limită la bordurile de atac şi de fugă.

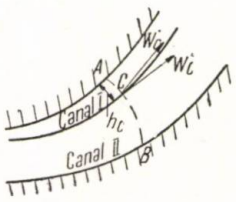


Fig. 5. — Construcţia liniei de curent medii.

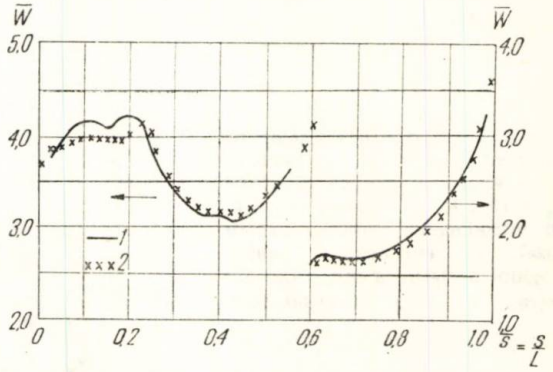


Fig. 6. — Distribuţia vitezelor pe conturul profilului T_1 pentru : $w_1 = 50$ m/s ; $i = 0{,}646$; $\beta_1 = 20°$; $\beta_2 = 19°$; *1* — rezultate de calcul cu introducerea corecţiei pentru razele de curbură, pentru unghiul de ieşire a curentului din reţea şi pentru lăţimea mare a canalului ; *2* — date experimentale.

Liniile de curent AB şi HI (fig. 7) se curbează în apropierea bordurilor de atac şi de fugă ale profilului ; curbura lor este influenţată de pasul reţelei, de circulaţia vitezei, de regimul de curgere etc. În urma analizei

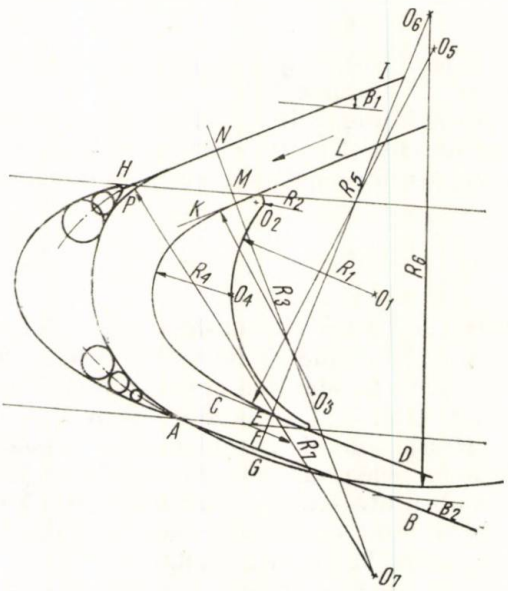


Fig. 7. — Construcţia canalului dintre palete în exteriorul reţelei.

spectrelor liniilor de curent vizualizate, prezentate în literatură, se propune următoarea construcţie a canalului în exteriorul profilului :

La ieșirea din rețea se duce dreapta $\overline{AB}$ sub unghiul β_2 în continuarea fibrei medii a profilului; paralel cu dreapta $\overline{AB}$ se trasează dreapta $\overline{CD}$, tangentă la extradosul profilului vecin (fig. 7). În punctul E se ridică o perpendiculară pe tangenta $\overline{CD}$, care taie dreapta $\overline{AB}$ în punctul F. Cu centrul pe normala $\overline{EF}$ și cu raza $R_6 = R_5 + 2\,\overline{EF}$, se duce un arc de cerc tangent interior la bordul de fugă al profilului.

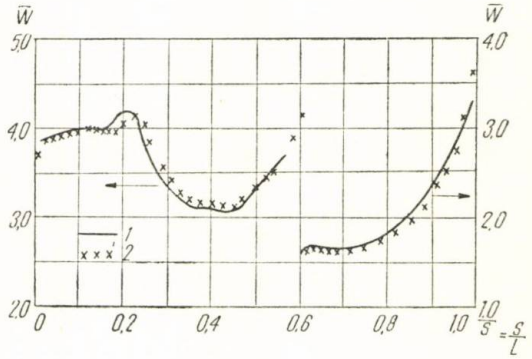


Fig. 8. — Distribuția vitezelor pe conturul profilului T_1 pentru : $w_1 = 50$ m/s ; $\bar{t} = 0{,}646$; $\beta_1 = 20°$; *1* — rezultate de calcul ; *2* — date experimentale.

Arcul de cerc AG obținut constituie limita exterioară a canalului dintre palete ; el aproximează mai bine forma liniei de curent-limită în exteriorul rețelei în comparație cu dreapta $\overline{AB}$, deoarece, la viteze subsonice mari, liniile de curent au o alură asemănătoare cu forma corpului în jurul căruia are loc curgerea [5]. Cum la ieșirea din rețea fluidul curge de-a lungul unui perete curbiliniu (extradosul profilului), curbura liniilor de curent va fi apropiată de cea a extradosului profilului.

La intrarea în rețea se prelungește fibra medie a profilului prin dreapta $\overline{HI}$ sub unghiul β_1 ; se duce dreapta $\overline{KL}$ paralelă cu $\overline{HI}$ și tangentă la extradosul profilului în punctul M.

Normala în punctul M la dreapta $\overline{KL}$ determină pe dreapta $\overline{HI}$ punctul N. Se duce un arc de cerc cu centrul pe dreapta $\overline{MN}$ care să treacă prin punctul N și să fie tangent la intradosul paletei ; se obține arcul NP, care constituie limita canalului dintre palete în exteriorul rețelei la bordul de atac.

Prin construcția adoptată se modifică lungimea liniilor echipotențiale trasate în canalul dintre palete, ceea ce duce la o nouă distribuție a vitezelor pe conturul profilului T_1 studiat, prezentată în figura 8. Se constată că valorile calculate coincid în bune condiții cu datele experimentale.

Pe baza metodei elaborate de construire a canalului dintre palete în exteriorul rețelei s-a analizat pînă la ce viteze de intrare ale fluidului în rețea obținem distribuții de viteze care să coincidă satisfăcător cu datele experimentale. În acest scop s-a elaborat un program de calcul la realizarea căruia s-a utilizat calculatorul electronic numeric IRIS—50.

Datele de calcul obținute pentru diverse regimuri de curgere au fost reprezentate în figura 9 ; comparate cu datele experimentale existente în literatură [6], se poate constata că metoda propusă are o precizie satis-

făcătoare pînă la viteze $w_1 \cong 200$ m/s ($M_1 \cong 0{,}6$), ceea ce conduce în secţiunea de ieşire din reţea la valori $M_2 \cong 0{,}85 \ldots 0{,}9$, regimuri care acoperă o gamă largă de cazuri practice.

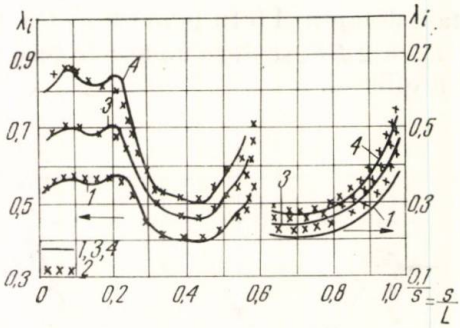


Fig. 9. — Distribuţia vitezelor pe conturul profilului T_1 pentru: *1* — $w_1 = 130$ m/s; $\bar{t} = 0{,}67$; $\beta_1 = 20°$; *2* — — date experimentale: *3* — $w_1 = 155$ m/s; $\bar{t} = 0{,}67$; $\beta_1 = 20°$; *4* — $w_1 = 175$ m/s; $\bar{t} = 0{,}67$; $\beta_1 = 20°$.

Întrucît din motive tehnologice numeroase profile de palete se construiesc din arce de cerc racordate între ele, metoda expusă poate fi comod utilizată fără a prezenta calcule ancombrante şi anevoioase, precizia metodei fiind satisfăcătoare în majoritatea cazurilor.

BIBLIOGRAFIE

1. А. Н. Шерстюк, *Расчет течений в элементах турбомашин*, Москва, Издательство „Машиностроение", 1967.
2. М. Е. Дейч, Г. С. Самойлович, *Основы аэродинамики осевых турбомашин*, Москва, „Машгиз", 1959.
3. V. Pimsner, S. Stefan, *Über eine Bestimmungsmethode der Energieverluste in geraden konvergenten röhrförmigen Schaufelgittern*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotehn. et Energ, Bucarest, **17**, *4*, 711—722 (1972).
4. М. Е. Дейч, *Техническая газодинамика*, Москва—Ленинград, „Госэнергоиздат", 1961.
5. W. Albring, *Angewandte Stromungslehre*, Dresda, Theodor Steinkopff, 1966.
6. Е. А. Гукасова, М. И. Жуковский, А. М. Завадовский, Л. М. Зысина-Моложен, Н. А. Скнарь, В. Г. Тырышкин, *Аэродинамическое совершенствование лопаточных аппаратов паровых и газовых турбин*, Москва—Ленинград, „Госэнергоиздат", 1960.

STUDIU PENTRU ALEGEREA UNGHIURILOR OPTIME ALE PROFILELOR DE PALETE MOBILE DIN TURBINELE ENERGETICE CU ABUR ŞI CU GAZE

FL. ALEXE

621.438

Se propune o metodă pentru alegerea unghiurilor de intrare şi de ieşire din paletele mobile ale turbinelor energetice cu abur şi cu gaze, astfel încît să se realizeze o valoare maximă a randamentului util al treptelor de presiune. S-a elaborat un model matematic de determinare a unghiurilor optime teoretic, s-au rezolvat o serie de cazuri şi, comparînd rezultatele teoretice cu valorile-limită din punctul de vedere al evazării, se trag unele concluzii.

1. INTRODUCERE. GENERALITĂŢI

Alegerea profilelor de palete pentru turbinele cu abur şi cu gaze se face, în general, pe baza unor ample studii teoretice şi experimentale, urmărindu-se ca profilul ales să permită în acelaşi timp obţinerea unui randament intern al turbinei ridicat, o prelucrare uşoară a profilelor şi a altor părţi din turbină şi un consum de metal scăzut.

Un rol important în forma şi caracteristicile profilelor de palete mobile îl joacă unghiurile de intrare şi de ieşire din palete. Lucrarea de faţă este un studiu teoretic care propune o metodă de alegere a unghiurilor astfel încît să se îmbine avantajele funcţionale cu cele constructive.

2. ALEGEREA UNGHIULUI DE INTRARE ÎN PALETELE MOBILE

Fie o treaptă de presiune oarecare dintr-o turbină cu abur sau cu gaze. Se presupun cunoscute datele principale ale treptei:

h_0 — energia reziduală recuperată de la treapta precedentă;
h_a — căderea de entalpie în ajutajele treptei;
h_p — căderea de entalpie în paletele treptei;
n — turaţia de lucru a turbinei (la turbinele energetice turaţia

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 4, p. 875–890, 1973

de lucru este constantă);
d — diametrul mediu al treptei;
φ — coeficientul de pierderi în ajutajele treptei;
μ — coeficientul de recuperare a energiei reziduale;
α_1 — unghiul de înclinare a ajutajelor.

Valoarea optimă a unghiului de intrare în palete β_{1p} va fi o funcţie de direcţia de intrare a aburului în paletele mobile, fiind impusă de forma triunghiului de intrare al diagramei de viteze a treptei (fig. 1). Pentru valorile date ale lui φ, h_0 şi h_a avem viteza de ieşire a aburului $c_1 = 91{,}5\varphi\sqrt{h_0 + h_a}$. Direcţia vectorului c_1 este dată de unghiul α_1. La valorile date d_1 şi n, valoarea vitezei tangenţiale a paletelor $u = \dfrac{\pi dn}{60}$ va fi impusă.

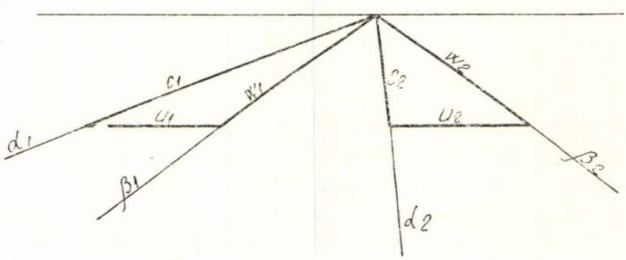


Fig. 1. — Forma generală a diagramei de viteze pentru o treaptă de presiune oarecare.

Rezultă că unghiul β_1 este o mărime impusă. Pentru a evita pierderile prin şoc la intrarea în palete, unghiul optim de intrare în paletele mobile ar trebui să fie $\beta_{1p} = \beta_1$. O asemenea soluţie conduce însă la o creştere bruscă a pierderilor prin şoc la sarcini parţiale ale treptei cînd c_1 şi w_1 scad, iar β_1 creşte, astfel încît devine $\beta_1 > \beta_{1p}$. Pentru a evita acest fenomen, unghiul de intrare în palete se alege mai mare decît valoarea lui β_1 la regim nominal, cu 3—5° ($\beta_{1p} = \beta_1 + 3 \ldots 5°$) [1].

3. MODEL MATEMATIC DE STUDIU PENTRU DETERMINAREA UNGHIULUI OPTIM TEORETIC DE IEŞIRE DIN PALETELE MOBILE

Neglijînd considerentele de evazare, se poate alege pentru unghiul de ieşire din palete $\beta_{2p} = \beta_2$ orice valoare cuprinsă între 0 şi 90°. Teoretic, valoarea optimă a acestui unghi va fi aceea pentru care randamentul util al treptei are valoarea maximă. Se va porni de la expresia randamentului util:

$$\eta_u = \frac{h_u}{h_0 + h_a + h_p - \mu\Delta h_c}, \qquad (1)$$

în care h_u este căderea utilă de entalpie pe treaptă şi Δh_c pierderea de energie reziduală.

Se observă că în expresia randamentului apar, atît la numărător, cît şi la numitor, mărimi a căror valoare va fi afectată de modificarea lui β_2. Considerînd celelalte mărimi invariante, se va căuta să se scrie randamentul util ca o funcţie de β_2 şi se va obţine maximul acestei funcţii, punînd condiţia ca derivata întîia a funcţiei după β_2 să se anuleze.

Expresia (1) fiind un raport, derivata sa va fi

$$\frac{d\eta_u}{d\beta_2} = \frac{\frac{dh_u}{d\beta_2}(h_0 + h_a + h_c - \mu\Delta h_c) - h_u \frac{d(h_0 + h_a + h_p - \mu\Delta h_c)}{d\beta_2}}{(h_0 + h_a + h_p - \mu\Delta h_c)^2}. \tag{2}$$

Pentru ca această derivată să se anuleze, trebuie ca

$$\frac{dh_u}{d\beta_2}(h_0 + h_a + h_p - \mu\Delta h_c) = h_u \frac{d(h_0 + h_a + h_c - \mu\Delta h_c)}{d\beta_2}. \tag{3}$$

Ştiind că

$$h_u = \frac{u\Sigma w_u}{4190} = \frac{u_1 \cdot w_{u1}}{4190} + \frac{u_2 w_{u2}}{4190}, \tag{4}$$

observăm că în această funcţie numai termenul al doilea va depinde de β_2. Vom avea deci

$$\frac{dh_u}{d\beta_2} = \frac{u}{4190} \cdot \frac{dw_{u2}}{d\beta_2} = \frac{u}{4190} \cdot \frac{d(w_2 \cos\beta_2)}{d\beta_2}. \tag{5}$$

Viteza la ieşire din paletele mobile (w_2) se înlocuieşte cu valoarea

$$w_2 = 91{,}5\ \psi \sqrt{h_p + \frac{w_1^2}{8380}}, \tag{6}$$

în care coeficientul de pierderi în palete se poate scrie

$$\psi = k_l\ k_w\ k_\beta,$$

unde

k_l este un coeficient care depinde de înălţimea canalelor de curgere,
k_w — un coeficient care depinde de viteza de curgere în canale,
k_β — un coeficient funcţie de suma unghiurilor de intrare şi de ieşire din palete şi de gradul de reacţiune.

Astfel relaţia (5) devine

$$\frac{\mathrm{d}h_u}{\mathrm{d}\beta_2} = \frac{u\, k_l\, k_w \sqrt{h_p + \dfrac{w_1^2}{8380}}}{45{,}7} \left(\frac{\mathrm{d}k_\beta}{\mathrm{d}\beta_2} \cos\beta_2 - k_\beta \sin \beta_2 \right). \qquad (5')$$

Pentru a obţine expresia derivatei numitorului funcţiei (1), vom observa că în aceasta numai $\mu\Delta h_c$ este funcţie de β_2. Putem scrie deci

$$\frac{\mathrm{d}(h_0 + h_a + h_p - \mu\Delta h_c)}{\mathrm{d}\beta_2} = - \mu \frac{\mathrm{d}(\Delta h_c)}{\mathrm{d}\beta_2}. \qquad (7)$$

Scriind pe Δh_c sub forma

$$\Delta h_c = h_0 + h_a + h_p - \Delta h_a - \Delta h_p - h_u, \qquad (8)$$

vom avea

$$\frac{\mathrm{d}(h_0 + h_a + h_p - \mu\Delta h_c)}{\mathrm{d}\beta_2} = - \mu \frac{\mathrm{d}(\Delta h_c)}{\mathrm{d}\beta_2} = \mu \left(\frac{\mathrm{d}h_u}{\mathrm{d}\beta_2} + \frac{\mathrm{d}(\Delta h_p)}{\mathrm{d}\beta_2} \right). \qquad (7')$$

Pierderea în palete se poate scrie sub forma

$$\Delta h_p = (1 - \psi^2) \left(h_p + \frac{w_1^2}{8380} \right) = (1 - k_l^2\, k_w^2\, k_\beta^2) \left(h_p + \frac{w_1^2}{8380} \right), \qquad (9)$$

derivata ei fiind deci

$$\frac{\mathrm{d}(\Delta h_p)}{\mathrm{d}\beta_2} = - 2k_l^2\, k_w^2\, k_\beta \frac{\mathrm{d}k_\beta}{\mathrm{d}\beta_2} \left(h_p + \frac{w_1^2}{8380} \right). \qquad (10)$$

Introducînd pe (5') şi pe (10) în (7'), aceasta devine

$$\frac{\mathrm{d}(h_0 + h_a + h_p - \mu\Delta h_c)}{\mathrm{d}\beta_2} = \mu \left[\frac{u\, k_l\, k_w \sqrt{h_p + \dfrac{w_1^2}{8380}}}{45{,}7} \left(\frac{\mathrm{d}(k_\beta \cos\beta)}{\mathrm{d}\beta_2} \right) - \right. \qquad (7'')$$

$$\left. - 2k_l^2\, k_w^2\, k_\beta \frac{\mathrm{d}k_\beta}{\mathrm{d}\beta_2} \left(h_p + \frac{w_1^2}{8380} \right) \right].$$

Cu înlocuirile (5') şi (7''), relaţia (3) se transformă în

$$\mu\eta_u = \frac{\dfrac{u\,k_l\,k_w\sqrt{h_p + \dfrac{w_1^2}{8380}}}{45{,}7}\left(\dfrac{\mathrm{d}k_\beta}{\mathrm{d}\beta_2}\cos\beta_2 - k_\beta\sin\beta_2\right)}{\dfrac{k_l\,k_w\sqrt{h_p + \dfrac{w_1^2}{8380}}}{45{,}7}\left[u\cdot\dfrac{\mathrm{d}(k_\beta\cos\beta_2)}{\mathrm{d}\beta_2} - 91{,}5\,k_l\,k_\beta\,k_w\sqrt{h_p + \dfrac{w_1^2}{8380}}\,\dfrac{\mathrm{d}k_\beta}{\mathrm{d}\beta_2}\right]}. \tag{3'}$$

Efectuînd simplificările şi înmulţind cu (—1) la numitor şi la numărător, vom obţine

$$\mu\,\eta_u = \frac{u\left(k_\beta\sin\beta_2 - \dfrac{\mathrm{d}k_\beta}{\mathrm{d}\beta_2}\cos\beta_2\right)}{u\left(k_\beta\sin\beta_2 - \dfrac{\mathrm{d}k_\beta}{\mathrm{d}\beta_2}\cos\beta_2\right) + w_2\dfrac{\mathrm{d}k_\beta}{\mathrm{d}\beta_2}}. \tag{3''}$$

Pentru a matematiza complet formula (3'') vom avea nevoie de expresia matematică a lui k_β. Ştiind că forma de variaţie a lui k_β funcţie de suma $(\beta_1 + \beta_2)$ este conform celei din figura 2 [1], se vor aproxima cele două curbe prin parabole de gradul II astfel:

— curba inferioară pentru trepte cu acţiune şi reacţiune mică, de la $\beta_1 + \beta_2 = 0{,}6$ rad la $\beta_1 + \beta_2 = 1{,}2$ rad;

— curba superioară pentru trepte cu reacţiune mare, de la $\beta_1 + \beta_2 = 1$ rad la $\beta_1 + \beta_2 = 2$ rad.

Pentru fiecare curbă s-au efectuat cîte trei citiri în diagrama din figura 2, iar rezultatele s-au trecut în tabelele de mai jos:

Tabela 1

$\beta_1+\beta_2$ (rad)	0,6	0,9	1,2
$k_\beta^{act.}$	0,825	0,869	0,899

Tabela 2

$\beta_1 + \beta_2$ (rad)	1	1,5	2
$k_\beta^{react.}$	0,8985	0,9325	0,9475

Forma generală a funcţiei k_β va fi

$$k_\beta = k_1 + k_2(\beta_1 + \beta_2) + k_3\,(\beta_1 + \beta_2)^2. \tag{11}$$

Punînd condiţiile ca această ecuaţie generală să verifice punctele din tabelele 1 şi 2, vom obţine

$$k_\beta^{act.} = 0{,}6874 + 0{,}2842\,(\beta_1 + \beta_2) - 0{,}0917\,(\beta_1 + \beta_2)^2, \tag{11'}$$

$$k_\beta^{react.} = 0{,}7726 + 0{,}1645\,(\beta_1 + \beta_2) - 0{,}0386\,(\beta_1 + \beta_2)^2. \tag{11''}$$

Aceste expresii se vor deriva după β_2 astfel:

$$\frac{dk_\beta^{act.}}{d\beta_2} = 0{,}2842 - 0{,}1834\ (\beta_1 + \beta_2), \tag{12}$$

$$\frac{dk_\beta^{react.}}{d\beta_2} = 0{,}1645 - 0{,}0772\ (\beta_1 + \beta_2). \tag{12'}$$

Introducînd expresiile (11'), (11'') şi (12), (12') în relaţia (3''), se obţine o ecuaţie complicată, care conţine polinoame şi funcţii trigonometrice şi care se poate rezolva numai prin încercări.

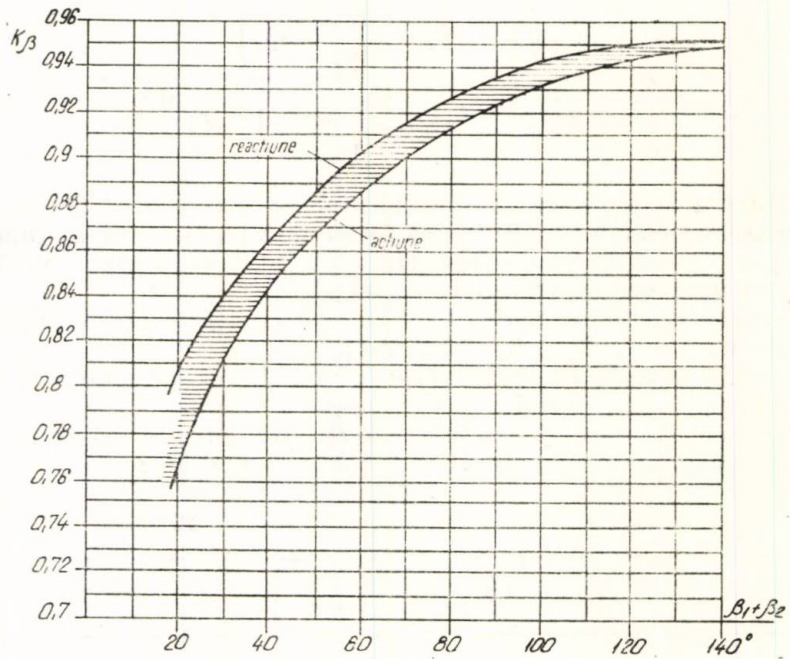


Fig. 2. — Valorile coeficientului k_β în funcţie de suma $\beta_1 + \beta_2$.

4. CAZURI CONCRETE PENTRU CARE S-A DETERMINAT PRIN CALCUL VALOAREA UNGHIULUI OPTIM TEORETIC DE IEŞIRE DIN PALETELE MOBILE

4.1. TREPTE FĂRĂ RECUPERAREA ENERGIEI REZIDUALE ($\mu = 0$)

Înlocuind în ecuaţia (3'') $\mu = 0$, aceasta devine

$$k_\beta \sin\beta_2 - \frac{dk_\beta}{d\beta_2} \cos\beta_2 = 0 \tag{13}$$

sau

$$k_\beta \sin\beta_2 = \frac{dk_\beta}{d\beta_2} \cos\beta_2. \qquad (13')$$

Se observă că în acest caz valoarea optimă a unghiului β_2 va fi funcție implicită numai de β_1 prin intermediul lui k_β, care este funcție de $(\beta_1 + \beta_2)$. Pentru rezolvare se vor admite valori constante ale lui β_1 și se vor calcula valorile lui β_2, care satisfac relația de mai sus.

Împărțind forțat relația (13'), aceasta devine

$$\frac{\frac{dk_\beta}{d\beta_2}}{k_\beta} = \operatorname{tg}\beta_2. \qquad (14)$$

Sub această formă, în care înlocuim relațiile (11'), (11'') și (12), (12'), ecuația se va rezolva prin metoda grafică. Rezolvînd astfel cîteva cazuri, se constată că domeniul de valori ale rezultatelor este $\beta_2 < 0{,}25$ rad. Aceasta simplifică rezolvarea ecuației, întrucît putem admite $\operatorname{tg}\beta_2 = \beta_2$ fără a afecta precizia rezultatului. În acest caz, ecuația (14) se transformă într-o ecuație algebrică de gradul III, ușor rezolvabilă. Valorile unghiului optim teoretic de ieșire din paletele mobile pentru trepte cu acțiune și cu reacțiune, fără recuperarea energiei reziduale, sînt trecute în tabelele de mai jos :

Tabela 3

β_1 (rad)	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$\beta_2^{act.\ optim}$ (rad)	0,233	0,204	0,172	0,169	0,163

Tabela 4

β_1 (rad)	0,6	0,8	1	1,2	1,4
$\beta_2^{react.\ optim}$ (rad)	0,116	0,1003	0,0893	0,0719	0,0532

Ținînd cont că $\beta_{1p} = \beta_1 + 3 \cdots 5°$ și că $\beta_{2p} = \beta_2$ și făcînd transformarea unghiurilor din radiani în grade, trecem rezultatele din aceste tabele în diagrama din figura 3.

Se remarcă faptul că valorile optime teoretic pentru β_2 sînt mult mai mici decît β_1 și scad odată cu creșterea acestuia.

Deoarece în cazul treptelor fără recuperare a energiei reziduale numitorul expresiei randamentului util este o constantă, maximul funcției va

corespunde cu maximul numărătorului. Rezultă că valorile optime din diagrama din figura 3 vor permite obținerea unei căderi utile maxime pe treaptă.

Aceste valori vor corespunde deci și unui minim de consum de metal; întrucît căderea utilă pe treaptă este maximă, numărul de trepte din turbină și volumul turbinei vor fi minime.

4.2. TREPTE CU REACȚIUNE REDUSĂ CU RECUPERARE A ENERGIEI REZIDUALE

Dată fiind imposibilitatea unei soluții matematice generalizatoare pentru $\mu \neq 0$, se va rezolva ecuația (3'') pentru o serie de cazuri concrete de trepte de turbină, alese cît mai reprezentativ. Se vor studia treptele cu reacțiune redusă ($\rho \leqslant 0{,}15$) cu coeficientul de recuperare a energiei $\mu = 0{,}9$;

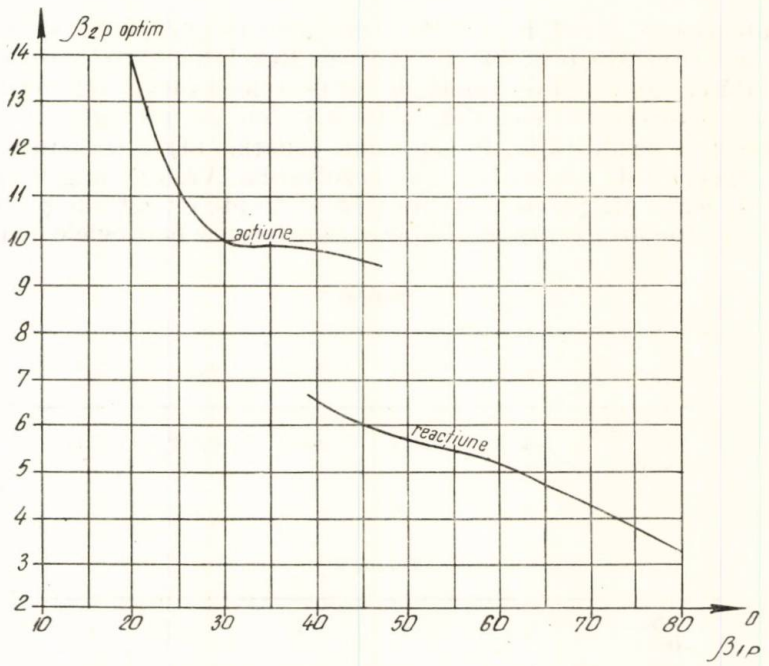


Fig. 3. — Valoarea optimă teoretic a unghiului de ieșire din palete în funcție de unghiul de intrare pentru trepte fără recuperare de energie ($\mu = 0$).

treptele cu $\mu = 0{,}5$ vor constitui cazuri intermediare între 4.1 ($\mu = 0$) și cazul de față ($\mu = 0{,}9$). Se vor lua două diametre medii ale treptelor ($d = 0{,}6$; $0{,}75$), pentru fiecare dintre aceste diametre propunîndu-se lungimi de paletă de la 10 mm pînă la $\frac{d}{12{,}5}$ (m) din 10 în 10 mm (se consideră ca lungime maximă a paletei $1 = \frac{d}{12{,}5}$ pentru ca $\frac{l_p}{d} \leqslant 0{,}08$ și $\rho \leqslant 0{,}15$).

În toate cazurile se consideră $n = 3\,000$ rot/min şi $\alpha_1 = 11°30'$. Raportul de viteze se va lua $x = (0{,}8;\ 0{,}85;\ 0{,}9,\ 0{,}95)\ x_{opt}$. Rezolvarea s-a făcut pe un ordinator IBM—360 cu ajutorul unui program de tipul celui de mai jos *).

Organigrama simplificată de rezolvare se reprezintă în figura 4, iar rezultatele obţinute sînt trecute în tabela 5.

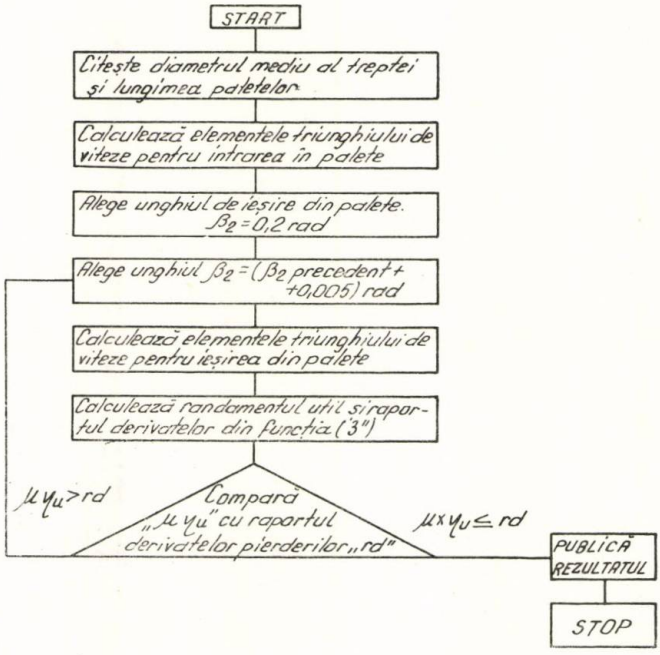


Fig. 4. — Organigrama simplificată a programului de rezolvare a ecuaţiei (3").

Dacă programăm ordinatorul să tipărească fiecare iteraţie, se poate observa că randamentul util este foarte puţin influenţat de valoarea unghiului β_2. Pentru a arăta acest fapt s-a trecut în tabela 5 şi valoarea unghiului β_2 minim randament, considerînd acest unghi ca fiind acela pentru care randamentul util este afectat cu mai puţin de 1% faţă de randamentul obţinut la valoarea optimă a unghiului de ieşire.

Rezultatele obţinute sînt foarte diferite de cele de la cazul anterior. Putem spune chiar că se obţin rezultate aparent neaşteptate, întrucît valoarea optimă teoretic a unghiului de ieşire este $\beta_2 > \beta_1$, deşi căderea utilă pe treaptă h_u avea maximul la valori $\beta_2 < \beta_1$. Acest rezultat se explică prin faptul că la valori mici şi medii ale lui β_2 căderea utilă scade mai încet decît creşte raportul $\dfrac{1}{h_0 + h_a + h_p - \mu\Delta h_c}$, astfel încît produsul lor are optimul

*) Programul pentru calculator a fost alcătuit în colaborare cu ing. Dan Deheleanu, cercetător la CEPECA.

```
005 FORTRAN IV 36.N-FC-479 3-5          MAINPGM          DATE    12/12/72      TIME     15.28.44      PAGE 0001

0001                  DOUBLE PRECISION D,HPL,RLD,CHPL,HP,GR,RV,HA,CI,VI,CV,UI,SU,CU,
                     *DCU,HT,RD,UAE,UE,PR
0002                  READ(1,1)D,HPL
0003                1 FORMAT(2X,F4.2,2X,F4.2)
0004                  UE=157*D
0005                  RLD=HPL/D
0006                  CHPL=1-2.0.16/HPL
0007                  GR=1-(1-RLD)*(1-RLD)
0008                  DO 10 I=1,4
0009                  RV=0.49*(1-0.05*I)/(1-GR)
0010                  HA=3.2*D*D/(RV*RV)
0011                  HP=HA*GR/(1-GR)
0012                  HT=HA+HP
0013                  CI=87.8*DSQRT(HA)
0014                  VI=DSQRT(0.64*CI*CI+(0.98*CI-U)*(0.98*CI-U))
0015                  CV=1.04-0.0.085*VI
0016                  UI=DARSIN(0.2*CI/VI)
0017                  DO 20 J=1,500
0018                  UE=0.2+0.0.5*J
0019                  SU=UI+UE
0020                  CU=0.6874+0.2842*SU-0.917*SU*SU
0021                  DCU=0.2842-0.1834*SU
0022                  VE=91.5*CHPL*CV*CU*DSQRT(HP+VI*VI/838.)
0023                  PR=((VE*DSIN(UE))*(VE*DSIN(UE))+(VE*DCOS(UE)-U)*(VE*DCOS(UE)-U))/8
                     *38.
0024                  RU=U*(VI*DCOS(UI)+VE*DCOS(UE))/(419.*(HT-0.9*PR))
0025                  RD=U*(CU*DSIN(UE)-DCU*DCOS(UE))/(U*(CU*DSIN(UE)-DCU*DCOS(UE))+VE*D
                     *CU)
0026                  ITER=J
0027                  UAE=DARSIN(VE*DSIN(UE)/91.5*DSQRT(PR))
0028                  WRITE(3,2) ITER,D,HPL,RLD,GR,RV,UI,UE,RU,UAE
0029                2 FORMAT(' ','ITER=',I3,3X,'D=',F5.4,3X,'HPL=',F6.4,3X,'RLD=',F6.4,3
                     *X,'GR=',F6.4,3X,'RV=',F6.4,3X,'UI=',F6.4,3X,'UE=',F6.4,3X,'RU=',F6
                     *.4,3X,'UAE=',F6.4)
0030                  IF(0.9*RU-RD)1.0,1.0,2
0031                2 CONTINUE
0032                1 CONTINUE
0033                  STOP
0034                  END
```

Programul de calcul.

Tabela 5

D (m)	1_p (cm)	x/x_{opt}											
		0,95			0,9			0,85			0,8		
		β_1	β_2^{opt}	β_2^{min}	β_1	β_2^{opt}	β_2^{min}	β_1	β_2^{opt}	β_2^{min}	β_1	β_2^{opt}	β_2^{min}
0,6	1	0,3814	0,47	<0,2	0,3645	0,485	<0,2	0,3491	0,5	0,215	0,3349	0,515	0,23
0,6	2	0,3933	0,51	0,215	0,3749	0,53	0,245	0,3581	0,55	0,265	0,3426	0,565	0,29
0,6	3	0,4066	0,525	0,235	0,3864	0,545	0,26	0,3680	0,565	0,285	0,3525	0,585	0,31
0,6	4	0,4213	0,525	0,245	0,3987	0,55	0,265	0,3792	0,57	0,295	0,3607	0,59	0,32
0,6	5	0,4387	0,525	0,25	0,4138	0,55	0,27	0,3915	0,57	0,3	0,3713	0,59	0,325
0,75	1	0,3791	0,47	<0,2	0,3626	0,485	<0,2	0,3474	0,5	0,21	0,3334	0,51	0,225
0,75	2	0,3884	0,515	0,215	0,3706	0,53	0,24	0,3544	0,55	0,27	0,3394	0,565	0,295
0,75	3	0,3984	0,525	0,235	0,3794	0,545	0,26	0,3619	0,565	0,285	0,3461	0,585	0,315
0,75	4	0,4091	0,53	0,245	0,3892	0,55	0,265	0,3702	0,57	0,29	0,3543	0,59	0,32
0,75	5	0,4203	0,53	0,25	0,403	0,55	0,27	0,3807	0,57	0,295	0,3662	0,59	0,325
0,75	6	0,4326	0,53	0,25	0,419	0,55	0,27	0,3926	0,57	0,3	0,3768	0,59	0,325

la valori mari ale lui β_2 (fig. 5).

Cu ajutorul figurii 5 putem deduce că valoarea optimă a unghiului β_2 creşte aproape liniar cu coeficientul de recuperare a energiei reziduale, astfel încît pentru $\mu = 0{,}5$ se vor obţine valori ale unghiului optim de ieşire din paletele mobile $\beta_2 \simeq \beta_1$.

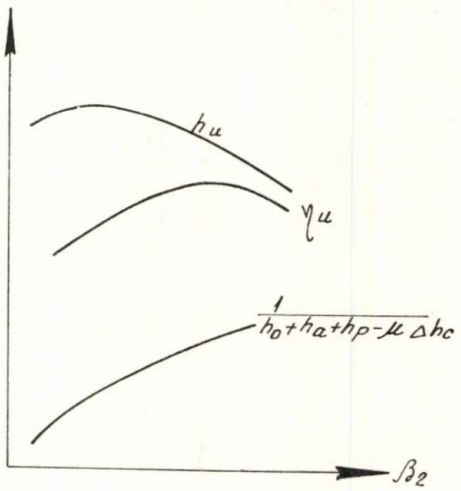


Fig. 5. — Variaţia căderii utile şi a randamentului util al treptei în funcţie de β_2 pentru trepte cu recuperare a energiei reziduale ($\mu \neq 0$).

5. INFLUENŢA UNGHIULUI DE IEŞIRE DIN PALETELE MOBILE ASUPRA EVAZĂRII VÎNEI DE ABUR ÎN CANALELE DINTRE PALETE. LIMITE RESTRICTIVE ÎN ALEGEREA UNGHIULUI

În studiul matematic de la punctul 3 şi în rezolvările de la punctul 4 am admis că pentru unghiul de ieşire din paletele mobile se poate alege orice valoare. În realitate va trebui să ţinem cont de limitele restrictive care derivă din influenţa unghiului de ieşire din palete asupra unghiului de evazare a vînei de abur în canalele dintre palete (γ_p).

Ştiind că

$$\gamma_p = \operatorname{arctg} \frac{l_{p2} - l_{p1}}{2B_p} \tag{15}$$

şi admiţînd o anumită înălţime a paletei la intrare ($l_{p1} = l_{a1} + 1 \ldots 3\text{mm}$) şi o anumită lăţime a şirului de palete B_p, înălţimea paletei la ieşire (l_{p2}) nu va putea să varieze decît într-un domeniu strict de valori pentru care se

obține o evazare admisibilă. Unghiul de evazare minim admisibil este $\gamma_p = 0$, iar cel maxim pentru abur $\gamma_p = 7°30'$.

În acest caz, domeniul de variație al lui l_{p2} va fi

$$l_{p1} \leqslant l_{p2} \leqslant l_{p1} + 2B_p \operatorname{tg} 7°30'. \tag{16}$$

Dar din ecuația de debit aplicată la ieșirea din palete se poate scrie l_{p2} ca o funcție de unghiul β_2:

$$l_{p2} = \frac{G_s\, v_2}{\pi\, d_2\, \tau_p\, w_2 \sin \beta_2}. \tag{17}$$

Înlocuind

$$\tau_p = 1 - \frac{s_p}{t_p \sin \beta_2}, \tag{18}$$

rezultă:

$$l_{p2} = \frac{G_s\, v_2}{\pi\, d_2 w_2 \left(\sin\beta_2 - \dfrac{s_p}{t_p}\right)}. \tag{17'}$$

Produsul $w_2 \cdot \left(\sin\beta_2 - \dfrac{s_p}{t_p}\right)$ este o funcție de β_2, care crește odată cu creșterea lui β_2. Aceasta înseamnă că valorii minime a lui $l_{p2}(l_{p2} = l_{p1})$ îi va corespunde o valoare limită-maximă a lui β_2 (β_2 maxim evazare) pentru care $w_2 \left(\sin\beta_2 - \dfrac{s_p}{t_p}\right) = \dfrac{G_s\, v_2}{\pi d_2\, l_{p1}}$ și, respectiv, valorii maxime a lui $l_{p2}((l_{p2} = l_{p1} + 2B_p \operatorname{tg} 7°30')$ îi va corespunde o valoare-limită minimă pentru $\beta_2(\beta_2$ minim evazare) pentru care

$$w_2 \left(\sin\beta_2 - \frac{s}{t_p}\right) = \frac{G_s\, v_2}{\pi d_2\, (l_{p_1} + 2B_p \operatorname{tg} 7°30')}.$$

În concluzie putem spune că plaja de variație a valorilor lui β_2 este restrînsă din considerente de evazare la β_2 minim evazare $\leqslant \beta_2 \leqslant \beta_2$ maxim evazare.

Raționamentele teoretice de la punctul 3 vor fi valabile numai pentru unghiuri cuprinse în acest domeniu, întrucît la valori ale lui β_2 în afara domeniului indicat apar pierderi mari de curgere și o înrăutățire bruscă a randamentului util, care nu mai respectă legea de variație dedusă mai sus.

6. CONCLUZII PRACTICE PENTRU ALEGEREA UNGHIULUI DE IEŞIRE DIN PALETELE MOBILE ALE TURBINELOR

Comparînd valorile optime teoretic pentru unghiul de ieşire din paletele mobile cu plaja de valori admisibile din considerente de evazare, se constată că limitele de evazare sînt mai puternic restrictive decît cele privitoare la randament. Diagrama din figura 6 ilustrează practic această

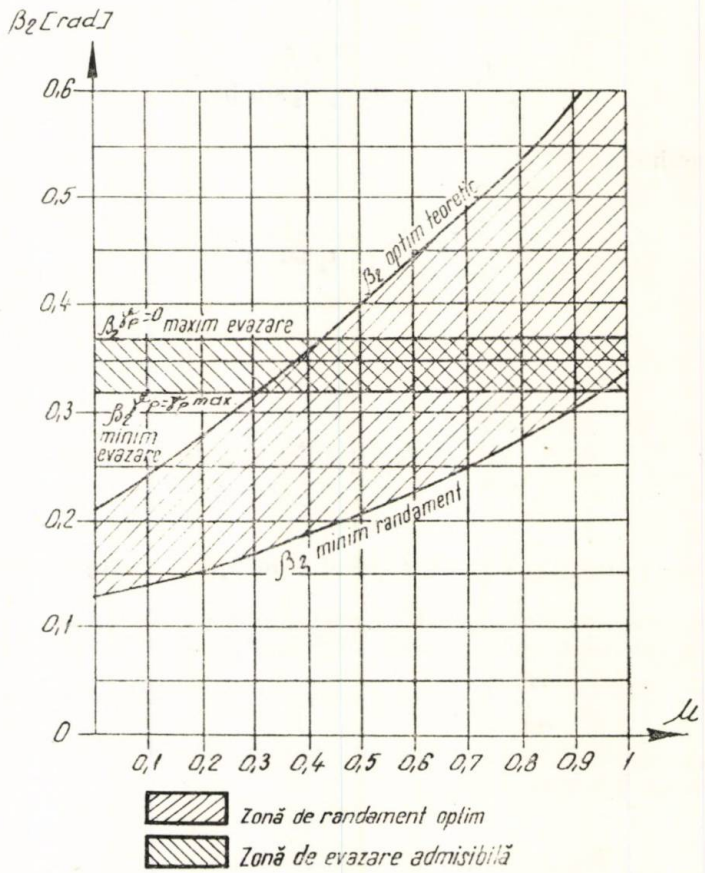


Fig. 6. — Diagramă pentru alegerea unghiului de ieşire din paletele mobile : $d = 0{,}75$ m ; $l_p = 0{,}03$ m ; $n = 3000$ rot min ; $\alpha_1 = 11°30'$; $x = 0{,}8$ x_{opt}.

afirmaţie pentru un caz dat. În mod asemănător s-ar putea trasa o astfel de diagramă pentru fiecare dintre cazurile considerate.

Se observă că zona de randament maxim şi zona de evazare admisibilă diferă, dar au totuşi o suprafaţă comună la valori medii ale coeficientului de recuperare a energiei reziduale.

Ţinînd cont de cele arătate mai sus, alegerea unghiului optim real β_2 se va face pe baza randamentului maxim posibil în condiţii de evazare admisibile astfel:

— pentru trepte fără recuperare a energiei reziduale ($\mu=0$) se alege $\beta_2 = \beta_2$ minim evazare;

— pentru trepte cu recuperare a energiei reziduale ($\mu \geqslant 0{,}5$) se alege $\beta_2 = \beta_2$ maxim evazare.

O astfel de soluţie constructivă pentru cazurile $\mu \geqslant 0{,}5$ ne conduce şi la o fabricaţie mai uşoară a paletajului prin standardizarea aceloraşi tipuri de profile pe zone largi de presiune pentru $\mu = 0{,}5$ şi $\mu = 0{,}9$. Se realizează de asemenea o prelucrare mai uşoară a paletelor şi a bandajelor pentru palete în zona de înaltă şi medie presiune.

Raţionamentul de mai sus se poate extinde şi asupra treptelor de înaltă şi medie presiune cu reacţiune ridicată, deoarece se observă că β_2 optim teoretic are o tendinţă de creştere cu gradul de reacţiune. În acest caz, valoarea aleasă pentru β_2 va fi mult mai mică decît valoarea optimă teoretică; menţionăm că în cazul $\rho = 0{,}5$ se alege din considerente constructive $\beta_2 = \alpha_1$.

La alegerea unghiului de ieşire din paletele mobile pentru treptele de joasă presiune cu reacţiune mare, trebuie să se ţină cont de necesitatea unei rapide creşteri a secţiunii de trecere a aburului prin creşterea diametrului şi a înălţimii canalelor de curgere, în acest caz fiind necesară o evazare continuă a vînei de abur.

Totuşi, se recomandă ca, în limita posibilităţilor, şi la aceste trepte să se păstreze constantă lungimea paletelor, făcînd salturile de înălţime a canalelor de curgere numai la ajutaje.

Notaţii

h — diferenţă sau cădere de entalpie (kcal/kgf);
Δh — pierderi de entalpie (kcal/kgf);
n — turaţia (rot/min);
v — volum specific;
d — diametrul mediu (m);
l — înălţimea canalelor de curgere a aburului;
α, β, γ — unghiuri;
u — viteza tangenţială a paletelor mobile (m/s);
c — viteza absolută a aburului (m/s);
t — pasul dintre pereţii dintre canale;
τ — factor de îngustare a secţiunii;
w — viteza relativă a aburului (m/s);
s — grosimea muchiei de ieşire a peretelui dintre canale,
μ — coeficient de recuperare a energiei reziduale;
φ — coeficient de pierderi în ajutaje;
ψ — coeficient de pierderi în palete.

Indici

0 — intrarea în ajutaje;
1 — ieşirea din ajutaje şi intrarea în paletele mobile;
2 — ieşirea din paletele mobile;

a — ajutaje;
p — palete;
u — proiecție tangențială.

BIBLIOGRAFIE

1. GRECU T., *Turbine și turbocompresoare*, vol. 1, București, Edit. didactică și pedagogică, 1967.
2. SELEȘTEANU Al. ș.a., *Mașini energetice*, București, Edit. tehnică, 1962.

CONTRIBUŢII LA STUDIUL TRANSMISIEI CĂLDURII PRIN BARE COMPUSE

M. BUCULEI

539.4:536.7

În lucrare se face studiul cîmpului de temperaturi pentru un sistem de două bare cilindrice. Una dintre bare se află într-un curent de fluid, iar cealaltă bară transmite căldura prin convecţie mediului exterior. Se folosesc transformatele Laplace şi Hankel, obţinîndu-se rezultatele finale sub formă de serii.

1. INTRODUCERE

În lucrarea de faţă se stabileşte cîmpul de temperaturi în interiorul unui sistem de două bare cilindrice, una dintre bare aflîndu-se într-un curent de fluid, iar cealaltă făcînd un schimb convectiv liber cu mediul înconjurător.

Problema a fost cercetată şi în [1], unde se consideră doar cazul particular al barelor juxtapuse subţiri, deci a propagării undirecţionale. În lucrarea de faţă se extinde acest studiu la cazul distribuţiei cîmpului de temperaturi în bare oarecare. Se vor folosi transformările integrale Laplace şi Hankel, cîmpul de temperaturi obţinut putînd fi eventual păstrat sub forma transformatei sale Laplace, în vederea analizei comportării termoelastice a barelor.

2. ECUAŢIILE DE BAZĂ

Ne vom referi în continuare la figura 1.

Bara *1* se găseşte într-un curent de fluid cu temperatura T_1' şi coeficientul de transmisie a căldurii prin convecţie α_1'. Bara *2* transmite căldura prin convecţie liberă mediului cu temperatura T_2', coeficientul de transmitere a căldurii prin convecţie fiind α_2'. Se presupune că barele au aceleaşi constante termofizice.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 4, p. 891–899, 1973

Ecuația de conducție a căldurii pentru bara *1*, în absența surselor interne de căldură, se obține cu ușurință și are forma

$$\frac{\partial T_1(x, r,t)}{\partial t} = a\nabla^2 T_1 + \frac{2\alpha_1'}{c\rho R}[T_1' - T_1(x, r, t)], \tag{1}$$

unde

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2},$$

a este coeficientul de difuzivitate termică,
ρ — densitatea,
c — căldura specifică.

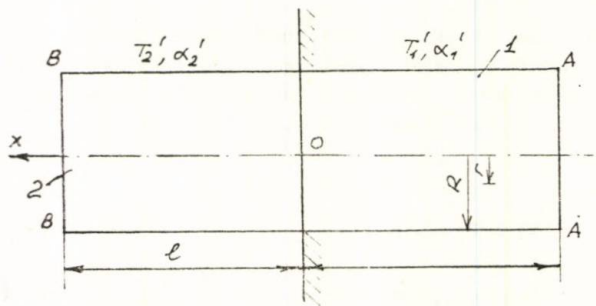


Fig. 1. — Schema sistemului de bare.

Ecuația de conducție a căldurii pentru bara *2* este

$$\frac{\partial T_2(x, r, t)}{\partial t} = a\cdot\nabla^2 T_2 - \frac{2\alpha_2'}{c\rho R}\cdot[T_2(x, r, t) - T_2']. \tag{2}$$

Se consideră condițiile inițiale

$$t = 0;\ T_1 = T_2 = T_0 = \text{const.} \tag{3}$$

Condițiile la limită sînt:
a) la capătul barei *1*, AA, se pune o condiție la limită de speța a treia:

$$\left.\frac{\partial T_1(x, r, t)}{\partial x}\right|_{x=-L} + \frac{\alpha_1'}{\lambda}\cdot[T_1' - T_1(-L, r, t)] = 0; \tag{4}$$

b) la capătul barei *2*, BB, se pune o condiție la limită de speța a treia:

$$\left.\frac{\partial T_2(x, r, t)}{\partial x}\right|_{x=l} + \frac{\alpha_2'}{\lambda}\cdot[T_2(l, r, t) - T_2'] = 0; \tag{5}$$

c) în secțiunea de contact dintre cele două bare se pune o condiție la limită de speța a patra :

$$\lambda_1 \cdot \nabla T_1 \mid_{(0,\, r,\, t)} = \lambda_2 \nabla T_2 \mid_{(0,\, r,\, t)} ; \tag{6}$$

d) în secțiunea de contact se pune condiția de egalitate a temperaturilor în punctele de contact :

$$T_1(0, r, t) = T_2(0, r, t).$$

3. CALCULUL CÎMPULUI DE TEMPERATURI ÎN BARE

Se aplică transformata Laplace unilaterală ecuațiilor (1) și (2), obținîndu-se

$$p \cdot \bar{T}_1(x, r, p) - T_0 = a \cdot \nabla^2 \bar{T}_1 + \frac{2\alpha_1'}{c\rho R} \cdot \left[\frac{T_1'}{p} - \bar{T}_1(x, r, p) \right], \tag{8}$$

respectiv

$$p \cdot \bar{T}_2(x, r, p) - T_0 = a \cdot \nabla^2 \bar{T}_2 - \frac{2\alpha_2'}{c\rho R} \cdot \left[\bar{T}_2(x, r, p) - \frac{T_2'}{p} \right]. \tag{9}$$

Se aplică ecuațiilor (8) și (9) transformata Hankel finită :

$$\bar{T}^*_{1,2}(x, \alpha, p) = \int_0^R r \cdot \bar{T}_{1,2}(x, r, p) \cdot J_0(\alpha r)\, dr, \tag{10}$$

unde J_0 este funcția Bessel de ordinul întîi și indice zero.

Admițînd că $J_0(\alpha_n R) = 0$, $n \in N$, se obține

$$\begin{aligned} (\nabla^2 \bar{T}_1)^* = &\left[r \cdot \frac{\partial \bar{T}_1}{\partial r} \cdot J_0(\alpha r) - \alpha r \cdot \bar{T}_1 \cdot J_0(\alpha r) \right]\Big|_0^R - \\ &- \alpha^2 \cdot \int_0^R r \cdot \bar{T}_1 \cdot J_0(\alpha r)\, dr + \frac{\partial^2 \bar{T}_1^*}{\partial x^2} = \alpha_n^2 \bar{T}_1^* + \frac{\partial^2 \bar{T}_1^*}{\partial x^2}. \end{aligned} \tag{11}$$

Ecuația (8) devine

$$\frac{\partial^2 \bar{T}_1^*}{\partial x^2} - A \cdot \bar{T}_1^* + B = 0, \tag{12}$$

unde

$$A = \frac{p}{a} + \alpha_n^2 + \frac{2\alpha_1'}{c\rho R}, \tag{13}$$

$$B = \frac{R}{\alpha_n} \cdot J_1(R\alpha_n) \cdot \left[T_0 + \frac{2\alpha_1'}{c\rho Rp} \cdot T_1' \right], \tag{14}$$

J_1 este funcția lui Bessel de ordinul întîi și indice unu.
Ecuația (9) devine

$$\frac{\partial^2 \overline{T}_2^*}{\partial x^2} - C \cdot \overline{T}_2^* + D = 0, \tag{15}$$

unde

$$C = \frac{p}{a} + \alpha_n^2 + \frac{2\alpha_2'}{c\rho R}, \tag{16}$$

$$D = \frac{R}{\alpha_n} \cdot J_1(R\alpha_n) \cdot \left[T_0 + \frac{2\alpha_2'}{c\rho Rp} \cdot \overline{T}_2' \right]. \tag{17}$$

Soluția ecuației (12) este

$$\overline{T}_1^*(x, \alpha_n, p) = C_1(\alpha_n, p) \cdot \exp(\sqrt{A}x) + C_2(\alpha_n, p) \exp(-\sqrt{A}x) + \frac{B}{A}, \tag{18}$$

ar a ecuației (15) este

$$\overline{T}_2^*(x, \alpha_n, p) = C_3(\alpha_n, p) \cdot \exp(\sqrt{C}\, x) + C_4(\alpha_n, p) \cdot \exp(-\sqrt{C}\, x) + \frac{D}{C}. \tag{19}$$

Constantele C_1, C_2, C_3, C_4 se determină din condițiile la limită, cărora însă li s-a aplicat succesiv transformata Laplace unilaterală și transformata Hankel finită, adică din sistemul

$$\left.\frac{\partial^2 \overline{T}_2^*(x, \alpha_n, p)}{\partial x}\right|_{x=-L} + \frac{\alpha_1'}{\lambda} \cdot \left[\frac{T_1' R}{p} \cdot J_1(R\alpha_n) - \overline{T}_1^*(-L, \alpha_n, p) \right] = 0,$$

$$\left.\frac{\partial \overline{T}_2^*(x, \alpha_n p)}{\partial x}\right|_{x=l} - \frac{\alpha_2'}{\lambda} \cdot \left[\overline{T}_2^*(l, \alpha_n, p) - \frac{T_2' R}{p} \cdot J_1(R\alpha_n) \right] = 0, \tag{20}$$

$$\overline{T}_1^*(0, \alpha_n, p) = \overline{T}_2^*(0, \alpha_n, p),$$

$$\lambda_1 \cdot \overline{T}_1^*(0, \alpha_n, p) = \lambda_2 \cdot \overline{T}_2^*(0, \alpha_n, p).$$

Efectuînd calculele, se obţine

$$C_1 = \frac{-\frac{B}{A}(\sqrt{A}+1)\cdot\exp(\sqrt{A}L) + \frac{\alpha_1' T_1'}{\lambda\cdot p}\cdot R\cdot J_1(R\alpha_n) - \frac{B}{A}}{(\sqrt{A}-1)\cdot\exp(-\sqrt{A}L) + (\sqrt{A}+1)\cdot\exp(\sqrt{A}L)}, \tag{21}$$

$$C_2 = \frac{\frac{\alpha_1' T_1'}{\lambda p}\cdot R\cdot J_1(R\alpha_n) - \frac{B}{A} - \frac{B}{A}(\sqrt{A}-1)\exp(-\sqrt{A}L}{(\sqrt{A}-1)\cdot\exp(-\sqrt{A}L) + (\sqrt{A}+1)\cdot\exp(\sqrt{A}L)}. \tag{22}$$

Constantele C_3 şi C_4 se obţin din (21), respectiv (22), înlocuind A cu C, B cu D, $\frac{\alpha_1'}{\lambda}$ cu $-\frac{\alpha_2'}{\lambda}$ şi L cu $-l$.

Inversînd transformata Hankel în (18) şi (19), se obţin cîmpurile de temperaturi în transformatele lor Laplace :

$$\overline{T}_1(x, r, p) = \frac{2}{R^2}\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(r\alpha_n)}{[J_0'(R\alpha_n)]^2}\cdot[C_1(\alpha_n, p)\cdot\exp(\sqrt{A}x) +$$

$$+ C_2(\alpha_n, p)\cdot\exp(-\sqrt{A}x) + \frac{B}{A}], \tag{23}$$

$$\overline{T}_2(x, r, p) = \frac{2}{R^2}\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(r\alpha_n)}{[J_0'(R\alpha_n)]^2}[C_3(\alpha_n, p)\cdot\exp(\sqrt{C}x) +$$

$$+ C_4(\alpha_n, p)\cdot\exp(-\sqrt{D}x) + \frac{D}{C}]. \tag{24}$$

Observaţie. Dacă se face în continuare un studiu termoelastic al barelor, adică determinarea tensiunilor elastice, luînd în considerare şi cîmpul nestaţionar de temperaturi, putem folosi direct ecuaţiile (23) şi (24), fără a mai inversa şi transformata Laplace [3].

Facem, în continuare, notaţiile

$$u = \alpha_n^2 + \frac{2\alpha_1'}{c\rho R},$$

$$v = \frac{R}{\alpha_n}\cdot J_1(R\alpha_n)\cdot T_0, \tag{25}$$

$$w = \frac{J_1(R\alpha_n)}{\alpha_n}\cdot\frac{2\alpha_1'}{c\rho}\cdot T_1'.$$

Pentru inversarea transformatei Laplace, în ecuaţia (23) să punem

$$C_1(\alpha_n, p)\cdot\exp(\sqrt{A}\,x) = \frac{\Phi_1(p)}{\Phi_2(p)}, \tag{26}$$

$$C_2(\alpha_n, p)\cdot\exp(-\sqrt{A}\,x) = \frac{\Phi_3(p)}{\Phi_2(p)}, \tag{27}$$

unde

$$\Phi_1(p) = -\left(avp + wa\right)\cdot\sqrt{\frac{au+p}{a}} + 1\Big)\cdot\exp\left(\sqrt{\frac{au+p}{a}}\cdot L\right) +$$

$$+\frac{\alpha_1'}{\lambda}\cdot T_1'\cdot R\cdot J_1(R\alpha_n), \tag{28}$$

$$\Phi_2(p) = p(au+p)\cdot\left\{\left(\sqrt{\frac{au+p}{a}} - 1\right)\cdot\exp\left[-\sqrt{\frac{au+p}{a}}\,(L+x)\right] +\right.$$

$$\left.+\left(\sqrt{\frac{au+p}{a}} + 1\right)\cdot\exp\left[\sqrt{\frac{au+p}{a}}\,(L-x)\right]\right\}, \tag{29}$$

$$\Phi_3(p) = -\left(avp + wa\right)\cdot\left(\sqrt{\frac{au+p}{a}} - 1\right)\cdot\exp\left(-\sqrt{\frac{au+p}{a}}\cdot L\right) +$$

$$+\frac{\alpha_1'}{\lambda}\cdot T_1'\cdot R\cdot J_1(R\alpha_n)\cdot(au+p) - avp - wa. \tag{30}$$

Se poate scrie imediat

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) = av\,e^{-aut} + \frac{1}{au}\left(1 - e^{-aut}\right). \tag{31}$$

Pe de altă parte, cu o teoremă cunoscută de dezvoltare se poate scrie

$$\mathcal{L}^{-1}\left[C_1\cdot\exp(\sqrt{A}\,x)\right] = \frac{\Phi_1(0)}{\Phi_2'(0)} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\Phi_1(p_n)}{\Phi_2'(p_n)}\cdot\frac{e^{-p_n t}}{p_n}, \tag{32}$$

unde p_n, $n = 1, 2, \ldots$ sînt rădăcinile ecuaţiei transcendente

$$\left(\sqrt{\frac{au+p}{a}} - 1\right) + \left(\sqrt{\frac{au+p}{a}} + 1\right)\cdot\exp\left(2L\sqrt{\frac{au+p}{a}}\right) = 0, \tag{33}$$

iar

$$p_1 = -\frac{1}{au}.$$

Din (32) rezultă

$$\Phi_1(0) = -wa(\sqrt{u}+1)\cdot\exp(\sqrt{u}L) + \frac{\alpha_1'}{\lambda}\cdot T_1' R\cdot J_1(R\alpha_n)\cdot(au) - wa, \quad (34)$$

$$\Phi_2'(0) = (au)\cdot\{(\sqrt{u}-1)\cdot\exp[-\sqrt{u}(L+x)+(\sqrt{u}+1)\exp[\sqrt{u}(L-x)]\}.$$

În mod analog avem

$$\mathscr{L}^{-1}[C_2\cdot\exp(-\sqrt{A}\,x)] = \frac{\Phi_3(0)}{\Phi_2'(0)} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\Phi_3(p_n)}{\Phi_2'(p_n)}\cdot\frac{e^{-p_n t}}{p_n}, \quad (35)$$

unde

$$\Phi_3(0) = -aw(\sqrt{u}-1)\cdot\exp(-\sqrt{u}L) + \frac{\alpha_1'}{\lambda}\cdot T_1'\cdot J_1(R\alpha_n)\cdot au - wa \quad (36)$$

Calculul rădăcinilor ecuației (33) se recomandă să se facă cu ajutorul calculatorului numeric.

Înlocuind (31), (32) și (35) în

$$T_1(x,r,t) = \frac{2}{R_2}\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(r\alpha_n)}{[J_0'(R\alpha_n)]^2}\cdot[\mathscr{L}^{-1}(C_1\exp\sqrt{A}\,x +$$

$$+\mathscr{L}^{-1}(C_2\exp-\sqrt{A}\,x) + \mathscr{L}^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)], \quad (37)$$

se obține cîmpul de temperaturi în bara *1*.

Facem notațiile

$$u_1 = \alpha_n^2 + \frac{2\alpha_2'}{c\rho R},$$

$$w_1 = \frac{J_1(R\alpha_n)}{\alpha_n}\cdot\frac{2\alpha_2'}{c\rho}\cdot T_2' \quad (38)$$

și punem

$$C_3\cdot\exp(\sqrt{C}x) = \frac{\Phi_4(p)}{\Phi_6(p)},$$

$$C_4\cdot\exp(-\sqrt{C}x) = \frac{\Phi_5(p)}{\Phi_6(p)}, \quad (39)$$

unde

$$\Phi_4(p) = -(avp + w_1 a)\cdot\left(\sqrt{\frac{au_1+p}{a}}+1\right)\cdot\exp\left(-\sqrt{\frac{au_1+p}{a}}\,l\right)-$$

$$-\frac{\alpha_2'}{\lambda}\cdot T_2'\cdot R\cdot J_1(R\alpha_n),$$

$$\Phi_5(p) = -(avp + w_1 a)\cdot\left(\sqrt{\frac{au_1+p}{a}}-1\right)\cdot\exp\left(\sqrt{\frac{au_1+p}{a}}\,l\right)-$$

$$-\frac{\alpha_2'}{\lambda}\cdot T_2'\cdot R\cdot J_1(R\alpha_n)\cdot(au_1+p) - avp - w_1 a, \tag{40}$$

$$\Phi_6(p) = p(au_1+p)\cdot\left\{\left(\sqrt{\frac{au_1+p}{a}}-1\right)\cdot\exp\left[-\sqrt{\frac{au_1+p}{a}}(-l+x)\right]+\right.$$

$$\left.+\left(\sqrt{\frac{au_1+p}{a}}+1\right)\cdot\exp\left[-\sqrt{\frac{au_1+p}{a}}(l+x)\right]\right.\cdot$$

Se poate scrie

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{D}{C}\right) = ave^{-au_1 t}+\frac{1}{au_1}(1-e^{-au_1 t}),$$

$$\mathcal{L}^{-1}[C_3\exp\sqrt{C}\,x] = \frac{\Phi_4(0)}{\Phi_6'(0)}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\Phi_4(p_n')}{\Phi_6'(p_n')}\cdot\frac{e^{-p_n' t}}{p_n'}, \tag{41}$$

$$\mathcal{L}^{-1}[C_4\cdot\exp(-\sqrt{c}\,x)] = \frac{\Phi_5(0)}{\Phi_6'(0)}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\Phi_4(p_n')}{\Phi_2'(p_n')}\cdot\frac{e^{-p_n' t}}{p_n'},$$

unde p_n', $n = 1, 2, \ldots$ sînt rădăcinile ecuației transcendente

$$\left(\sqrt{\frac{au_1+p}{u_1}}-1\right)+\left(\sqrt{\frac{au_1+p}{a}}+1\right)\cdot\exp\left(-2l\cdot\sqrt{\frac{au_1+p}{a}}\right)=0, \tag{42}$$

iar

$$p_1' = -\frac{1}{au_1}.$$

Printr-un calcul direct se obține

$$\Phi_4(0) = -w_1 a(\sqrt{u_1}+1)\cdot\exp(-\sqrt{u}\cdot l) - \frac{\alpha_2'}{\lambda}\cdot T_2'\cdot R\cdot J_1(R\alpha_n)\cdot(au_1 - w_1 a),$$

$$\Phi_5(0) = -w_1 a(\sqrt{u_1}-1)\cdot\exp(\sqrt{u_1}l) - \frac{\alpha_2'}{\lambda}\cdot T_2'\cdot J_1(R\alpha_n)\,au_1 - w_1 a, \qquad (43)$$

$$\Phi_6(0) = au_1\cdot\{(\sqrt{u_1}-1)\cdot\exp[-\sqrt{u_1}(-l+x)] + (\sqrt{u_1}+1)\cdot$$

$$\cdot\exp[-\sqrt{u_1}(l+x)].$$

Expresia cîmpului de temperaturi în bara (2) este dată de

$$T_2(x,r,t) = \frac{2}{R^2}\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(r\alpha_n)}{[J_0'(R\alpha_n)]^2}\cdot[\mathcal{L}^{-1}(C_3\cdot\exp\sqrt{C}\,x) +$$

$$+\mathcal{L}^{-1}(C_4\cdot\exp(-\sqrt{C}\,x)) + \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{D}{C}\right)] \qquad (44)$$

dacă se fac înlocuirile cu originalele din (41).

4. CONCLUZII

S-au stabilit expresiile cîmpului de temperaturi în cazul a două bare așezate una în prelungirea celeilalte, una aflîndu-se într-un curent de fluid, iar cealaltă făcînd un schimb liber de căldură cu exteriorul.

Cîmpurile de temperaturi în interiorul barelor s-au obținut sub forma unor serii cu convergență destul de rapidă. De aceea, pentru un caz concret, ne putem limita în dezvoltare la cîțiva termeni, în funcție de precizia dorită în calcul.

Se recomandă utilizarea calculatorului numeric în special pentru calculul rădăcinilor ecuației (33), programarea făcîndu-se fără dificultăți.

Cazul unui sistem format din mai multe bare cu condiții la limită precizate se tratează analog.

BIBLIOGRAFIE

1. Fedotov E. I., *Cîmpul de temperatură într-o bară compusă*, Izv. vîsșih ucebnîh zavedenii, Maşinostroenie, *5*, 106–111 (1971).
2. Hamburger I., *Introducere în teoria propagării căldurii*, vol. I, București, Edit. Academiei, 1956.
3. Nowacki W., *Dinamica sistemelor elastice*, București, Edit. tehnică, 1969.
4. Snedon I. H., *Fourier transforms*, New York – Toronto, 1951.

ASUPRA REGIMULUI HIDRODINAMIC AL CIRCUITULUI DE RĂCIRE AL UNUI REACTOR DE TIP P.W.R.

N. DĂNILĂ, ELENA LICSANDRU-ISBĂŞESCU ŞI JANINA ADAMEŞTEANU

621.039.534

În lucrare se prezintă relaţia de calcul a pierderii totale de presiune din circuitul primar al unei centrale nucleare electrice tip P.W.R., în funcţie de mărimile caracteristice curgerii agentului de răcire a reactorului.

Cu această relaţie s-a executat un program în limbaj FORTRAN, iar datele obţinute din calculul efectuat cu ajutorul calculatorului s-au prelucrat sub forma unei nomograme ce permite determinarea grafică a pierderii totale de presiune în funcţie de diferitele caracteristici geometrice constructive ale circuitului.

Determinarea corectă a pierderilor de presiune în circuitul primar al unei centrale nucleare electrice prezintă importanţă în stabilirea puterii necesare pompei de circulaţie pentru vechicularea agentului de răcire a reactorului.

Calculele de optimizare pot stabili pierderea de presiune minimă în circuitul primar şi minimul de putere necesară pompei de circulaţie, lucru de mare importanţă, ţinînd seama de faptul că această pompă este principalul consumator de putere din cadrul serviciilor interne ale centralei.

În lucrarea [1], autorii studiază factorii care influenţează mărimea pierderilor de presiune în circuitul primar al unei centrale nucleare- electrice cu reactor energetic de tip P.W.R., folosind pentru elaborarea modelului matematic de calcul schema din figura 1.

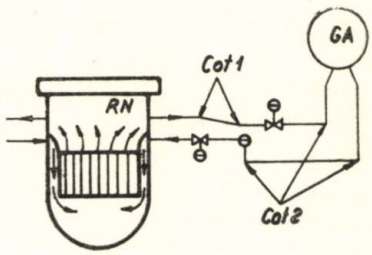


Fig. 1. — Schemă pentru calculul circuitului primar al C.N.E. cu reactor de tip P.W.R.

Această schemă reprezintă o buclă de circulație formată din reactorul nuclear, generatorul de abur, pompa de circulație și vanele principale de închidere, toate legate prin sistemul de conducte ale circuitului primar.

Reactorul nuclear răcit cu apă sub presiune este un reactor de tip VVER—Novo-Voronej. Generatorul de abur are țevi în formă de *U*. Vanele principale de închidere sînt instalate pe conductele circuitului primar. Pompa principală de circulație este o pompă verticală de tip centrifugal.

Modelul de calcul al pierderilor totale de presiune s-a stabilit analizîndu-se cele trei părți esențiale ale circuitului primar:

— reactorul nuclear;

— generatorul de abur;

— conductele de circulație, aferente firului „cald", de la reactor la generatorul de abur, și firului „rece", de la generatorul de abur la reactor.

Relația de bază folosită în elaborarea modelului matematic de calcul al pierderilor de presiune este relația propusă de Kutateladze și Borișanski pentru cazul fluidelor incompresibile:

$$\Delta p = \lambda_0 \cdot \gamma \cdot \frac{w^2}{2g} \cdot \frac{l}{d_h} \cdot \left(\frac{\mu_p}{\mu_0}\right)^n + \sum \Delta p_{loc} \text{ [bar]}. \qquad (1)$$

unde

λ_0 este coeficientul de rezistență hidraulică lineară în cazul curgerii izoterme,

γ — greutatea specifică a fluidului în secțiunea considerată, N/m^3,

w — viteza medie a fluidului în secțiune, m/s;

g — accelerația gravitațională, m/s^2,

l — lungimea canalului de curgere, m,

d — diametrul hidraulic al canalului, m,

μ_p — viscozitatea dinamică a agentului termic la temperatura peretelui canalului Ns/m^2,

μ_0 — viscozitatea dinamică a agentului termic la temperatura cu care intră în canal, Ns/m^2,

n — un exponent în funcție de natura agentului și a curgerii,

$\Sigma\Delta p_{loc}$ — suma pierderilor locale de presiune, bar.

Primul termen al formulei (1) reprezintă pierderile lineare de presiune prin frecare.

Pierderile totale de presiune în circuitul primar al centralei studiate (pe o buclă de circulație) însumează pierderile de presiune în reactorul nuclear Δp_r, pierderile de presiune în conductele și armăturile circuitului primar Δp_{ca} și pierderile de presiune în generatorul de abur Δp_{ga}, fiecare în parte compunîndu-se din pierderi lineare și locale:

$$\Delta p_t = \Delta p_r + \Delta p_{ca} + \Delta p_{ga} \qquad \text{[bar]}. \qquad (2)$$

Exprimîndu-se termenii relației (2) în funcție de mărimile ce intră în componența lor, se obține formula globală de calcul a pierderilor de presiune din circuitul de răcire al reactorului de tip P.W.R. :

$$\Delta p_t = \left\{\frac{w_{za}^2}{2g}\left[\lambda_{fr}\frac{l_{za}}{d_h}\gamma_{za}\left(\frac{\mu_s}{\mu_0}\right)^{0,14} + \xi_4\gamma_2 + \xi_5\gamma_2\right] + \frac{w_{in}^2}{2g}\left[\xi_3\gamma_1 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \gamma_1\left(\lambda_{in}\frac{l_{iu}}{d_{iu}} + \xi_2\right)\right]\right\} + w_{cd}^2\left\{\frac{1}{2g}\left[\gamma_1\xi_1 + \gamma_2\left(\lambda_{frI}\frac{\Sigma l_I}{d_{cd}} + \xi_{1I} + \xi_{2I} + \xi_{3I}\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \gamma_1\left(\lambda_{frII}\frac{\Sigma l_{II}}{d_{cd}} + 2\xi_{2II} + \xi_{3II}\right) + \xi_{1ga}\gamma_2 + \xi_{4ga}\gamma_1\right]\right\} + w_t^2\left\{\frac{1}{2g}\left[\gamma_t\,\lambda_t\cdot\frac{l_t}{d_t}\right.\right.$$

$$\left.\left. + \xi_{cot}\right) + \xi_{2ga}\gamma_2 + \xi_{3ga}\gamma_1\right]\right\}. \qquad (3)$$

Semnificațiile și valorile mărimilor din relația (3) introduse în calculul efectuat pe calculator după executarea programului în limbaj FORTRAN—IV (tabela 1) sînt următoarele :

w_{za} = 3,5 m/s — viteza apei în zona activă a reactorului,
w_{cd} = 7 ; 8 ; 9 m/s — viteza apei în conductele circuitului primar,
w_{in} = 11 m/s — viteza apei în canalul inelar format de mantaua care înconjură zona activă și corpul reactorului,
w_t = 3 ; 3,5 ; 4 m/s — viteza apei în țevile generatorului de abur,
l_t = 8 ;10 ; 12 m — lungimea medie a fasciculei de țevi.
l_{za} = 2,5 m — înălțimea zonei active,
l_{in} = 8 m — înălțimea canalului inelar,
Σl_I = 6 ; 8 ; 10 ; 12 m — suma lungimilor tronsoanelor de conductă pe firul cald,
Σl_{II} = 9;12 ; 15 ; 18 m — idem pentru firul rece,
d_h = 0,01 m — diametrul hidraulic în zona activă,
d_{in} = 0,37 m — diametrul echivalent al canalului inelar,
d_{cd} = 0,4 ; 0,5 ; 0,6 ; 0,7 m — diametrul interior al conductelor circuitului primar,
d_t = 0,015 ; 0,018 ; 0,02/m — diametrul interior al țevilor generatorului de abur,
λ_{fr} = 0,038 — coeficient de pierderi prin frecare în reactor,
ξ_1 = 1,0 — coeficient local de rezistență hidraulică la ieșirea fluidului din conducta circuitului primar (respectiv la intrarea în reactor),
ξ_2 = 2,0 — coeficient local de rezistență hidraulică corespunzător unghiului făcut de direcția de curgere a fluidului în canalul inelar și direcția de curgere prin zona activă,
ξ_3 = 1,5 — coeficientul local de rezistență hidraulică corespunzător condițiilor de curgere la intrarea fluidului în spațiul dintre elementele de combustibil,

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-5          MAINPGM          DATE    06/05/73      TIME     20.00.32        PAGE 0001
0001          REAL AMIUP/9.15E-6/,WZA/3.5/,WIN/11./,ALZA/2.5/,ALIN/8./,
             /DE/.01/,DIN/.37/,
             /AMIUO/10.45E-6/,GZA/714.15/,G1/769.5/,G2/709.7/,GT/741.15/,
             /PSIFR/.038/,PSI1/1./,PSI2/2./,PSI3/1.5/,PSI4/1./,PSI5/.5/,
             /ALFR1/.0068/,ALFR2/.0068/,P11/.16/,P21/1.1/,P31/1./,P22/1.1/,
             /P32/1./,ALAIN/.0966/,P1GA/.309/,P2GA/1./,P3GA/1.9/,P4GA/.309/,
             /PCOT/.2/,ALFRT/.0132/
0002          C1=PSIFR*GZA*(AMIUP/AMIUO)**.14
0003          Z4=C1*ALZA/DE+PSI4*G2+PSI5*G2
0004          Z5=PSI3*G1+G1*(ALAIN*ALIN/DIN+PSI2)
0005          Z5=Z5*WIN*WIN/19.62
0006          Z1=Z4*WZA*WZA/19.62+Z5
0007          C5=P1GA*G2+P4GA*G1
0008          WRITE(3,7)
0009        7 FORMAT (' ','PIERDERI DE PRESIUNE IN CIRCUITUL PRIMAR LA P.W.R.')
0010          WRITE(3,8) Z1
0011        8 FORMAT (' ','Z1=',G12.5)
0012          SL1=6.
0013          SL2=9.
0014          DO 1 I=1,4
0015          WRITE(3,9) SL1,SL2
0016        9 FORMAT ('0', 'SL1=',F3.0,'SL2=',F3.0)
0017          DCOND=.4
0018          DO 2 J=1,4
0019          WRITE (3,10) DCOND
0020       10 FORMAT (' ','DCOND=',F3.1)
0021          C2=G2*(ALFR1*(SL1/DCOND)+P11+P21+P31)
0022          C3=G1*(ALFR2*(SL2/DCOND)+2.*P22+P32)
0023          Z8=(G1*PSI1+C2+C3+C5)/19.62
0024          ALMED=8.
0025          DO 3 K=1,3
0026          WRITE (3,11) ALMED
0027       11 FORMAT (' ','LMED=',F3.0)
0028          DT=.015
0029          DO 4 L=1,3
0030          WRITE (3,12) DT
0031       12 FORMAT (' ','DT=',F5.3)
0032          C4=GT*(ALFRT*(ALMED/DT)+PCOT)+P2GA*G2+P3GA*G1
0033          Z9=C4/19.62
0034          WT=3.
0035          DO 5 M=1,3
0036          Z3=Z9*WT*WT
0037          WRITE(3,13) WT,Z3
0038       13 FORMAT (' ','WT=',F3.1,'Z3=',G12.5)
0039          WCOND=7.
0040          DO 6 N=1,3
0041          Z2=Z8*WCOND*WCOND
0042          DELTAP=Z1+Z2+Z3
0043          WRITE (3,14) WCOND,Z2,DELTAP
0044       14 FORMAT (' ','WCOND=',F2.0,'Z2=',G12.5,'DELTAP=',G13.6)
0045          WCOND=WCOND+1.
0046        6 CONTINUE
0047        5 WT=WT+.5
0048        4 DT=DT+.003
0049        3 ALMED=ALMED+2.
0050        2 DCOND=DCOND+.1
0051          SL1=SL1+2.
0052          SL2=SL2+3.
0053        1 CONTINUE
0054          STOP
0055          END
```

Programul de calcul.

$\xi_4 = 1{,}0$ — coeficientul local de rezistență hidraulică la ieșirea fluidului din zona activă,

$\xi_5 = 0{,}5$ — coeficientul local de rezistență hidraulică la ieșirea fluidului din reactor și intrarea în conductele circuitului primar,

$\xi_{1I} = 0{,}16$
$\xi_{2I} = 1{,}1$ } — coeficienți locali de rezistență hidraulică pentru coturile
$\xi_{2II} = 1{,}1$ } conductelor,

$\xi_{3I} = 1{,}0$
$\xi_{3II} = 1{,}0$ } — coeficienți locali de rezistență hidraulică pentru vane,

$\xi_{1ga} = 0{,}309$ — coeficient local de rezistență hidraulică la intrarea fluidului în colectorul generatorului de abur,

$\xi_{2ga} = 1{,}0$ — idem pentru intrarea fluidului în țevile generatorului de abur,

$\xi_{3ga} = 1{,}9$ — idem pentru ieșirea din țevile generatorului de abur,

$\xi_{4ga} = 0{,}309$ — idem pentru ieșirea din colectorul generatorului de abur

$\xi_{cot} = 0{,}2$ — idem pentru cot în generatorul de abur,

$\lambda_{frI} = 0{,}0068$ — coeficient de pierderi prin frecare în conductele firului cald,

$\lambda_{frII} = 0{,}0068$ — idem pentru conductele firului rece,

$\lambda_{in} = 0{,}0966$ — idem pentru canalul inelar din reactor,

$\lambda_t = 0{,}0132$ — idem pentru țevile generatorului de abur,

$\mu_p = 9{,}15 \cdot 10^{-6}$ Ns/m^2 — semnificația de formula (1),

$\mu_0 = 10{,}45 \cdot 10^6$ Ns/m^2 — idem,

$\gamma_{za} = 714{,}15$ N/m^3 — greutatea specifică a fluidului în condițiile din zona activă,

$\gamma_1 = 769{,}5$ N/m^3 — idem pentru condițiile din canalul inelar din reactor,

$\gamma_2 = 709{,}7$ N/m^3 — idem pentru condițiile de după ieșirea din zona activă,

$\gamma_t = 741{,}15$ N/m^3 — idem pentru condițiile din țevile generatorului de abur.

Calculul mărimilor prezentate mai sus s-a făcut în condițiile de lucru ale centralei nucleare- electrice cu reactor VVER—Novo-Voronej [1].

Schema logică a programului executat este dată în figura 2.

Pentru ușurința prelucrării datelor s-au făcut următoarele notații :

$$w_{za} = w_1; \qquad l_{za} = l_1; \qquad d_{\blacksquare} = d_1,$$

$$w_{cd} = w_2; \qquad \Sigma l_I + \Sigma l_{II} = l_2; \qquad d_{cd} = d_2;$$

$$w_t = w_3; \qquad l_t = l_3 \qquad d_t = d_3.$$

Pierderea totală de presiune dată de relația (3) se poate pune sub forma

$$\Delta p_t = C_1 + C_2 w_2^2 + C_3 w_3^2. \tag{4}$$

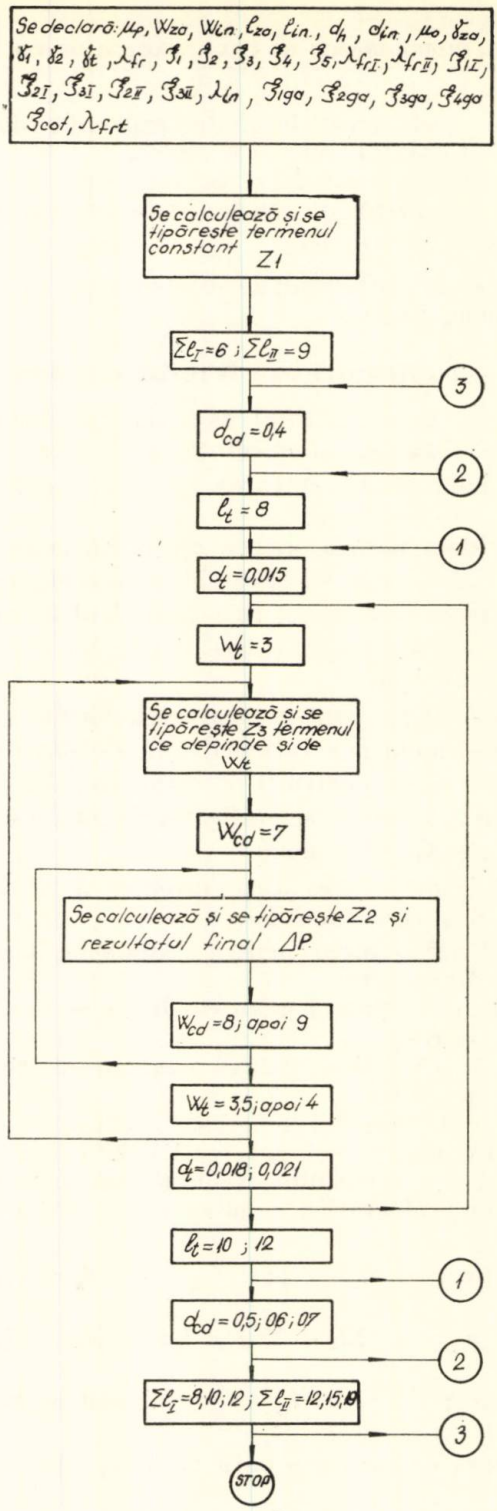


Fig. 2. — Schema logică a programului pentru calculul variantelor necesare construirii nomogramei.

După cum se vede, din relația (3) rezultă

$$C_1 = f_1(w_1^2, l_1, d_1) = \Delta p_r,$$

$$w_2^2 C_2 = f_2(l_2, d_2)\, w_2^2 = \Delta p_{ca}, \tag{5}$$

$$w_3^2 C_3 = f_3(l_3, d_3)\, w_3^2 = \Delta p_{ga}.$$

Păstrîndu-se constante mărimile referitoare la reactorul nuclear, se obține $C_1 = \text{const.}$

Dîndu-se valorile arătate anterior mărimilor w_2, w_3, l_2, l_3, d_2, d_3, calculatorul a calculat 1 296 de variante, obținîndu-se tot atîtea valori pentru pierderea totală de presiune în circuitul primar.

Pentru a vedea ponderea diferitelor părți ale circuitului în pierderea totală de presiune, se dă ca exemplu una din variantele calculate :

$$l_2 = 25 \text{ m}; \qquad d_2 = 0{,}4 \text{ m}; \qquad w_2 = 9 \text{ m/s},$$

$$l_3 = 12 \text{ m}; \qquad d_3 = 0{,}015 \text{ m}; \qquad w_3 = 4 \text{ m/s}.$$

În aceste condiții se obțin următoarele valori :

$$\Delta p_r = C_1 = f_1(w_1^2\, l_1, d_1) = 3{,}1344 \text{ ata},$$

$$\Delta p_{ca} = C_2 w_2^2 = f_2(l_2, d_2)\, w_2^2 = 2{,}3421 \text{ ata},$$

$$\Delta p_{ga} = C_3 w_3^2 = f_3(l_3, d_3) w_3^2 = 0{,}8274 \text{ ata},$$

$$\Delta p_t = 6{,}304 \text{ ata}.$$

Se observă, că exceptînd reactorul nuclear, cele mai mari pierderi de presiune au loc în conductele de legătură ale circuitului primar, pierderile în generatorul de abur fiind mici comparativ cu acestea.

Pentru o determinare mai rapidă a pierderii totale de presiune în circuitul primar al C.N.E., s-a construit o nomogramă (fig. 3), care dă, în funcție de variația factorilor caracteristici circuitului, valoarea corespunzătoare a pierderii de presiune.

Tehnica trasării nomogramei a fost următoarea : în cadranul din dreapta sus s-au trasat curbele de variație a pierderii totale de presiune Δp_t, în funcție de variația relativă a vitezei în conductele de legătură w_2/w_1, pentru diferite valori relative ale raportului lungime conducte-diametru conducte, $\frac{l_2}{d_2} \Big/ \frac{l_1}{d_1}$, menținîndu-se constant raportul relativ lungime medie a țevilor generatorului de abur-diametru al țevilor generatorului de abur, $\frac{l_3}{d_3} \Big/ \frac{l_1}{d_1}$, precum și viteza relativă în țevile generatorului de abur, w_3/w_1.

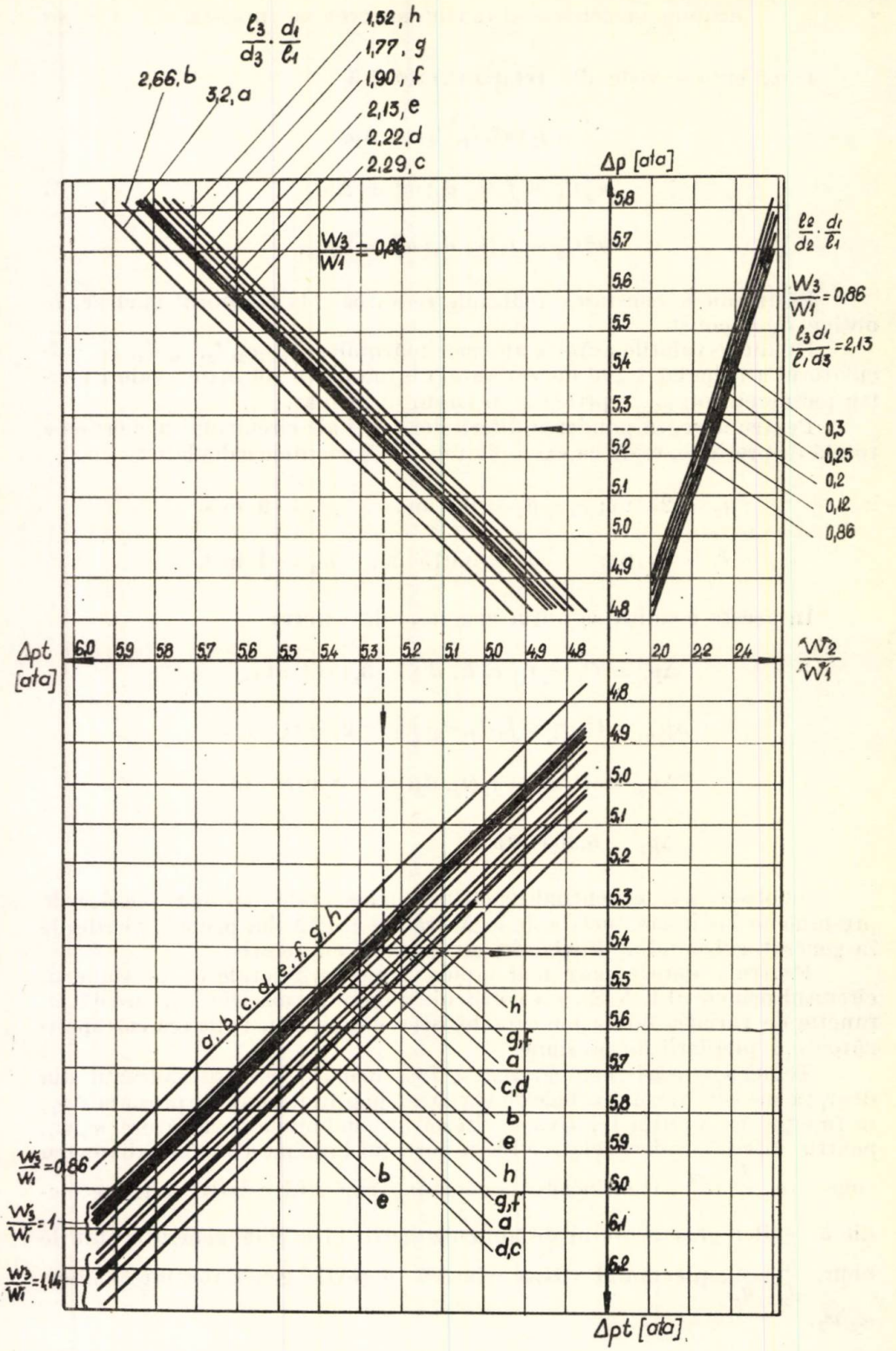


Fig. 3. — **Nomogramă pentru** determinarea pierderii totale de presiune în circuitul primar **al unei centrale nucleare-electrice de tip P.W.R.**

În cadranul următor, stînga sus, s-a variat raportul relativ lungime medie a țevilor generatorului de abur-diametru al țevilor generatorului de abur, $\frac{l_3}{d_3} \Big/ \frac{l_1}{d_1}$, obținîndu-se curbele ce pot fi folosite pentru citirea valorilor corespunzătoare ale pierderii totale de presiune, menținîndu-se constantă viteza relativă în țevile generatorului de abur, w_3/w_1.

În ultimul cadran al nomogramei, stînga jos, s-a variat viteza relativă în țevile generatorului de abur, w_3/w_1, obținîndu-se familiile de curbe ce permit citirea valorilor finale ale pierderii totale de presiune în condițiile varierii tuturor mărimilor considerate.

Modul de citire a nomogramei este dat de sensul săgeților din figura 3.

Din cele de mai sus rezultă următoarele concluzii :

1. Relația propusă permite determinarea corectă a pierderii totale de presiune în circuitul primar al unei centrale nucleare electrice de tip P.W.R. și se poate aplica și la alte tipuri de centrale nucleare-electrice cu modificările de rigoare. Rezultatele obținute folosind această relație sînt apropiate de cele obținute în exploatare.

2. Nomograma construită prin prelucrarea datelor obținute pe calculator reprezintă o modalitate de sintetizare a variantelor în scopul determinării rapide pe cale grafică a valorii pierderii totale de presiune pentru oricare dintre valorile mărimilor caracteristice curgerii, considerate variabile.

BIBLIOGRAFIE

1. N. Dănilă, E. Licsandru-Isbășescu, J. Naiu-Adameșteanu, *Calculul hidrodinamic al circuitului primar al centralei nucleare-electrice tip P.W.R.*, St. cerc. energ. electr., **22**, 3, 545–558 (1972).
2. S. S. Kutateladze, V. M. Borișanski, *Spravocinik po teploperedace*, Moskva, Gosenergoizdat, 1958.

STUDIUL COMPORTĂRII TERMICE A UNOR ŞISTURI BITUMINOASE

I. NISTOR, F. BARCA, ELENA CERNICA şi ANCA BIDULESCU

662.6 : 662.61

În vederea caracterizării comportării termice a masei organice şi anorganice a şisturilor bituminoase, au fost efectuate cercetări cu ajutorul unui derivatograf asupra materialului ca atare şi asupra reziduurilor rezultate la extracţiile cu piridină şi chinolină în mediu oxidant, reducător şi inert.

Au fost determinate zonele exotermice şi endotermice, cît şi pierderile în greutate rezultate.

Coroborarea datelor experimentale obţinute arată că arderea şisturilor bituminoase are loc într-un domeniu relativ coborît de temperatură.

Studiul posibilităţilor de utilizare a şisturilor bituminoase drept combustibili necesită cunoaşterea comportării masei lor organice şi anorganice în procesele termice în mediu oxidant şi inert, cunoaşterea efectelor exo- şi endoterme, a cauzelor lor şi a pierderilor de masă în timpul încălzirii.

Acest studiu caută să răspundă problemei sus-menţionate prin cercetarea unor probe de şisturi bituminoase a căror analiză tehnică şi elementară este prezentată în tabela 1.

Compoziţia oxidică a probelor sus-menţionate, calcinate în mediu oxidant la 800°C pentru eliminarea masei organice, a fost determinată şi este prezentată în tabela 2.

S-a urmărit de asemenea spectrografic conţinutul în diverse alte elemente în masa anorganică a şisturilor rezultatele fiind prezentate în tabela 3.

Materialul astfel caracterizat, necalcinat (brut), a fost cercetat din punctul de vedere al comportării termice cu ajutorul unui derivatograf în mediu oxidant (aer) în mediu reducător (hidrogen) şi inert (azot). Rezultatele sînt prezentate în figurile 1, 2 şi 3.

S-a cercetat de asemenea în acelaşi mod o probă de cenuşă rezultată din arderea şistului. Rezultatele sînt prezentate în figura 4.

Pentru determinarea cauzelor apariţiei maximelor exoterme şi endoterme prezentate în figurile 1—3, s-au extras cu piridină şi chinolină probe

Tabela 1

Analiza tehnică şi elementară a şisturilor bituminoase studiate

Component	Simbol	Unitate	Valori
Umiditate	W^t	%	9,12
Cenuşă	A^a	%	76,35
Materii volatile	V^a	%	17,28
Carbon	C^a	%	11,99
Hidrogen	H^a	%	1,90
Sulf	S_t^a	%	0,41
Putere calorifică superioară	Q_s^a	kcal/kg	1 292
Putere calorifică inferioară	Q_i^a	kcal/kg	1 057

de şist. Randamentul de extracţie şi analiza elementară a extractelor şi a reziduurilor de extracţie sînt prezentate în tabela 4.

Tabela 2

Compoziţia oxidică a probelor de şisturi bituminoase studiate, calcinate la 800°C în mediu oxidant (aer)

Component	Unitate	Valori
Pierderi calcinare	%	2,28
SiO_2	%	51,60
Al_2O_3	%	27,73
Fe_2O_3	%	9,29
FeO	%	0,50
CaO	%	0,40
MgO	%	0,98
S	%	0,23
K_2O	%	1,68
Na_2O	%	0,17

Atît extractele, cît şi reziduurile obţinute după extracţie au fost studiate din punctul de vedere al comportării termice. Rezultatele sînt prezentate în figurile 5, 6, 7 şi 8.

Tabela 3

Conţinutul în metale rare al şisturilor bituminoase calcinate

Metal	Zn	Ag	Cd	Cu	Be	Zr	W	Ni	Bi	Pb	Sn
Conţinut în ppm**	300	0,3	SLD*	50	1	SLD	SLD	30	SLD	70	10
Metal	Sb	Mn	Mo	V	Ga	Nb	Cr	Ge	Co		Ag
Conţinut în ppm	SLD	1000	2	20	SLD	SLD	80	2	10		SLD
Metal	Ce	La	Y	Yb	Sm	Gd	Lu		Pt	Pd	Rh
Conţinut în ppm	250	40	4	2	SLD	SLD	SLD	urme		0,02	SLD

* — sub limita de detecţie.
** — parte pe milion.

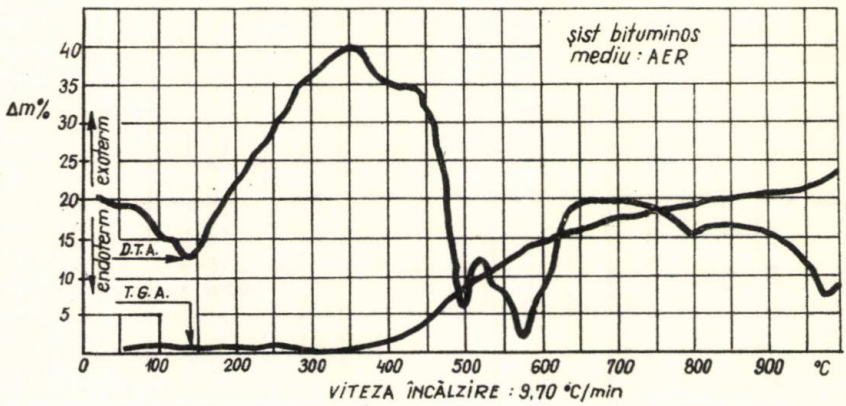


Fig. 1. — Curba termodiferenţială şi curba termogravimetrică a şistului bituminos în mediu oxidant (aer).

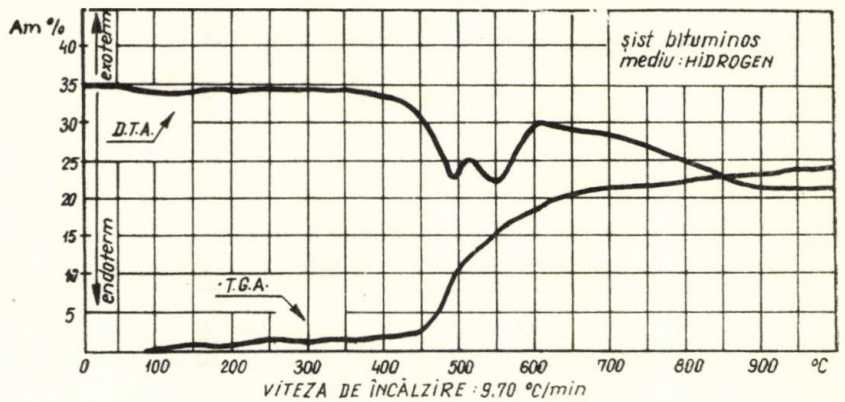


Fig. 2. — Curba termodiferenţială şi curba termogravimetrică a şistului bituminos în mediu reducător (hidrogen).

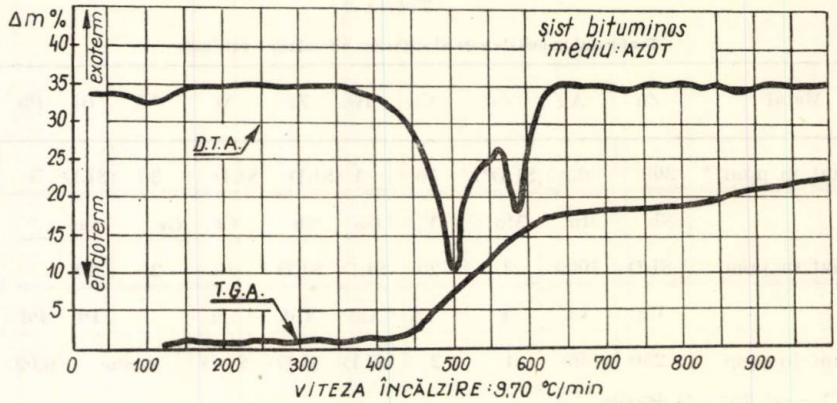


Fig. 3. — Curba termodiferenţială şi curba termogravimetrică a şistului bituminos în mediu inert (azot).

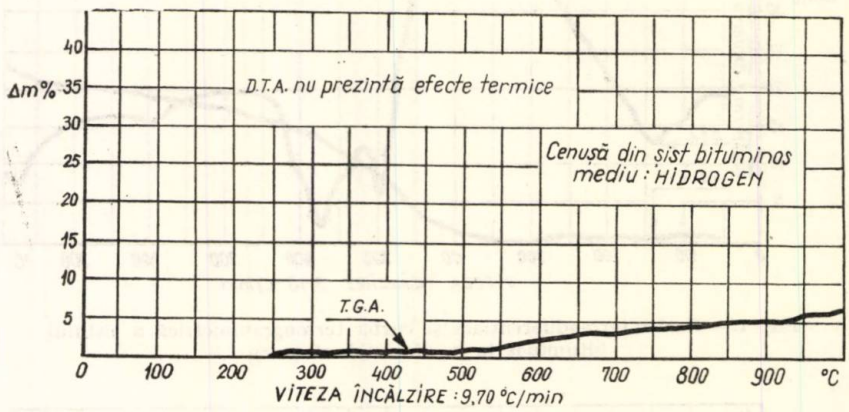


Fig. 4. — Curba termogravimetrică a cenuşii şistului bituminos în mediu reducător (hidrogen).

Tabela 4

Randamente de extracţie rezultate din tratarea şisturilor cu piridină şi chinolină

Specificaţie	Randament
Extract piridină	4,0
Extract chinolină	9,5
Reziduu extracţie piridină	96,0
Reziduu extracţie chinolină	90,5

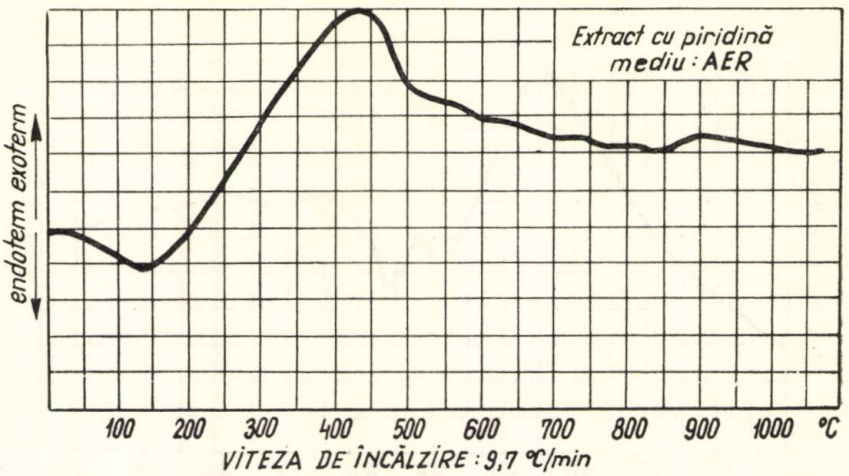


Fig. 5. — Curba termodiferenţială a extractului de piridină în mediu oxidant (aer).

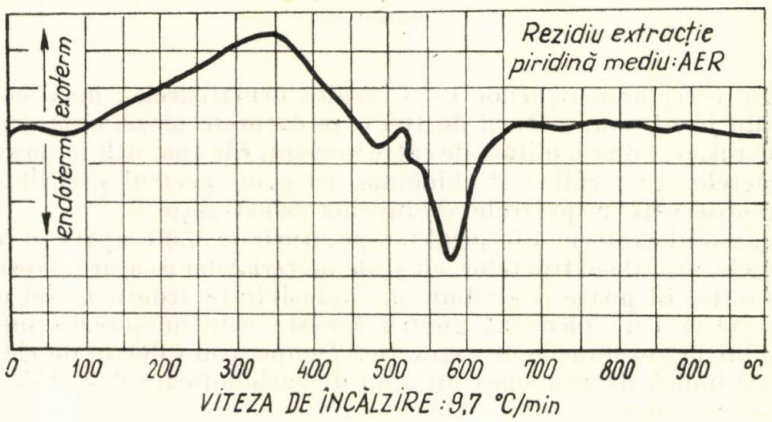


Fig. 6. — Curba termodiferenţială a reziduului extracţiei cu piridină în mediu oxidant (aer).

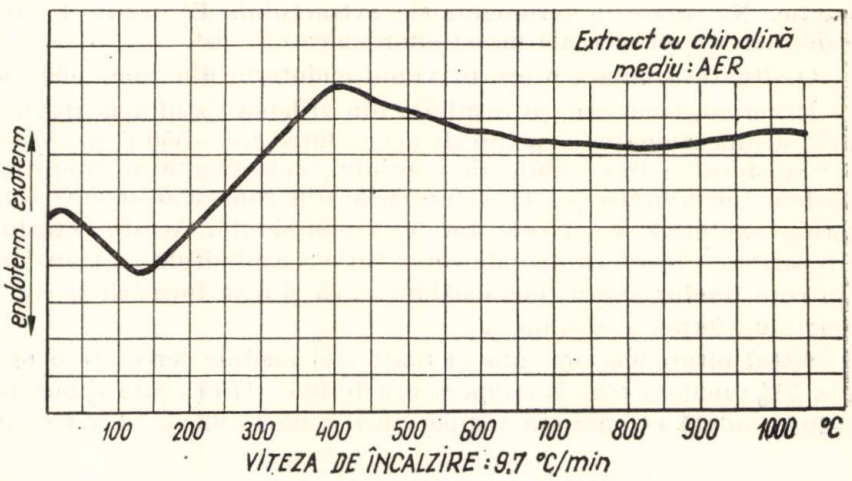


Fig. 7. — Curba termodiferenţială a extractului cu chinolină în mediu oxidant (aer).

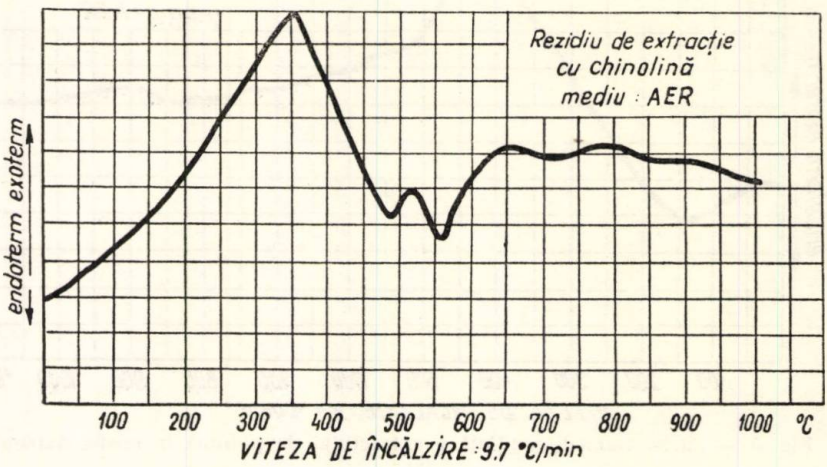


Fig. 8. — Curba termodiferenţială a reziduului extracţiei cu chinolină în mediu oxidant (aer).

Din cercetarea figurilor 1—8 rezultă următoarele : maximele endoterme din jurul temperaturii de 100°C se datoresc masei organice şi eventualelor reţineri de umiditate de către aceasta. Ele apar atît în termogramele extractelor cu piridină şi chinolină, cît şi în spectrul şisturilor, fără a putea fi observate în spectrele reziduurilor de extracţie.

Maximul exoterm din jurul temperaturii de 350°C apare în toate termogramele, atît ale extractelor, cît şi ale materialelor ca atare şi reziduurilor de extracţie. El poate fi atribuit în exclusivitate arderii masei organice. Un alt factor care pledează pentru aceasta este micşorarea intensităţii maximului în reziduurile de extracţie. Temperatura destul de ridicată de aprindere indică de asemenea un grad de carbonificare destul de înaintat al masei organice.

În zona 450—500°C apare un maxim endoterm asociat cu pierdere de masă, pe care îl găsim în termogramele şistului şi ale reziduurilor de extracţie. Nu apare în termogramele extractului. El poate fi atribuit transformărilor termice ale masei anorganice din şist.

O situaţie similară o are maximul endoterm din zona 500—600°C.

În termograma cenuşii rezultate din arderea şistului neapărînd maximele sus-menţionate, se poate afirma că între 450—550°C şi 550—600°C apar transformări ireversibile ale sterilului, dependente în intensitate de atmosfera înconjurătoare. Transformările din zona 550—600°C sînt mai puternic exoterme decît cele din zona precedentă. Aceste transformări pot fi atribuite pierderii apei de constituţie a caolinitului şi transformării lui într-un produs amorf, metacoalinitul, ca şi transformării la cca 575°C a cuarţului, forma $\alpha \rightarrow$ forma β.

Şistul bituminos prezintă în toate trei mediile cercetate o pierdere de cca 5 % greutate pînă la temperatura de 465—475°C, care ajunge pînă la 15—20 %, odată cu mărirea temperaturii pînă la 625°C. Acest domeniu,

care reprezintă degajarea în special a masei organice, indică posibilitatea arderii lor la temperaturi reduse.

Din cele expuse mai sus se desprind următoarele concluzii :

1. Masa anorganică a șistului are un conținut ridicat de alumină, cca 28%, asociat însă cu cantități mari de silice și fier. Dintre metalele conținute putem remarca îndeosebi manganul la nivelul de 1 000 ppm, care nu prezintă interes recuperativ și cantități importante de lantanide.

2. Transformările termice ale șisturilor indică un maxim endoterm în jurul temperaturii de 100°C, justificat prin eliminarea apei, un maxim exoterm la cca 350°C de aprindere a masei combustibile și alte două maxime endoterme, unul în zona 450—500°C și altul în zona 550—600°C, cauzate de transformări ale sterilului.

Intensitatea maximelor depinde de mediul de lucru. Cele datorită transformărilor sterilului se păstrează atît în mediu oxidant, cît și în mediu inert și reducător.

3. Degajarea masivă a masei organice la temperaturi sub 650°C, concomitent cu existența unui maxim exotermic între 300 și 450°C, arată că arderea șisturilor bituminoase are loc într-un domeniu relativ coborît de temperatură.

PROCESE DE OXIDARE LENTĂ LA ARDEREA PARTICULELOR DE COMBUSTIBILI SOLIZI

C. COROIU

662.661

Sînt studiate procesele de oxidare lentă ale particulelor de combustibili solizi care au loc în perioada de întîrziere la aprindere în condiţiile participării acestora la procesele de ardere, luîndu-se în consideraţie întreaga complexitate a acestei probleme, netratată pînă acum în literatura de specialitate. Pe baza unor metode experimentale şi de interpretare adecvate, s-a reuşit separarea proceselor de oxidare lentă de cele simultane de uscare şi piroliză, ceea ce a permis ca, pornind de la consideraţii teoretice, să se stabilească legităţile de desfăşurare a acestor procese complexe care înglobează fenomenele de difuzie, adsorbţie fizică, chemisorbţie, desorbţie şi reacţionare propriu-zisă.

1. INTRODUCERE

Odată cu introducerea în incintele de ardere, particulele de combustibili solizi sînt supuse unor procese simultane de transfer de căldură şi masă, din care unele sînt insuficient cunoscute. Unul din acestea este procesul de oxidare lentă a particulelor de combustibili solizi, care are loc în perioada de întîrziere la aprindere.

Acest proces este întîlnit în special în cazul cărbunilor energetici cu un grad de carbonificare redus. Desfăşurîndu-se simultan cu procesul de uscare al particulelor combustibile, procesul este mai greu de pus în evidenţă, trecînd deseori neobservat, ceea ce explică lipsa lucrărilor de specialitate din acest domeniu. Prin consecinţele sale, şi în special prin efectul său termic, procesul de oxidare lentă afectează procesul de încălzire al particulelor, perioada de întîrziere la aprindere, respectiv durata acesteia şi deci desfăşurarea întregului proces de ardere.

2. EXPERIMENTĂRI

Experimentările au fost efectuate asupra lignitului de Rovinari, un cărbune cu destinaţie energetică susceptibil la procesele de oxidare, avînd următoarele caracteristici tehnice: $W^a = 11{,}1\,\%$; $A^a = 18{,}12\,\%$;

$V^a = 41{,}92\,\%$; granulație 2—3 mm. Ca metodă de investigație a fost utilizată metoda termogravimetrică, folosind în acest scop o instalație descrisă în lucrarea [1], care permite, în condiții aerodinamice cvasistaționare, simularea unor incinte încălzite la temperaturi de 500, 700, 900 și 1 100°C. Particulele de combustibil au fost introduse în incinta de ardere cu ajutorul unui container etajat avînd 5 capsule de cuarț transparent suprapuse, distanțate între ele la 5 mm și descoperite la partea superioară, avînd un spațiu liber de Ø 23 mm și $h = 10$ mm: particulele au fost așezate în fiecare capsulă într-un strat de 2—3 mm grosime. Odată cu introducerea în incinta de ardere începe înregistrarea timpului de staționare, a greutății și a temperaturii superficialea particulelor.

Diagramele obț nute au fost prezentate în lucrarea [2], figura 1 reprezentînd dinamica igreutății globale (*1*, *2*, *3*, *4* — curbe experimentale înglobînd procesele de uscare, oxidare și începutul pirolizei), a umidității (*5*, *6*, *7*, *8* — curbe calculate) și a temperaturii superficiale medii (*9*, *10*, *11*, *12* — curbe experimentale) a particulelor de lignit de Rovinari cu granulație 2—3 mm în timpul arderii în condiții aerodinamice cvasitaționare, la temperaturi ale incintei de ardere $t_i = 500$, 700, 900, 1 100°C. Studierea în detaliu a proceselor de uscare ale particulelor combustibile în condiți-

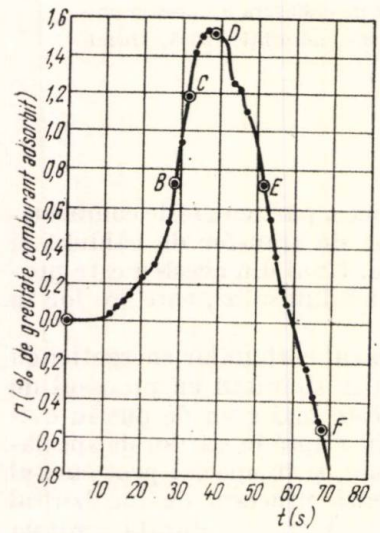


Fig. 1. — Dinamica greutății globale a comburantului (aerului) adsorbit de particulele de lignit de Rovinari, granulație 2—3 mm, în timpul perioadei de întîrziere la aprindere în condiții aerodinamice cvasistaționare și temperatura incintei de ardere de 500°C.

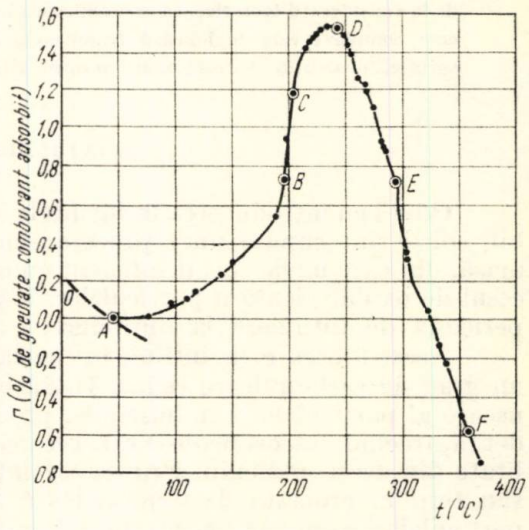


Fig. 2. — Izobara de adsorbție a comburantului (aerului) adsorbit de particulele de lignit de Rovinari, granulație 2—3 mm, în timpul perioadei de întîrziere la aprindere în condiții aerodinamice cvasistaționare și temperatura incintei de ardere de 500°C.

ile speciale ale participării acestora la procesul de ardere [2] a permis punerea în evidență a proceselor de oxidare simultane. În acord cu concluziile lucrării [2] se consideră curbele *1*, *2*, *3*, *4* din figura *1*, pînă la intersecția cu cele numerotate *5*, *6*, *7*, *8*, drept o însumare a proceselor si-

multane de oxidare şi uscare, iar curbele *1*, *2*, *3*, *4*, după intersecţia cu cele numerotate *5*, *6*, *7*, *8*, drept o însumare a proceselor simultane de uscare şi început al pirolizei. Aceasta a permis construirea curbelor din figurile 1 şi *2*, care reprezintă dinamica variaţiei greutăţii gazului (comburantului) adsorbit, respectiv izobara de adsorbţie a gazului (comburantului) adsorbit de particulele combustibile ale lignitului de Rovinari 2—3 mm în condiţii aerodinamice cvasistaţionare la temperaturi ale incintei de ardere de 500°C.

3. PROCESE DE OXIDARE

Procesul de oxidare a particulelor de combustibili solizi din perioada de întîrziere la aprindere reprezintă un proces eterogen gaz solid extrem de complex, adică o însumare a proceselor de adsorbţie fizică, chimică, desorbţie şi reacţiei propriu-zisă, avînd mai multe etape de desfăşurare:

— transportul gazelor din exterior pe suprafaţa externă a particulelor;

— transportul gazelor de pe suprafaţa externă a particulelor pe suprafaţa internă a acestora;

— adsorbţia; reacţia chimică propriu-zisă; desorbţia;

— transportul gazelor desorbite de pe suprafaţa internă pe suprafaţa externă a particulelor;

— transportul gazelor desorbite de pe suprafaţa externă a particulelor în exterior.

Temperaturile relativ scăzute, sub 400—500°C, la care au loc procesele de oxidare a particulelor combustibile supuse arderii face ca etapele cele mai lente ale procesului global să fie adsorbţia, reacţia chimică propriu-zisă, şi desorbţia, aşa cum se va vedea şi din cele ce urmează.

Analizînd aspectul general al izobarei din figura 2, se observă o alură clasică cu punctele -caracteristice O, A, B, C, D, E, F, care au fost marcate şi pe diagrama din figura 1. Întrucît punctul de plecare este cel corespunzător temperaturii de 20°C, este evident că lispeşte ramura descendentă (curba *ac* din figura 4 [*2*], reprezentînd adsorbţia fizică.

3.1. Domeniul OA reprezintă adsorbţia fizică, a cărei ecuaţie generală poate fi stabilită plecînd de la condiţia echilibrului izoterm de adsorbţie, conform căruia potenţialul chimic al gazului este identic în gazul liber μ_g şi în gazul adsorbit μ_a:

$$\mu_a - \mu_g = 0, \tag{1}$$

în care $\mu_a = \mu_a(T, \Gamma)$; $\mu_g = \mu_g(T, P)$; Γ — concentraţia specifică a gazului adsorbit;

$$a = \Gamma S_t = \chi \cdot m, \tag{2}$$

în care a este cantitatea totală a gazului adsorbit, S_t suprafaţa totală a adsorbantului, m masa totală a adsorbantului şi χ adsorbţia specifică.

În cazul deplasării echilibrului avem următoarea ecuație diferențială:

$$\left(\frac{\partial \mu_a}{\partial T}\right)_\Gamma \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial \mu_a}{\partial \Gamma}\right)_T \mathrm{d}\Gamma - \left(\frac{\partial \mu_g}{\partial T}\right)_P \mathrm{d}T - \left(\frac{\partial \mu_g}{\partial P}\right)_T \mathrm{d}P = 0, \tag{3}$$

în care ultimul termen se anulează, datorită condiției $\mathrm{d}P = 0$. Considerînd că gazul adsorbit se comportă ideal cel puțin în această fază a adsorbției fizice, avem

$$\mu_a = \mu_a^0 + RT \ln \Gamma, \tag{4}$$

de unde rezultă

$$\left(\frac{\partial \mu_a}{\partial \Gamma}\right)_T = \frac{RT}{\Gamma}. \tag{5}$$

Considerînd un singur gaz, potențialul chimic va fi egal cu entalpia liberă molară $G = H - TS$, ceea ce în final conduce la relația generală a izobarei de adsorbție fizică

$$\left(\frac{\partial \ln \Gamma}{\partial T}\right)_P = \frac{\lambda_a}{RT}, \tag{6}$$

în care λ_a este căldura de adsorbție; considerînd că λ_a nu depinde de T și Γ, se obține

$$\ln \Gamma = -\frac{\lambda_a}{RT} + \Gamma_0 \tag{7}$$

sau

$$\Gamma = \Gamma_0 \, \mathrm{e}^{-\lambda_a/RT}, \tag{8}$$

respectiv, utilizînd ecuația (2), rezultă

$$\chi = \chi_0 \mathrm{e}^{-\lambda_a/RT}; \quad a = a_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda_a/RT}. \tag{9}$$

3.2. Domeniul AB, cuprins în intervalul de timp 0,00—28,33 s, respectiv intervalul de temperatură 20—193°C, este situat într-o zonă de suprapunere a adsorbției fizice în continuă scădere cu adsorbția chimică, care devine preponderentă.

Din corelarea datelor experimentale pentru acest domeniu rezultă următoarea relație empirică globală:

$$\frac{\mathrm{d}\Gamma_2}{\mathrm{d}\tau} = K_2 \cdot \Gamma_2 = 0{,}1648 \cdot \Gamma_2. \tag{10}$$

Punctul de plecare al acestui domeniu este marcat de saturația suprafeței particulelor combustibile cu umiditatea [1]. Pe măsura uscării,

suprafaţa va absorbi oxigenul şi azotul conţinute în comburant, astfel că la un moment dat se poate scrie relaţia

$$S_t = S_u + S_0 + S_a, \tag{11}$$

în care S_t, S_u, S_0, S_a este suprafaţa totală a particulelor combustibile, ocupată de umiditate, oxigen şi respectiv azot. Raportînd relaţia (11) la S_t obţinem ecuaţia

$$1 = \theta_{u,2} + \theta_{0,2} + \theta_{a,2}, \tag{12}$$

în care $\theta_{u,2}$ $\theta_{0,2}$ $\theta_{a,2}$ sînt fracţiunile de suprafaţă ocupată de umiditate, oxigen şi azot.

a. Considerînd desorbţia neglijabilă, vom avea

$$\frac{d\Gamma_2}{d\tau} = K_{a,0.2}(1 - \theta_{u,2})\, C_0 + K_{a,a,2}\,(1 - \theta_{u,2})\, C_a, \tag{13}$$

respectiv

$$\frac{d\Gamma_2}{d\tau} = K_2'\,(\theta_{0,2} + \theta_{a,2}), \tag{14}$$

în care $K_{a,0,2}$ este constanta de adsorbţie a oxigenului, $K_{a,a,2}$ constanta de adsorbţie a azotului pentru domeniul 2 (AB), C_0, C_a concentraţiile în O_2 şi N_2 ale aerului:

$$K_2' = K_{a,0,2}\, C_0 + K_{a,a,2}\, C_a. \tag{15}$$

Considerînd suprafaţa de adsorbţie omogenă, vom avea următoarea expresie generală pentru fracţia de suprafaţă ocupată:

$$\theta_i = \frac{b_i\, C_i}{1 + \sum_1^n b_i\, C_i}, \tag{16}$$

în care b_i este coeficient de adsorbţie a componentului i, avînd expresia generală

$$b_i = b_i^0 \cdot e^{-\lambda_i/RT}, \tag{17}$$

unde λ_i este căldura de adsorbţie, $b_i = b_i^0$ pentru $\lambda_i = 0$.

În cazul unei suprafeţe de adsorbţie neomogenă, fracţia de suprafaţă totală ocupată de un component va avea expresia

$$\theta_i = \int_{\lambda_{i,\min}}^{\lambda_{i,\max}} \theta_i\,(C_i, \lambda_i) \cdot \varphi\,(\lambda_i)\, d\lambda_i, \tag{18}$$

în care $\varphi(\lambda_i)$ este funcţie de distribuţie a căldurii de adsorbţie caracteristică suprafeţei respective :

— pentru cazul $\varphi(\lambda_i) = H_i \cdot e^{\alpha_i \cdot \lambda_i}$:

$$\theta_i = A_i C_i^{n_i} - B_i, \tag{19}$$

în care

$$n_i = \alpha_i \cdot R_i \cdot T\,;\; A_i = \frac{H_i}{\alpha_i} C_i^{\alpha_i R_i T}\,;\; B_i = \frac{H_i}{\alpha_i} e^{-\alpha_i \lambda_i}, \tag{20}$$

H_i fiind constanta lui Henry ;

— pentru cazul $\varphi(\lambda_i) = H_i \lambda_i^{\alpha_i}$:

$$\theta_i = \frac{H_i}{\alpha_i + 1}\left[\left(RT \ln \frac{C_i}{\Gamma_i}\right)^{\alpha_i + 1} - \lambda_{i,\max}\right]; \tag{21}$$

— pentru cazul $\varphi(\lambda_i) = H_i$:

$$\theta_i = A_i \ln C_i + B_i, \tag{22}$$

în care :

$$A_i = H_i R_i T\,;\; B_i = H_i \cdot \lambda_{i,\max} - A_i \ln \Gamma_i. \tag{23}$$

Luînd în consideraţie ecuaţia (16), obţinem

$$\frac{d\Gamma_2}{d\tau} = K_2'\left[\frac{b_{0.2} C_0}{1 + b_{0.2} C_0 + b_{a.2} C_a} + \frac{b_{a.2} C_a}{1 + b_{0.2} C_0 + b_{a.2} C_a}\right], \tag{24}$$

care poate fi particularizată astfel :

— cazul $b_{0.2} C_0 \gg 1$ şi $b_{0.2} C_0 \gg b_{a.2} C_a$, corespunzător adsorbţiei la saturaţie, respectiv adsorbţiei chimice preponderente faţă de adsorbţia fizică, cînd vom avea relaţia

$$\frac{d\Gamma_2}{d\tau} = K_2'\left[1 + \frac{b_{a.2} C_a}{b_{0.2} C_0}\right], \tag{25}$$

care, prin integrare între limitele $0 - \tau$ şi $0 - \Gamma$, conduce la

$$\Gamma_2 = K_2' \tau + K_2' \frac{b_{a.2} \cdot C_a}{b_{0.2} \cdot C_0} \tau, \tag{26}$$

respectiv

$$\Gamma_2 = (K_{a.0.2} C_0 + K_{a.a.2} C_a)\left[1 + \frac{b_{a.2} \cdot C_a}{b_{0.2} \cdot C_0}\right]; \tag{27}$$

— cazul $b_{0.2}\ C_0 \ll 1$ şi $b_{0.2}C_0 \gg b_{a.2}C_a$, corespunzător legii lui Henry, cînd vom avea

$$\frac{d\Gamma_2}{d\tau} = K_2' (b_{0.2}C_0 + b_{a.2}C_a) = K_2'(\theta_{0.2} + \theta_{a.2}). \tag{28}$$

Considerînd

$$\frac{\Gamma_2}{\Gamma_{max}} = \theta_{0.2} + \theta_{a.2}, \tag{29}$$

obţinem

$$\frac{d\Gamma_2}{d\tau} = K_2' \frac{\Gamma_2}{\Gamma_{max}} = K_2\Gamma_2. \tag{30}$$

Se observă asemănarea ecuaţiilor (10), (14) şi (30) şi semnificaţia constantei empirice globale K_1:

$$K_2 = \frac{K_{a.0.2} \cdot C_0 + K_{a.a.2} \cdot C_a}{\Gamma_{max}}. \tag{31}$$

Integrînd ecuaţiile (10), (14) sau (30) între limitele $0-\tau$ şi $0-\Gamma$, obţinem

$$\ln\Gamma_2 = K_2\tau;\ \Gamma_2 = e^{k_2\tau}, \tag{32}$$

respectiv

$$\Gamma_2 = e^{(K_{a.0.2}C_0 + K_{a.a.2}\cdot C_a)\tau/\Gamma_{max}}. \tag{33}$$

b. Luînd în consideraţie şi procesul de desorbţie, vom avea

$$\frac{d\Gamma_2}{d\tau} = K_{a.0.2}\ (1 - \theta_{u.2})\ C_0 + K_{a.a.2}\ (1 - \theta_{u.2}) - K_{d\cdot 0.2} \cdot \theta_{0.2} - K_{d.a.2}\ \theta_{a.2} \tag{34}$$

şi cu $K_{d.0.2} \cong K_{d.a.2} = K_{d.2}$ obţinem

$$\frac{d\Gamma_2}{d\tau} = (K_{a.0.2}\ C_0 + K_{a.a.2}C_a - K_{d.2})\ (\theta_{0.2} + \theta_{a.2}), \tag{35}$$

de unde rezultă că diferenţa dintre cele două cazuri a) şi b) se rezumă la diferenţa dintre constantele K_2, a cărei expresie pentru cazul a) este dată de ecuaţia (23), iar pentru cazul b) de următoarea ecuaţie:

$$K_2 = \frac{K_{a.0.2}\ C_0 + K_{a.a.2}\ C_a - K_{d.2}}{\Gamma_{max}}. \tag{36}$$

3.3. Domeniul BC, cuprins în intervalul de timp 28,33—31,66 s, respectiv intervalul de temperatură 193—206,5°C, este situat de asemenea într-o zonă de suprapunere a adsorbției fizice cu chemisorbția, aflată în dezechilibru puternic cu desorbția. Ca urmare a nivelului relativ ridicat al temperaturii, viteza de uscare crește, ceea ce conduce la creșterea fracțiunii de suprafață liberă disponibilă pentru adsorbția activă a comburantului, ca și la amorsarea reacției chimice atît în faza adsorbită (nesesizabilă experimental prin urmărirea variației de greutate), cît și prin mecanism fără desorbție.

Din prelucrarea datelor experimentale pentru acest domeniu rezultă următoarea relație empirică globală:

$$\frac{d\Gamma_3}{d\tau} = K_3' + K_3''\Gamma_3 = 0{,}07575 + 0{,}0607\ \Gamma_3. \tag{37}$$

a. În acord cu cele prezentate anterior și neglijînd procesul de adsorbție fizică și desorbție, cînd $K_{a,a,3} \ll K_{a,0,3} = K_{a,3}$; $K_{d,3} \cong 0$, rezultă

$$\frac{d\Gamma_3}{d\tau} = K_3' + K_{a,3}\,(1 - \theta_{u,3})\,C_0 \tag{38}$$

sau

$$\frac{d\Gamma_3}{d\tau} = K_3' + K_{a,3}\,(1 - \theta_{u,3})\,C_0 - K_{r,3}\,C_0^{\alpha_3}\cdot C_{ac}^{\beta_3}, \tag{39}$$

în care $K_{r,3}$ reprezintă constanta vitezei de reacție prin mecanism fără adsorbție C_{ac} concentrația specifică a centrilor activi ai suprafeței, α_3, β_3 ordin de reacție, K_3' constantă avînd semnificația de ordonată la origine în graficul ajutător $d\Gamma/d\tau - \Gamma$ și dimensiunea de viteză a procesului global de oxidare. Considerînd procesele ce se desfășoară în domeniul BC ca pornind de la $\tau = 0$, vom avea

$$K_3' = \left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{2,max}} - \Gamma_{2,max}\ \mathrm{tg}\ \gamma, \tag{40}$$

în care $\left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{2,max}}$ este ordonata punctului caracteristic B, $\Gamma_{2,max}$ abscisa punctului caracteristic B, tgγ panta dreptei BC. Întrucît tg$\gamma = k_3''$, corespunzător ecuației (38) vom avea

$$K_3' = \left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{2,max}} - \Gamma_{2,max}\,K_3'', \tag{41}$$

iar corespunzător ecuației (39)

$$K_3' = \left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{2,max}} - \Gamma_{2,max}\,K_3'' - K_{r,3}\,C_0^{\alpha_3}\cdot C_{ac}^{\beta_3}. \tag{42}$$

Întrucît

$$1 - \theta_{u,3} = \theta_{0.3} + \theta_{a,3} \cong \theta_{0.3}, \tag{43}$$

obținem

$$\frac{d\Gamma_3}{d\tau} = K_3' + K_3''' \theta_{0.3} = K_3' + K_3'' \Gamma_3, \tag{44}$$

în care

$$K_3''' = K_{a,3} \cdot C_0 ; \ \theta_{0.3} = \frac{\Gamma_3}{\Gamma_{max}}, \tag{45}$$

respectiv, ținînd cont de ecuația (16),

$$\frac{d\Gamma_3}{d\tau} = K_3' + K_3''' \frac{b_{0.3} C_0}{1 + b_{0.3} C_0 + b_{a,3} C_a}, \tag{46}$$

care poate fi particularizată astfel :

— cazul $b_{0.3}C_0 \gg 1$ și $b_{0.3}C_0 \gg b_{a,3}C_a$, cînd vom avea relația

$$\frac{d\Gamma_3}{d\tau} = K_3' + K_3''', \tag{47}$$

care, integrată între limitele $0 - \tau$ și $\Gamma_3^0 - \Gamma_3$, conduce la

$$\Gamma_3 = \Gamma_3^0 + (K_3' + K_3''') \tau, \tag{48}$$

respectiv

$$\Gamma_3 = \Gamma_3^0 + \left[\left(\frac{d\Gamma}{d\tau} \right)_{\Gamma_{2,max}} - (\Gamma_{2,max}/\Gamma_{max} + 1) \ K_{a,3} C_0 \right] \tag{49}$$

și

$$\Gamma_3 = \Gamma_3^0 + \left[\left(\frac{d\Gamma}{d\tau} \right)_{\Gamma_{2,max}} - (\Gamma_{2,max}/\Gamma_{max} + 1) \ K_{a,3} \ C_0 - K_{r,3} \ C_0^{\alpha_3} \ C_{ac}^{\beta_3} \right]; \tag{50}$$

— cazul $b_{0.3}C_0 \ll 1$ și $b_{0.3}C_0 \gg b_{a,3}C_a$, cînd obținem ecuația diferențială

$$\frac{d\Gamma_3}{d\tau} = K_3' + K_3''' \ b_{0.3} \ C_0 = K_3' + K_3'' \ \Gamma_3. \tag{51}$$

Integrăm ecuațiile (37), (44) sau (51), făcînd substituția $\Gamma_3 = uv$, din care rezultă

$$u \frac{dv}{d\tau} + v \left(\frac{du}{d\tau} - K_3'' u \right) = K_3'. \tag{52}$$

Impunînd funcţiei u condiţia

$$\frac{du}{d\tau} = K_3'' \cdot u, \tag{53}$$

se obţine soluţia parţial

$$u = u_0 \cdot e^{K_3''\tau}, \tag{54}$$

în care u_0 este o constantă de integrare, rezultînd din condiţia $\tau = 0$. Pe de altă parte,

$$u\frac{dv}{d\tau} = u_0 e^{K_3''\tau}\frac{dv}{d\tau} = K_3', \tag{55}$$

din care rezultă a doua soluţie parţială :

$$v = -\frac{1}{u_0}\frac{K_3'}{K_3''}e^{-K_3''\tau} + v_0, \tag{56}$$

în care v_0 este o constantă de integrare, rezultînd din condiţia $\tau = 0$. În final se obţine,

$$\Gamma_3 = -\frac{K_3'}{K_3''}u_0 v_0 e^{K_3''\tau} = -\frac{K_3'}{K_3''} + \Gamma_3^0 e^{K_3''\tau}, \tag{57}$$

respectiv

$$\Gamma_3 = \frac{\Gamma_{2,\max}K_{a,3}C_0 - \left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{2,\max}} \cdot \Gamma_{\max}}{K_{a,3}\cdot C_o} + \Gamma_3^0 e^{K_{a,3}C_0\cdot\tau/\Gamma_{\max}}, \tag{58}$$

$$\Gamma_3 = \frac{\Gamma_{2,\max}K_{a,3}C_0 - \left[\left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{2,\max}} + K_{r,3}C_0^{\alpha_3}C_{ac}^{\beta_3}\right]\cdot\Gamma_{\max}}{K_{a,3}.\,C_0} + \Gamma_3^0 e^{K_{a,3}C_0\tau/\Gamma\max\cdot} \tag{59}$$

S-a vorbit anterior despre reacţia în faza adsorbită nesesizabilă experimental prin urmărirea variaţiei de greutate a probei de cercetat. Considerînd drept produs de reacţie bioxidul de carbon, putem obţine ecuaţia

$$\frac{d\Gamma_{b.3}}{d\tau} = -\frac{1}{\xi}\frac{d\Gamma_{0.3}}{d\tau} = k_{r,a,3}\Gamma_{0;3}^{\alpha_3'}C_{ac}^{\beta_3'}, \tag{60}$$

în care

$K_{r,a,3}$ reprezintă constanta vitezei de reacţie în faza adsorbită,
α'_3, β'_3 — ordin de reacţie,

$\xi = \frac{32}{44}$.

Întrucît

$$\Gamma_{0,3} = \eta_{0,3} \cdot \theta_{0,3}, \tag{61}$$

în care $\eta_{0,3}$ este capacitate de absorbţie pentru oxigen a unităţii de suprafaţă de adsorbţie, considerînd $\alpha'_3 = 1$ şi ţinînd cont de ecuaţia (16), vom avea

$$\frac{d\Gamma_{b,3}}{d\tau} = -\frac{1}{\xi}\frac{d\Gamma_{0,3}}{d\tau} = K_{r,a,3} \cdot \eta_{0,3} \cdot C_{ac}^{\beta'_3} \frac{b_{0,3} C_0}{1 + b_{0,3} C_0 + b_{a,3} C_a}, \tag{62}$$

care poate fi particularizată astfel:

— cazul $b_{0,3}C_0 \gg 1$ şi $b_{0,3}C_0 \gg b_{a,3}\, C_a$, cînd vom avea

$$\frac{d\Gamma_{b,3}}{d\tau} = -\frac{1}{\xi}\frac{d\Gamma_{0,3}}{d\tau} = K_{r,a,3} \cdot \eta_{0,3} \cdot C_{ac}^{\beta'_3}, \tag{63}$$

respectiv, integrînd între limitele $0 - \tau$; $\Gamma^0_{0,3} - \Gamma_{0,3}$ şi $0 - \tau$; $0 - \Gamma_{b,3}$

$$\Gamma_{0,3} = \Gamma^0_{0,3} - \xi \cdot K_{r,a,3} \cdot \eta_{0,3} \cdot C_{ac}^{\beta'_3} \cdot \tau \tag{64}$$

sau

$$\Gamma_{b,3} = K_{r,a,3} \cdot \eta_{0,3} \cdot C_{ac}^{\beta'_3} \cdot \tau; \tag{65}$$

— cazul $b_{0,3}C_0 \ll 1$ şi $b_{0,3}C_0 \gg b_{a,3}C_a$, cînd vom avea

$$\frac{d\Gamma_{b,3}}{d\tau} = -\frac{1}{\xi}\frac{d\Gamma_{0,3}}{d\tau} = K_{r,a,3} \cdot \eta_{0,3} \cdot C_{ac}^{\beta'_3} \cdot b_{0,3} \cdot C_0, \tag{66}$$

respectiv, ţinînd cont de relaţia (45),

$$\frac{d\Gamma_{b,3}}{d\tau} = -\frac{1}{\xi}\frac{d\Gamma_{0,3}}{d\tau} = \frac{K_{r,a,3} \cdot \eta_{0,3} \cdot C_{ac}^{\beta'_3}}{\Gamma_{max}} \Gamma_{0,3}, \tag{67}$$

care, prin integrare între limitele $0 - \tau$; $\Gamma^0_{0,3} - \Gamma_{0,3}$ şi $0 - \tau$; $0 - \Gamma_{b,3}$, conduce la

$$\Gamma_{0,3} = \Gamma^0_{0,3}\, e^{-\frac{\xi K_{r,a,3} \eta_{0,3} C_{ac}^{\beta'_3}}{\Gamma_{max}} \cdot \tau} \tag{68}$$

sau

$$\Gamma_{b,3} = e^{K_{r,a,3} \cdot \eta_{0,3}} C_{ac}^{\beta_3'} \tau/\Gamma_{max}. \tag{69}$$

b. Luînd în considerație și procesul de desorbție, se poate scrie

$$\frac{d\Gamma_3}{d\tau} = K_3' + K_{a,3}(1 - \theta_{u,3}) C_0 - K_{d,3}\, \theta_{0,3}, \tag{70}$$

respectiv

$$\frac{d\Gamma_3}{d\tau} = K_3' + K_{a,3}(1 - \theta_{u,3}) C_0 - K_{d,3} \cdot \theta_{0,3} - K_{r,3} C_0^{\alpha_3} C_{ac}^{\beta_3}, \tag{71}$$

în care $K_{d,3}$ este constanta globală de desorbție, dată de expresia

$$K_{d,3} = n_3 \cdot K_{d,0,3} + \frac{m_3}{\xi} K_{d,b,3}, \tag{72}$$

unde $K_{d,0,3}$, $K_{d,b,3}$ reprezintă constanta de desorbție a oxigenului, respectiv a bioxidului de carbon, n_3, m_3 coeficienți de participare :

$$n_3 + m_3 = 1,; \; n_i + m_i = 1, \tag{73}$$

ceea ce conduce la calcule și rezultate asemănătoare celor pentru cazul a), cu deosebirea că constanta K_3'' va avea expresia

$$K_3'' = \frac{K_{a,3} \cdot C_0 - K_{d,3}}{\Gamma_{max}}. \tag{74}$$

3.4. Domeniul *CD*, cuprins în intervalul de timp 31,66 — 38,55 s, respectiv intervalul de temperatură 206,5 — 240°C, este situat în partea finală a zonei, avînd caracteristicile amintite la domeniul *BC*, cu specificația că în acest domeniu, drept urmare a creșterii de temperatură și saturației suprafeței cu produse de reacție, rolul desorbției crește considerabil.

Din corelarea datelor experimentale pentru acest domeniu, rezultă următoarea relație empirică globală :

$$\frac{d\Gamma_4}{d\tau} = 0{,}7154 - 0{,}470\, \Gamma_4 = K_4' - K_4''\, \Gamma_4. \tag{75}$$

În acord cu cele de mai sus se poate scrie

$$\frac{d\Gamma_4}{d\tau} = K_4' + K_{a,4}\, (1 - \theta_{u,4}) C_0 - K_{d,4}\, \theta_{0,4} \tag{76}$$

sau

$$\frac{d\Gamma_4}{d\tau} = K'_4 + k_{a,4}(1 - \theta_{u,4})C_0 - K_{d,4}\theta_{0,4} - K_{r,4}C_0^{\alpha_4}C_{ac}^{\beta_4}, \tag{77}$$

în care K'_4 este o constantă avînd semnificaţia de ordonată la origine în graficul ajutător $\frac{d\Gamma}{d\tau} - \Gamma$ şi dimensiunea de viteză a procesului global de oxidare. Corespunzător vom avea

$$K'_4 = \left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{3,max}} - \Gamma_{3,max} \cdot \operatorname{tg}\ \delta, \tag{78}$$

în care $\left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{3,max}}$ este ordonata punctului caracteristic C, iar tgδ panta dreptei CD. Întrucît tg$\delta = K''_4$, pentru cazul ecuaţiei (76) vom avea

$$K'_4 = \left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{3,max}} - \Gamma_{3,max} \cdot K''_4, \tag{79}$$

respectiv pentru cazul ecuaţiei (77)

$$K'_4 = \left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{3,max}} - \Gamma_{3,max} \cdot K''_4 - K_{r,4}C_0^{\alpha_4} \cdot C_{ac}^{\beta_4}. \tag{80}$$

Ţinînd cont de ecuaţia (43), obţinem

$$\frac{d\Gamma_4}{d\tau} = K'_4 - K'''_4\theta_{0,4} = K'_4 - K''_4\Gamma_4, \tag{81}$$

în care

$$K'''_4 = K_{a,4}C_0 - K_{d,4};\ \theta_{0,4} = \frac{\Gamma_4}{\Gamma_{max}}, \tag{82}$$

respectiv, utilizînd ecuaţia (16),

$$\frac{d\Gamma_4}{d\tau} = K'_4 - K'''_4 \frac{b_{0,4}C_0}{1 + b_{0,4}C_0 + b_{a,4}C_a}, \tag{83}$$

care poate fi particularizată astfel:

— cazul $b_{0,4}C_0 \gg 1$ şi $b_{0,4}C_0 \gg b_{a,4}C_a$, cînd vom avea

$$\frac{d\Gamma_4}{d\tau} = K'_4 - K'''_4, \tag{84}$$

care, integrată între limitele $0-\tau$ și $\Gamma_4^0 - \Gamma_4$, conduce la

$$\Gamma_4 = \Gamma_4^0 + (K_4' - K_4''')\tau, \tag{85}$$

respectiv

$$\Gamma_4 = \Gamma_4^0 + \left[\left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{3,max}} - \left(\frac{\Gamma_{3,max}}{\Gamma_{max}} - 1\right)K_{a,4}C_0 - K_{d,4})\right]\tau \tag{86}$$

și

$$\Gamma_4 = \Gamma_4^0 + \left[\left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{3,max}} - \left(\frac{\Gamma_{3,max}}{\Gamma_{max}} - 1\right)(K_{a,4}\,C_0 - K_{d,4}) - K_{r,4}C_0^{\alpha_4}C_{ac}^{\beta_4}\right]\tau; \tag{87}$$

— cazul $b_{0,4}C_0 \ll 1$ și $b_{0,4}C_0 \gg b_{a,4}\,C_a$, cînd vom avea

$$\frac{d\Gamma_4}{d\tau} = K_4' - K_4'''\,b_{0,4}\,C_0 = K_4' - K_4'''\,\Gamma_4. \tag{88}$$

Prin integrarea ecuațiilor (75), (81) sau (88) se obține

$$\Gamma_4 = \frac{K_4'}{K_4''} + \Gamma_4^0\,e^{-K_4''\tau}, \tag{89}$$

respectiv

$$\Gamma_4 = \frac{\left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{3,max}} - \Gamma_{max} - \Gamma_{3,max}(K_{a,4}\,C_0 - K_{d,4})}{K_{a,4}C_0 - K_{d,4}} + \Gamma_4^0\,e^{\frac{K_{d,4}-K_{a,4}\,C_0}{\Gamma_{max}}\tau}. \tag{90}$$

și

$$\Gamma_4 = \frac{\left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{3,max}} \Gamma_{max} - \Gamma_{3,max}(K_{a,4}\,C_0 - K_d) - K_{r,4}\,C_0^{\alpha_4}C_{ac}^{\beta_4}}{K_{a,4}C_0 - K_{d,4}} + \Gamma_4^0\,e^{\frac{K_{d,4}-K_{a,4}\,C_0}{\Gamma_{max}}\tau}. \tag{91}$$

3.5. Domeniul *DE*, cuprins în intervalul de timp 38, 33 — 51, 66 s, respectiv intervalul de temperatură 240 — 291°C, este situat într-o zonă care corespunde aproximativ unui echilibru termodinamic reversibil.

Corelarea datelor experimentale pentru acest domeniu conduce la următoarea expresie empirică globală :

$$-\frac{d\Gamma_5}{d\tau} = -\,0{,}18398 + 0{,}1092\,\Gamma_5 = -\,K_5' + K_5''\,\Gamma_5. \tag{92}$$

La deplasarea echilibrului vom avea următoarea ecuație diferențială :

$$-\frac{d\Gamma_5}{d\tau} = -\,K_5' + K_{a,5}\,(1 - \theta_{u,5})\,C_0 - K_{d,5}\theta_{0,5} \tag{93}$$

şi, luînd în consideraţie şi reacţia prin mecanism fără adsorbţie,

$$-\frac{d\Gamma_5}{d\tau} = -K'_5 + K_{a,5}(1-\theta_{u,5})C_0 - K_{d,5}\theta_{0,5} - K_{r,5}C_0^{\alpha_5}C_{ac}^{\beta_5}, \quad (94)$$

în care K'_5 este o constantă avînd semnificaţia de ordonată la origine în graficul ajutător $\frac{d\Gamma}{d\tau} - \Gamma$, de semn negativ, ceea ce este în acord cu ecuaţia empirică (92), şi avînd dimensiunea de viteză a procesului global de oxidare. Corespunzător vom avea

$$-K'_5 = \left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{4,max}} - \Gamma_{4,max}\cdot \operatorname{tg}\varepsilon, \quad (95)$$

în care $\left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{4,max}}$ este ordonata punctului caracteristic D, $\operatorname{tg}\varepsilon$ panta dreptei DE. Întrucît $\operatorname{tg}\varepsilon = K''_5$, pentru cazul ecuaţiei (93) se obţine

$$-k'_5 = \left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{4,max}} - \Gamma_{4,max}\cdot k''_5, \quad (96)$$

respectiv pentru cazul ecuaţiei (94)

$$-k'_5 = \left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{4,max}} - \Gamma_{4,max}\cdot K''_5 - K_{r,5}C_0^{\alpha_5}\cdot C_{ac}^{\beta_5}. \quad (97)$$

Ţinînd cont de ecuaţia (43), vom avea

$$-\frac{d\Gamma_5}{d\tau} = -K'_5 + K''_5\theta_{0,5} = -K'_5 + K''_5\Gamma_5, \quad (98)$$

în care

$$K'''_5 = K_{a,5}C_0 - K_{d,5};\ \theta_{0,5} = \frac{\Gamma_5}{\Gamma_{max}}, \quad (99)$$

respectiv, utilizînd ecuaţia (16)

$$-\frac{d\Gamma_5}{d\tau} = -K'_5 + K'''_5\frac{b_{0,5}C_0}{1 + b_{0,5}C_0 + b_{a,5}C_a}, \quad (100)$$

care poate fi particularizată astfel:

— cazul $b_{0,5}C_0 \gg 1$ şi $b_{0,5}C_0 \gg b_{a,5}C_a$, cînd

$$-\frac{d\Gamma_6}{d\tau} = -K'_5 + K'''_5, \quad (101)$$

care, integrată între limitele $0-\tau$ și $\Gamma_5^0 - \Gamma_5$, conduce la

$$\Gamma_5 = \Gamma_5^0 + (K_5' - K_5''')\,\tau, \tag{102}$$

respectiv

$$\Gamma_5 = \Gamma_5^0 + \left[-\left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{4,max}} + \left(\frac{\Gamma_{4,max}}{\Gamma_{max}} - 1\right)(K_{a,5}\ C_0 - K_{d,5})\right]\tau \tag{103}$$

și

$$\Gamma_5 = \Gamma_5^0 + \left[-\left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{4,max}} + \left(\frac{\Gamma_{4,max}}{\Gamma_{max}} - 1\right)(K_{a,5}C_0 - K_{d,5}) - K_{r,5}C_0^{\alpha_5}C_{ac}^{\beta_5}\right]\tau; \tag{104}$$

— cazul $b_{0,5}\,C_0 \ll 1$ și $b_{0,5}C_0 \gg b_{a,5}C_a$, cînd

$$-\frac{d\Gamma_5}{d\tau} = -K_5' + K_5'''b_{0,5}C_0. \tag{105}$$

Integrăm ecuațiile (92), (94) și (101) și obținem

$$\Gamma_5 = \frac{K_5'}{K_5''} + \Gamma_5^0\, e^{-K_5''\tau}, \tag{106}$$

respectiv

$$\Gamma_5 = \frac{\left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{4,max}} \Gamma_{max} - \Gamma_{4,max}(K_{a,5}C_0 - K_{d,5})}{K_{a,5}\cdot C_0 - K_{d,5}} + \Gamma_5^0\, e^{\frac{K_{d,5}-K_{a,5}C_0}{\Gamma_{max}}\tau} \tag{107}$$

și

$$\Gamma_5 = \frac{\left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{4,max}} \Gamma_{max} - \Gamma_{4,max}(K_{a,5}C_0 - K_{d,5}) - K_{r,5}C_0^{\alpha_5}C_{ac}^{\alpha}\Gamma_{max}}{K_{a,5}\,C_0 - K_{d,5}} + \tag{108}$$

$$+ \Gamma_5^0\, e^{\frac{K_{d,5}-K_{a,5}C_0}{\Gamma_{max}}\tau}.$$

3.6. Domeniul *EF*, cuprins în intervalul de timp 51,66 — 67,49 s, respectiv intervalul de temperatură 291—356°C, este situat de asemenea într-o zonă ce corespunde unui echilibru termodinamic reversibil al adsorbției și desorbției care se învecinează cu domeniul de început al proceselor pirolitice ale particulelor combustibile, al căror mecanism de desfășurare a fost studiat în lucrarea [3], astfel că temperatura de 356°C are și semnificația de temperatură de început a proceselor pirolitice, ceea ce concordă cu datele din literatura de specialitate [4].

Corelarea datelor experimentale pentru acest domeniu conduce la următoarea expresie empirică globală :

$$-\frac{d\Gamma_6}{d\tau} = -K_6' - K_6''\,\Gamma_6 = 0{,}066 - 0{,}079\;\Gamma_6. \tag{109}$$

a. La deplasarea echilibrului :

$$-\frac{d\Gamma_6}{d\tau} = -K_6 + K_{a,6}(1-\theta_{u,6})C_0 - K_{d,6}\theta_{0,6}, \tag{110}$$

respectiv

$$-\frac{d\Gamma_6}{d\tau} = -K_6 + K_{a,6}(1-\theta_{u,6})C_0 - K_{d,6}\cdot\theta_{0,6} - K_{r,6}C_0^{\alpha_6}C_{ac}^{\beta_6}, \tag{111}$$

în care K_6' este o constantă avînd semnificaţia de ordonată la origine în graficul ajutător $\frac{d\Gamma}{d\tau} - \Gamma$, negativ, ceea ce concordă cu ecuaţia empirică (109), şi dimensiunea de viteză a procesului global de oxidare. Corespunzător :

$$-K_6' = \left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{5,\max}} - \Gamma_{5,\max}\operatorname{tg}\varphi, \tag{112}$$

în care $\left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{5,\max}}$ este ordonata punctului caracteristic E, iar $\operatorname{tg}\varphi$ panta dreptei EF. Deoarece $\operatorname{tg}\varphi = K_6''$, pentru cazul ecuaţiei (110) vom avea

$$-K_6' = \left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{5,\max}} - \Gamma_{5,\max}\cdot K_6'', \tag{113}$$

respectiv pentru cazul ecuaţiei (111)

$$-K_6' = \left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{5,\max}} - \Gamma_{5,\max}\cdot K_6'' - K_{r,6}C_0^{\alpha_6}\cdot C_{ac}^{\beta_6}. \tag{114}$$

Ţinînd cont de ecuaţia (43), se obţine

$$-\frac{d\Gamma_6}{d\tau} = -K_6' - K_6'''\theta_{0,6} = -K_6' - K_6''\Gamma_6, \tag{115}$$

în care

$$K_6''' = K_{a,6}C_0 - K_{d,6}\,;\quad \theta_{0,6} = \frac{\Gamma_6}{\Gamma_{\max}}, \tag{116}$$

respectiv, utilizînd ecuaţia (16),

$$-\frac{d\Gamma_6}{d\tau} = -K_6' - K_6''' \frac{b_{0,6}C_0}{1 + b_{0.6}C_0 + b_{a.6}C_a}, \tag{117}$$

care poate fi particularizată astfel :

— cazul $b_{0.6}C_0 \gg 1$ şi $b_{0.6}C_0 \gg b_{a.6}C_a$, cînd

$$-\frac{d\Gamma_6}{d\tau} = -K_6' - K_6''', \tag{118}$$

care, prin integrare între limitele $0 - \tau$ şi $\Gamma_6^0 - \Gamma_6$, conduce la ecuaţia

$$\Gamma_6 = \Gamma_6^0 + (K_6' + K_6''')\tau, \tag{119}$$

respectiv

$$\Gamma_6 = \Gamma_6^0 + \left[\left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{5.max}} - \left(\frac{\Gamma_{5.max}}{\Gamma_{max}} + 1\right)(K_{a.6}C_0 - K_{d.6})\right]\tau \tag{120}$$

sau

$$\Gamma_6 = \Gamma_6^0 + \left[\left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{5.max}} - \left(\frac{\Gamma_{5.max}}{\Gamma_{max}} + 1\right)(K_{a.6}C_0 - K_{d.6}) - K_{r.6}C_0^{\alpha_6}C_{ac}^{\beta_6}\right]\tau; \tag{121}$$

— cazul $b_{0.6}C_0 \ll 1$ şi $b_{0.6}C_0 \gg b_{a.6}C_a$, cînd

$$-\frac{d\Gamma_6}{d\tau} = -K_6' - K_6''' b_{0.6}C_0 = -K_6' - K_6''\Gamma_6. \tag{122}$$

Integrînd ecuaţiile (109), (115) sau (122), se obţine

$$\Gamma_6 = -\frac{K_6'}{K_6''} + \Gamma_6^0 e^{K_6''\tau}, \tag{123}$$

respectiv

$$\Gamma_6 = \frac{\Gamma_{5.max}(K_{a.6}C_0 - K_{d.6}) - \left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{5.max}} \cdot \Gamma_{max}}{K_{a.6} \cdot C_0 - K_{d.6}} + \Gamma_6^0 e^{\frac{K_{a.6}C_0 - K_{d.6}}{\Gamma_{max}}\tau} \tag{124}$$

şi

$$\Gamma_6 = \frac{\Gamma_{5.max}(K_{a.6}C_0 - K_{d.6}) - \left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{5.max}} \cdot \Gamma_{max} + K_{r.6}C_0^{\alpha_6}C_{ac}^{\beta_6}\Gamma_{max}}{K_{a.6} \cdot C_0 - K_{d.6}} + \tag{125}$$

$$+ \Gamma_6^0 e^{\frac{K_{a.6}C_0 - K_{d.6}}{\Gamma_{max}}\tau}.$$

b. Avînd în vedere că domeniu EF se situează într-o zonă în care majoritatea suprafeţei de absorbţie este eliberată de umiditate, se poate scrie relaţia

$$-\frac{d\Gamma_6}{d\tau} = -K'_6 + K_{a,6}(1-\theta_{0,6})C_0 - K_{d,6}\theta_{0,6} \tag{126}$$

sau, ţinînd cont de reacţia cu mecanism fără adsorbţie,

$$-\frac{d\Gamma_5}{d\tau} = -K'_6 + K_{a,6}(1-\theta_{0,6})C_0 - K_{d,6}\theta_{0,6} - K_{r,6}C_0^{\alpha_6}C_{ac}^{\beta_6}, \tag{127}$$

în care K'_6 este o constantă avînd semnificaţia de ordonată la origine în graficul ajutător $\frac{d\Gamma}{d\tau} - \Gamma$, avînd semnul negativ, ceea ce concordă cu ecuaţia empirică (109), şi dimensiunea de viteză a procesului global de oxidare. Corespunzător pentru cazul ecuaţiei (126) avem

$$-K'_6 = \left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{5,max}} - \Gamma_{5,max}\operatorname{tg}\varphi + K_{a,6}C_0, \tag{128}$$

iar pentru cazul ecuaţiei (127)

$$-K'_6 = \left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{5,max}} - \Gamma_{5,max}\operatorname{tg}\varphi + K_{a,6}C_0 - K_{r,6}C_0^{\alpha_6}C_{ac}^{\beta_6}. \tag{129}$$

Ţinînd cont de ecuaţia (129), avem

$$-\frac{d\Gamma_6}{d\tau} = -K'_6 - K'''_6\theta_{0,6} = -K'_6 - K''_6\Gamma_6, \tag{130}$$

în care

$$-K'''_6 = -K_{a,6}C_0 - K_{d,6}; \quad \theta_{0,6} = \frac{\Gamma_6}{\Gamma_{max}}, \tag{131}$$

respectiv, utilizînd ecuaţia (16),

$$-\frac{d\Gamma_6}{d\tau} = -K'_6 - K'''_6\frac{b_{0,6}C_0}{1 + b_{0,6}C_0 + b_{a,6}C_a}, \tag{132}$$

care poate fi particularizată astfel:

— cazul $b_{0,6}C_0 \gg 1$ şi $b_{0,6}C_0 \gg b_{a6.}C_a$, cînd avem

$$-\frac{d\Gamma_6}{d\tau} = -K'_6 - K'''_6, \tag{133}$$

respectiv

$$\Gamma_6 = \Gamma_6^0 + \left[\left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{5,max}} + \left(\frac{\Gamma_{5,max}}{\Gamma_{max}} + 1\right)(K_{a,6}C_0 - K_{d,6}) - K_{a,6}C_0\right]\tau \qquad (134)$$

şi

$$\Gamma_6 = \Gamma_6^0 + \left[\left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{5,max}} + \left(\frac{\Gamma_{5,max}}{\Gamma_{max}} + 1\right)(K_{a,6}C_0 - K_{d,6}) - K_{a,6}C_0 - K_{r,6}C^{\alpha_6}C_{ac}^{\beta_6}\right]\tau; \qquad (135)$$

— cazul $b_{0.6}\,C_0 \ll 1$ şi $b_{0.6}C_0 \gg b_{a,6}C_a$, cînd avem

$$-\frac{d\Gamma_6}{d\tau} = -K_6' - K_6'''\theta_{0.6} = -K_6' - K_6''\Gamma_6, \qquad (136)$$

respectiv

$$\Gamma_6 = \frac{\Gamma_{5,max}(K_{a,6}C_0 - K_{d,6}) + \left[-\left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{5,max}} + K_{a,6}C_0\right]\Gamma_{max}}{K_{a,6}\cdot C_0 - K_{d,6}} + \\ + \Gamma_6^0 \cdot e^{\frac{K_{a,6}C_0 - K_{d,6}}{\Gamma_{max}}\tau} \qquad (137)$$

şi

$$\Gamma_6 = \frac{\Gamma_{5,max}(K_{a,6}C_0 - K_{d,6}) + \left[-\left(\frac{d\Gamma}{d\tau}\right)_{\Gamma_{5,max}} + K_{a,6}C_0 + K_{r,6}C_0^{\alpha_6}C_{ac}^{\beta_6}\right]\Gamma_{max}}{K_{a,6}\cdot C_0 - K_{d,6}} + \\ + \Gamma_6^0 \cdot e^{\frac{K_{a,6}C_0 - K_{d,6}}{\Gamma_{max}}\tau}. \qquad (138)$$

4. EFECTE TERMICE

După cum rezultă din datele anterioare, procesul global de oxidare cercetat în această lucrare reprezintă o însumare atît a proceselor simultane de adsorbţie fizică, chemisorbţie, reacţie chimică în stare adsorbită şi prin mecanism fără adsorbţie, cît şi a procesului de desorbţie.

În aceste condiţii, Q_2 — efectul termic globul al proceselor din domeniul AB — va fi dat de expresiile

$$Q_2 = \int_0^{\tau_2} (\theta_{0.2} + Q_{a.2})(K_{a.0.2}\cdot C_0\cdot\lambda_0 + K_{a.a.2}\cdot C_a\cdot\lambda_a)\,d\tau \qquad (139)$$

în cazul neglijării desorbției, respectiv, ținînd seama de ea,

$$Q_2 = \int_0^{\tau_2} (\theta_{0,2} + \theta_{a,2})(K_{a,0,2} \cdot C_0 \cdot \lambda_0 + K_{a,a,2} \cdot C_a \cdot \lambda_a)\, d\tau -$$

$$- \int_0^{\tau_2} (K_{d,0,2}\, \theta_{0,2}\, \lambda_0 + K_{d,a,2} \cdot \theta_{a,2} \cdot \lambda_a)\, d\tau, \qquad (140)$$

în care λ_0, λ_a este căldura medie de adsorbție a oxigenului și azotului, aproximativ egale cu căldurile respective de condensare, expresii ce pot fi particularizate astfel :

— cazul $b_{o,2}C_0 \gg 1$ și $b_{0,2}C_0 \gg b_{a,2}C_a$, cînd avem

$$Q_2 = \int_0^{\tau_2} (k_{a,0,2} \cdot C_0 \cdot \lambda_0 + K_{a,a,2} \cdot C_a \cdot \lambda_a) \left[1 + \frac{b_{a,2} \cdot C_a}{b_{o,2} \cdot C_0}\right] d\tau \qquad (141)$$

și

$$Q_2 = \int_0^{\tau_2} (K_{a,0,2} C_0 \cdot \lambda_0 + K_{a\,a,2} \cdot C_a \lambda_a) \left[1 + \frac{b_{a,2} \cdot C_a}{b_{o,2} \cdot C_0}\right] d\tau -$$

$$- \int_0^{\tau_2} [k_{d,0,2} \lambda_0 + K_{d,a,2} \frac{b_{a,2} \cdot C_a}{b_{0,2} \cdot C_0}\, \lambda_a\,] d\tau\,; \qquad (142)$$

— cazul $b_{0,2} \cdot C_0 \ll 1$ și $b_{0,2} \cdot C_0 >> b_{a,2}C_a$ cînd avem

$$Q_2 = \int_0^{\tau_2} (k_{a,0,2} \cdot C_0 \cdot \lambda_0 + k_{a,a,2} \cdot C_a \cdot \lambda_a)\, (b_{0,2} \cdot C_0 + b_{a,2} \cdot C_a)\, d\tau \qquad (143)$$

și

$$Q_2 = \int_0^{\tau_2} (K_{a,0,2} \cdot C_0 \cdot \lambda_0 + K_{a,a,2} \cdot C_a \cdot \lambda_a)\, (b_{0,2} \cdot C_0 + b_{a,2} \cdot C_a)\, d\tau -$$

$$- \int_0^{\tau_2} (K_{d,0,2} \cdot b_{0,2} \cdot C_0 \cdot \lambda_0 + K_{d,a,2} \cdot b_{a,2} \cdot C_a \cdot \lambda_a)\, d\tau). \qquad (144)$$

De asemenea Q_3 — efectul termic global al proceselor din domeniul BC — va fi dat de expresia

$$Q_3 = \int_{\tau_2}^{\tau_3} (K_3' + K_{a,0,3} \cdot \theta_{0,3} C_0)\, \lambda_0\, d\tau + \int_{\tau_2}^{\tau_3} (K_{r,a,3} \Gamma_{0,3}^{\alpha_3'} C_{ac}^{\beta_3'} + K_{r,a} C_0^{\alpha_3} C_{ac}^{\beta_3})\, \lambda_c \cdot d\tau, \qquad (145)$$

în cazul neglijării desorbției, și

$$Q_3 = \int_{\tau_3}^{\tau_2} (K'_3 + K_{a,0.3}\theta_{0.3} \cdot C_0)\ \lambda_0 \cdot d\tau + \int_{\tau_3}^{\tau_2} (K_{r,a,3}\ \Gamma_{0,3}^{\alpha'_3} C_{ac}^{\beta'_3} + K_{r,a} C_0^{\alpha_3} C_{ac}^{\beta_3}) \lambda_c \cdot d\tau -$$

$$- \int_{\tau_2}^{\tau_3} \left(n_3 k_{d,0.3} \cdot \theta_{0.3} \lambda_0 + \frac{m_3}{\xi} K_{d,b,3}\, \theta_{0.3} \cdot \lambda_b \right) d\tau, \qquad (146)$$

ținînd cont și de procesul de desorbție, în care λ_c este căldura medie de combustie, expresii ce pot fi particularizate astfel:

— cazul $b_{0,3}C_0 \gg 1$ și $b_{0,3}C_0 \gg b_{a,3}C_a$, cînd avem

$$Q_3 = \int_{\tau_2}^{\tau_3} (k'_3 + K_{a,0.3} \cdot C_0)\ \lambda_0 d\tau + \int_{\tau_2}^{\tau_3} K_{r,a,3} \Gamma_{0,3}^{\alpha'_3} C_{ac}^{\beta'_3} + K_{r,3} C_0^{\alpha_3} C_{ac}^{\beta_3}) \lambda_c \cdot d\tau \qquad (147)$$

și

$$Q_3 = \int_{\tau_2}^{\tau_3} (K'_3 + K_{a,0.3} \cdot C_0) \lambda_0 d\tau + \int_{\tau_2}^{\tau_3} (K_{r,a,3}\ \Gamma_{0,3}^{\alpha'_3} C_{ac}^{\beta'_3} + K_{r,3} C_0^{\alpha_3} C_{ac}^{\beta_3})\ \lambda_c \cdot d\tau -$$

$$- \int_{\tau_2}^{\tau_3} \left(n_3 K_{d.0.3} \cdot \lambda_0 + \frac{m_3}{\xi} K_{d,b,3} \cdot \lambda_b \right) d\tau; \qquad (148)$$

— cazul $b_{0.3}C_0 << 1$ și $b_{0.3}\ C_0 >> b_{a,3}C_a$, cînd avem

$$Q_3 = \int_{\tau_2}^{\tau_3} (K'_3 + K_{a,0.3} \cdot b_{0.3} \cdot C_0^2)\ \lambda_0\, d\tau + \int_{\tau_2}^{\tau_3} (K_{r,a,3}\ \Gamma_{0,3}^{\alpha'_3} C_{ac}^{\beta'_3} + K_{r,3} C_0^{\alpha_3} C_{ac}^{\beta_3})\ \lambda_c d\tau \qquad (149)$$

și

$$Q_3 = \int_{\tau_2}^{\tau_3} (K'_3 + K_{a,0.3} \cdot b_{0,3}\, C_0^2)\ \lambda_0 \cdot d\tau + \int_{\tau_2}^{\tau_3} (K_{r,a,3} \Gamma_{0,3}^{\alpha'_3}\ C_{ac}^{\beta'_3} + K_{r,3} C_0^{\alpha_3}\ C_{ac}^{\beta_3}) \lambda_c \cdot d\tau -$$

$$- \int_{\tau_2}^{\tau_3} \left(n_3 \cdot k_{d.0.3} \cdot b_{0.3} \cdot C_0 \cdot \lambda_0 + \frac{m_3}{\xi} k_{d,b,3} \cdot b_{0.3} \cdot b_{0.3} \cdot C_0 \cdot \lambda_b \right) d\tau. \qquad (150)$$

Corespunzător Q_i — efectul termic global al proceselor din domeniile CD, DE, EF — va fi date de relația

$$Q_i = \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} (k'_i + k_{a,0,i} \cdot \theta_{0,i} \cdot C_0)\ \lambda_0 \cdot d\tau + \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} (K_{r,a,i}\ \Gamma_{0,i}^{\alpha'_i} C_{ac}^{\beta'_i} +$$

$$+ K_{r,i} C_0^{\alpha_i} C_{ac}^{\beta_i}) \lambda_c \cdot d\tau - \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \left(n_i K_{d,0.i} \cdot \theta_{0,i} \cdot \lambda_0 + \frac{m_i}{\xi} K_{d,b,i} \cdot \theta_{0,i} \cdot \lambda_b \right) d\tau, \qquad (151)$$

în care λ_b este căldura de adsorbţie a bioxidului de carbon, care poate fi particularizată astfel:

— cazul $b_{0,i}\, C_0 >> 1$ şi $b_{0,i}\, C_0 >> b_{a,i} C_a$, cînd avem

$$Q_i = \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} (K_i' + K_{a,0,i} C_0)\, \lambda_0 \mathrm{d}\tau + \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} (K_{r,a,i}\, \Gamma_{0,i}^{\alpha_i'} C_{ac}^{\beta_i'} + K_{r,i} C_0^{\alpha_i} C_{ac}^{\beta_i})\, \lambda_c \mathrm{d}\tau -$$

$$- \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \left(n_i \cdot K_{d,0,i} \cdot \lambda_0 + \frac{m_i}{\xi} K_{d,b,i} \cdot \lambda_b \right) \mathrm{d}\tau ; \qquad (152)$$

— cazul $b_{0,i} \cdot C_0 << 1$ şi $b_{0,i} C_0 >> b_{a,i} \cdot C_a$, cînd avem

$$Q_i = \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} (K_i' + K_{a,0,i}\, b_{0,i}\, C_0^2) \lambda_0 \cdot \mathrm{d}\tau + \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} (k_{r,a,i} \Gamma_{0,i}^{\alpha_i'} C_{ac}^{\beta_i'} + K_{r,i} C_0^{\alpha_i} C_{ac}^{\beta_i}) \lambda_c \cdot \mathrm{d}\tau -$$

$$- \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} (n_i\, k_{d,0,i}\, b_{0,i}\, C_0\, \lambda_0 + \frac{m_i}{\xi} K_{d,b,i}\, b_{0,i}\, C_0\, \lambda_b)\, \mathrm{d}\tau. \qquad (153)$$

5. CONCLUZII

1. Procesul de oxidare lentă a particulelor de combustibili solizi, care are loc în perioada de întîrziere la aprindere simultan cu procesele de încălzire şi uscare, reprezintă un proces global ce însumează procesele de adsorbţie fizică, chemisorbţie, desorbţie şi reacţie propriu-zisă.

2. Din analiza dinamicii procesului de oxidare lentă şi a izobarei de adsorbţie rezultă existenţa a cinci domenii caracteristice:

— domeniul AB, situat într-o zonă a izobarei de adsorbţie ce corespunde unui pseudoechilibru în care sînt suprapuse adsorbţia fizică în continuă scădere şi chemisorbţia, care devine preponderentă;

— domeniul BC, situat de asemenea într-o zonă a izobarei de adsorbţie ce corespunde unui pseudoechilibru în care sînt suprapuse adsorbţia fizică şi chemisorbţia. Ca urmare a nivelului mai ridicat al temperaturii, creşte viteza procesului de desorbţie şi se produc reacţii chimice în fază adsorbită şi prin mecanism fără adsorbţie. Punctul caracteristic C marchează schimbarea semnului pantei izobarei de adsorbţie din zona de pseudoechilibru;

— domeniul CD, situat în partea superioară a zonei de pseudoechilibru a izobarei de adsorbţie, în care, datorită creşterii temperaturii şi saturării suprafeţei cu produşi de reacţie, rolul desorbţiei creşte considerabil;

— domeniile DE şi EF, situate într-o zonă a izobarei de adsorbţie ce corespunde aproximativ unui echilibru termodinamic reversibil în care rolul desorbţiei şi reacţiei chimice în fază de adsorbţie şi prin mecanism fără de-

sorbție crește. Punctul caracteristic F marchează începutul proceselor pirolitice.

3. Pornind de la considerații teoretice generale, sînt prezentate matematic legitățile proceselor globale de oxidare lentă și expresiile efectelor termice.

BIBLIOGRAFIE

1. C. Coroiu, *Cercetări termogravimetrice privind arderea sterilului de mină de la exploatările carbonifere din Valea Jiului*, St. cerc. energ. electr., **20**, *3*, 525—541 (1970).
2. C. Coroiu, *Procese de uscare la arderea particulelor de combustibili solizi*, St. cerc. energ. electr., **21**, *3*, 493—512 (1971),
3. C. Coroiu, *Procese pirolitice la arderea particulelor de combustibili solizi*, St. cerc. energ. electr., **21**, *4*, 731—748 (1971).
4. I. Blum, I. Ștefănescu, *Tehnologia combustibililor solizi*, București, Edit. didactică și pedagogică, 1970.

ASUPRA CURGERII GAZELOR PRINTRE SEGMENŢI LA MOTORUL CU ARDERE INTERNĂ

ANCA-RODICA BĂRĂNESCU şi GH. ZĂTREANU

621.43.01

Cercetarea analitică cu suficientă precizie a procesului de curgere a gazelor printre segmenţi reclamă considerarea compartimentelor în care sînt divizate spaţiile ocupate de gaze între canalele portsegment consecutive. Condiţiile de existenţă a tuturor cazurilor distincte de curgere prin aceste compartimente sînt analizate în lucrare.

1. CONSIDERAŢII GENERALE

După cum este cunoscut, funcţionarea motorului cu ardere internă este în mare măsură condiţionată de comportarea segmenţilor de piston, cu deosebire a segmenţilor de compresiune. Dacă aceştia din urmă nu asigură o etanşare suficientă, se produce o circulaţie intensă de gaze printre piston şi cilindru, care prejudiciază funcţionarea şi implicit performanţele motorului. Consecinţele defavorabile ale etanşării necorespunzătoare se agravează cînd segmenţii pulsează în canalele din piston, ca urmare a schimbării, pe durata ciclului motor, a sensului rezultantei forţelor aplicate axial fiecărui segment.

Necesitatea cunoaşterii proceselor de curgere a gazelor printre segmenţi şi dificultăţile privind urmărirea acestor procese pe cale experimentală au determinat elaborarea unor metode analitice de investigaţie. Astfel de metode presupun că gazele se află în echilibru de presiune şi de temperatură în spaţiul dintre doi segmenţi consecutivi.

Printr-o analiză mai atentă se poate arăta că ipoteza precedentă constituie numai o primă aproximaţie. În acest scop se atribuie denumirea de „treaptă de segment" spaţiului ocupat de gaze între două canale portsegment consecutive, delimitat de flancurile inferioare respective.

Considerînd o treaptă oarecare, se observă că ea este divizată în mai multe compartimente. Dacă pulsează segmentul ale cărui jocuri axial şi radial contribuie la alcătuirea acelei trepte, există patru comparti-

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 4, p. 943—952, 1973

mente (fig. 1*a*) : *abcd*, *defg*, *ehij* şi *kljm* ; dacă segmentul menţionat nu pulsează, dispare compartimentul *kljm* sau compartimentul *defg*, după cum segmentul staţionează pe flancul inferior, respectiv superior al canalului (fig. 1*b* şi *c*). Pentru simplificarea expunerii, se numerotează consecutiv cele patru compartimente.

Este neîndoios că particularităţile fiecărui compartiment influenţează în mod diferit procesele care se petrec în treaptă. De exemplu, la tre-

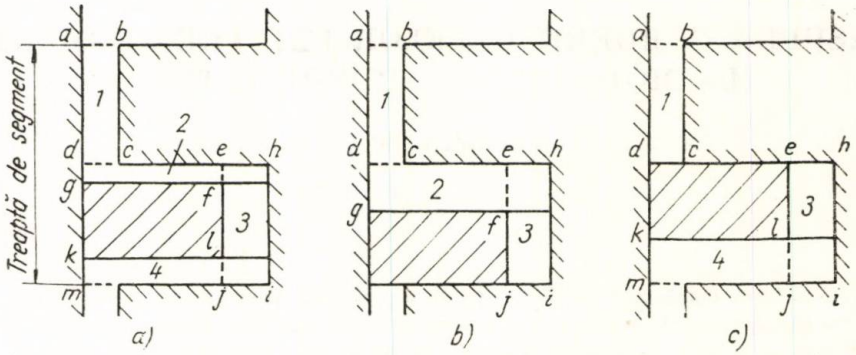


Fig. 1. — Compartimentele unei trepte de segment.

cerea prin compartimentele *2* şi *4*, gazele schimbă căldură cu cilindrul, pistonul şi segmentul, pe cînd la trecerea gazelor prin compartimentele *1* şi *3* transferul de căldură are loc cu cilindrul şi pistonul, respectiv cu pistonul şi segmentul.

Rolul diferit al compartimentelor treptei este evidenţiat şi de constatarea practică potrivit căreia buna funcţionare a ansamblului cilindru-piston-segmenţi pretinde ca jocurile cilindru-piston şi piston-segmenţi să aibă mărimi deosebite.

Observaţiile de mai sus arată că în abordarea prin calcul a problemelor de curgere a gazelor în lungul segmenţilor trebuie să se considere pe rînd treptele de segmenţi şi în cadrul fiecăreia să se studieze procesele aferente trecerii gazelor dintr-un compartiment într-altul. Se poate întîlni un mare număr de cazuri distincte de desfăşurare a acestor procese, datorită atît variaţiei mărimilor de stare din cilindru, cît şi modificării legăturilor stabilite între compartimente ca urmare a pulsării segmenţilor.

În prezenta lucrare se analizează condiţiile de existenţă a tuturor cazurilor distincte de curgere.

2. ANALIZA PROCESELOR DE CURGERE PRINTR-O TREAPTĂ DE SEGMENT

2.1. SITUAŢIA ÎN CARE PULSEAZĂ SEGMENTUL AFERENT TREPTEI ŞI SEGMENTUL PRECEDENT ACESTEIA

Se consideră un set format din m segmenţi de compresiune, numerotaţi consecutiv dinspre chiulasă spre carter. Treptele determinate între primul şi ultimul canal portsegment se numerotează de la 1 la $(m-1)$, spa-

țiile ocupate de gaze deasupra flancului inferior al primului canal și dedesubtul ultimului canal reprezentînd treapta *0*, respectiv treapta *m**); astfel o treaptă oarecare k se află sub canalul segmentului k și conține jocurile axial și radial ale segmentului $(k + 1)$. Numerele k și $(k + 1)$ se folosesc ca indici pentru precizarea mărimilor ce se referă la segmenții k și $(k + 1)$.

Se presupun segmenții k și $(k + 1)$ în mișcare de pulsație (fig. 2). Cele patru compartimente ale treptei k sînt desemnate prin atribuirea indicilor 1, 2, 3 și 4 numărului k. La rîndul său, fiecare simbol k_j astfel rezultat $(j = 1 \ldots 4)$ devine indice pentru evidențierea oricărei mărimi referitoare la compartimentul k_j.

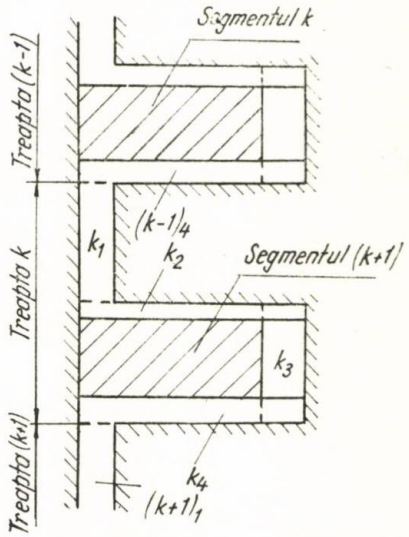


Fig. 2. — Împărțirea treptei k în compartimente cînd segmenții k și $(k + 1)$ pulsează.

Curgerea gazelor se desfășoară în serie între compartimentele consecutive k_1, k_2; k_2, k_3 și k_3, k_4. În plus, gazele curg între compartimentele k_2 și k_4 prin rostul segmentului $(k + 1)$. Schema legăturilor dintre compartimente, inclusiv legăturile cu compartimentele $(k-1)_4$ și $(k + 1)_1$, este arătată în figura 3. Pentru analizarea proceselor trebuie inventariate toate posibilitățile privind relațiile dintre presiunile din cele șase compartimente care intră astfel în discuție.

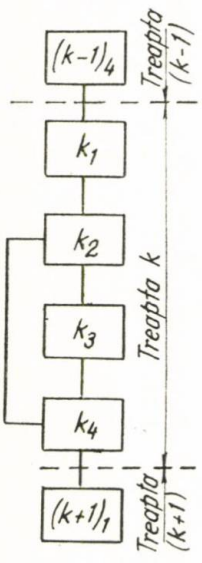


Fig. 3. — Legăturile dintre compartimente în situația 2.1.

Se presupune că este îndeplinită o anumită relație între presiunile din compartimentele $(k - 1)_4$ și k_1, de exemplu relația $p_{(k-1)_4} > p_{k_1}$; curgerii corespunzătoare i se atribuie denumirea „semiliberă". Această premisă nu se referă la procesele de curgere între compartimentele cu numere de ordine consecutive aferente treptei k și nici la procesul dintre compartimentele k_4 și $(k + 1)_1$. Drept urmare, oricare dintre progresele enumerate, numite „curgeri libere", se poate desfășura în două sensuri. Fiindcă există patru curgeri, se obțin $N_v = 2^4 = 16$ variante, asociind pe rînd un sens și celălalt al fiecărei dintre aceste curgeri libere cu sensul impus curgerii semilibere și însumînd rezultatele.

Din cele N_v variante astfel stabilite, jumătate, $N_{v_1} = \dfrac{N_v}{2} = 8$, condiționează relația presiunilor din compartimentele k_2 și k_4 drept consecință a relațiilor ce caracterizează aceste presiuni în raport cu presiunea din compartimentul k_3; de exemplu, variantele în

*) Treptele *0* și *m* se extind și asupra gazelor din camera de ardere, respectiv din carter.

care condiţiile

$$\left.\begin{aligned} p_{k_2} &> p_{k_3}, \\ p_{k_3} &> p_{k_4} \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Tabela 1

Cazurile de curgere în care segmenţii $k\ (k+1)$ pulsează

Nr. cazului	Relaţiile dintre presiunile din compartimente							Nr. cazului
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	$p_{(k-1)_4} > p_{k_1}$	$p_{k_1} > p_{k_2}$	$p_{k_2} > p_{k_3}$	$p_{k_3} > p_{k_4}$	$p_{k_4} > p_{(k+1)_1}$	$p_{k_2} > p_{k_4}$	$p_{(k-1)_4} < p_{k_1}$	25
2					$p_{k_4} < p_{(k+1)_1}$			26
3				$p_{k_3} < p_{k_4}$				27
4					$p_{k_4} > p_{(k+1)_1}$	$p_{k_2} < p_{k_4}$		28
5					$p_{k_4} < p_{(k+1)_1}$	$p_{k_2} > p_{k_4}$		29
6						$p_{k_2} < p_{k_4}$		30
7			$p_{k_2} < p_{k_3}$	$p_{k_3} > p_{k_4}$	$p_{k_4} > p_{(k+1)_1}$	$p_{k_2} > p_{k_4}$		31
8					$p_{k_4} < p_{(k+1)_1}$	$p_{k_2} < p_{k_4}$		32
9				$p_{k_3} < p_{k_4}$				33
10					$p_{k_4} > p_{(k+1)_1}$	$p_{k_2} > p_{k_4}$		34
11					$p_{k_4} < p_{(k+1)_1}$	$p_{k_2} < p_{k_4}$		35
12								36
13		$p_{k_1} < p_{k_2}$	$p_{k_2} > p_{k_3}$	$p_{k_3} > p_{k_4}$	$p_{k_4} > p_{(k+1)_1}$	$p_{k_2} > p_{k_4}$		37
14					$p_{k_4} < p_{(k+1)_1}$			38
15				$p_{k_3} < p_{k_4}$				39
16					$p_{k_4} > p_{(k+1)_1}$	$p_{k_2} < p_{k_4}$		40
17					$p_{k_4} < p_{(k+1)_1}$	$p_{k_2} > p_{k_4}$		41
18						$p_{k_2} < p_{k_4}$		42
19			$p_{k_2} < p_{k_3}$	$p_{k_3} > p_{k_4}$	$p_{k_4} > p_{(k+1)_1}$	$p_{k_2} > p_{k_4}$		43
20					$p_{k_1} < p_{(k+1)_1}$	$p_{k_2} < p_{k_4}$		44
21				$p_{k_3} < p_{k_4}$		$p_{k_2} > p_{k_4}$		45
22					$p_{k_4} > p_{(k+1)_1}$			46
23					$p_{k_4} < p_{(k+1)_1}$	$p_{k_2} < p_{k_4}$		47
24								48

sînt respectate simultan*) antrenează și relația $p_{k_2} > p_{k_4}$. Astfel, curgerea dintre compartimentele k_2 și k_4 este semiliberă în fiecare dintre aceste N_{v_1} variante, care reprezintă deci $N_{c_1} = 8$ cazuri distincte de desfășurare a proceselor.

Pentru restul de $N_{v_2} = 8$ variante, curgerea dintre compartimentele k_2 și k_4 este liberă; de pildă, dacă $p_{k_2} > p_{k_3}$ și $p_{k_3} < p_{k_4}$, se poate realiza fie relația $p_{k_2} > p_{k_4}$, fie relația $p_{k_2} < p_{k_4}$. În consecință, ultimele N_{v_2} variante conduc la $N_{c_2} = 2N_{v_2} = 16$ cazuri, iar totalul de cazuri distincte corespunzătoare relației adoptate inițial pentru presiunile $p_{(k-1)_4}$ și p_{k_1} este

$$N'_c = N_{c_1} + N_{c_2} = 24.$$

La $N''_c = 24$ de cazuri se ajunge prin asocierea totalului de sensuri aferente curgerilor dintre compartimentele $k_1 \ldots (k+1)_1$ cu relația inversă între presiunile $p_{(k-1)_4}$ și p_{k_1}. Rezultă deci totalul general de cazuri distincte :

$$N_c = N'_c + N''_c = 48.$$

Ele sînt prezentate în tabela 1 : cazurile 1 ...24 corespund relațiilor din coloanele 2 ...7, iar cazurile 25 ...48 relațiilor din coloanele 3...8.

2.2. SITUAȚIA ÎN CARE PULSEAZĂ NUMAI SEGMENTUL k

2.2.1. Segmentul $(k+1)$ se află pe flancul inferior al canalului

Cînd pulsează numai segmentul k, iar segmentul $(k+1)$ se află pe flancul inferior al canalului său, compartimentul k_4 nu există. Între compartimentele $(k-1)_4 \ldots (k+1)_1$ curgerea gazelor se desfășoară în serie (fig. 4), între k_3 și $(k+1)_1$ legătura fiind stabilită prin rostul segmentului $(k+1)$. Tot prin acest rost gazele curg între compartimentele k_2 și $(k+1)_1$.

Curgerea semiliberă dintre compartimentele $(k-1)_4$ și k_1 se asociază cu trei curgeri libere în seria de compartimente $k_1 \ldots k_3$, conducînd la $N_v = 2^3 = 8$ variante. Ținînd seama și de curgerile dintre compartimentele k_2 și k_3, pe de o parte, și compartimentul $(k+1)_1$, pe de altă parte, $N_{v_1} = \dfrac{N_v}{2} = 4$ variante devin $N_{c_1} = 4$ cazuri distincte, iar celelalte $N_{v_2} = 4$ variante determină $N_{c_2} = 8$ cazuri distincte. După considerarea ambelor relații posibile între presiunile $p_{(k+1)_4}$ și p_{k_1}, rezultă numărul total de cazuri de curgere distincte :

$$N_c = 2(N_{c_1} + N_{c_2}) = 24,$$

care se numerotează de la $1_{(k+1)_i}$ la $24_{(k+1)_i}$. Dintre acestea, cazurile $1_{(k+1)_i} \ldots 12_{(k+1)_i}$ corespund coloanelor 2...6 din tabela 2, iar cazurile $13_{(k+1)_i} \ldots 24_{(k+1)_i}$ coloanelor 3...7 din aceeași tabelă.

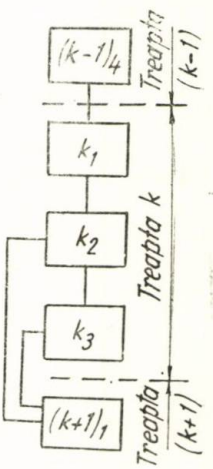


Fig. 4. — Legăturile dintre compartimente în alternativa 2.2.1.

*) Condițiilor (1) le corespund $2^2 = 4$ variante, obținute prin asocierea lor mai întîi cu condiția $p_{k_1} > p_{k_2}$ și apoi cu condiția $p_{k_1} < p_{k_2}$, de fiecare dată fiind satisfăcută pe rînd fiecare dintre condițiile $p_{k_4} > p_{(k+1)_1}$ și $p_{k_4} < p_{(k+1)_1}$. Alte $2^2 = 4$ variante rezultă pornind de la respectarea simultană a condițiilor $p_{k_2} < p_{k_3}$ și $p_{k_3} < p_{k_4}$. Totalul $2^3 = 8$ de asemenea variante este într-adevăr $N_{v_1} = \dfrac{N_v}{2}$.

Tabela 2

Cazurile de curgere în care segmentul k pulsează, iar segmentul $(k+1)$ se află pe flancul inferior al canalului

Nr. cazului	Relaţiile dintre presiunile din compartimente						Nr. cazului
1	2	3	4	5	6	7	8
$1_{(k+1)_i}$			$p_{k_2} > p_{k_3}$	$p_{k_3} > p_{(k+1)_1}$	$p_{k_2} > p_{(k+1)_1}$		$13_{(k+1)_i}$
$2_{(k+1)_i}$				$p_{k_3} < p_{(k+1)_1}$			$14_{(k+1)_i}$
$3_{(k+1)_i}$		$p_{k_1} > p_{k_2}$			$p_{k_2} < p_{(k+1)_1}$		$15_{(k+1)_i}$
$4_{(k+1)_i}$			$p_{k_2} < p_{k_3}$	$p_{k_3} > p_{(k+1)_1}$	$p_{k_2} > p_{k+1)_1}$		$16_{(k+1)_i}$
$5_{(k+1)_i}$					$p_{k_2} < p_{(k+1)_1}$		$17_{(k+1)_i}$
$6_{(k+1)_i}$	$p_{(k-1)_4} > p_{k_1}$			$p_{k_3} < p_{(k+1)_1}$		$p_{(k-1)_4} > p_{k_1}$	$18_{(k+1)_i}$
$7_{(k+1)_i}$			$p_{k_2} > p_{k_3}$	$p_{k_3} > p_{(k+1)_1}$	$p_{k_2} > p_{(k+1)_1}$		$19_{(k+1)_i}$
$8_{(k+1)_i}$				$p_{k_3} < p_{(k+1)_1}$			$20_{(k+1)_i}$
$9_{(k+1)_i}$		$p_{k_1} < p_{k_2}$			$p_{k_2} < p_{(k+1)_1}$		$21_{(k+1)_i}$
$10_{(k+1)_i}$			$p_{k_2} < p_{k_3}$	$p_{k_3} > p_{(k+1)_1}$	$p_{k_2} > p_{(k+1)_1}$		$22_{(k+1)_i}$
$11_{(k+1)_i}$					$p_{k_2} < p_{(k+1)_1}$		$23_{(k+1)_i}$
$12_{(k+1)_i}$				$p_{k_3} < p_{(k+1)_1}$			$24_{(k+1)_i}$

2.2.2. Segmentul $(k+1)$ se află pe flancul superior al canalului

Dacă pulsează numai segmentul k, iar segmentul $(k+1)$ se află pe flancul superior al canalului său, compartimentul k_2 nu există. Circulaţia în serie are loc între compartimentele $(k-1)_4 \ldots (k+1)_1$, gazele trecînd prin rostul segmentului $(k+1)$ între compartimentele k_1 şi k_3 (fig. 5). Prin acelaşi rost se produce curgerea între compartimentele k_1 şi k_4.

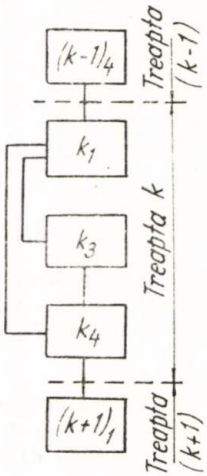


Fig. 5. — Legăturile dintre compartimente în alternativa 2.2.1.

Ca şi în alternativa cînd segmentul $(k+1)$ se află pe flancul inferior al canalului său (v.2.2.1), există trei curgeri libere între compartimente succesive, şi anume k_1, k_3 ; k_3, k_4 şi k_4, $(k+1)_1$. Ca urmare, alternativa acum analizată comportă tot 24 de cazuri distincte de curgere. Ele sînt numerotate de la $1_{(k+1)_s}$ la $24_{(k+1)_s}$ în tabela 3, în care coloanele 2...6 se referă la cazurile $1_{(k+1)_s} \ldots 12_{(k+1)_s}$, iar coloanele 3...7 la cazurile $13_{(k+1)_s} \ldots 24_{(k+1)_s}$.

2.3. SITUAŢIA ÎN CARE PULSEAZĂ NUMAI SEGMENTUL $(k+1)$

2.3.1. Segmentul k se află pe flancul inferior al canalului

Dacă pulsează numai segmentul $(k+1)$, segmentul k aflîndu-se pe flancul inferior al canalului său, dispare compartimentul $(k-1)_4$. Compartimentul k_1

Tabela 3

Cazurile de curgere în care segmentul k pulsează, iar segmentul $(k+1)$ se află pe flancul superior al canalului

Nr. cazului	Relațiile dintre presiunile din compartimente						Nr. cazului
1	2	3	4	5	6	7	8
$1_{(k+1)_s}$	$p_{(k-1)_4} > p_{k_1}$	$p_{k_1} > p_{k_3}$	$p_{k_3} > p_{k_4}$	$p_{k_4} > p_{(k+1)_1}$	$p_{k_1} > p_{k_4}$	$p_{(k-1)_4} < p_{k_1}$	$13_{(k+1)_s}$
$2_{(k+1)_s}$				$p_{k_4} < p_{(k+1)_1}$			$14_{(k+1)_s}$
$3_{(k+1)_s}$			$p_{k_3} < p_{k_4}$	$p_{k_4} > p_{(k+1)_1}$	$p_{k_1} < p_{k_4}$		$15_{(k+1)_s}$
$4_{(k+1)_s}$				$p_{k_4} < p_{(k+1)_1}$	$p_{k_1} > p_{k_4}$		$16_{(k+1)_s}$
$5_{(k+1)_s}$					$p_{k_1} < p_{k_4}$		$17_{(k+1)_s}$
$6_{(k+1)_s}$			$p_{k_3} > p_{k_4}$	$p_{k_4} > p_{(k+1)_1}$	$p_{k_1} > p_{k_4}$		$18_{(k+1)_s}$
$7_{(k+1)_s}$		$p_{k_1} < p_{k_3}$		$p_{k_4} < p_{(k+1)_1}$	$p_{k_1} < p_{k_4}$		$19_{(k+1)_s}$
$8_{(k+1)_s}$					$p_{k_1} > p_{k_4}$		$20_{(k+1)_s}$
$9_{(k+1)_s}$			$p_{k_3} < p_{k_4}$	$p_{k_4} > p_{(k+1)_1}$	$p_{k_1} < p_{k_4}$		$21_{(k+1)_s}$
$10_{(k+1)_s}$				$p_{k_4} < p_{(k+1)_1}$			$22_{(k+1)_s}$
$11_{(k+1)_s}$				$p_{k_4} > p_{(k+1)_1}$			$23_{(k+1)_s}$
$12_{(k+1)_s}$				$p_{k_4} < p_{(k+1)_1}$			$24_{(k+1)_s}$

comunică cu compartimentele $(k-1)_2$ și $(k-1)_3$ prin rostul segmentului k (fig. 6). Restul legăturilor dintre compartimentele $k_1 \ldots (k+1)_1$ se realizează la fel ca în situația 2.1, în care segmenții k și $(k+1)$ pulsează.

Pentru stabilirea cazurilor distincte de curgere sînt necesare două etape : a) în locul condițiilor $p_{(k-1)_4} > p_{k_1}$ și $p_{(k-1)_4} < p_{k_1}$, proprii situației 2.1, se consideră toate asociațiile relațiilor posibile între presiunile $p_{(k-1)_2}$ și p_{k_1} cu relațiile posibile între presiunile $p_{(k-1)_3}$ și p_{k_1}; b) se combină pe rînd aceste asociații cu fiecare grupă de relații între presiunile $p_{k_1} \ldots p_{(k+1)_1}$ întîlnită în situația 2.1. Deoarece compartimentul k_1 are legături cu două compartimente ale treptei $(k-1)$ și fiecare legătură poate fi realizată în conformitate cu două relații între p_{k_1} și presiunea din compartimentul cu care este stabilită legătura respectivă, se precizează $N_a = 2^2 = 4$ asociații de tipul menționat; ele sînt numerotate de la I la IV în tabela 4. Grupele de relații dintre presiunile $p_{k_1} \ldots$ $\ldots p_{(k+1)_1}$ preluate din situația 2.1 sînt în număr de

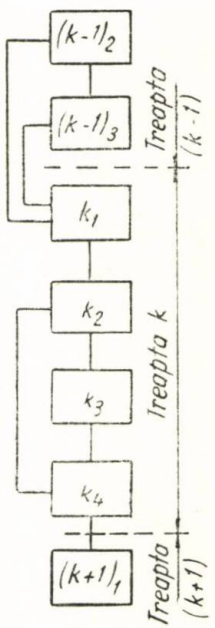


Fig. 6. — Legăturile dintre compartimente în alternativa 2.3.1.

$N_g = 24$, corespunzînd coloanelor 3...7 din tabela 1, conform numerotării din coloana 1 a aceleiaşi tabele. În consecinţă, numărul de cazuri distincte de curgere rezultă

$$N_c = N_a \cdot N_g = 96.$$

Tabela 4

Asociaţiile relaţiilor dintre presiunile $p_{(k-1)_2} \cdots p_{k_1}$

Asociaţia	Relaţiile	
I	$p_{(k-1)_2} > p_{k_1}$	$p_{(k-1)_3} > p_{k_1}$
II		$p_{(k-1)_3} < p_{k_1}$
III	$p_{(k-1)_2} < p_{k_1}$	$p_{(k-1)_3} > p_{k_1}$
IV		$p_{(k-1)_3} < p_{k_1}$

Un caz oarecare este simbolizat prin succesiunea dintre numărul asociaţiei şi numărul grupei prin combinaţia cărora rezultă acel caz. De exemplu, cazul II.17 se obţine combinînd asociaţia II cu grupa 17 şi este caracterizat prin relaţiile $p_{(k-1)_2} > p_{k_1}$, $p_{(k-1)_3} < p_{k_1}$, $p_{k_1} < p_{k_2}$, $p_{k_2} > p_{k_3}$,

$$p_{k_3} < p_{k_4},\ p_{k_4} < p_{(k+1)_1},\ p_{k_2} > p_{k_4}.$$

2.3.2. Segmentul k se află pe flancul superior al canalului

Cînd pulsează numai segmentul $(k + 1)$, segmentul k fiind în contact cu flancul superior al canalului său, treapta k are numărul maxim de compartimente. Între compartimentele $(k - 1)_4 \ldots (k + 1)_1$ sînt stabilite legăturile existente şi în situaţia în care segmenţii k şi $(k + 1)$ pulsează (fig.3).

Ca urmare, în noua alternativă se realizează cele 48 de cazuri aferente pulsării ambilor segmenţi, considerentele de la paragraful 2.1 păstrîndu-şi valabilitatea.

2.4. SITUAŢIA ÎN CARE SEGMENŢII k ŞI $(k + 1)$ NU PULSEAZĂ

2.4.1. Segmenţii se află pe flancurile inferioare ale canalelor respective

Dacă segmenţii k şi $(k + 1)$ staţionează pe flancurile inferioare ale canalelor respective, lipsesc compartimentele $(k - 1)_4$ şi k_4. Influenţa fiecărui segment se manifestă la fel ca în alternativa în care el ocupă poziţia inferioară, iar celălalt segment pulsează; schema legăturilor compartimentelor este arătată în figura 7.

Pentru legăturile compartimentului k_1 cu treapta $(k-1)$ sînt posibile cele $N_a = 4$ asociații prezentate în tabela 4. Legăturile dintre compartimentele $k_1 \ldots (k+1)_1$ se pot realiza în conformitate cu $N_{g_i} = 12$ grupe de relații, definite cu ajutorul coloanelor 1 și 3 ... 6 din tabela 2. Numărul total de cazuri distincte de curgere este deci

$$N_c = N_a \cdot N_{g_i} = 48.$$

Pentru numerotarea cazurilor se aplică regula stabilită la paragraful 2.3.1. De pildă, cazul $\text{III.9}_{(k+1)_i}$ este obținut prin combinarea asociației III cu grupa $9_{(k+1)_i}$ și comportă relațiile $p_{(k-1)_2} < p_{k_1}$, $p_{(k-1)_3} > p_{k_1}$, $p_{k_1} < p_{k_2}$, $p_{k_2} > p_{k_3}$, $p_{k_3} < p_{(k+1)_1}$, $p_{k_2} < p_{(k+1)_1}$.

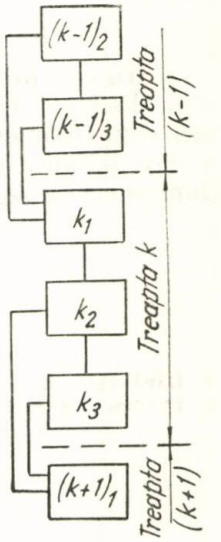


Fig. 7. — Legăturile dintre compartimente în alternativa 2.4.1.

2.4.2. Segmentul k se află pe flancul inferior, iar segmentul $(k+1)$ pe flancul superior

Cînd segmentul k staționează pe flancul inferior, iar segmentul $(k+1)$ pe flancul superior, compartimentele $(k-1)_4$ și k_2 nu există. Compartimentele $(k-1)_2 \ldots (k+1)_1$ comunică după schema din figura 8.

Avînd în vedere cele prezentate anterior (v. 2.4.1), rezultă că această alternativă cuprinde 48 de cazuri, desemnate prin combinarea asociațiilor I ... IV din tabela 4 cu cele 12 grupe de relații corespunzătoare coloanelor 1 și 3 ... 6 din tabela 3. Numerotarea cazurilor este următoarea: $\text{I.1}_{(k+1)_8} \ldots \text{I.12}_{(k+1)_8}$, $\text{II.1}_{(k+1)_8} \ldots \text{II.12}_{(k+1)_8}$, $\text{III.1}_{(k+1)_8} \ldots \text{III.12}_{(k+1)_8}$, $\text{IV.1}_{(k+1)_8} \ldots \text{IV.12}_{(k+1)_8}$; ca exemplu se citează cazul $\text{I.10}_{(k+1)_8}$, caracterizat prin relațiile $p_{(k-1)_2} > p_{k_1}$, $p_{(k-1)_3} > p_{k_1}$, $p_{k_1} < p_{k_3}$, $p_{k_3} > p_{k_4}$, $p_{k_4} < p_{(k+1)_1}$, $p_{k_1} < p_{k_4}$.

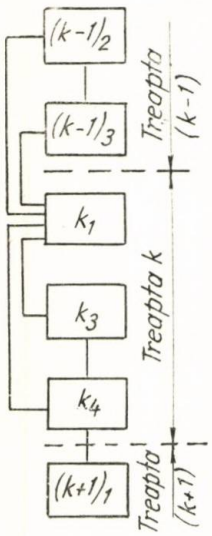


Fig. 8. — Legăturile dintre compartimente în alternativa 2.4.2.

2.4.3. Segmenții se află pe flancurile superioare ale canalelor respective

Dacă segmenții k și $(k+1)$ ocupă poziția superioară în canalele respective, legăturile treptei k nu diferă de cele realizate cînd această poziție revine doar segmentului $(k+1)$, segmentul k fiind în mișcare de pulsație (fig. 5). În consecință, sînt valabile considerentele din paragraful 2.2.2.

2.4.4. Segmentul k se află pe flancul superior, iar segmentul $(k+1)$ pe flancul inferior

Cînd segmentul k este în contact cu flancul superior, iar segmentul $(k+1)$ cu flancul inferior, se realizează

legăturile întîlnite în alternativa cu segmentul $(k+1)$ în aceeaşi poziţie şi cu segmentul k în mişcare (fig. 4). Ca urmare, cele arătate la 2.2.1 rămîn valabile.

3. CONCLUZII

În cele precedente s-au studiat condiţiile de apariţie a tuturor cazurilor distincte de curgere a gazelor prin treptele de segmenţi, cu considerarea compartimentelor în care treptele sînt împărţite. Precizarea acestor cazuri permite rezolvarea analitică mai precisă a problemelor ce privesc funcţionarea segmenţilor.

BIBLIOGRAFIE

1. BĂRĂNESCU, G., *Calculul funcţional al segmenţilor*, Rev. tehnică militară, **II**, *2* (1954).
2. DELCESCU, ANCA-RODICA, *Calculul funcţional al segmenţilor cu considerarea pulsaţiei*, St. cerc. energ. electr., **20**, *2* (1970).

TRANSFERUL PUTERII MAXIME ÎN REŢELE ELECTRICE COMPLEXE

F. MANEA şi M. PREDA

621.372.6

Se determină regimul de tensiuni şi curenţi corespunzător transferului puterii maxime la bornele unui multipol liniar avînd surse periodice nesinusoidale cu defazaje fixe sau modificabile.
Pentru soluţionarea problemei de extrem local se foloseşte metoda multipicatorilor lui Lagrange, iar pentru determinarea regimului reţelei se utilizează „reţele rezolvante".

1. INTRODUCERE

Transferul puterii maxime în reţelele electrice cu numai două borne de interconexiune este o problemă clasică a electrotehnicii [1] — [3], cu aplicaţii tehnice deosebite în tehnica curenţilor slabi, ca problemă a adaptării sarcinii prin intermediul transformatorului de cuplaj la reţeaua generatoare, şi în electroenergetică, ca problemă a puterii maxime transmisibile între statoarele şi rotoarele maşinilor electrice.

Pentru sistemele electroenergetice complexe, transferul puterii maxime prezintă interes la analiza funcţionării maşinilor sincrone şi asincrone interconectate în condiţii de limită a stabilităţii statice [4] sau se asociează repartiţiei optime din punct de vedere economic a puterilor active şi reactive între centralele electrice [5].

Puterea activă maximă transmisă în reţele trifazate care alimentează consumatori dezechilibraţi în regim sinusoidal [6] şi, în general, periodic nesinusoidal [7] pentru pierderi de putere impuse în liniile electrice a condus la generalizarea noţiunii de putere aparentă, avînd drept componente puterea activă, reactivă, deformantă şi de asimetrie.

Recent au fost abordate în forme diferite unele aspecte ale transferului puterii maxime [8] — [11] pentru reţele electrice liniare de tip multipol sau multiport funcţionînd în regim de curent continuu sau sinusoidal cu amplitudini şi defazaje constante ale tensiunilor electromotoare sau curenţilor surselor.

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 4, p. 953—969, 1973

În cele ce urmează se pune problema regimului de tensiuni şi curenţi corespunzător transferului puterii maxime la bornele unui multipol sau multiport liniar cu surse de curenţi sau tensiuni periodice nesinusoidale, avînd componente armonice cu amplitudini constante şi defazaje fixe sau variabile. Reţeaua receptoare cu structură liberă este considerată iniţial neliniară, pasivă sau activă cu parametri modificabili, adaptabilă fără restricţii la transferul puterii maxime.

Pentru calculul regimului de tensiuni şi curenţi la bornele de interconexiune sînt folosite reţele echivalente (realizabile sau fictive), denumite reţele rezolvante ale problemei de transfer al puterii maxime.

Se analizează şi posibilităţile de realizare a reţelei receptoare, căreia i se impune fie numai regimul de tensiuni şi curenţi la bornele de interconexiune, fie, pe lîngă acesta, şi condiţiile adaptării la transferul puterii maxime pentru orice valori ale tensiunilor electromotoare sau ale curenţilor surselor din reţeaua generatoare.

Problemele sînt rezolvate în mod unitar ca probleme de extrem relativ (local) al funcţiei obiectiv cu restricţii impuse de ecuaţiile de tensiuni şi curenţi, folosind metoda multiplicatorilor lui Lagrange în spaţii vectoriale.

În lucrare sînt exemplificate cazuri tipice, evidenţiindu-se, pe lîngă restricţiile corespunzătoare regimului normal de funcţionare, şi relaţiile suplimentare rezultate din condiţia transferului puterii maxime.

2. TRANSFERUL PUTERII MAXIME ÎN REGIMURI PERIODICE NESINUSOIDALE ALE REŢELELOR ELECTRICE COMPLEXE, AVÎND SURSE CU DEFAZAJE CONSTANTE

Se consideră mai întîi cazul unei reţele electrice liniare de tip multipol, avînd evidenţiate $\sigma \cdot \nu$ surse armonice de tensiuni sau curenţi de diverse ordine, $k = 1, 2, \ldots, \nu$, care alimentează prin cele $\beta + 1$ borne de interconexiune o reţea electrică „adaptabilă" cu elemente liniare sau neliniare, active sau pasive, cu structură internă suficientă pentru ca, prin modificarea unor parametri sau mărimi caracteristice ale elementelor sale, să se poată realiza variaţia continuă a regimului bornelor de interconexiune

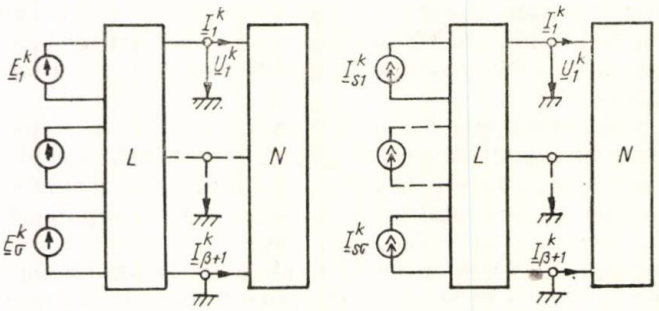


Fig. 1. — Multipoli generatori liniari cu surse armonice de ordin k evidenţiate, interconectaţi cu reţele neliniare „adaptabile".

Date fiind structura, parametrii reţelei generatoare şi componentele armonice ale surselor sale, se pune problema obţinerii tensiunilor şi a curenţilor corespunzători celor β borne de interconexiune ca funcţii periodic. nesinusoidale la care se realizează transferul puterii maxime.

Pentru exprimarea ecuațiilor matriceale de tensiuni sau de curenți asociate rețelei (restricții), precum și ecuația puterii transferate (funcția obiectiv), se folosește reprezentarea în complex a funcțiilor armonice de tensiuni și curenți considerate drept componente ale unor vectori în spații liniare.

Deoarece ne interesează în primul rînd regimul bornelor de interconexiune al multipolului liniar în ipoteza menținerii unor defazaje constante

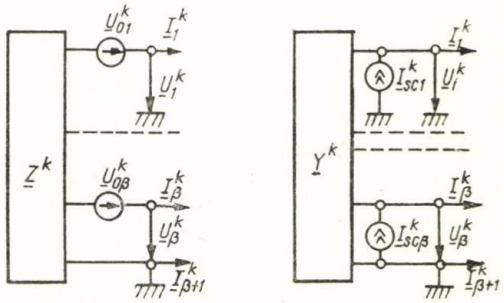


Fig. 2. — Multipoli generatori echivalenți cu surse de tensiune (*a*) și cu surse de curent (*b*) armonice de ordin k.

între funcțiunile periodice caracteristice surselor (tensiuni electromotoare și curenți impuși), este utilă eliminarea variabilelor intermediare asociate elementelor interne ale rețelei în vederea simplificării ecuațiilor.

După eliminarea curenților asociați circuitelor sau a tensiunilor asociate nodurilor interioare rețelei liniare generatoare se obțin ecuațiile (1) — (2′), corespunzătoare multipolului echivalent cu surse de tensiune sau de curent, reprezentat în figura 2 :

$$\boldsymbol{U}_0 - \boldsymbol{U} - \boldsymbol{Z}\boldsymbol{I} = 0, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{U}_0^* - \boldsymbol{U}^* - \boldsymbol{Z}^*\boldsymbol{I}^* = 0, \tag{1'}$$

$$\boldsymbol{I}_{sc} - \boldsymbol{I} - \boldsymbol{Y}\boldsymbol{U} = 0, \tag{2}$$

$$\boldsymbol{I}_{sc}^* - \boldsymbol{I}^* - \boldsymbol{Y}^*\boldsymbol{U}^* = 0, \tag{2'}$$

unde

$\boldsymbol{U}_0$, $\boldsymbol{I}_{sc}$ reprezintă vectorii tensiunilor electromotoare, respectiv ai curenților surselor generatorului echivalent, avînd drept componente $\beta \cdot \nu$ tensiuni electromotoare $\underline{U}_{0b}^k$, respectiv curenți $\underline{I}_{scb}^k$ armonice reprezentate în complex :

$$\boldsymbol{U}_0 = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \underline{U}_{0b}^k \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}; \qquad \boldsymbol{I}_{sc} = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \underline{I}_{scb}^k \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$(k = 1, 2, \ldots, \nu; \quad b = 1, 2, \ldots, \beta),$$

* Asteriscul are semnificația conjugării complexe a matricei afectate.

$\boldsymbol{U}, \boldsymbol{I}$ — vectorul tensiunilor independente ale bornelor, respectiv al curenţilor din legăturile de interconexiune, avînd drept componente $\beta.\Omega$ tensiuni armonice $\underline{U}_b^k$, respectiv curenţi armonici $\underline{I}_b^k$ reprezentate în complex:

$$\boldsymbol{U} = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \underline{U}_b^k \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}; \qquad \boldsymbol{I} = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \underline{I}_b^k \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$(k = 1, 2, \ldots, \nu, \nu + 1 \ldots \Omega; \quad b = 1, 2, \ldots, \beta),$$

$\boldsymbol{Z}, \boldsymbol{Y}$ — tensorii impedanţelor circuitelor respectiv admitanţelor nodurilor independente ale multipolului generator echivalent,avînd drept componente $(\beta.\Omega)^2$ impedanţe $\underline{Z}_{bc}^k$, respectiv admitanţe $\underline{Y}_{bc}^k$ complexe:

$$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} \cdot & \vdots & \\ \cdots & \underline{Z}_{bc}^k & \cdots \\ & \vdots & \cdot \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} \cdot & \vdots & \\ \cdots & \underline{Y}_{bc}^k & \cdots \\ & \vdots & \cdot \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$(k = 1, 2, \ldots, \nu, \nu + 1 \ldots \Omega; \quad b, c = 1, 2, \ldots, \beta).$$

Deoarece reţeaua receptoare a fost considerată prin ipoteză neliniară, pe lîngă armonicile impuse de sursele reţelei generatoare trebuie considerate armonici suplimentare, corespunzătoare valorilor indicelui $k = \nu + 1, \ldots, \Omega$.

Puterea activă P emisă de generatorul echivalent se exprimă convenabil cu ajutorul ecuaţiei următoare *:

$$2P = \boldsymbol{U}_t\boldsymbol{I}^* + \boldsymbol{I}_t\boldsymbol{U}^*. \tag{6}$$

Pentru obţinerea regimului de tensiuni şi curenţi corespunzător puterii active maxime la bornele reţelei generatoare dată sau echivalentă se caută mai întîi punctele staţionare ale puterii ca funcţie obiectiv, adică punctele în care se anulează derivata de ordinul întîi în raport cu variabilele independente. Spre a evita eliminarea prealabilă a unor variabile intermediare prin substituţie din ecuaţiile de legătură (1) sau (2) în cea a puterii (6), se foloseşte metoda multiplicatorilor lui Lagrange, care prezintă unele avantaje. Se însumează funcţia obiectiv (al cărui extrem relativ se caută) cu funcţiile restricţii (corespunzătoare ecuaţiilor de legătură între variabile), multiplicate cu parametri nedeterminaţi (multiplicatori Lagrange), formîndu-se astfel funcţia scalară auxiliară a lui Lagrange. Anularea gradientului funcţiei lui Lagrange şi apoi eliminarea multiplicatorilor nedeterminaţi conduc la ecuaţiile suplimentare necesare obţinerii punctului de regim staţionar.

---

* Indicele inferior t are semnificaţia transpunerii matricei afectate.

Astfel, în cazul folosirii ecuațiilor de tensiuni (1) și (1′) drept restricții, lagrangeanul este reprezentat prin funcția

$$F = \boldsymbol{I}_t\boldsymbol{U}^* + \boldsymbol{U}_t\boldsymbol{I}^* + \lambda_t(\boldsymbol{U}_0 - \boldsymbol{U} - \boldsymbol{Z}\boldsymbol{I}) + \lambda_t^*(\boldsymbol{U}_0^* - \boldsymbol{U}^* - \boldsymbol{Z}^*\boldsymbol{I}^*), \quad (7)$$

unde s-a notat prin λ vectorul parametrilor nedeterminați ai lui Lagrange, $\lambda_t = [\ldots \lambda_b^k \ldots]$, $k = 1, 2, \ldots, \nu$, $\nu + 1 \ldots \Omega$; $b = 1, 2, \ldots, \beta$.

Anulînd componentele gradientului funcției scalare F în raport cu vectorii $\boldsymbol{U}$ și $\boldsymbol{I}$, respectiv $\boldsymbol{U}^*$ și $\boldsymbol{I}^*$, se obțin ecuațiile (8), (8′) și (9), (9′):

$$\nabla F_{\boldsymbol{U}} = \boldsymbol{I}_t^* - \lambda_t = 0, \quad (8)$$

$$\nabla F_{\boldsymbol{U}^*} = \boldsymbol{I}_t - \lambda_t^* = 0, \quad (8')$$

$$\nabla F_{\boldsymbol{I}} = \boldsymbol{U}_t^* - \lambda_t\boldsymbol{Z} = 0, \quad (9)$$

$$\nabla F_{\boldsymbol{I}^*} = \boldsymbol{U}_t - \lambda_t^*\boldsymbol{Z}^* = 0, \quad (9')$$

Eliminarea vectorilor parametri λ_t și λ_t^* conduce la ecuațiile suplimentare de tensiune corespunzătoare condiției de extrem relativ al funcției obiectiv (puterea emisă la bornele multipolului):

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{Z}_t^*\boldsymbol{I}. \quad (10)$$

Dacă se folosesc drept restricții ecuațiile de curenți independenți (2) și (2′), rezultă în mod asemănător ecuațiile suplimentare de curenți corespunzătoare condiției de extrem relativ al funcției obiectiv:

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{Y}_t^*\boldsymbol{U}. \quad (11)$$

Din ecuațiile (1) — (2′) și (10), (11) se obțin soluțiile matriceale ale regimului căutat:

$$\boldsymbol{I} = (\boldsymbol{Z} + \boldsymbol{Z}_t^*)^{-1}\boldsymbol{U}_0, \ \boldsymbol{U} = \boldsymbol{Z}_t^*\boldsymbol{I}, \quad (12)$$

sau

$$\boldsymbol{U} = (\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{Y}_t^*)^{-1}\boldsymbol{I}_{sc}, \ \boldsymbol{I} = \boldsymbol{Y}_t^* \cdot \boldsymbol{U}, \quad (13)$$

cărora li se asociază multipoli echivalenți denumiți rețele rezolvante, reprezentate schematizat în figura 3. Deoarece rețelele rezolvante sînt liniare,

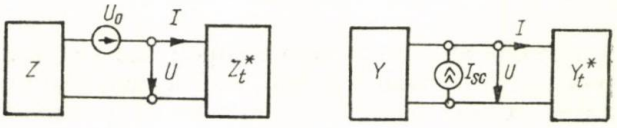


Fig. 3. — Rețele rezolvante adjuncte corespunzătoare regimului de transfer maxim al puterii la bornele multipolului liniar.

regimul periodic al bornelor de interconexiune va conține numai armonici impuse de sursele rețelei generatoare liniare și deci rețeaua receptoare „adaptabilă" la transferul puterii extreme va trebui să fie de asemenea liniară.

Regimul de extrem relativ este totodată şi regim de extrem absolut, deoarece el este unic şi este situat între regimuri extreme de funcţionare (în gol şi în scurtcircuit) cu putere nulă. Prin urmare, puterea emisă la bornele unui multipol sau multiport liniar cu surse periodice nesinusoidale de tensiune sau curent este maximă pentru regimul bornelor oferit de interconexiunea la o reţea pasivă, avînd pentru fiecare armonică matricea impedanţelor, respectiv admitanţelor, egală cu cea transpusă conjugată (adjunctă) în raport cu cea a generatorului multipol sau multiport echivalent la borne.

Se poate arăta uşor că puterea activă emisă de sursele periodice ale reţelei generatoare echivalente se împarte în mod egal între reţeaua externă şi cea internă atît în totalitate, cît şi pentru fiecare armonică de orice ordin.

3. MODELELE REŢELELOR REZOLVANTE ŞI FOLOSIREA LOR

Reţeaua generatoare dată ca multipol liniar este, în general, un model fizic al reţelei reale. Multipolul redus ca generator echivalent cu surse de tensiune sau cu surse de curent se obţine prin calcul, folosind, de exemplu, metoda eliminării curenţilor independenţi asociaţi buclelor independente interioare sau a tensiunilor independente asociate nodurile interioare din reţeaua dată.

Astfel, multipolul cu surse de tensiune evidenţiate, reprezentat simbolic în figura 4*a*, are ecuaţiile matriceale de tensiuni obţinute după eliminarea curenţilor asociaţi buclelor pasive interioare de forma (14), (15):

$$\boldsymbol{E}_g - \boldsymbol{Z}_g\boldsymbol{I}_g + \boldsymbol{Z}_{gc}\boldsymbol{I}_c = 0, \tag{14}$$

$$\boldsymbol{U} - \boldsymbol{Z}_{cg}\boldsymbol{I}_g + \boldsymbol{Z}_c\boldsymbol{I}_c = 0. \tag{15}$$

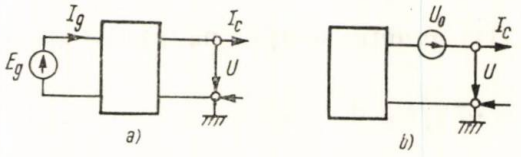


Fig. 4.—Multipolul gennerator cu surse evidenţiate (*a*) şi multipolul echivalent cu surse de tensiune exteriorizate (*b*).

Prin eliminarea în continuare a curenţilor surselor $\boldsymbol{I}_g$ se obţin ecuaţiile de tensiuni ale multipolului echivalent:

$$\boldsymbol{U} - \boldsymbol{Z}_{cg}\boldsymbol{Z}_g^{-1}\boldsymbol{E}_g + (\boldsymbol{Z}_c - \boldsymbol{Z}_{cg}\boldsymbol{Z}_g^{-1}\boldsymbol{Z}_{gc})\boldsymbol{I}_c = \boldsymbol{U} - \boldsymbol{U}_0 + \boldsymbol{Z}\boldsymbol{I}_c = 0. \tag{16}$$

Tensiunile electromotoare componente vectorului $\boldsymbol{U}_0$ şi impedanţele componente tensorului $\boldsymbol{Z}$ rezultă ca fiind egale cu tensiunile bornelor la funcţionarea în gol, respectiv cu impedanţele echivalente la bornele multipolului pasivizat.

În general, problema modelelor fizice are la bază modelul matematic. Modelul fizic corespunzător multipolilor echivalenţi reţelelor electrice complexe în regim periodic nesinusoidal se obţine numai în condiţii particulare,

implicînd restricții. Astfel, realizarea modelului fizic cu elemente simple, fără cuplaj magnetic, al unei rețele echivalente pentru o armonică oarecare cînd se cunoaște matricea impedanțelor buclelor independente, chiar dacă aceasta este simetrică (elemente reciproce), întîmpină dificultăți fundamentale de structură pentru ordin mai mare ca trei. Folosind metoda dualității, se poate realiza structural relativ simplu modeul fizic dual al matricei admitanțelor, egală sau proporțională cu matricea impedanțelor și cu elemente simple realizabile, dacă admitanțele au partea reală (conductanța) pozitivă. Dar operația de eliminare a variabilelor din ecuațiile liniare de tensiuni sau curenți implică multiplicarea unor numere complexe, putîndu-se obține impedanțe sau admitanțe complexe echivalente cu partea reală negativă.

Problema modelului fizic al multipolului echivalent în regim periodic nesinusoidal este, în general, similară celei din regim tranzitoriu, putîndu-se soluționa în mod simplu numai în cazuri particulare sau în mod aproximativ. De aceea modelarea fizică a rețelei receptoare, corespunzătoare regimului de putere maximă la bornele de interconexiune, avînd matricea impedanțelor transpus conjugată (adjunctă) în raport cu cea a multipolului generator echivalent cu elemente simple este posibilă numai în cazuri particulare. Astfel, pentru un regim armonic, modelul rețelei receptoare se poate realiza cu elemente simple dacă rețeaua generatoare dată (neredusă) este de tip reciproc : elementelor cu bobine sau condensatoare din rețeaua generatoare li se asociază elemente cu condensatoare, respectiv bobine cu aceeași reactanță ; rezistoarele au aceeași valoare, iar configurația rețelelor este identică.

În cazul regimului periodic nesinusoidal, corespondența elementelor trebuie obținută însă separat pentru fiecare armonică. Modelul rețelei receptoare ca rețea unică necesită realizarea de elemente cu inductivități și capacități negative, care se pot obține numai cu circuite „reflectoare" avînd surse comandate.

Modelul matematic al rețelelor rezolvante reciproce se poate simplifica dacă se ține seama de simetria matricelor impedanțelor și admitanțelor, prin reducrea părților imaginare ale termenilor complex conjugați din expresiile (12) și (13) ale soluțiilor.

Pentru fiecare armonică se asociază atunci modelului matematic al soluțiilor cîte o rețea rezolvantă exclusiv conductivă sau rezistivă. Notînd partea reală a matricei impedanțelor prin $2\boldsymbol{R} = 2\mathcal{R}e\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{Z} + \boldsymbol{Z}_t^*$, respectiva admitanțelor prin $2\boldsymbol{G} = 2\mathcal{R}e\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{Y} + \boldsymbol{Y}_t^*$, soluțiile regimului corespunzător transferului puterii maxime au expresiile următoare :

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{R}^{-1}\frac{\boldsymbol{U}_0}{2}, \quad \boldsymbol{U} = \boldsymbol{Z}_t^*\boldsymbol{I}$$

sau

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{G}^{-1}\frac{\boldsymbol{I}_{sc}}{2}, \quad \boldsymbol{I} = \boldsymbol{Y}_t^*\boldsymbol{U}.$$

Prin urmare, pentru regimul armonic de transfer al puterii maxime, curenții din laturile de interconexiune sînt egali cu jumătate din valorile curenților de scurtcircuit la bornele rețelei generatoare rezolvante rezis-

tive a multipolului generator echivalent, iar tensiunile bornelor de interconexiune sînt egale cu jumătate din valorile tensiunilor de mers în gol la bornele reţelei generatoare rezolvante conductive a multipolului generator echivalent. În particular, pentru regimul de curent continuu reţelele rezolvante se pot identifica cu reţeaua generatoare dată sau cu reţele generatoare echivalente.

4. ASPECTE ALE SINTEZEI REŢELELOR CORESPUNZĂTOARE TRANSFERULUI PUTERII MAXIME

Fiind date anumite elemente ale reţelelor generatoare şi receptoare, se pune problema determinării structurii şi parametrilor elementelor suplimentare necesare completării reţelelor date, încît să se realizeze transferul puterii maxime între cele două reţele. Pentru aceasta este suficient ca matricele impedanţelor sau admitanţelor celor două reţele să fie transpus conjugate (adjuncte). Un avantaj esenţial al realizării unor astfel de reţele este menţinerea condiţiei de transfer al puterii maxime la orice valori ale amplitudinilor şi defazajelor tensiunilor electromotoare, respectiv ale curenţilor surselor armonice.

Dacă sursele au însă amplitudini şi defazaje ale tensiunilor electromotoare, respectiv curenţilor impuşi, invariabile, reţelele pot fi simplificate încît să conţină un număr minim de elemente care să îndeplinească numai condiţia realizării regimului de tensiuni sau curenţi necesar transferului puterii maxime la bornele de interconexiune. Astfel, dacă este dată reţeaua generatoare, se calculează mai întîi regimul de tensiuni şi curenţi la bornele corespunzător transferului puterii maxime, urmînd ca reţeaua receptoare să fie adaptată pentru a se realiza acel regim.

Pentru un multipol cu $\beta + 1$ borne sau un multiport cu β perechi de borne, reţeaua receptoare cea mai simplă ca structură este formată din β elemente de circuit independente. Impedanţele acestor elemente se calculează pentru fiecare armonică cu ajutorul valorilor tensiunilor şi curenţilor regimului de extrem relativ determinat în prealabil, folosind relaţiile următoare :

$$\operatorname{diag}\,(\underline{Z}_1^k, \underline{Z}_2^k, \ldots, \underline{Z}_\beta^k) = \operatorname{diag}\,(\underline{U}_1^k/\underline{I}_1^k, \underline{U}_2^k/\underline{I}_2^k, \ldots, \underline{U}_\beta^k/\underline{I}_\beta^k). \qquad (16)$$

În asemenea cazuri nu este exclusă posibilitatea ca unele impedanţe să rezulte cu partea reală negativă. Soluţia corespunzătoare puterii maxime se află atunci la graniţa domeniului de realizabilitate al unor elemente de reţea, putînd fi obţinută prin programare. Un exemplu din acest gen este exemplificat pentru reţele de curent continuu într-o lucrare recentă [11].

Reţelele receptoare de curent continuu pot fi adaptate la transferul puterii maxime indiferent de felul elementelor din care sînt constituite : liniare sau neliniare, pasive sau active. Astfel, cel mai simplu, dar semnificativ exemplu este cel al unui generator de curent continuu la bornele căruia se obţine puterea maximă dacă receptorul are o caracteristică proprie tensiune-curent care să conţină punctul de funcţionare corespunzător

valorii tensiunii la borne egală cu jumătate din valoarea tensiunii electromotoare și valoarea curentului egală cu jumătate din valoarea celui de scurt-circuit (fig. 5).

Avantajul rezistorului liniar apare numai în cazul modificării valorii tensiunii electromotoare a sursei, cînd, deși se schimbă regimul de funcționare, receptorul rămîne adaptat cu aceeași valoare a rezistenței sale.

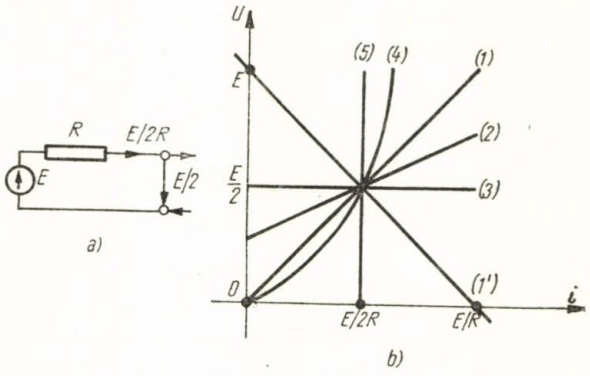


Fig. 5. — Generator echivalent de curent continuu în regim de transfer al puterii maxime (*a*) și diverse caracteristici voltamper ale receptoarelor adaptate (*b*): *1* — rezistor liniar; *2* — receptor activ liniar; *3* — sursă ideală de tensiune receptoare; *4* — rezistor neliniar; *5* — sursă de curent receptoare.

5. GENERALIZAREA TEOREMEI TRANSFERULUI PUTERII MAXIME PENTRU REȚELE LINIARE AVÎND SURSE CU DEFAZAJE MODIFICABILE

În cazul mai general al surselor periodice nesinusoidale cu faze modificabile nu mai este avantajoasă analiza transmisiei puterii maxime în condiția simplificatoare a multipolului sau multiportului generator echivalent, deoarece sursele echivalente ale acestuia au tensiunile electromotoare

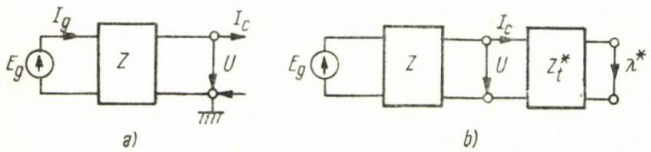


Fig. 6. — Reprezentarea generalizată (matriceal) a rețelei generatoare (*a*) și a rețelei rezolvante adaptată la transferul puterii maxime (*b*).

sau curenții variabile atît ca fază, cît și ca amplitudine. De aceea, pentru o rețea generatoare reprezentată simbolic printr-un cuadripol matriceal, ca în figura 6, vom scrie mai întîi ecuațiile matriceale reprezentînd restricțiile.

Ecuațiile de tensiuni ale circuitelor independente conținînd reprezentările în complex ale diverselor armonice drept matrice componente sînt următoarele:

$$\boldsymbol{E}_g - \boldsymbol{Z}_g\boldsymbol{I}_g + \boldsymbol{Z}_{gc}\boldsymbol{I}_c = 0, \tag{17}$$

$$\boldsymbol{U} - \boldsymbol{Z}_{cg}\boldsymbol{I}_g + \boldsymbol{Z}_c\boldsymbol{I}_c = 0. \tag{18}$$

Componentele vectorului tensiunilor electromotoare au faza variabilă, dar amplitudinea constantă, și deci apar noi restricții (de module), expri-

mate în forma următoare :

$$\text{diag } \boldsymbol{E}_g^* \cdot \boldsymbol{E}_g = \boldsymbol{E}_g^2, \tag{19}$$

unde s-a notat prin diag $\boldsymbol{E}_g$ matricea diagonală, avînd ca elemente cele ale al vectorului $\boldsymbol{E}_g$, iar prin $\boldsymbol{E}_g^2$ matricea-coloană, cu elementele egale cu pătratul modulului elementelor vectorului $\boldsymbol{E}_g$.

Au fost exprimate astfel matriceal sisteme de ecuaţii de forma

$$\underline{E}_{ge}^{k*} \cdot \underline{E}_{ge}^{k} = \underline{E}_{ge}^{k2} \quad \text{(pentru } e = 1, 2, \ldots; k = 1, 2, \ldots,). \tag{20}$$

Funcţia-obiectiv, adică puterea emisă de reţeaua generatoare, are expresia următoare :

$$2P = \boldsymbol{U}_t \boldsymbol{I}_c^* + \boldsymbol{U}_t^* \boldsymbol{I}_c. \tag{21}$$

Introducînd vectorii-parametri multiplicatori transpuşi λ_t, λ_t' şi λ_t'' ai ecuaţiilor de restricţie, se formează lagrangeanul F, omiţînd pentru simplificarea scrierii ecuaţiile vectorilor complex conjugaţi, ceea ce nu este totdeauna posibil :

$$F = \lambda_t(\boldsymbol{E}_g - \boldsymbol{Z}_g \boldsymbol{I}_g + \boldsymbol{Z}_{gc} \boldsymbol{I}_c) + \lambda_t'(\boldsymbol{U} - \boldsymbol{Z}_{cg} \boldsymbol{I}_g + \boldsymbol{Z}_c \boldsymbol{I}_c) +$$

$$+ \lambda_t'' \text{ diag } \boldsymbol{E}_g^* \cdot \boldsymbol{E}_g + \boldsymbol{U}_t \boldsymbol{I}_c^* + \boldsymbol{U}_t^* \boldsymbol{I}_c. \tag{22}$$

După anularea componentelor gradientului funcţiei F în raport cu variabilele vectoriale $\boldsymbol{U}$, $\boldsymbol{I}_c$, $\boldsymbol{I}_g$ şi $\boldsymbol{E}_g$ se obţine sistemul de ecuaţii corespunzător condiţiei de extrem local :

$$\lambda_t' + \boldsymbol{I}_{ct}^* = 0 \text{ sau } \boldsymbol{I}_c = -\lambda'^*, \tag{23}$$

$$\lambda_t \boldsymbol{Z}_{gc} + \lambda_t' \boldsymbol{Z}_c + \boldsymbol{U}_t^* = 0 \text{ sau } \boldsymbol{U} + \boldsymbol{Z}_{gc_t}^* \lambda^* - \boldsymbol{Z}_{ct}^* \boldsymbol{I}_c = 0, \tag{24}$$

$$-\lambda_t \boldsymbol{Z}_g - \lambda_t' \boldsymbol{Z}_{cg} = 0 \text{ sau } \boldsymbol{Z}_{g_t}^* \lambda^* - \boldsymbol{Z}_{cg_t}^* \boldsymbol{I}_c = 0, \tag{25}$$

$$\lambda_t + \lambda_t'' \text{ diag } \boldsymbol{E}_g^* = 0 \text{ sau } \lambda^* + \text{diag } \boldsymbol{E}_g \cdot \lambda'' = 0, \tag{26}$$

Ecuaţiile (23)—(26), asociate la cele anterioare (17), (18), sînt sisteme liniare care corespund schemei simbolice din figura 6*b* pentru reprezentarea prin interconexiunea cuadripolilor generalizaţi (matriceal) ca reţelele rezolvante ale regimului de extrem relativ.

Transferul puterii maxime corespunde unei reţele rezolvante receptoare cu structura identică cu reţeaua generatoare pasivizată, avînd pentru fiecare armonică matricea impedanţelor egală cu adjuncta (transpus conjugata) acesteia.

Fazele aromonicilor tensiunilor electromotoare ale surselor cu fază modificabilă trebuie să satisfacă ecuația suplimentară (26), în care vectorul λ^* are componentele egale cu reprezentările simbolice ale curenților din laturile rețelei receptoare rezolvante (fig. 6 *b*) corespunzător laturilor surselor, iar vectorul λ'' are exclusiv componente reale (cu semnificație de conductanțe). Particularizînd ecuația (26) pentru o armonică oarecare de ordin k, vom avea relația (27)

$$\underline{\lambda}_e^{k^*} + \underline{E}_{ge}^k \cdot \lambda_e^{k''} = 0 \text{ și } \underline{\lambda}_e^k + \underline{E}_{ge}^{k^*} \cdot \lambda_e^{k''} = 0. \tag{27}$$

Din acestea rezultă

$$-\lambda_e^{k''} = \frac{\underline{\lambda}_e^{k^*}}{\underline{E}_{ge}^k} = \frac{\underline{\lambda}_e^k}{\underline{E}_{ge}^{k^*}}$$

și deci fazorii $\underline{E}_{ge}^k$ și $\underline{\lambda}_e^{k^*}$ trebuie să fie paraleli.

Sistemul de ecuații suplimentare necesar calculului i defazajelor armonicilor tensiunilor electromotoare ale surselor pentru obținerea puterii celei mai mari transmise (maxim maximorum) este neliniar (biliniar), ceea ce face dificilă obținerea soluției generale explicite.

În schema de reprezentare simbolică a rețelelor rezolvante din figura 6*b* se remarcă semnificația parametrilor λ^{k^*}. Rezultă posibilitatea exprimării lor ca funcții liniare ale tensiunilor electromotoare :

$$\lambda^{k^*} = -\boldsymbol{Y}^k \boldsymbol{E}_g^k \text{ și } \lambda^k = -\boldsymbol{Y}^{k^*} \boldsymbol{E}_g^{k^*}, \tag{28}$$

unde s-a notat prin $\boldsymbol{Y}^k$ matricea admitanțelor de transfer pentru armonica de ordinul k.

Deoarece, conform ecuației (26), avem $\lambda^{k^*} + \operatorname{diag} \boldsymbol{E}_g^k \lambda''^k = 0$ și $\lambda^k + \operatorname{diag} \boldsymbol{E}_g^{k^*} \lambda''^k = 0$, după eliminarea vectorilor parametri λ^k, λ^{k^*} și λ''^k rezultă ecuațiile

$$(\operatorname{diag} \boldsymbol{E}_g^{k^*}) \boldsymbol{Y}^k \boldsymbol{E}_g^k = (\operatorname{diag} \boldsymbol{E}_g^k) \boldsymbol{Y}^{k^*} \boldsymbol{E}_g^{k^*} = 0 \tag{29}$$

Prin substituirea componentelor vectorilor tensiunilor electromotoare în forma polară $\underline{E}_{ge}^k = E_{ge}^k \cdot e^{j\delta e}$ și a componentelor matricei-admitanță în forma $\underline{Y}_{ej}^k = G_{ej}^k - jB_{ej}^k$, se obțin ecuațiile explicite ale unghiurilor de defazaj δ_{ej} dintre tensiunile electromotoare :

$$E_{g_1} B_{11} + E_{g_2}(G_{12} \sin \delta_{12} + B_{12} \cos \delta_{12}) + \ldots + E_{ge}(G_{1e} \sin \delta_{1e} + B_{1e} \cos \delta_{1e}) \ldots = 0, \tag{30}$$

$$E_{g_1}(G_{21} \sin \delta_{21} + B_{21} \cos \delta_{21}) + E_{g_2} \cdot B_{22} + \ldots + E_{ge}(G_{2e} \sin \delta_{2e} + B_{2e} \cos \delta_{2e} + \ldots = 0,$$

. . . . . .

$$E_{g_1}(G_{e1} \sin \delta_{e1} + B_{e_1} \cos \delta_{e_1}) + \ldots + E_{ge} B_{ee} + \ldots = 0,$$

. . . . . .

Sistemul de ecuații cu cele $\sigma - 1$ unghiuri necunoscute de defazaj relativ al tensiunilor electromotoare fiind neliniar, soluționarea sa analitică este, în general, dificilă.

În cazul unor reţele particulare se obţin soluţii explicite relativ simple. Astfel în cazul surselor de tensiune situate în laturile de interconexiune ale reţelelor (cum este cazul reţelelor având structura multipolilor echivalenţi cu surse de tensiune), fazele armonicilor de tensiune ale surselor rezultă identice cu cele ale curenţilor generaţi de acestea. Pentru reţele generatoare

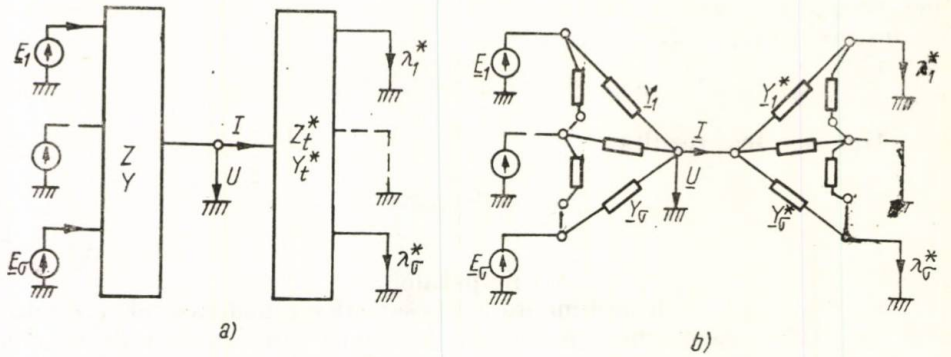


Fig. 7. — Reţele rezolvante în regim sinusoidal cu putere a tivă transferată maximă de tip multipol cu consumator unic.

cu consumator unic, reprezentările în complex ale armonicilor de tensiuni ale surselor rezultă complex conjugate admitanţelor laturilor de legătură a nodului de conectare a sursei la cel al consumatorului unic echivalent al multipolului (tensiunea electromotoare a generatorului echivalent în raport cu consumatorul unic rezultă atunci maximă).

6. EXEMPLE DE CALCUL

6.1. Pentru tetrapolul reprezentat în figura 8, la care se cunosc impedanţele complexe ale laturilor şi modulele tensiunilor electromotoare, trebuie calculate unghiurile de defazaj ale tensiunilor electromotoare şi regimul de tensiuni şi curenţi la borne pentru ca puterea activă emisă să fie maximă. Se va efectua apoi sinteza reţelei receptoare care să corespundă regimului impus la borne.

Reţeaua rezolvantă receptoare are configuraţia reţelei generatoare, iar elementele sale au impedanţele complex conjugate în raport cu cele ale tetrapolului generator (matricea impedanţelor este simetrică).

Cu ajutorul reţelei rezolvante rezistive din figura 8*c* se determină expresiile curenţilor din laturile de interconexiune:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_1}{2R} - \frac{\underline{E}_1 + \underline{E}_2 + \underline{E}_3}{2R\left(3 + \dfrac{R}{R_0}\right)} = G_{11}\underline{E}_1 - G_{12}\underline{E}_2 - G_{13}\underline{E}_3,$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2}{2R} - \frac{\underline{E}_1 + \underline{E}_2 + \underline{E}_3}{2R\left(3 + \dfrac{R}{R_0}\right)} = G_{22}\underline{E}_2 - G_{21}\underline{E}_1 - G_{23}\underline{E}_3,$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{E}_3}{2R} - \frac{\underline{E}_1 + \underline{E}_2 + \underline{E}_3}{2R\left(3 + \dfrac{R}{R_0}\right)} = G_{33}\underline{E}_3 - G_{31}\underline{E}_1 - G_{32}\underline{E}_2.$$

Conductanțele proprii $G_{11} = G_{22} = G_{33} = \dfrac{2 + R/R_0}{2R(3 + R/R_0)}$ și de transfer $G_{12} = G_{13} = G_{21} = G_{23} = G_{31} = G_{32} = 1/2R\ (3 + R/R_0)$ fiind respectiv

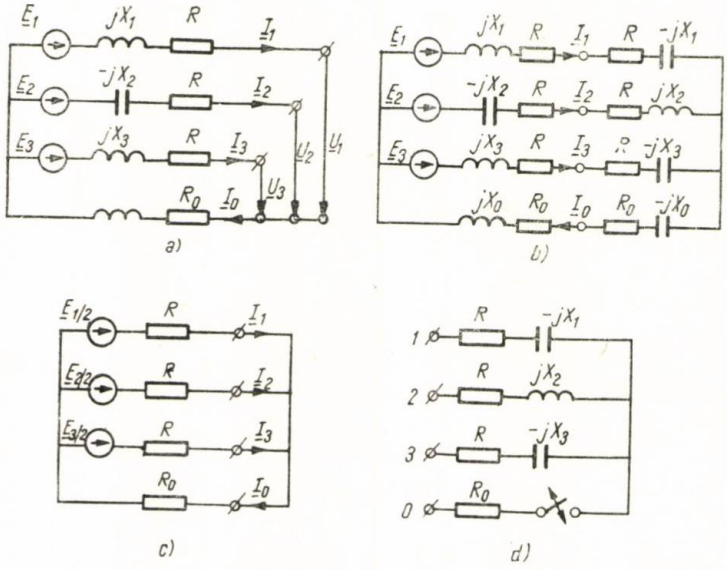


Fig. 8. — Tetrapolul generator (*a*), rețeaua rezolvantă a regimului de transfer al puterii maxime (*b*), rețeaua rezolvantă rezistivă pentru calcul curenților (*c*) și rețea receptoare simplificată adaptată (*d*).

egale, iar susceptanțele fiind nule, ecuațiile unghiurilor independente de defazaj δ_{12} și δ_{13} ale tensiunilor electromotoare (30) se simplifică, avînd forma următoare:

$$E_2 \sin \delta_{12} + E_3 \sin \delta_{13} = 0,$$

$$E_1 \sin \delta_{21} + E_3 \sin \delta_{23} = -E_1 \sin \delta_{12} + E_3 \sin (\delta_{13} - \delta_{12}) = 0.$$

Ținînd seama de prima ecuație, ecuația a doua se aduce la forma

$$E_1 + E_2 \cos \delta_{12} + E_3 \cos \delta_{13} = 0.$$

Rezolvarea noului sistem de ecuații conduce la următoarele soluții analitice:

$$2 \cos \delta_{12} = E_3^2/E_1E_2 - E_2/E_1 - E_1/E_2,$$

$$2 \cos \delta_{13} = E_2^2/E_1E_3 - E_1/E_3 - E_3/E_1.$$

Deoarece ecuaţiile unghiurilor de defazaj exprimă teorema proiecţiilor a trei vectori concurenţi din plan, soluţiile corespund teoremei cosinusului de la triunghiul plan, putînd fi obţinute simplu pe cale grafică (construirea triunghiului corespunzător valorilor laturilor date).

Rezultă deci relaţia vectorială $\underline{E}_1 + \underline{E}_2 + \underline{E}_3 = 0$. Cu acestea, expresiile curenţilor se simplifică astfel:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_1}{2R},$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2}{2R},$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{E}_3}{2R} = -\underline{I}_1 - \underline{I}_2,$$

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0.$$

Tensiunile la bornele tetrapolului, calculate pe baza reţelei rezolvante din figura 8*b*, au expresiile

$$\underline{U}_1 = (R - jX_1)\cdot\underline{I}_1,$$

$$\underline{U}_2 = (R + jX_2)\cdot\underline{I}_2,$$

$$\underline{U}_3 = (R - jX_3)\cdot\underline{I}_3.$$

Reţeaua receptoare cea mai simplă, alcătuită din trei elemente asemănătoare celor corespunzătoare din reţeaua rezolvantă, este reprezentată în figura 8*d*. A patra latură are impedanţa arbitrară şi deci poate fi considerată cu valori extreme, zero sau infinită (comutator C închis sau deschis). Puterea maximă are expresia

$$P_{\max} = RI_1^2 + RI_2^2 + RI_3^2 = \frac{E_1^2 + E_2^2 + E_3^2}{4R}.$$

Dacă sistemul tensiunilor electromotoare are valorile modulelor egale $E_1 = E_2 = E_3 = E$, rezultă un sistem trifazat simetric, care transmite receptorului adaptat puterea maximă

$$P_{\max} = \frac{3}{4}\cdot\frac{E^2}{R}.$$

În cazul unor defazaje oarecare ale tensiunilor electromotoare (necorespunzătoare puterii transferate celei mai mari), reţeaua receptoare cea mai simplă este formată din patru elemente asemănătoare celor ale reţelei rezolvante receptoare din figura 8*b*.

Pentru tensiuni electromotoare egale ca amplitudine și cu defazaje relative nule, se obține următoarea expresie a puterii maxime:

$$P_{max} = \frac{3}{4} \cdot \frac{E^2}{(R + 3R_0)};$$

Numai pentru $R_0 = 0$ puterea maximă egalează pe cea corespunzătoare sistemului trifazat simetric de tensiuni electromotoare, pentru care se găsește o nouă justificare pe baza transferului puterii maxime.

6.2. Se consideră o rețea generatoare de curent continuu [11] pentru care se cunoaște vectorul tensiunilor electromotoare și matricea rezistențelor tripolului generator echivalent (pasivizat):

$$\boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \end{bmatrix}; \qquad \boldsymbol{R}_0 = \begin{bmatrix} 12 & 9 \\ 9 & 15 \end{bmatrix};$$

Se urmărește calculul parametrilor rețelei receptoare și al puterii maxime transmisă acesteia

Rețeaua generatoare corespunzătoare datelor problemei este reprezentată în figura 9*a*.

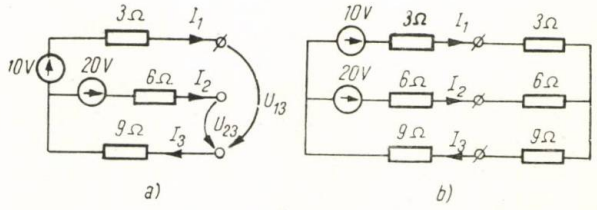


Fig. 9. — Tripolul generator (*a*) și interconexiunea sa la rețeaua receptoare rezolvantă (*b*).

Regimul de tensiuni și curenți al bornelor corespunzător transferului puterii maxime se obține fie cu ajutorul rețelei receptoare rezolvante, ca cea din figura 9*b*, care în curent continuu este identică cu rețeaua generatoare pasivizată, fie prin particularizarea funcțională a rețelei generatoare; funcționarea „în gol" ne oferă valorile dublate ale tensiunilor corespunzătoare la borne, iar funcționarea în scurtcircuit ne oferă valorile dublate ale curenților respectivi. Se obține $U_{13} = 5$V, $U_{23} = 10$V; $I_1 = -5/33$A, $I_2 = 50/66$A, $I_3 = 60/99$A.

O rețea receptoare mai simplă cu două rezistoare, ca cea din figura 10*a*, are valorile rezistențelor $R_{12} = 33\Omega$, $R_{23} = 99/6\Omega$.

În lucrarea [11] se adoptă structura din figura 10 *b*, la care $R_{13} = -33\Omega$ este situat în afara domeniului de realizabilitate și de aceea este necesar calculul succesiv al diverselor puteri corespunzătoare unor soluții de bază extreme (cu valori nule sau ∞) pentru cele patru variante posibile. Varianta reprezentată în figura 10*c* corespunde valorii maxime $P_m = 100/15 = 6{,}67$W, evident inferioară valorii $P'_m = 75/11 = 6{,}85$ W, care se obține în cazul rețelelor din figurile 10*a* și 10*b*.

Avantajele reţelei receptoare rezolvante în curent continuu, ca cea din figura 9*b*, se referă la realizabilitatea elementelor sale (identice cu cele pasive ale reţelei generatoare date sau echivalente în raport cu bornele de interconexiune), la obţinerea puterii maxime celei mai mari şi la independenţa valorilor rezistenţelor de valorile tensiunilor electromotoare sau

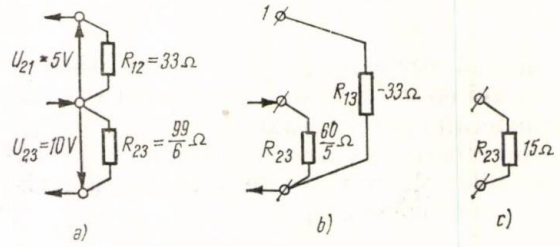


Fig. 10. — Reţele receptoare echivalente transferului puterii maxime în interiorul domeniului de realizabilitate (*a*), în afara domeniului (*b*) şi la graniţa domeniului (*c*).

curenţilor surselor. Reţelele receptoare simplificate, ca cele din figura 10, au valorile rezistenţelor dependente de tensiunile electromotoare ale surselor şi deci ele nu menţin invariantă condiţia transferului puterii maxime la regimuri variabile.

Sinteza reţelei receptoare adaptate transferului puterii maxime se efectuează în mod mai simplu pe baza calculului prealabil al regimului de tensiuni şi curenţi corespunzător la borne.

7. CONCLUZII

7.1. Reţeaua receptoare „adaptabilă" la transferul puterii maxime de la un multipol sau multiport liniar activ cu surse periodice nesinusoidale este liniară şi are pentru fiecare armonică matricea impedanţelor sau admitanţelor în raport cu bornele de interconexiune egală cu adjuncta (transpusa conjugată) matricei multipolului sau multiportului generator.

7.2. Multipolul receptor „rezolvant" corespunzător transferului puterii maxime are structura reţelei generatoare pasivizată, putînd fi realizat cu elemente active ideale de circuit cu surse comandate de tip „reflector" necesare schimbării semnului inductivităţilor şi capacităţilor în raport cu cele ale reţelei generatoare.

Valorile parametrilor elementelor sale sînt independente de amplitudinile şi defazajele tensiunilor electromotoare sau curenţilor surselor din reţeaua generatoare.

7.3. Regimul de tensiuni şi curenţi corespunzător transferului puterii maxime la bornele unui multipol sau multiport echivalent se poate obţine ca regim de mers în gol al reţelei rezolvante rezistive şi ca regim de scurtcircuit al reţelei rezolvante conductive, avînd valorile tensiunilor electromotoare (sau curenţilor) surselor reduse la jumătate.

7.4. Multipolul receptor echivalent simplificat cu elemente pasive sau active are valorile parametrilor elementelor impuse de regimul tensiunilor şi curenţilor corespunzător transferului puterii maxime la bornele de interconexiune cu reţeaua generatoare. Valorile acestor parametri se modifică la schimbarea tensiunilor sau curenţilor surselor reţelei generatoare.

7.5. Puterea activă emisă de sursele multipolului generator echivalent se împarte în mod egal între rețeua generatoare și cea receptoare atît în totalitate, cît și pentru fiecare armonică.

7.6. Puterea maximă transmisă de multipolul liniar rețelei receptoare are valoarea cea mai mare pentru anumite unghiuri de defazaj între tensiunile electromotoare sau curenții surselor ca funcții periodice date. Ecuațiile soluțiilor corespunzătoare obținute în lucrare sînt exprimate prin relații liniare cu funcții armonice ale defazajelor.

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleț, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. III, București, Lit. învățămîntului, 1955.
2. M. Preda, *Bazele electrotehnicii*, București, E.D.P., 1969.
3. Al. Timotin ș.a., *Lecții de bazele electrotehnicii*, București, E.D.P., 1970.
4. Fl. Manea, *Condiții-limită de stabilitate statică a sistemelor electroenergetice*, St. cerc. energ., **VI**, *3*, 329—346 (1956).
5. Fl. Manea, *Repartiția optimă a puterilor active și reactive între centralele electrice*, St. cerc. energ., **VII**, *3*, 447—462 (1957).
6. L. Lurie, *Kajusciaia moșnosti trehfaznoi sistemi*, Elecktricestvo, *I*, 46—52 (1951).
7. Fl. Manea, *Puterile sistemelor trifazate nesimetrice și nesinusoidale*, St. cerc. energ., **X**, *4*, 771—777 (1960).
8. K. Nambiar, *A generalization of the maximum power transfer Theorem*, Proc. IEEE, **57**, *7*, 1339—1340 (1969).
9. H. Baudran, *On the generalization on of the maximum power transfer*, Proc. IEEE, **58**, *10*, 1780—1781 (1970).
10. F. Spinei, *Determination of the states of maximum power transfer and of power transfer with maximum efficiency in networs with modifiabile parameters* (I, II), Rev. Roum. Sci. Techn.-Electrotehn. et Energ., **16**, *3*, 435—446; 55—72 (1972).
11. L. Liu, *Determination of Available Power from Resistive Multiports*, IEEE Trans. on C.T., **19**, *4*, 385—386 (1973).

CONTRIBUȚII LA STUDIUL UNUI REGIM DE RECUPERARE AL MAȘINII SINCRONE

A. CÎMPEANU

621.313

Se analizează funcționarea la sincronsim în paralel la rețea a două mașini sincrone cuplate mecanic rigid. Se stabilesc ecuațiile ce definesc acest regim și pe această bază se evidențiază aspecte nestudiate în literatură și implicațiile lor practice. Se studiază complet problema pentru mașinile cu poli plini în cazul general al considerării tuturor pierderilor și se prezintă în final particularitățile introduse de mașinile cu poli aparenți.

1. INTRODUCERE

În [4] s-a urmărit problema stabilității la funcționarea în paralel la rețea a două mașini sincrone cuplate mecanic, cu un decalaj oarecare α' între axele rotorice. Studiul prezintă interes atît teoretic, cît și practic, prin concluziile referitoare la posibilitatea modificării încărcărilor mașinilor cuplate.

Se urmăresc în continuare aspectele principale ale acestui regim, nestudiate în literatură [1], [2], [3], [7], [8] ș.a.

2. STABILIREA ECUAȚIILOR DE FUNCȚIONARE ÎN CAZUL GENERAL

Fie 1, 2 cele două mașini sincrone. Ecuațiile ce definesc funcționarea sînt, în formă restrînsă,

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1a}(U,\ U_{ep1},\ \theta) + \underline{I}_{1r}(U,\ U_{ep1},\ \theta),$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{2a}(U,\ U_{ep2},\ \alpha - \delta) + \underline{I}_{2r}(U_{ep2},\ \alpha - \theta),$$

$$\underline{I}_r = \underline{I}_{ra}(U,\ U_{ep1},\ U_{ep2},\ \alpha - \theta) + \underline{I}_{rr}(U,\ U_{ep1},\ U_{ep2},\ \alpha - \theta),$$

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 4, p. 971–986, 1973

$$P_{M1} = P_{M1}(U,\ U_{ep1},\ \theta),$$

$$P_{M2} = P_{M2}(U,\ U_{ep2},\ \alpha - \theta), \tag{1}$$

$$P_{M2}(U,\ U_{ep2},\ \alpha - \theta) = P_{M1}(U,\ U_{ep1},\ \theta) + \Sigma p_{mec},$$

unde $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_r$ sînt curenţii maşinilor cuplate şi ai reţelei, exprimaţi prin componentele lor active şi reactive $\underline{I}_{1a}$, $\underline{I}_{1r}$etc., P_{M1}, P_{M2}, Σp_{mec}—puterile interioare, respectiv suma pierderilor mecanice din sistemul celor două maşini cuplate, U_{ep1}, U_{ep2}—t.e.m. polare, $\alpha = p\alpha'$, θ — unghiul electric dintre axele polilor de acelaşi nume, respectiv unghiul intern al maşinii 1.

Interesează în studiul funcţionării maşinilor cuplate cum se modifică curenţii şi încărcările active şi reactive ale maşinilor, curentul reţelei etc. la schimbarea condiţiilor de funcţionare, în principal în raport cu curenţii de excitaţie. Dintre cele două maşini, una funcţionează ca generator şi cealaltă ca motor faţă de reţea, astfel că încărcarea are un caracter recuperativ; în cele ce urmează se admite că maşina 1 funcţionează în regim de generator. Se asociază sensurile pozitive pentru curenţi şi tensiuni la ambele maşini corespunzător sursei.

Rezolvarea analitică a sistemului de ecuaţii (1) este dificilă, expresiile mărimilor ce intervin fiind voluminoase. Astfel [6], la considerarea tuturor pierderilor, curentul debitat al maşinii sincrone m-fazate 1, considerînd fazorul $\underline{U}$ în axa reală, este de forma

$$\underline{I}_1 = j\frac{U}{Z_{d1}}e^{j\gamma_{d1}} + \left[\frac{Z_{md1}(1 - K_{q1})}{Z_{d1}} \cdot \frac{U_{ep1}\sin(\gamma_{d1} - \beta_1) + U\sin(\theta - \gamma_{d1})}{Z_{q1}\cos(\gamma_{d1} - \gamma_{q1})} - \right.$$

$$\left. - \frac{j\underline{U}_{ep1}}{Z_{d1}}\right] e^{j(\theta + \gamma_{d1} - \beta_1)}, \tag{2}$$

expresie pe baza căreia se pot separa componentele active şi reactive, iar puterea electromagnetică este

$$P_{M1} = \frac{m}{\cos(\gamma_{d1} - \gamma_{q1})}\left\{UU_{ep1}\left[\frac{\cos(\gamma_{q1} - \beta_1)}{Z_{d1}}\sin\theta + \frac{\sin(\gamma_{d1} - \beta_1)}{Z_{q1}}\cos\theta - \right.\right.$$

$$- 2\left[\frac{R_{d1}\cos(\gamma_{q1} - \beta_1)}{Z_{d1}^2\cos(\gamma_{d1} - \gamma_{q1})} - \frac{\sin\beta_1}{Z_{d1}}\right]\cos(\theta - \gamma_{q1}) + 2\frac{(R_1 + K_{q1}R_{mq1})}{Z_{q1}^2\cos(\gamma_{d1} - \gamma_{q1})} \cdot$$

$$\left.\cdot \sin(\gamma_{d1} - \beta_1) \cdot \sin(\theta - \gamma_{d1})\right] + U^2\left[\frac{1}{Z_{q1}}\sin(\theta - \gamma_{d1})\cos\theta - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{Z_{d1}}\cos(\theta - \gamma_{q1})\sin\theta + \frac{R_{d1}\cos^2(\theta - \gamma_{q1})}{Z_{q1}^2\cos(\gamma_{d1} - \gamma_{q1})} + \frac{(R_1 + K_{q1}R_{mq1})}{Z_{q1}^2\cos(\gamma_{d1} - \gamma_{q1})} \cdot \right.$$

$$\cdot \sin^2(\theta - \gamma_{d1})] + U_{ep1}^2 \left[\frac{R_{d1} \cos^2(\gamma_{q1} - \beta_1)}{Z_{d1}^2 \cos(\gamma_{d1} - \gamma_{q1})} + \frac{(R_1 + K_{q1} R_{mq1})}{Z_{q1}^2 \cos(\gamma_{d1} - \gamma_{q1})} \cdot \right. \tag{3}$$

$$\left. \cdot \sin^2(\gamma_{d1} - \beta_1) + \frac{\sin \beta_1 \cos(\gamma_{d1} - \gamma_{q1})}{Z_{md1}} - \frac{2 \sin \beta_1 \cos(\gamma_{q1} - \beta_1)}{Z_{d1}} \right] \Bigg\}.$$

Pentru puterea activă la borne $P_1 = mUI_{1a}$, care interesează în continuare, se obține în baza relației (2), după calcule,

$$P_1 = \frac{m}{\cos(\gamma_{d1} - \gamma_{q1})} \left\{ U U_{ep1} \left[\frac{\cos(\gamma_{q1} - \beta_1) \sin\partial}{Z_{d1}} + \frac{\sin(\gamma_{d1} - \beta_1) \cos\partial}{Z_{q1}} \right] \right.$$

$$\left. - mU^2 \left[\frac{\cos(\theta - \gamma_{q1}) \sin\theta}{Z_{d1}} - \frac{\sin(\theta - \gamma_{d1}) \cos\theta}{Z_{q1}} \right] \right\}. \tag{4}$$

În ecuațiile (2), (3), (4), impedanțele sînt date de următoarele expresii :

$$\underline{Z}_{d1} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{md1} = (R_1 + R_{md1}) + j(X_1 + X_{md1}) = R_{d1} + jX_{d1} = jZ_{d1} e^{-j\gamma_{d1}},$$

$$\underline{Z}_{q1} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{mq1} = (R_1 + R_{mq1}) + j(X_1 + X_{mq1}) = R_{q1} + jX_{q1} = jZ_{q1} e^{-j\gamma_{d1}},$$

unde s-au notat prin $\underline{Z}_{d1}$, $\underline{Z}_{q1}$, $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_{md1}$, $\underline{Z}_{mq1}$, respectiv impedanțele longitudinală și transversală, impedanța de dispersie și impedanțele de reacție după cele două axe ; unghiurile γ_{d1}, γ_{q1}, β_1 sînt condiționate de pierderi și date de relațiile

$$\sin \gamma_{d1} = \frac{R_1 + R_{md1}}{Z_{d1}} \; ; \sin \gamma_{q1} = \frac{R_1 + R_{mq1}}{Z_{q1}} \; ; \sin \beta_1 = \frac{R_{md1}}{Z_{md1}} .$$

Rezistențele suplimentare R_{md1}, R_{mq1} intervin ca urmare a prinderii în calcule și a pierderilor în fier ; dacă se consideră $p_{Fe} = 0$, atunci $R_{md1} = R_{mq1} = 0$ și de asemenea $\beta_1 = 0$.

Ecuațiile corespunzătoare mașinii 2 sînt de aceeași formă. Pentru unghiul intern trebuie introdusă valoarea $-(\alpha - \theta)$, mașina 2 fiind presupusă motor.

Din sistemul de ecuații (1) se vede că la fiecare pereche de valori U_{ep1}, U_{ep2} (sau ceea ce este același lucru pentru diverși curenți de excitație I_{e1}, I_{e2}) corespund alte valori pentru θ. Ca urmare, reglajul curenților de excitație determină modificări în limite largi ale încărcărilor active și reactive ale mașinilor cuplate ; alte rezultate se obțin pentru diverse valori ale decalajului α.

Analiza efectuată în [4] privitoare la stabilitatea funcționării arată că modificarea în limite largi a curenților de excitație nu creează posibilitatea pierderii sincronismului. Ansamblul mașinilor cuplate poate fi considerat din acest punct de vedere ca o mașină sincronă echivalentă la mersul în gol, caracterizată în general prin o mare rezervă de stabilitate.

3. CONSIDERAREA MAŞINILOR SINCRONE CU POLI PLINI

Pentru o prezentare sugestivă a proprietăţilor fundamentale ale schemei, se au în vedere maşinile cu poli plini; corespunzător, în ecuaţii se notează $Z_d = Z_q = Z_s$, $Z_{md} = Z_{mq} = Z_m$, $\gamma_d = \gamma_q = \gamma$.

Pentru mărimile ce intervin în (1) se obţin pe baza ecuaţiilor de tipul (2), (3), după calcule, expresii de o formă mai simplă:

$$I_{1a} = \frac{1}{Z_{s1}} [- U \sin \gamma_1 + U_{ep1} \sin (\theta + \gamma_1 - \beta_1)],$$

$$I_{1r} = \frac{1}{Z_{s1}} [U \cos \gamma_1 - U_{ep1} \cos (\theta + \gamma_1 - \beta_1)],$$

$$I_{2a} = - \frac{1}{Z_{s2}} [U \sin \gamma_2 + U_{ep2} \sin (\alpha - \theta - \gamma_2 + \beta_2)],$$

$$I_{2r} = \frac{1}{Z_{s2}} [U \cos \gamma_2 - U_{ep2} \cos (\alpha - \theta - \gamma_2 + \beta_2)], \tag{5}$$

$$I_{ra} = - U \left[\frac{\sin \gamma_1}{Z_{s1}} + \frac{\sin \gamma_2}{Z_{s2}} \right] + \frac{U_{ep1}}{Z_{s1}} \sin (\theta + \gamma_1 - \beta_1) -$$

$$- \frac{U_{ep2}}{Z_{s2}} \sin (\alpha - \theta - \gamma_2 + \beta_2),$$

$$I_{rr} = U \left[\frac{\cos \gamma_1}{Z_{s1}} + \frac{\cos \gamma_2}{Z_{s2}} \right] - \frac{U_{ep1}}{Z_{s1}} \cos (\theta + \gamma_1 - \beta_1) -$$

$$- \frac{U_{ep2}}{Z_{s2}} \cos (\alpha - \theta - \gamma_2 + \beta_2),$$

$$P_{M1} = \frac{m U U_{ep1}}{Z_{s1}} \sin (\theta - \gamma_1 + \beta_1) + m A_1 U_{ep1}^2,$$

$$P_{M2} = \frac{m U U_{ep2}}{Z_{s2}} \sin (\alpha - \theta + \gamma_2 - \beta_2) - m A_2 U_{ep2}^2,$$

iar

$$A_{i(i=1,2)} = \frac{R_i Z_{mi}^2 + R_{mi} Z_i^2}{Z_{mi}^2 Z_{si}^2}.$$

Din ecuaţiile (5) nu rezultă cu claritate limitele posibile de variaţie a încărcărilor pe fiecare maşină în parte. În plus, rezultatele analitice ob-

ţinute prin rezolvarea relativ complicată a sistemului (1) trebuie discutate, întrucît nu toate corespund unei funcţionări stabile [4].

Proprietăţile fundamentale ale grupului celor două maşini se pun în evidenţă stabilind pe baza ecuaţiilor (1) şi (5) curbele loc geometric în planul complex ale tensiunilor şi curenţilor.

Fie în figura 1 diagrama fazorială a unui generator sincron (reprezentată pe baza relaţiei $\underline{U} = \underline{U}_{ep} - \underline{Z}_s \underline{I}$). Se stabileşte mai întîi, în general,

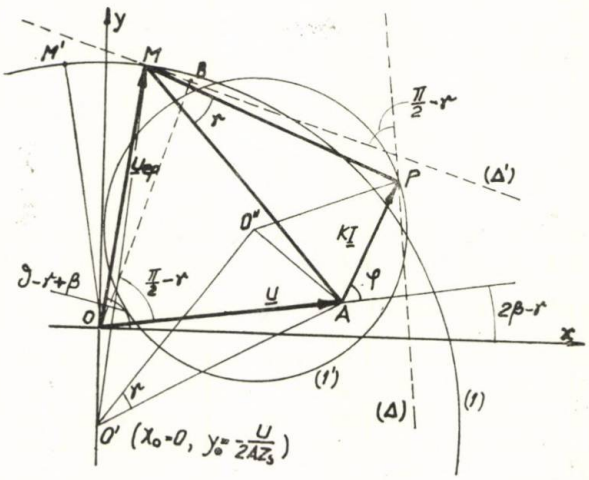


Fig. 1. — Funcţionarea maşinii sincrone cu poli plini la P_M = const şi P_M = const în cazul general.

locul vîrfului fazorului $\underline{U}_{ep}$ şi al curentului $\underline{I}$ al maşinii sincrone funcţionînd ca generator la reţea pentru P_M = const. Se asociază diagramei fazoriale un sistem de axe xOy, astfel încît fazorul $\underline{U}$ este rotit înainte faţă de abscisa Ox cu unghiul $2\beta - \gamma$.

Locul lui M, vîrful lui U_{ep}, pentru P_M = const, în sistemul de axe ales, este (anexa 1 a) un cerc (*1*) cu raza

$$\rho_G = \sqrt{\left(\frac{U}{2AZ_s}\right)^2 + \frac{P_M}{mA}} \tag{6}$$

şi centrul O' $\left(x_0 = 0,\ y_0 = -\dfrac{U}{2AZ_s}\right)$. Deoarece întotdeauna $A > 0$ (relaţia (5)), centrul cercului este plasat pe axa ordonatelor sub abscisă. La diverse valori P_M = const corespund cercuri concentrice pentru locul lui M, de raze ce cresc cu P_M.

Pentru t.e.m. U_{ep} dată, pe cercul (*1*) corespund două soluţii (punctele M şi M'). Din motive de stabilitate uşor de verificat, funcţionarea este posibilă numai în punctul M, plasat la dreapta direcţiei Oy.

Locul geometric al vîrfului curentului $\underline{I}$ se determină observînd că segmentul $AP = (R + R_m)\,\bar{I} = kI$ stabileşte la altă scară curentul maşinii în mărime şi direcţie. Se construieşte triunghiul dreptunghic $O'O''A$ asemenea cu triunghiul dreptunghic MPA, astfel ca $\sphericalangle O''O'A = \sphericalangle PMA = \gamma$. Se demonstrează (anexa 1b) că locul lui P cînd M se deplasează pe cercul (*1*), este tot un cerc (1') cu centrul O'' şi raza $\rho_G \sin \gamma$.

Dacă mașina sincronă funcționează ca motor la $P_M = \text{const}$ și se păstrează asocierea sensurilor pozitive pentru curenți și tensiuni, locul lui $\underline{U}_{ep}$ și al lui $\underline{I}$ se stabilește analog, cu observația că în (6) trebuie înlocuit P_M cu $-P_M$. Se obține, ca urmare, pentru locul lui $\underline{U}_{ep}$ un cerc de aceleași coordonate, dar cu o rază ce scade cu creșterea lui P_M; direcția Oy delimitează pe cerc, în același fel ca la generator, zona de funcționare stabilă.

Dacă se urmărește stabilirea curbelor loc geometric în cazul general al considerării tuturor pierderilor pentru putere debitată constantă, atunci proiecția vîrfului P pe direcția lui $\underline{U}$ trebuie să fie constantă și P descrie dreapta $\Delta \perp OA$ (construcția reprezentată în figura 1 cu linie întreruptă). Corespunzător (anexa 2), punctul M descrie dreapta (Δ'), care face cu (Δ) unghiul $\frac{\pi}{2} - \gamma$, dreaptă dusă astfel încît distanța de la punctul O este

$$OB = U \sin \gamma + I_a Z_s, \tag{7}$$

unde s-a notat prin I_a componenta activă a curentului I. Poziția dreptei (Δ') pentru o putere dată se stabilește trasînd segmentul OB de direcție fixă (se observă imediat că $\sphericalangle AOB = \frac{\pi}{2} - \gamma = \text{const}$) și de lungime dată de (7); perpendiculara în B pe acest segment este locul căutat. Pentru diverse puteri (diverși I_a), dreptele (Δ') se deplasează paralel între ele, îndepărtîndu-se cu creșterea puterii. În cazul motorului se înlocuiește în (7) I_a cu $-I_a$ și pentru OB pot rezulta valori negative, ceea ce însemnă că segmentele OB trebuie măsurate începînd din O în sens opus.

Folosim observațiile de mai sus la reprezentarea în planul complex a curenților și a tensiunilor celor două mașini sincrone cuplate mecanic și conectate la o rețea de tensiune U. În reprezentarea fazorială se poate scrie

$$\underline{U} = \underline{U}_{ep1} - \underline{Z}_{s1}\underline{I}_1 = \underline{U}_{ep2} - \underline{Z}_{s2}\underline{I}_2.$$

Fie o valoare dată P_{M1} a puterii electromagnetice pe mașina 1. În baza celor arătate, locul lui $\underline{U}_{ep1}$ (fig. 2) într-un sistem de axe x_1Oy_1, construit astfel încît direcția Ox_1 face cu direcția fazorului $\underline{U}$ unghiul $2\beta_1 - \gamma_1$ este cercul (1) cu centrul $O_1\left(0, -\frac{U}{2A_1Z_{s1}}\right)$ și raza $\rho_1 = \sqrt{\left(\frac{U}{2A_1Z_{s1}}\right)^2 + \frac{P_{M1}}{A_1 m}}$.

Valorii constante P_{M1} îi corespunde pentru mașina 2 tot o valoare constantă a puterii electromagnetice $P_{M2} = P_{M1} + \Sigma p_{mec}$. Se figurează analog pe aceeași diagramă locul geometric a lui $\underline{U}_{ep2}$ în raport cu sistemul de axe x_2Oy_2, rotit față de $\underline{U}$ cu unghiul $2\beta_2 - \gamma_2$. Noul cerc (2) are centrul O_2 $\left(0, -\frac{U}{2A_2Z_{s2}}\right)$ și raza $\rho_2 = \sqrt{\left(\frac{U}{2A_2Z_{s2}}\right)^2 - \frac{P_{M1} + \Sigma p_{mec}}{mA_2}}$.

Ca urmare a prezenței pierderilor în fier, unghiul fazorilor $\underline{U}_{ep1}$, $\underline{U}_{ep2}$ rezultă $\alpha_u = \alpha - \beta_1 + \beta_2$. Fie M un punct pe cercul (1) corespunzător unei valori U_{ep1} date. În acest caz, $AM = Z_{s1}I_1$ și, în triunghiul dreptunghic APM, $AP = (R_1 + R_{m1})I_1 = R_{s1}I_1$. Alegînd scara curentului I_1 astfel ca $AP = I_1$ cînd M descrie cercul (1), punctul P, vîrful fazorului $\underline{I}_1$, descrie

cercul (1′) cu centrul O_1' vîrful drept al triunghiului dreptunghic $O_1O_1'A$ și raza $\rho_1' = \rho_1 \sin \gamma_1$. Analog se construiește cercul (2′) cu centrul O_2' și raza $\rho_2' = \rho_2 \sin \gamma_2$, locul lui Q, unde $AQ = R_{s2}I_2$. Fie $AQ' = R_{s1}I_2$ sau, ceea ce este același lucru, $AQ' = I_2$ la scara curentului I_1. Se construiesc triunghiurile asemenea AQO_2' și $AQ'O_2''$, unde O_2'' este pe direcția AO_2'. Din

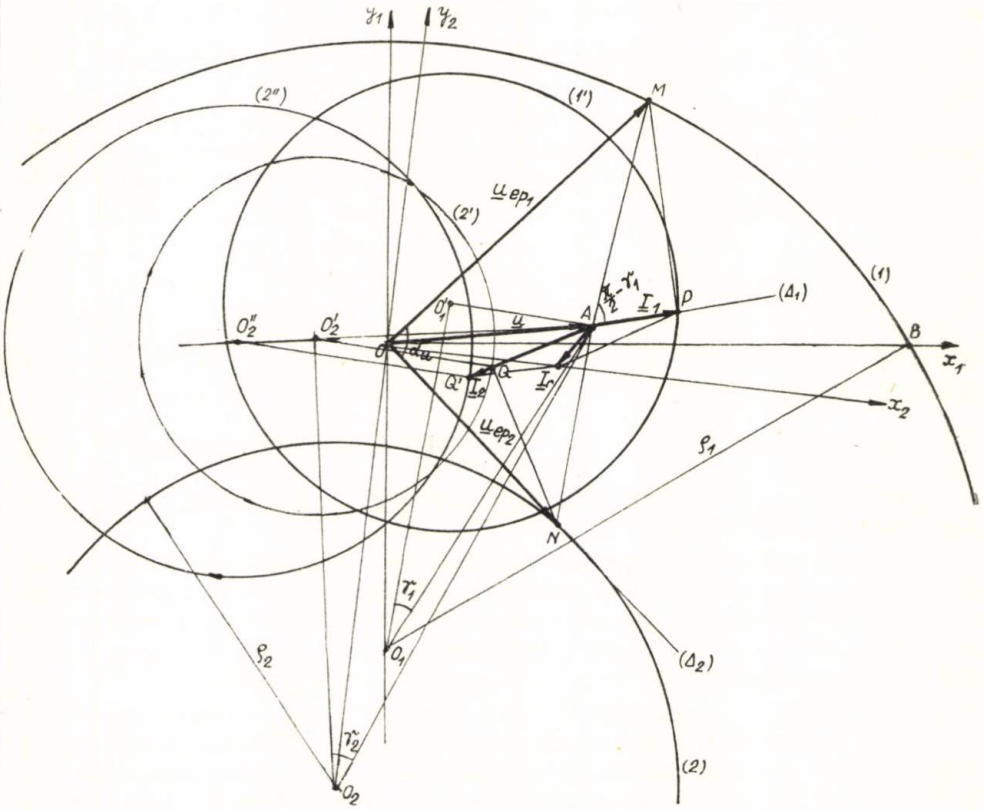


Fig. 2. — Curbele loc geometric pentru două mașini sincrone cuplate.

motive de similitudine, $\frac{AO_2''}{AO_2'} = \frac{R_{s1}}{R_{s2}} = \text{const}$, și locul lui Q', vîrful lui $\underline{I}_2$, este cercul (2″) cu centrul O_2'' și raza $\rho_2'' = \rho_2' \frac{R_{s1}}{R_{s2}}$.

Se exemplifică rezolvarea sistemului de ecuații (5) prin intermediul curbelor loc geometric construite în cîteva cazuri particulare importante. Pentru un sistem de valori P_{M1}, U_{ep1} dat, punctul M este determinat pe cercul (1) și, ca urmare, și curentul $\underline{I}_1$ în mărime și direcție. Trasînd prin O dreapta (Δ_2) înclinată față de OM cu unghiul α_u, rezultă $ON = U_{ep2}$ și, în final, curentul $\underline{I}_r = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \overline{AP} + \overline{AQ}$.′ S-au determinat grafic încărcările active și reactive ce revin pe mașinile cuplate, curenții de excitație, curen-

tul rețelei etc., încît comportarea la rețea a grupului de mașini este cunoscută complet; se procedează analog cînd este precizat regimul de funcționare al mașinii 2 prin valorile cunoscute P_{M2} și U_{ep2}.

Cînd se consideră cunoscute puterea activă la borne și $\cos\varphi$ pentru una din mașinile cuplate, se realizează mai întîi construcția grafică conform figurii 1 (partea reprezentată cu linie întreruptă). Prin A, vîrful fazorului $\underline{U}$, se trasează o dreaptă rotită cu unghiul cunoscut $\left(\frac{\pi}{2} - \gamma + \varphi\right)$, a cărei intersecție cu (Δ') determină t.e.m. polară $\underline{U}_{ep}$ corespunzătoare, ș.a.m.d. ca mai sus.

Dacă se presupun date excitațiile (prin t.e.m. polare U_{ep1}, U_{ep2}), rezolvarea grafică a problemei în cazul general al mașinilor diferite este dificilă, încît se va folosi o cale grafico-analitică. Se stabilește mai întîi pe bază de calcul [4] unghiul intern

$$\alpha - \theta = \beta + \arcsin\frac{C}{A_m},$$

unde C, A_m, β sînt funcții numai de t.e.m. polare, parametrii mașinilor și decalajul mecanic al rotoarelor, luînd în considerație din motive de stabilitate valoarea $\alpha - \theta < \frac{\pi}{2} + \beta$. Odată cunoscut unghiul $(\alpha - \theta)$, rezultă $\underline{U}_{ep1}$, $\underline{U}_{ep2}$ în mărime și direcție față de $\underline{U}$ și problema s-a redus de asemenea la cele de mai sus.

Pe figura 2 se poate urmări și influența modificării unghiului dintre $\underline{U}_{ep1}$, $\underline{U}_{ep2}$ asupra comportării mașinilor cuplate și rețelei. În funcție de decalajul α_u la o încărcare impusă pe una din mașini, se stabilesc grafic, cum s-a arătat, diverse valori pentru încărcarea celeilalte mașini și rețelei, dintre care în aplicațiile practice se pot alege cele mai potrivite.

Din analiza curbelor din figura 2 se pot deduce o serie de concluzii.

a. O valoare dată a puterii electromagnetice $P_{M1} = \text{const}$ la un decalaj α determinat al rotoarelor se obține numai pentru anumite perechi de valori U_{ep1}, U_{ep2}, astfel ca pentru fiecare punct M de pe cercul (*1*) să se poată stabili unul sau două puncte N corespondente pe cercul (*2*).

b. Dacă pentru t.e.m. polare U_{ep1}, U_{ep2} corespund puncte M, N pe porțiunile stabile de funcționare ale cercurilor (*1*), (*2*), regimul de funcționare în paralel a celor două mașini sincrone este stabil. Într-adevăr, să presupunem că rotoarele rămîn în urmă cu un unghi oarecare față de poziția stabilă, astfel că sistemul fazorilor $\underline{U}_{ep1}$, $\underline{U}_{ep2}$ rotește în sens orar. Punctele M, N trec în interiorul cercurilor (*1*), (*2*) și noile puteri electromagnetice îndeplinesc condițiile $P'_{M1} < P_{M1}$ și $P'_{M2} > P_{M2}$. Apare ca urmare un cuplu dinamic pozitiv ce restabilește situația inițială. Analog se arată că funcționarea este stabilă și la o rotire a sistemului fazorilor t.e.m. polare în sens anterior.

Fără a rezulta direct din analiza curbelor din figura 2, se poate arăta [4] că ansamblul celor două mașini în condiții determinate poate funcționa stabil și dacă unghiul intern al uneia depășește valoarea maximă admisibilă pentru o mașină funcționînd singură la rețea (cînd unul din punctele M sau N se plasează pe porțiunea instabilă de funcționare a cercului

corespunzător). Pe această bază se poate lărgi domeniul de cercetare experimentală a maşinii.

c. Pentru o putere electromagnetică $P_{M1} = \text{const}$ cînd M, N descriu cercurile (1), (2), vîrfurile P, Q' ale curenţilor $\underline{I}_1, \underline{I}_2$ descriu respectiv cercurile (1'), (2'') şi, în consecinţă, puterile active şi reactive la bornele maşinilor cuplate, variabile în limite largi, sînt, pentru condiţii date, determinabile. Cum rezultă din figură, componenta activă a curentului I_1 (sau, la altă scară, puterea activă debitată de maşina 1) se modifică astfel, încît poate deveni nulă sau chiar schimba de semn. Această ultimă situaţie intervine la valori importante ale t.e.m. polare U_{ep1} (şi, corespunzător, ale curentului I_1), cînd pentru a acoperi pierderile din maşină trebuie luată putere activă din reţea; maşina 1 apare dublu alimentată, primind putere mecanică pe la arbore (corespunzător puterii $P_{M1} = \text{const}$ considerate) şi electrică pe la borne. Funcţionarea în paralel a maşinilor cuplate nu mai este recuperativă şi, corespunzător, puterea activă absorbită din reţea este importantă.

La încărcări care vin însă în mod normal în consideraţie pentru maşinile cuplate, numai o mică parte din puterea interioară P_{M1} este destinată acoperirii pierderilor şi maşina 1 debitează putere activă la borne (funcţionarea în paralel este recuperativă). Puterea activă cerută din reţea, egală cu suma tuturor pierderilor din cele două maşini, rezultă, în general, de valoare redusă. Încărcarea reactivă a reţelei variază în limite largi cu excitaţiile (ca şi încărcările reactive ale maşinilor 1, 2). Dacă pentru o sarcină precizată pe una din maşini se stabileşte un decalaj α_u încît să fie îndeplinită condiţia $\underline{I}_{1r} = -\underline{I}_{2r}$, puterea reactivă schimbată de grupul maşinilor cuplate cu reţeaua devine nulă ($I_{rr} = 0$); această situaţie prezintă interes mai ales cînd reţeaua este de putere redusă.

Din cele prezentate rezultă că sistemul de ecuaţii (1) în forma (5) poate fi rezolvat complet pe cale grafică sau grafico-analitică, cu separarea soluţiilor ce convin din punctul de vedere al stabilităţii pentru oricare dintre parametrii variabili, luaţi în număr suficient pentru a interveni o determinare, consideraţi cunoscuţi.

Prin faptul că se obţine o funcţionare recuperativă, schema analizată prezintă interes practic la încărcarea nominală în special a maşinilor sincrone de puteri ce depăşesc puterea instalată a standurilor de probe.

4. CONSIDERAREA MAŞINILOR CU POLI APARENŢI

La maşinile cu poli aparenţi, în vederea ridicării preciziei determinărilor trebuie considerată asimetria magnetică după cele două axe Pentru a aprecia modul cum intervine, se neglijează în cele ce urmează pierderile; mărimile din sistemul de ecuaţii (1) devin :

$$I_{1a} = \frac{U_{ep1}}{X_{d1}} \sin\theta + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{X_{q1}} - \frac{1}{X_{d1}}\right) U \sin 2\theta,$$

$$I_{1r} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{X_{q1}} + \frac{1}{X_{d1}}\right) U - \frac{U_{ep1}}{X_{d1}} \cos\theta - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{X_{q1}} - \frac{1}{X_{d1}}\right) U \cos 2\theta,$$

$$I_{2a} = -\frac{U_{ep2}}{X_{d2}} \sin(\alpha - \theta) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{X_{q2}} - \frac{1}{X_{d2}}\right) U \sin 2(\alpha - \theta),$$

$$I_{2r} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{X_{q2}} + \frac{1}{X_{d2}}\right) U - \frac{U_{ep2}}{X_{d2}} \cos(\alpha - \theta) -$$

$$- \frac{1}{2}\left(\frac{1}{X_{q2}} - \frac{1}{X_{d2}}\right) U \cos 2(\alpha - \theta), \tag{8}$$

$$P_{M1} = P_1 = \frac{UU_{ep1}}{X_{d1}} \sin\theta + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{X_{q1}} - \frac{1}{X_{d1}}\right) U^2 \sin 2\theta,$$

$$P_{M2} = P_2 = \frac{UU_{ep2}}{X_{d2}} \sin(\alpha - \theta) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{X_{q2}} - \frac{1}{X_{d2}}\right) U^2 \sin 2(\alpha - \theta),$$

$$I_{rr} = I_{1r} + I_{2r},$$

$$I_{ra} = 0.$$

Construcţia din figura 3 rezultă prin suprapunerea diagramelor fazoriale reprezentate în forma cunoscută ale maşinilor cu poli aparenţi cuplate, luînd tensiunea $\underline{U}$ a reţelei ca fazor comun de referinţă. S-a avut în vedere că dreptele O_1A_1, O_2A_2 stabilesc între ele unghiul electric α şi, deoarece s-au neglijat pierderile, componentele active ale curenţilor $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ sînt egale şi de semn contrar.

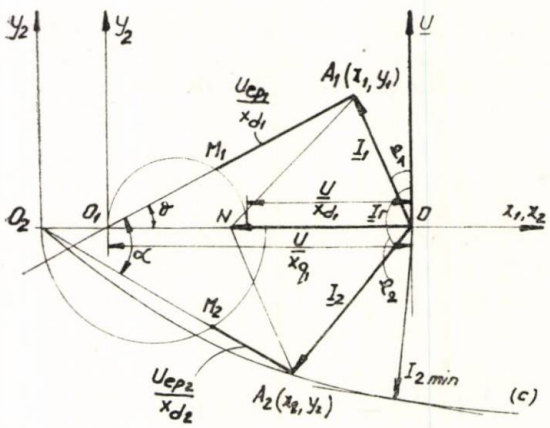


Fig. 3. — Diagramele fazoriale pentru maşinile sincrone cu poli aparenţi cuplate mecanic.

Fie sistemele de axe de coordonate $x_1O_1y_1$, $x_2O_2y_2$, ataşate diagramelor fazoriale ale maşinilor 1, respectiv 2. Stabilirea legii de variaţie a lui θ în funcţie de excitaţii, care interesează în primul rînd, se face observînd că

ordonatele punctelor $A_1(x_1, y_1)$, vîrful lui $\underline{I}_1$, și $A_2(x_2, y_2)$, vîrful lui $\underline{I}_2$, trebuie să îndeplinească condiția $|y_1| = |y_2|$ sau, în baza figurii 3,

$$\left[\left(\frac{1}{X_{q1}} - \frac{1}{X_{d1}}\right) U \cos\theta + \frac{U_{ep1}}{X_{d1}}\right] \sin\theta = \left[\left(\frac{1}{X_{q2}} - \frac{1}{X_{d2}}\right) U \cos(\alpha - \theta) + \right.$$

$$\left. + \frac{U_{ep2}}{X_{d2}}\right] \sin(\alpha - \theta). \qquad (9)$$

Din (9) se determină $\vartheta = f(U_{ep1}, U_{ep2})$ și, conform (8), încărcările active și reactive ce revin pe mașinile cuplate, cu considerarea asimetriei magnetice.

a. Urmărirea pe cale grafică a modului cum se modifică curenții și puterile mașinilor cu poli aparenți cuplate se face, pentru comoditate, în cazul particular $U_{ep1} =$ const, $U_{ep2} =$ variabil. Vîrful A_1 descrie în planul complex, pentru $\theta =$ variabil, melcul lui Pascal; locul lui A_2 (curba (c)) trebuie ridicat punct cu punct, cu respectarea unghiului electric α și a egalității componentelor active ale curenților I_1, I_2.

La deplasarea punctelor A_1, A_2 pe curbele loc geometric stabilite, încărcările active și reactive se modifică în limite largi. Ele pot fi precizate la orice valori U_{ep1}, U_{ep2} prin poziția ce se obține în planul complex pentru punctele considerate.

Din diagramele fazoriale reprezentate se constată că mașinile cuplate se încarcă cu o putere activă chiar la $U_{ep1} = U_{ep2} = 0$. Vîrfurile A_1, A_2 se plasează pe cercurile reactive corespunzătoare, astfel ca $|y_1| = |y_2|$. Ca o consecință, apare posibilitatea păstrării sincronismului mașinilor cu poli aparenți cuplate mecanic și în absența excitațiilor. În cazul ideal analizat, încărcarea activă a mașinilor cuplate are un caracter complet recuperativ (în ecuațiile (8), $\underline{I}_{ra} = 0$).

Modul de variație al curenților în cazul $U_{ep1} =$ const, $U_{ep2} =$ variabil analizat se deduce tot pe baza figurii 3. Caracteristica $I_2 = f(U_{ep2})$ se obține prin compararea segmentelor $A_2N_2 \equiv U_{ep2}$ și $OA_2 \equiv I_2$ și are alura unei curbe în V. Curentul minim I_{2min} se stabilește în general la $\cos\varphi_2 \neq 1$ și are o valoare dependentă de t.e.m. $U_{ep1} =$ const, pentru care a fost construită curba (c). Caracteristica $I_r = f(U_{ep2})$ se obține tot în forma unei curbe în V prin compararea segmentelor $A_2M_2 \equiv U_{ep2}$ și $ON \equiv I_r$. În funcție de $U_{ep1} =$ const, poate fi descrisă o ramură sau ambele ramuri ale curbei.

În consecință, ca și pentru mașinile cu poli plini, prin intermediul diagramelor fazoriale se pot obține, evitînd rezolvări analitice complicate, curbele de variație ale curenților și puterilor mașinilor cuplate.

b. Pentru o încărcare prestabilită pe una din mașini, se poate rezolva grafic sistemul (1) în forma (8) și determina încărcarea celeilalte mașini și rețelei. Fie 2 mașina conectată la rețeaua de tensiune $\underline{U}$, care urmează să funcționeze la valorile I_2, $\cos\varphi_2$, date. Există toate elementele pentru re-

prezentarea diagramei fazoriale a mașinii 2 și, prin urmare, direcția O_2A_2 este precizată. Se trasează prin O_1 o dreaptă rotită față de O_2A_2 cu unghiul electric α și se fixează punctul A_1 astfel ca $|y_1| = |y_2|$. Segmentul OA_1 determină curentul I_1, căutat în mărime și fază. Din compunerea curenților $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ rezultă și curentul pur reactiv $\underline{I}_r$ al rețelei. Segmentele A_1M_1, A_2M_2 separate de cercurile reactive determină la altă scară excitațiile mașinilor cuplate cu considerarea asimetriei magnetice.

La valorile I_2, $\cos\varphi_2$, impuse, modificînd pe α rezultă pentru mașina 1 și rețea alte încărcări. Cînd se urmărește stabilirea sarcinii nominale a uneia din mașinile cuplate, decalajul α se determină astfel încît pe cealaltă mașină și rețea să rezulte valori admisibile.

c. Dacă se neglijează asimetria magnetică (se ia $X_d = X_q$), din ecuațiile (8) dispar termenii ce cuprind valorile multiplu de 2 ale unghiurilor interne, iar în diagramele fazoriale din figura 3 diametrele cercurilor reactive se reduc la un punct. Concluziile legate de forma curbelor de variație ale curenților și puterilor se păstrează, dar este afectată precizia determinărilor cantitative. Erorile cresc sensibil la valorile reduse ale curenților de excitație, deoarece contribuția termenilor din ecuațiile (8), care apar doar pentru mașinile cu poli aparenți, poate deveni esențială. Astfel, la limită, dacă unul din curenții de excitație este nul, rezultă $P_{M1} = P_{M2} = 0$. Cum s-a arătat însă, pentru mașinile cu poli aparenți cuplate, $P_{M1} = P_{M2} \neq 0$ (și, ca urmare, funcționarea sincronă este posibilă), chiar în absența ambilor curenți de excitație; neglijarea asimetriei magnetice în cazul-limită urmărit deformează inadmisibil rezultatele și concluziile.

Din cele prezentate rezultă că în studiul funcționării în paralel a mașinilor sincrone cu poli aparenți trebuie considerate cu necesitate reactanțe diferite după cele două axe.

Aspectele urmărite corespund cazului ideal al absenței tuturor pierderilor. În practică, determinarea condițiilor de funcționare ale mașinilor cu poli aparenți cuplate se poate face de multe ori pe această bază, evitîndu-se rezolvarea exactă, greoaie, a sistemului de ecuații (1), mai ales dacă este vorba de unități de mare putere, caracterizate în general prin randamente ridicate.

5. VERIFICĂRI EXPERIMENTALE

Se prezintă rezultatele pe un grup de mașini 1, 2 de 150 kVA. Pentru o analiză sistematică s-au ridicat curbele experimentale pentru diverse valori ale curentului de excitație al mașinii 1, care funcționează ca generator, I_{e1} = const și pentru diverse valori ale decalajului α. În figura 4 s-au ridicat curbele $P_1(I_{e2}), P_2(I_{e2})$, în figura 5 curbele $I_2(I_{e2}), \cos\varphi_2(I_{e2})$, iar în figura 6 curbele $I_r(I_{e2})$. Alura curbelor experimentale confirmă concluziile teoretice. Schema analizată a fost utilizată la încărcarea la sarcină nominală a mașinilor sincrone mari. Mașina de încărcat, un motor sincron de 530 kW, s-a cuplat mecanic cu o mașină identică. Drept rețea a servit un generator sincron de 150 kVA; decalajul mecanic α a fost predeterminat ca puterea cerută din rețea să fie minimă. Pentru sarcina nominală a motorului sin-

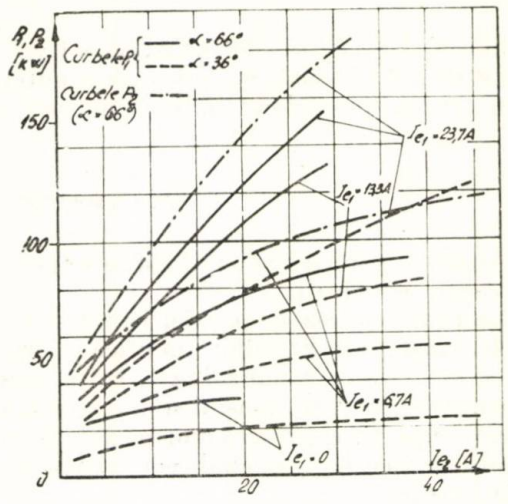


Fig. 4. — Curbele $P_1(I_{e2})$ şi P_2 (I_{e2}) pentru I_{e1} = const, α = const.

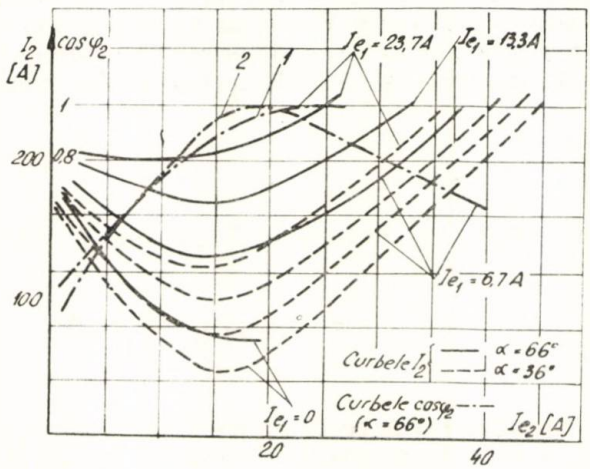


Fig. 5. — Curbele I_2 (I_{e2}) şi $\cos\varphi_2(I_{e2})$ pentru I_{e1} =const, α = const.

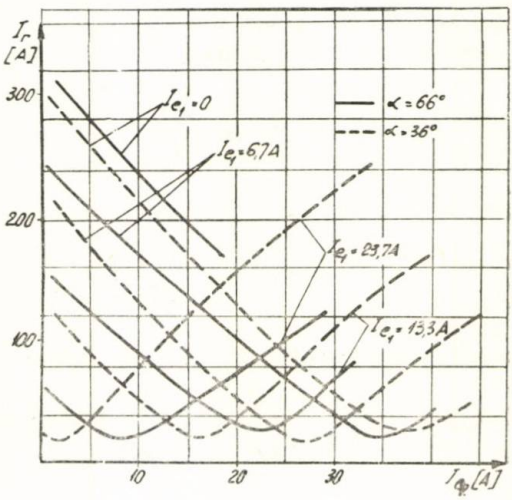


Fig. 6.—Curbele I_r (I_{e2}) pentru I_{e1} = const, α = const.

cron $U = 6$ kV, $P_N = 630$ kVA, $\eta = 0{,}935$ şi unghiul $\alpha = 69°$, cel mai apropiat de cel calculat, a corespuns o putere a reţelei $P_r = 101$ kVA, de peste 6 ori mai mică decît puterea maşinii de încărcat.

6. CONCLUZII

Analiza teoretică şi verificările experimentale prezentate conduc la următoarele concluzii.

La funcţionarea în paralel la reţea a două maşini sincrone cuplate mecanic, variaţia excitaţiilor modifică în limite largi şi controlate puterile active şi reactive corespunzătoare. Între acestea nu există o relaţie rigidă, încît pentru oricare din maşini se poate obţine o încărcare predeterminată. Stabilirea repartiţiei încărcărilor pe fiecare maşină în parte în diverse condiţii date se face pe cale analitică relativ complicat şi deosebit de simplu pe cale grafică.

Prin caracterul recuperativ al funcţionării, schema analizată prezintă interes practic cînd se urmăreşte încărcarea la sarcina nominală mai ales a maşinilor sincrone de mare putere ; utilizarea ei determină o creştere considerabilă a posibilităţilor de încercare ale standurilor de probe uzinale.

Anexa 1

a. Locul geometric al vîrfului M al fazorului $\underline{U}_{ep}$. Se are în vedere ecuaţia

$$P_M = \frac{mUU_{ep}}{Z_s} \sin(\theta - \gamma + \beta) + mAU_{ep}^2, \tag{1'}$$

dedusă în (5).

În [6] se arată că, la considerarea în ecuaţii a pierderilor în fier, unghiul dintre $\underline{U}$, $\underline{U}_{ep}$ este $\theta - \beta$, şi, prin urmare, în sistemul de axe de coordonate ales (fig. 1) fazorul $\underline{U}_{ep}$ face cu abscisa unghiul $\theta - \gamma + \beta$. Fie (x, y) coordonatele lui M. Avem $x = U_{ep} \cos(\theta - \gamma + \beta)$, $y = U_{ep} \sin(\theta - \gamma + \beta)$ şi, înlocuind în (1'), se obţine

$$P_M = \frac{mU}{Z_s} y + mA(x^2 + y^2)$$

sau, sub altă formă,

$$x^2 + \left(y + \frac{U}{2AZ_s}\right)^2 = \frac{P_M}{mA} + \left(\frac{U}{2AZ_s}\right)^2. \tag{2'}$$

Ecuaţia (2') pentru $P_M = \text{const}$ reprezintă un cerc notat cu (*1*) în figura 1, cu raza $\rho_G = \sqrt{\left(\frac{U}{2AZ_s}\right)^2 + \frac{P_M}{mA}}$ şi centrul $O'\left(x_0 = 0, y_0 = -\frac{U}{2AZ_s}\right)$.

b. Locul geometric al vîrfului P al fazorului $k\underline{I}$. Din asemănarea triunghiurilor dreptunghice $O'O''A$ și MPA rezultă

$$\frac{O'A}{O''A} = \frac{AM}{AP} = \frac{1}{\sin\gamma}. \tag{3'}$$

Se observă că $\triangle O'AM \sim \triangle O''AP$, deoarece din (3') $\frac{O'A}{AM} = \frac{O''A}{AP}$ și de asemenea $\sphericalangle O'AM = \sphericalangle O''AP$. Se poate scrie deci

$$\frac{O'A}{O'M} = \frac{O''A}{O''P}. \tag{4'}$$

Dar $O'M = \rho_G = \text{const}$ și $O''A = O'A \sin\gamma$ și, înlocuind în (4'), rezultă $O''P = \rho_G \sin\gamma = \text{const}$, și locul lui P cînd M descrie cercul (*1*) este cercul (*1'*) cu centrul O'' și raza $\rho_G \sin\gamma$.

Anexa 2

În figura 1, ΔAPM rămîne asemenea cu el însuși. Se știe că, dacă P descrie o dreaptă (Δ) și vîrful A este fix, locul vîrfului M este o dreaptă (Δ') ce face cu (Δ) un unghi constant, egal cu cel din vîrful fix $\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right)$.

Distanța OB a dreptei (Δ') de punctul O este $OB = U_{ep} \cos(MOB)$. Dar $\sphericalangle MOB = \theta - \gamma + \beta - \left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right) - (2\beta - \gamma) = \theta - \gamma + \beta - \frac{\pi}{2}$ și deci

$$OB = U_{ep} \sin(\theta - \gamma + \beta). \tag{5'}$$

În baza ecuației (4), pentru puterea debitată a unei mașini cu poli plini se obține

$$P = \frac{mUU_{ep}}{Z_s} \sin(\theta - \gamma + \beta) - \frac{mU^2}{Z_s} \sin\gamma = mUI\cos\varphi = mUI_a$$

sau

$$U_{ep} \sin(\theta - \gamma + \beta) = U \sin\gamma + I_a Z_s. \tag{6'}$$

Din compararea relațiilor (5'), (6') rezultă ecuația (7).

BIBLIOGRAFIE

1. Adkins B., *The general theory of electrical machines*, Chapman and Hall Ltd., 1957.
2. Bödefeld Th., Sequenz H., *Elektrische Maschinen*, Viena, Springer-Verlag, 1962.
3. Bonfert K., *Betriebsverhalten der Synchrenmaschine*, Berlin (Göttingen) — Heidelberg, Springer-Verlag, 1962.
4. Cîmpeanu A., *Stabilitatea statică a mașinii sincrone în regim de recuperare*, Electrotehnica, *11* (1971).
5. Cîmpeanu A., *O nouă metodă de încărcare în sarcină a mașinii sincrone*, Bul. șt. și tehn. Timișoara, **11** (**25**), *2* (1966).
6. Dordea T., *Asupra ecuațiilor mașinilor electrice de curent alternativ*, St. cerc. energ. electr., **16**, *1* (1966).
7. Nürnberg W., *Ispitanie elektriceskih mașinî*, GEI, Moskva—Leningrad, 1959.
8. Richter R., *Mașini electrice*, vol. II, *Mașina sincronă și mașina comutatoare*, Edit. tehnică 1959.
9. Schuisky W., *Berechnung elektrischen Maschinen*, Viena, Springer-Verlag, 1960.

CUPLAREA ŞI FUNCŢIONAREA ÎN PARALEL A GENERATOARELOR DE ŞOC

A. MORARU şi C. BĂLĂ

621.313.322 : 621.3.016.32 : 621.3.014.3

Se examinează schemele pentru conectarea în paralel a generatoarelor de şoc din laboratoarele de mare putere de rupere. Se recomandă schema autosincronizării, care determină cel mai scurt timp de sincronizare şi solicitări electrodinamice şi termice minime. Se prezintă curbe calculate ale procesului electromecanic tranzitoriu la autosincronizarea relativă a generatoarelor de şoc.
Se examinează procesul de frînare al rotorului generatorului de şoc în timpul scurtcircuitului brusc şi se indică abaterile admise ale unor parametri criteriali pentru menţinerea sincronismului relativ.

1. INTRODUCERE

Creşterea puterii de scurtcircuit a sistemelor electroenergetice impune încercarea la scurtcircuit brusc a aparatajului electric de comutaţie, de măsură şi de control. În acest scop se dezvoltă laboratoare de mare putere, destinate încercărilor de scurtcircuit, echipate cu generatoare de construcţie specială, capabile să dezvolte scurt timp puteri de şoc foarte mari, de 2 500 — 4 000 MVA. Pentru mărirea puterii de şoc a laboratorului se prevăd 2—3 generatoare de şoc, prin cuplarea lor în paralel putîndu-se astfel obţine puteri de şoc de 5 000 — 7 500 MVA, [1], [3].

Cuplarea şi funcţionarea în paralel a generatoarelor de şoc prezintă anumite particularităţi specifice :

— operaţia de cuplare în paralel a generatoarelor trebuie să fie simplă, să dureze scurt timp şi să nu ducă la solicitări mecanice, termice sau electrice inadmisibile ;

— generatoarele fiind antrenate de motoare (asincrone) cu putere nominală mică (numai pentru acoperirea pierderilor de mers în gol), în timpul scurtcircuitului îşi reduc mult turaţia, iar energia dezvoltată în timpul încercării este preluată din energia cinetică a rotorului maşinii ;

— pentru a obţine o bună utilizare a puterii de şoc a generatoarelor conectate în paralel, în decursul încercării (cu durată de ordinul sutimilor

sau al zecimilor de secundă) acestea trebuie să se menţină cît mai exact într-un sincronism relativ, iar abaterea unghiulară relativă a rotoarelor să nu depăşească anumite valori maxime (40—50°).

Generatoarele de şoc fiind agregate de mare valoare, problemele puse de cuplarea şi funcţionarea lor în paralel trebuie rezolvate cu mare precizie, în scopul evitării unor solicitări suplimentare în decursul probelor. O primă problemă importantă este aceea a alegerii metodei de cuplare în paralel a generatoarelor, care influenţează mult desfăşurarea fenomenelor dinamice care au loc la cuplarea în paralel. Studiul acestui regim dinamic se poate efectua cu ajutorul modelelor electrodinamice [1] sau cu ajutorul calculatorului electronic, cum se va face în prezentul studiu. De asemenea mare importanţă prezintă şi desfăşurarea fenomenelor de frînare a generatoarelor de şoc în decursul scurtcircuitului de şoc.

În acest studiu s-a considerat un laborator prevăzut cu 2 sau 3 generatoare de şoc identice, cu datele nominale şi cu parametrii daţi în anexa 1, care corespund unor alternatoare aflate în funcţiune în laboratoare moderne de încercări la scurtcircuit [2] — [4].

2. METODELE DE CUPLARE ÎN PARALEL A GENERATOARELOR DE ŞOC

În cazurile în care puterea de şoc pusă la dispoziţie prin folosirea unui singur generator de şoc este insuficientă pentru efectuarea încercării, se obţine o mărire a puterii de şoc prin însumarea acţiunii mai multor generatoare de şoc; cuplarea lor în paralel se efectuează şi în scopul reducerii solicitărilor maşinii la un curent de scurtcircuit dat în obiectul încercat.

Pentru ca puterea livrată de generatoarele de şoc să se însumeze în obiectul încercat, trebuie ca intensităţile curenţilor daţi de diferitele generatoare participante să aibă aceeaşi desfăşurare în timp. Identitatea construcţiei generatoarelor de şoc ce urmează să fie cuplate în paralel permite obţinerea unor parametri funcţionali apropiaţi şi asigură o alură similară desfăşurării generale a fenomenelor tranzitorii în generatoarele de şoc. În afară de aceasta, mai este necesară asigurarea identităţii fazei curenţilor celor două sau trei generatoare care debitează asupra obiectului încercat. În acest scop, generatoarele se conectează în paralel în prealabil şi funcţionează sincron în gol înaintea producerii scurtcircuitului de şoc, asigurînd astfel coincidenţa fazelor tensiunilor electromotoare induse şi deci coincidenţa fazelor curenţilor daţi de diferitele generatoare.

Pentru conectarea în paralel a generatoarelor de şoc se pot folosi mai multe metode. La alegerea metodei trebuie avute în vedere restricţiile referitoare la durata funcţionării în stare excitată prescrise de fabrica constructoare, date în anexă, şi faptul că generatoarele sînt antrenate de motoare asincrone de 2 000 kW rot/min cu rotor bobinat, care acoperă puterea mecanică de mers în gol a generatoarelor la tensiunea forţată (12 kV), precum şi pierderile în fier produse la tensiunea forţată.

Metodele de sincronizare relativă a generatoarelor de şoc care se pot lua în consideraţie sînt următoarele:

a) sincronizarea motoarelor de antrenare;

b) sincronizarea exactă a generatoarelor;

c) sincronizarea aproximativă prin legătură slabă;
d) autosincronizarea directă.

Una dintre metodele de sincronizare ale motoarelor de antrenare, şi anume metoda care prevede sincronizarea fiecărui motor în raport cu reţeaua de alimentare, oferă posibilitatea sincronizării şi cuplării generatoarelor la o reţea trifazată de curent alternativ în vedere funcţionării în paralel.

Se vor analiza pe rînd, pe scurt, implicaţiile diferitelor metode.

2.1. SINCRONIZAREA MOTOARELOR DE ANTRENARE

Motoarele de antrenare sînt asincrone, cu rotorul bobinat şi cu inele colectoare, în vederea conectării unui reostat de pornire în circuitul rotoric. Asemenea motoare pot fi sincronizate relativ în două moduri:

— prin trecerea în regim de funcţionare ca motor sincron la alimentarea înfăşurării rotorice cu curent continuu, obţinînd astfel sincronizarea motorului faţă de reţeaua industrială de curent alternativ;

— prin legarea împreună a circuitelor rotorice ale diferitelor motoare asincrone, utilizînd în comun reostatele rotorice. Dacă reostatele rotorice nu sînt scurtcircuitate, se obţine funcţionarea în arbore electric; motoarele sînt astfel sincronizate unele faţă de altele, ceea ce asigură sincronizarea relativă a generatoarelor.

În prima soluţie, la sincronizarea motorului asincron cu reţeaua este necesară cîte o excitatoare de curent continuu pentru fiecare motor (deoarece funcţionarea generatorului de şoc excitat este permisă numai pentru scurtă durată). Puterea de excitaţie necesară se poate evalua în modul următor. Alunecarea nominală a motorului asincron de 2 000 kW este de aproximativ 0,8 %, deci puterea de excitaţie care asigură cuplul sincron maxim, egal cu cuplul nominal al motorului asincron, va fi de $0{,}8 \times 2\,000/100 = 16$ kW. Pentru asigurarea sincronizării, cuplul maxim sincron trebuie mărit cu 30—40 %, ceea ce atrage dublarea puterii de excitaţie: $P_{ex} = 27 \ldots 32$ kW. Schema de alimentare a motorului asincron este indicată în figura 2.1.

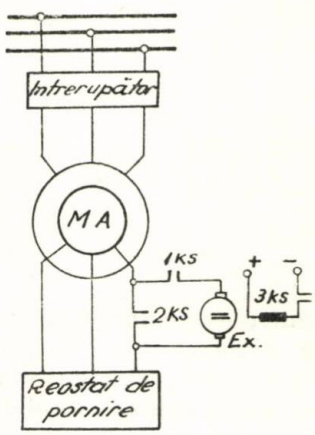


Fig. 2.1. — Schemă pentru sincronizarea motorului asincron cu rotor bobinat.

Excitatoare este o maşină de curent continuu cu excitaţie separată sau autoexcitată, de parametri adecvaţi circuitului rotoric al motorului asincron. Contactele $1KS$, $2KS$ şi $3KS$ aparţin aceluiaşi contactor KS, prin acţinarea căruia se sincronizează motorul asincron MA, după ce reostatul de pornire a fost scurtcircuitat. Pentru o sincronizare rapidă, comanda acţionării contactorului de sincronizare trebuie dată atunci cînd curentul prin faza rotorică în care se introduce excitatoare este în creştere, iar sensul tensiunii continue aplicate trebuie să contribuie la creşterea acestui curent.

Realizarea schemei de mai sus implică investiţii pentru excitatoarea suplimentară şi pentru realizarea schemei de comutare a circuitelor şi de sesizare a momentului favorabil de comandă a sincronizării.

Avantajul schemei constă în obţinerea unei frecvenţe de 50Hz la generatoare înaintea încercării. Această metodă este importantă îndeosebi în cazul în care generatoarele de şoc urmează să fie cuplate la reţeaua de frecvenţă industrială pentru a funcţiona în paralel în timpul probei de scurtcircuit.

În a doua soluţie — la realizarea unui arbore electric cu reostat rotoric comun — se utilizează schema din figura 2.2. Cu ajutorul contactorului de sincronizare *KS* se conectează în paralel bornele fazelor rotorice omoloage. Aducînd reostatele rotorice pe o poziţie intermediară, astfel încît să aibă o rezistenţă de fază comparabilă cu rezistenţa înfăşurării rotorice, motoarele asincrone se sincronizează unele faţă de altele. Comanda de sincronizare se dă cu ajutorul blocului *BS*, care comandă închiderea contactului *KS* şi introducerea reostatelor rotorice.

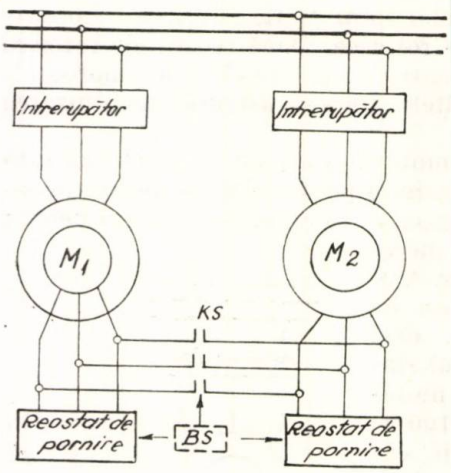


Fig. 2.2. — Schema arborelui electric cu reostat rotoric comun.

Realizarea schemei de arbore electric implică investiţii mici în contactorul de sincronizare şi în releele blocului de sincronizare. Dezavantajul schemei contă în mărirea alunecării pînă la 1,5—2 s_n în regimul de arbore electric, datorită măririi rezistenţei circuitului rotoric.

La folosirea oricărei scheme de sincronizare (relativă sau absolută) a motoarelor trebuie avute în vedere două condiţii suplimentare:

— motoarele trebuie să fie cuplate mecanic cu generatoarele într-o anumită poziţie particulară, care să asigure coincidenţa fazei tensiunilor la bornele generatoarelor după sincronizarea relativă a motoarelor;

— regimul de funcţionare sincronă a motoarelor va fi de scurtă durată, pentru a nu suprasolicita termic înfăşurările rotorice ale motorului asincron (la alimentare cu curent continuu de intensitate mai mare decît a curentului rotoric nominal) sau reostatele rotorice (la schema de arbore electric, reostatele rotorice fiind dimensionate pentru funcţionare de scurtă durată).

Prima condiţie se poate asigura la montaj, alegînd cea mai favorabilă poziţie de cuplare a motoarelor de antrenare cu generatoarele. Dacă cuplele sînt prevăzute cu N_c găuri egal distanţate, diferenţa de fază a tensiunilor diferitelor generatoare se poate reduce cu siguranţă sub $\Delta\theta = \frac{360^\circ}{2N_c}$. De regulă, $N_c = 12$ şi atunci rezultă $\Delta\theta = 15^\circ$.

După sincronizarea relativă a motoarelor de antrenare, generatoarele sincrone se pot conecta în paralel ca la metoda sincronizării exacte, adică

dacă tensiunile la borne ale generatoarelor sînt egale, condiţie care poate fi asigurată încă înaintea sincronizării motoarelor.

Şocul de curent maxim la cuplarea în paralel a generatoarelor avînd tensiunea la borne U_0 va fi de cel mult

$$1{,}8\,\frac{U_0\sqrt{2}}{2x''_d}\,2\sin\frac{\Delta\theta}{2}\approx\frac{U_0}{3x''_d}$$

şi reprezintă aproximativ 13 % din şocul de curent la scurtcircuitul brusc al unui generator. Asemenea şocuri de curent sînt suportate uşor de maşini.

După conectarea în paralel, urmează un regim electromecanic tranzitoriu, a cărui durată este determinată de constanta de timp tranzitorie longitudinală $T_d = 0{,}6 \ldots 1$ s (vezi anexa). Se apreciază această durată la 5—6 constante de timp, deci la 5—6 s.

Este de observat că, dacă fazele tensiunilor electromotoare ale diferitelor maşini sincrone conectate în paralel nu coincid, unele maşini vor funcţiona ca generatoare (cele cu tensiunile în avans), iar altele ca motoare (cele cu tensiunile în întîrziere). Puterea livrată de unele maşini celorlalte poate fi în acest caz apreciabilă chiar la unghiuri de defazaj relativ de 15°, reprezentînd 10—15 % din puterea nominală. Cum această putere nu poate fi livrată sau preluată de motoarele asincrone de antrenare, rezultă că imediat după cuplarea în paralel a generatoarelor sincrone trebuie dată o comandă de desincronizare a motoarelor (suprimarea excitaţiei de curent continuu sau întreruperea legăturii rotorice de sincronizare). Această cerinţă este concordantă cu aceea ca regimul de funcţionare sincronă a motoarelor să fie de scurtă durată, însă impune iniţierea imediată a încercării pentru ca generatoarele să nu-şi micşoreze turaţia.

Sincronizarea relativă a generatoarelor cu sincronizare prealabilă a motoarelor asincrone de antrenare ar trebui comandată de un programator secvenţial, care să dea următoarea succesiune de comenzi după ce motoarele de antrenare au fost aduse la turaţia nominală :

— $T1$: aplicarea tensiunilor de excitaţie ale generatoarelor de şoc şi reglarea lor pînă la obţinerea egalităţii tensiunilor la borne în gol la valoarea necesară pentru încercare ;

— $T2$: comanda de sincronizare a motoarelor, cu eventuala alegere a momentului favorabil (la prima schemă, cu o aşteptare de cel mult 4s, avînd în vedere alunecarea de 0,5—0,8 % în regimul de funcţionare respectiv);

— $T3$: comanda de conectare în paralel a generatoarelor şi întreruperea legăturii de sincronizare a motoarelor ;

— $T4$: comanda de începere a ciclului de încercări.

Intervalele de timp dintre comenzi $T3 - T2$ şi $T4 - T3$ se pot lua egale cu 6—10 s, pe cînd intervalul $T2 - T1$ trebuie ales dependent de tipul regulatorului de excitaţie folosit (între 12 şi 70 s).

Executarea suitei de comenzi a programatorului secvenţial trebuie condiţionată de aflarea în funcţiune a motoarelor asincrone de antrenare.

2.2. SINCRONIZAREA EXACTĂ A GENERATOARELOR

O altă posibilitate o oferă sincronizarea exactă a generatoarelor. Schema de principiu pentru cazul a două generatoare este reprezentată în figura 2.3.

Generatoarele sincrone $G1$ şi $G2$ sînt antrenate cu motoarele asincrone $M1$ şi $M2$, care trebuie să aibă alunecări nominale diferite (cel puţin cu 0,05 %). Generatoarele sînt excitate de la regulatoarele de excitaţie $RE1$ şi $RE2$, iar cu ajutorul întrerupătoarelor $I1$ şi $I2$ se pot conecta la barele de încercare. $DS1$ şi $DS2$ sînt dispozitive care verifică îndeplinirea condiţiilor de sincronizare (egalitatea valorilor efective ale tensiunilor şi coincidenţa fazelor tensiunilor) şi dau regulatoarelor de excitaţie $RE1$, $RE2$ comenzi de corectare a tensiunii, respectiv dau comenzi de închidere a întrerupătoarelor $I1$ şi $I2$ (la coincidenţa fazelor). La unul dintre generatoare, dispozitivul de sincronizare se poate suprima sau se blochează temporar.

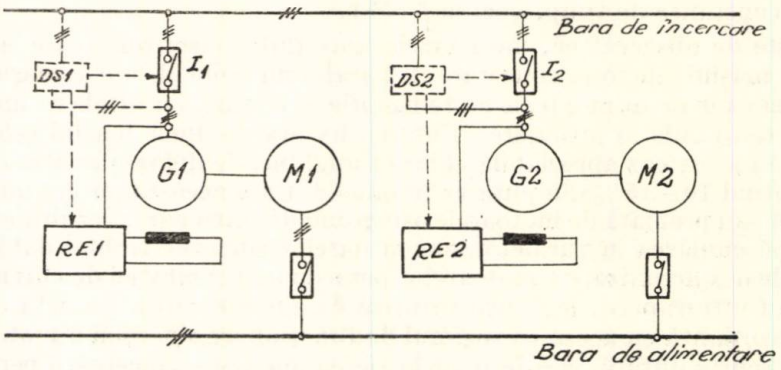


Fig. 2.3. — Schema de principiu a sincronizării exacte.

Generatorul poate fi cuplat la barele comune cînd tensiunea lui nu diferă cu mai mult de 5 % de tensiunea barelor, iar faza tensiunilor lui nu diferă cu mai mult de 10° de cea a tensiunilor barelor. În aceste condiţii, şocul de curent la conectare, raportat la şocul de curent de la scurtcircuitul brusc trifazat, nu va depăşi 0,093 la conectarea unui generator în paralel cu altul şi 0,14 la conectarea în paralel a celui de-al treilea generator.

Programatorul secvenţial pentru sincronizarea exactă a generatoarelor ar trebui să dea următoarea suită de comenzi, a cărei executare este condiţionată de aflarea în funcţiune a motoarelor asincrone de antrenare:

— $T1$: aplicarea tensiunilor de excitaţie ale generatoarelor de şoc şi reglarea lor pînă la obţinerea egalităţii tensiunilor la borne în gol la valoarea necesară pentru încercare;

— $T2$: conectarea generatorului $G1$ la barele de încercare (cu $DS1$ blocat) prin întrerupătorul $I1$;

— $T3$: comanda închiderii întrerupătoarelor $I2$ şi $I3$, cu controlul îndeplinirii condiţiilor de sincronizare exactă;

— $T4$: comanda de începere a ciclului de încercări.

Durata primului interval de timp, $T2-T1$, depinde de tipul regulatorului de tensiune folosit (între 12 şi 70 s),al doilea interval, $T3-T2$, poate fi scurt (1—2 s), pe cînd al treila interval de timp $T4-T3$, poate dura între 5 şi 35 s. Comanda $T4$ se poate da la 5 s după închiderea ultimului întrerupător de sincronizare. Dacă durata intervalului $T4-T3$ depăşeşte 35 s, se recomandă dezexcitarea generatoarelor, cu semnalizarea întreruperii programului; cauza neîndeplinirii condiţiilor de sincronizare exactă poate proveni dintr-un defect al regulatorului de excitaţie sau datorită unei diferenţe prea mici (sub 0,05 %) între alunecările diferitelor motoare de antrenare.

Sincronizarea exactă se poate efectua atît automat, cu echipamentul arătat mai sus, cît şi manual, în care caz comenzile succesive sînt date de un operator. Pentru respectarea condiţiei referitoare la durata maximă admisă de funcţionare a generatoarelor în stare excitată se impune şi în acest caz introducerea unei supravegheri automate.

Folosirea schemei de sincronizare exactă implică investiţii pentru aparatura de sincronizare (DS) şi de supraveghere a duratei funcţionării în stare excitată. Sincronizarea manuală nu poate constitui decît o soluţie provizorie, care nu se poate compara ca atare cu celelalte.

2.3. SINCRONIZAREA APROXIMATIVĂ PRIN LEGĂTURĂ SLABĂ

Schema corespunzătoare acestei metode este arătată în figura 2.4. Fiecare generator $G1$, $G2$, $G3$ este antrenat de cîte un motor asincron $M1$,

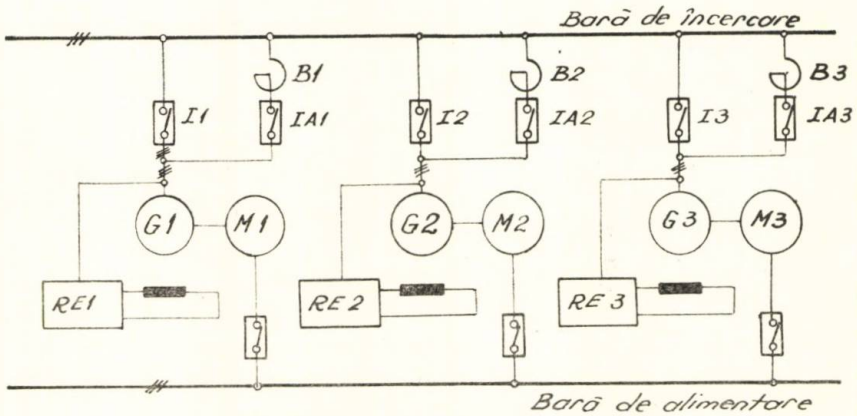


Fig. 2.4. — Schema pentru sincronizarea aproximativă prin legătură slabă.

$M2$, $M3$ şi este prevăzut cu cîte un regulator de excitaţie $RE1$, $RE2$, respectiv $RE3$, care reglează tensiunea lui la borne în conformitate cu valoarea de consemn dată.

După excitarea lor la tensiunea de încercare, generatoarele se cuplează la barele comune cu ajutorul întrerupătoarelor auxiliare $IA1$, $IA2$, $IA3$ prin intermediul unor bobine trifazate $B1$, $B2$, $B3$, avînd reactanţe comparabile cu reactanţa sincronă (X_d) a generatoarelor. Astfel conectarea poate

avea loc în orice condiţii, şocul de curent la conectare fiind limitat la de cîteva ori valoarea curentului nominal al generatorului. După un regim de oscilaţii, generatoarele se sincronizează şi apoi se pot închide întrerupătoarele principale $I1$, $I2$, $I3$, care realizează legătura directă cu barele de încercare.

Soluţia, deşi aparent simplă, implică investiţii mari în bobinele $B1$, $B2$, $B3$ (avînd puteri de ordinul zecilor de MVA) şi în întrerupătoarele auxiliare $IA1$, $IA2$, $IA3$.

2.4. AUTOSINCRONIZAREA DIRECTĂ A GENERATOARELOR

Schema corespunzătoare acestei metode este indicată în figura 2.5. Generatoarele $G1$, $G2$, $G3$ sînt antrenate de motoarele asincrone $M1$, $M2$, $M3$ şi sînt prevăzute cu regulatoarele de excitaţie $RE1$, $RE2$, $RE3$, care reglează tensiunea la borne în conformitate cu valoarea de consemn dată.

Înaintea începerii ciclului de încercări, generatoarele funcţionează dezexcitate, antrenate la turaţia nominală a motoarelor asincrone. La începerea ciclului de încercări se realizează următoarea succesiune de comenzi:

— $T1$: se închid întrerupătoarele principale $I1$, $I2$, $I3$;

— $T2$: se dă regulatoarelor de excitaţie $RE1$, $RE2$, $RE3$ tensiunea de consemn corespunzătoare tensiunii de încercare;

— $T3$: se dă comanda începerii ciclului încercărilor propriu-zise.

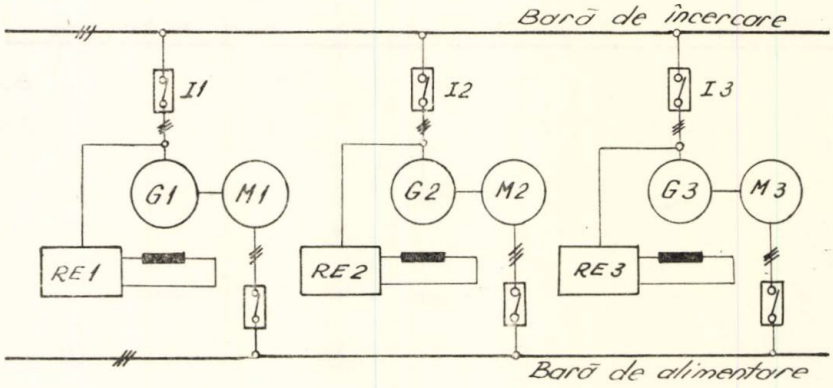


Fig. 2.5. — Schema de autosincronizare.

Comenzile $T1$ şi $T2$ se pot succeda la un interval de timp oricît de mic (fracţiuni de secundă) sau pot fi simultane. Ultima comandă se dă după atingerea tensiunii de încercare, durata intervalului $T3-T2$ depinzînd de caracteristicile sistemului de excitaţie (cuprins între 12 şi 70 s).

În timpul creşterii tensiunii la bornele lor, generatoarele se autosincronizează relativ, fără să apară şocuri de curent apreciabile. Durata procesului de autosincronizare este de 2—7s de la momentul aplicării tensiunii de excitaţie, cum se arată în cele ce urmează.

Schema de autosincronizare este cea mai simplă şi implică cele mai mici investiţii.

3. PROCESELE ELECTRODINAMICE LA CUPLAREA ÎN PARALEL PRIN AUTOSINCRONIZAREA DIRECTĂ A GENERATOARELOR

În vederea evaluării performanţelor schemei de autosincronizare a generatoarelor s-au efectuat mai multe calcule de verificare. Aceste calcule au avut la bază modelul matematic Park al maşinii sincrone, în care se neglijează în circuitul indusului tensiunile electromotare de transformare faţă de cele de rotaţie, adică se folosesc ecuaţiile în forma :

$$\left.\begin{aligned} u_d &= r\, i_d - \omega\psi_q, \\ u_q &= r\, i_q + \omega\psi_d, \\ u_f &= r_f\, i_f + \frac{\mathrm{d}\psi_f}{\mathrm{d}t}, \\ 0 &= r_D\, i_D + \frac{\mathrm{d}\psi_D}{\mathrm{d}t}, \\ 0 &= r_Q\, i_Q + \frac{\mathrm{d}\psi_Q}{\mathrm{d}t}; \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

$$\left.\begin{aligned} \psi_d &= x_{ad}(i_d + i_D + i_f) + x_\sigma\, i_d, \\ \psi_q &= x_{aq}(i_q + i_Q) + x_\sigma\, i_q, \\ \psi_f &= x_{ad}(i_d + i_D + i_f) + x_{\sigma f}\, i_f, \\ \psi_D &= x_{ad}(i_d + i_D + i_f) + x_{\sigma D}\, i_D, \\ \psi_Q &= x_{aq}(i_q + i_Q) + x_{\sigma Q}\, i_Q. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

În ecuaţiile de mai sus, notaţiile sînt cele uzuale, întîlnite în tratatele de maşini electrice. Ipotezele simplificatoare adoptate în aceste calcule sînt cele utilizate în calculele de stabilitate dinamică a generatoarelor sincrone în sistemul energetic.

Calculele au fost efectuate cu ajutorul unui program de calcul numeric pe un calculator IRIS—50.

S-au studiat mai multe situaţii de conectare în paralel a două sau trei generatoare sincrone, conform schemei din figura 3.1, în care reactanţele elementelor de legătură s-au considerat foarte mici ($X = 0{,}1$ mΩ).

Parametrii generatoarelor luaţi în consideraţie la aceste calcule sînt daţi în anexă. S-a considerat că în decursul procesului de sincronizare generatoarele sînt antrenate cu un cuplu constant.

Schema regulatorului de excitaţie al generatorului avută în vedere la calculele efectuate este indicată în figura 3.2. La intrarea regulatorului se aplică diferenţa dintre tensiunea de consemn U_c şi tensiunea U de la bornele generatorului sincron GS. Regulatorul este de tip proporţional cu inerţie, avînd factorul de amplificare $k_r = 20$ şi o constantă de timp proprie $T_r = 0{,}01$ s. Tensiunea dată de regulator se însumează cu o tensiune

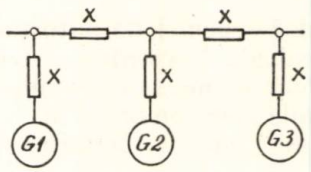


Fig. 3.1. — Schema de conectare a generatoarelor.

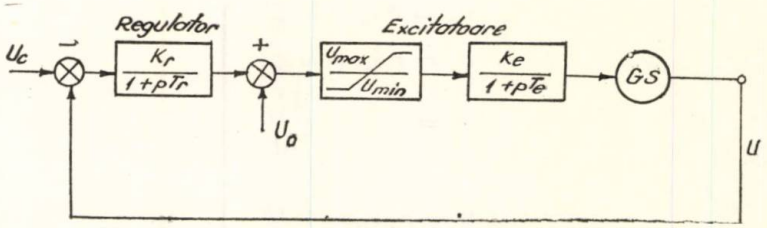


Fig. 3.2. — Schema regulatorului de excitaţie.

de bază U_0 constantă (egală cu tensiunea generatorului într-un regim permanent anterior) şi se aplică excitatoarei, reprezentate printr-un element neliniar cu tensiunile de limitare U_{max}(superior) şi U_{min}(inferior), în serie cu un element inerţial avînd factorul de amplificare $k_e = 1$ şi o constantă de timp $T_e = 0{,}2$ s.

În calculele efectuate s-a considerat $U_{min} = 0$, iar pentru U_{max} s-au adoptat diferite valori, şi anume:

— cînd s-a considerat funcţionarea fără regulator de tensiune U_{max} s-a luat egal cu tensiunea finală U_{final} la bornele generatorului;

— cînd s-a avut în vedere funcţionarea cu regulator de tensiune, U_{max} s-a luat egal cu tensiunea echivalentă la borne a generatorului la plafonul de excitaţie ($U_{max} = 20$ kV).

Tensiunea de consemn U_c s-a ales astfel încît în regimul permanent să se asigure tensiunea dorită la bornelor generatorului.

3.1. CONECTAREA ÎN PARALEL A DOUĂ GENERATOARE

3.1.1. Conectarea în paralel a două generatoare sincrone funcţionînd în prealabil în gol cu tensiunea $U_0 = 1$ kv

În momentul conectării, cele două generatoare aveau un decalaj unghiular între axele rotoarelor $\delta_0 = 170°$. După conectare se modifică tensiunea de consemn la $U_c = 10{,}45$ kV, pentru a obţine în regim permanent tensiunea $U_{final} = 10$kV. S-a considerat funcţionarea fără regulator de tensiune (deci $U_{max} = 10$ kV).

Rezultatele calculelor sînt date în figura 3.3. Se observă că unghiul relativ δ dintre cele două rotoare se reduce la valori neglijabile după 5—6 s.

Șocul inițial de curent $I_{max} = 19{,}5$ kA corespunde aplicării tensiunii inițiale $U_0 = 1$kV unui circuit avînd impedanța egală cu reactanța tranzitorie $x''_d = 0{,}053\ \Omega$ (1/0,053 = 18,9 kA), plus curentul sarcinii reactive anterioare (0,6 kA).

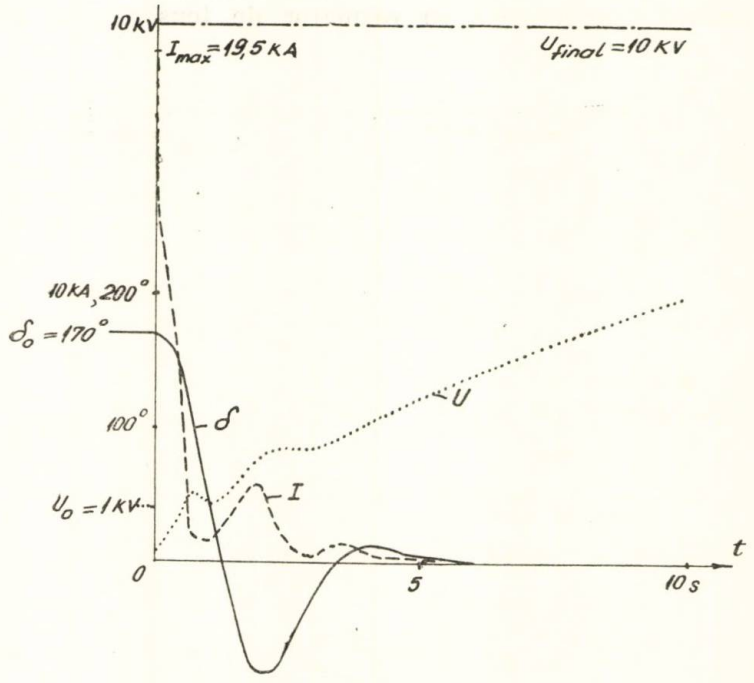


Fig. 3.3. — U, I și δ la conectarea în paralel a două generatoare cu unghiul inițial $\delta_0 = 170°$ și tensiunea remanentă $U_0 = 1$ kV.

Curentul scade repede, în fracțiuni de secundă, pînă la valori de ordinul cîtorva kiloamperi, iar după 5 s de la conectare ajunge la valori neglijabile.

Tensiunea la borne scade aproape la zero în momentul conectării, ca apoi să crească cu cîteva oscilații în primele 5 s, iar după atenuarea oscilațiilor rotorului tensiunea la borne crește, după o lege exponențială cu constanta de timp $T_{d0} = 13{,}5$ s, spre valoarea finală $U_{final} = 10$ kV, la care ajunge după aproximativ 70 s.

3.1.2. Conectarea în paralel a două generatoare în condiții similare cu cele de la punctul anterior dar pentru un decalaj între rotoare de $\delta_0 = 179°$.

Rezultatele calculelor sînt date în figura 3.4. Întrucît în poziția $\delta_0 = 180°$ cuplul de sincronizare este nul, iar la $\delta_0 = 179°$ este foarte mic, rotorul părăsește mai încet poziția inițială, iar apoi evoluția unghiului relativ este similară cu cea descrisă anterior, dar cu o întîrziere de aproximativ 0,6 s.

Și în privința evoluției curenților se constată concluzii similare, curbele obținute deducîndu-se din cele anterioare printr-o întîrziere de 0,6 s. Stabilirea tensiunii la borne are o alură similară cu cea sesizată anterior.

3.1.3. Conectarea în paralel a două generatoare sincrone, funcţionînd în prealabil în gol cu tensiunea $U_0 = 2$kV

În momentul conectării, $\delta_0 = 170°$ şi se modifică tensiunea de consemn la $U_c = 10{,}4$ kV pentru a obţine în regim permanent tensiunea $U_{final} = 10$kV. S-a considerat funcţionarea cu regulator de tensiune, cu tensiunea-

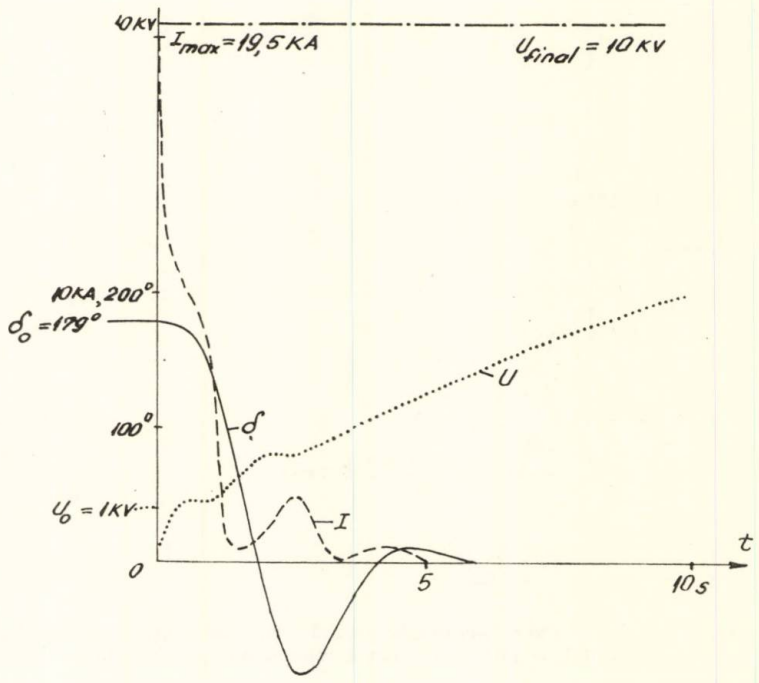


Fig. 3.4. — U, I şi δ la conectarea în paralel a două generatoare cu $\delta_0 = 179°$ şi $U_0 = 1$kV.

plafon echivalentă $U_{max} = 20$ kV. Rezultatele calculelor sînt prezentate în figura 3.5.

Datorită valorii mai ridicate a tensiunii iniţiale, procesul de sincronizare decurge mai rapid, terminîndu-se practic în 3,5 s. În schimb, şocul iniţial de curent este dublat, $I_{max} = 39$ kA. Intervenţia regulatorului de tensiune se manifestă prin stabilirea tensiunii finale de 10 kV în aproximativ 10 s.

3.1.4. Conectarea în paralel a două generatoare sincrone, funcţionînd în prealabil în gol cu tensiunea remanentă $U_0 = 0{,}1$ kV

În momentul conectării, $\delta_0 = 170°$ şi se modifică tensiunea de consemn la $U_c = 10{,}5$ kV pentru a obţine în regim permanent tensiunea $U_{final} = 10$ kV. S-a considerat funcţionarea fără regulator de tensiune ($U_{max} = 10$kV). Rezultatele calculelor sînt prezentate în figura 3.6.

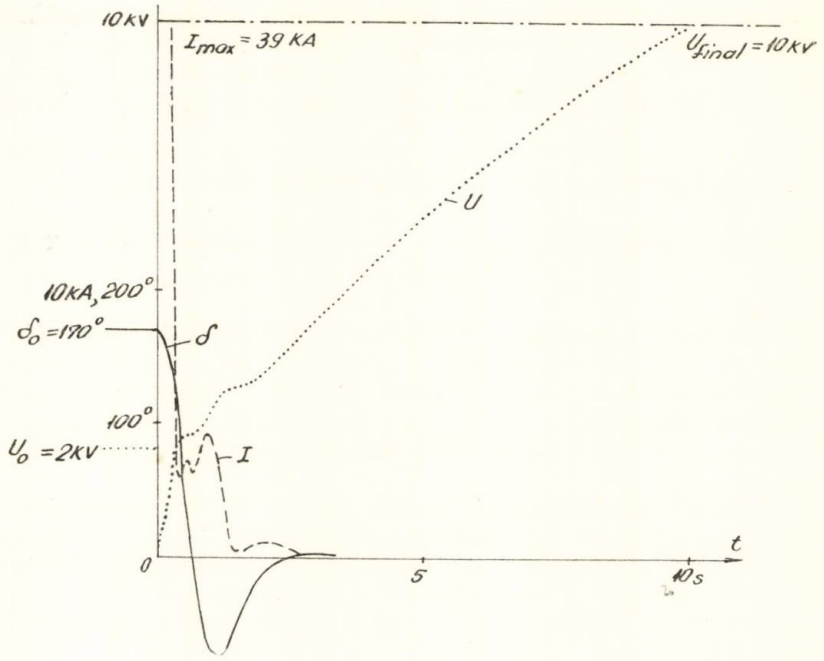


Fig. 3.5. — U, I și δ la conectarea în paralel a două generatoare cu $\delta_0 = 170°$ și $U_0 = 2$kV cu regulator de tensiune.

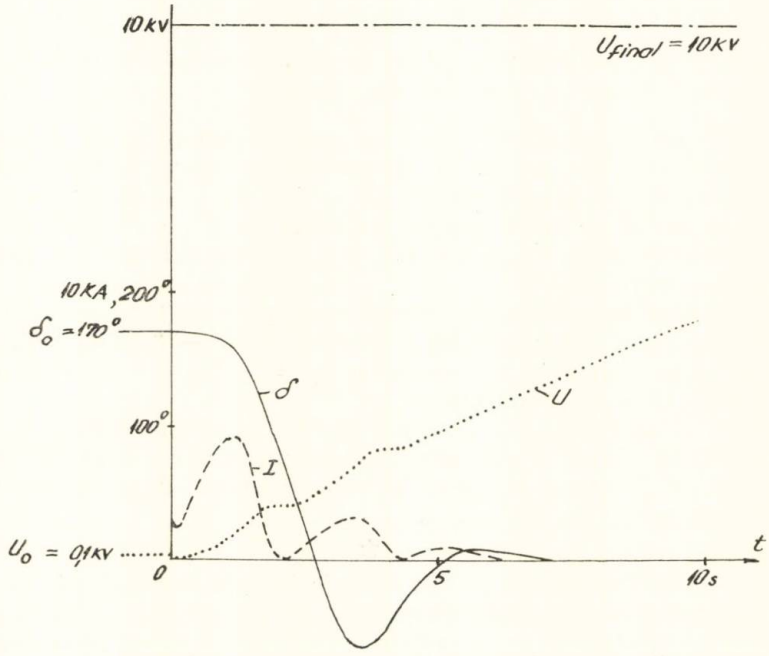


Fig. 3.6. — U, I și δ la conectarea în paralel a două generatoare cu $\delta_0 = 170°$ și $U_0 = 0{,}1$kV

Se observă că sincronizarea maşinilor se produce într-un timp ceva mai mare (7 — 8 s), dar cu şocuri mai mici de curenţi, şocul iniţial fiind complet eliminat. Tensiunea la borne creşte de asemenea în medie exponenţial cu constanta de timp T_{do}, atingînd valoarea de regim după aproximativ 70 s.

3.2. CONECTAREA ÎN PARALEL A TREI GENERATOARE

3.2.1. Conectarea în paralel a trei generatoare sincrone funcţionînd în prealabil în gol cu $U_0 = 1$kV

În momentul conectării, două generatoare au axele longitudinale ale rotoarelor decalate la 180° şi perpendiculare pe axa longitudinală a celui de-al treilea rotor ($\delta°_1 = 90°$, $\delta_2 = -90°$, $\delta_3 = 0°$). După conectare se modifică tensiunea de consemn la $U_c = 10{,}45$ kV pentru a asigura tensiunea finală $U_{\text{final}} = 10$kV. S-a considerat funcţionarea fără regulator ($U_{\max} = 10$ kV).

Rezultatele calculelor sînt date în figura 3.7. S-a reprezentat numai unghiul δ_1 al generatorului *1*, unghiul generatorului *2* avînd valori egale şi de semn contrar, iar unghiul generatorului *3* rămînînd tot timpul nul. De asemenea s-a reprezentat numai curentul I_1al generatorului *1*, egal cu curentul generatorului *2*, întrucît curentul generatorului *3* ia în medie valori mai mici.

Şi aici se observă o evoluţie a mărimilor similară cu cea de la două generatoare, sincronizarea terminîndu-se în 5—6 s. Creşterea tensiunii la borne este şi aici lentă, datorită valorii ridicate a constantei de timp T_{do}.

3.2.2. Conectarea în paralel a trei generatoare sincrone funcţionînd în prealabil cu tensiunea remanentă $U_0 = 0{,}1$ kV

În momentul conectării, cele două generatoare au axele longitudinale ale rotoarelor decalate cu 180° şi perpendiculare pe axa longitudinală a rotorului celui de-al treilea generator ($\delta_1 = 90°$, $\delta_2 = -90°$, $\delta_3 = 0°$). După conectare se modifică tensiunea de consemn la $U_c = 10{,}5$ kV pentru a asigura tensiunea finală $U_{\text{final}} = 10$ kV. S-a considerat funcţionarea fără regulator ($U_{\max} = 10$ kV).

Rezultatele calculelor sînt prezentate în figura 3.8. S-a reprezentat numai unghiul δ_1 al generatorului 1, întrucît $\delta_2 = -\delta_1$ şi $\delta_3 = 0$. De asemenea s-a trasat numai curba curentului $I_1 = I_2$, întrucît curentul generatorului *3* este, în medie, mai mic.

Evoluţia mărimilor este similară cu cea de la conectarea în paralel a două generatoare dezexcitate, procesul de sincronizare fiind practic terminat în 7—8 s. Creşterea tensiunii la borne continuă după legea exponenţială, cu constanta de timp T_{do}.

★

Din calculele efectuate şi din curbele trasate rezultă că sincronizarea cea mai convenabilă a generatoarelor se obţine prin conectarea lor în paralel în stare dezexcitată, simultan cu aplicarea tensiunii de excitaţie. În acest caz, sincronizarea are loc în cel mult 7—8 s din momentul conectării lor, chiar în situaţii defavorabile.

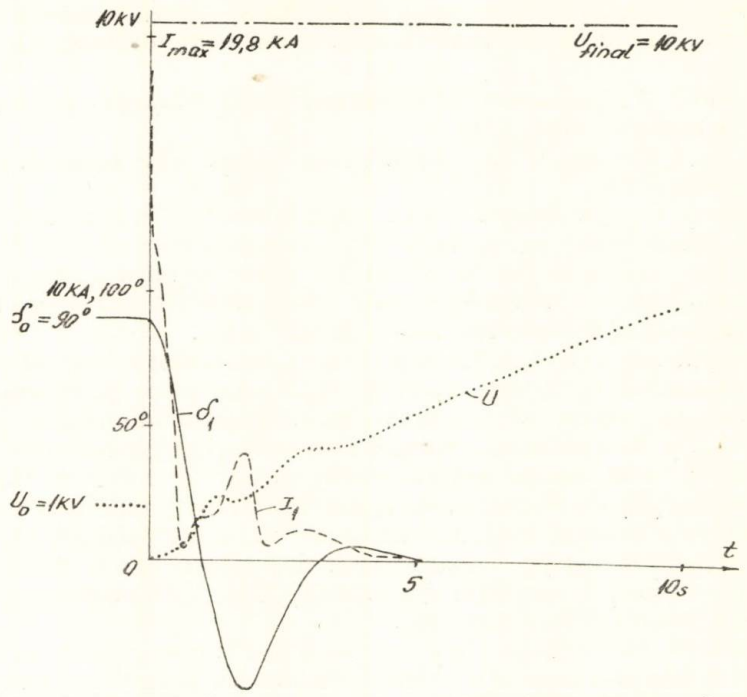


Fig. 3.7.—U, I_1 și δ_1 la conectarea în paralel a trei generatoare cu δ_{10}= 90°, δ_{20}= −90°, δ_{30}=0 și U_0=1kV

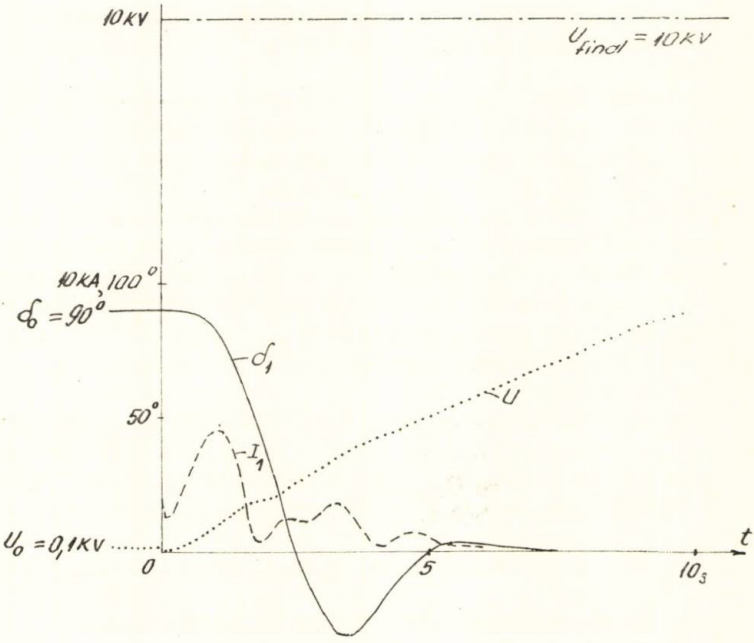


Fig. 3. 8.—U, I_1 și δ_1 la conectarea în paralel a trei generatoare cu δ_{10} −90°, δ_{20}= −90°, δ_{30}=0 și U_0=0,1kV.

Trebuie observat că există anumite situaţii de conectare în care teoretic nu poate avea loc sincronizarea, rotoarele ocupînd poziţii de echilibru (nestabil) :

— dacă în cazul a două generatoare axele rotoarelor fac unghiul de 180° în momentul conectării;

— dacă în cazul a trei generatoare identice axele rotoarelor sînt decalate cu cîte 120°.

Aceste situaţii teoretice sînt puţin probabile în practică. Calculele efectuate pentru unghiuri apropiate de limita teoretică 180° la două generatoare ($\delta_{12} = 179°$) au pus în evidenţă o întîrziere mică a fenomenului de sincronizare faţă de unghiul $\delta_{12} = 170°$; la unghiuri între rotoare mai mici, durata procesului de sincronizare va fi mai mică.

Din examinarea evoluţiei temporale a unghiului relativ al rotoarelor rezultă că oscilaţiile rotoarelor sînt puternic amortizate de curenţii turbionari induşi în înfăşurările de amortizare. Această amortizare puternică asigură apoi o funcţionare în paralel fără oscilaţii a generatoarelor.

Tensiunea la bornele generatoarelor se stabileşte într-un timp determinat de schema de excitaţie, care, de regulă, este mult mai mare decît timpul de sincronizare. Pentru a reduce cît mai mult şi durata intervalului în care tensiunea atinge valoarea prescrisă este necesară folosirea unui regulator automat de excitaţie şi a unei excitatoare cu plafon de excitaţie de 1,6—2 ori excitaţia maximă.

Curenţii de circulaţie care apar în indus în perioada de sincronizare au valori reduse; nu se pune problema limitării lor sau a protecţiei maşinilor la aceste valori ale curenţilor.

★

Avînd în vedere rezultatele prezentate mai sus, schema de autosincronizare relativă a generatoarelor din figura 2.5 se poate aplica cu următorul program :

Generatoarele funcţionează în mod normal dezexcitate, fiind antrenate de motoarele asincrone la turaţia nominală. Generatoarele sînt echipate cu regulatoare de tensiune, iar tensiunea de consemn U_c la intrarea regulatoarelor este nulă.

La iniţierea ciclului de încercare se dă comanda de conectare simultană la barele de încercare a numărului de generatoare necesitate fixat în prealabil (unul, două sau trei generatoare). Executarea comenzii de conectare se condiţionează de aflarea în funcţiune a generatorului (a motorului şi a excitatoarei) şi de starea normală a dispozitivelor de supraveghere (ulei, apă, alimentarea regulatoarelor ş.a.). Se semnalizează executarea corectă a comenzii programate.

Conectarea fiecărui generator la bare comandă modificarea tensiunii de consemn U_c a regulatorului de excitaţie propriu la valoarea corespunzătoare tensiunii de încercare U_{final}. Se recomandă folosirea unui regulator cu un factor de amplificare global de cel puţin 20 şi o excitatoare cu tensiune-plafon de 1,6—2.

După un timp prestabilit (de exemplu 15 s) de la comanda de conectare, se verifică automat :

— atingerea tensiunii prescrise la barele de încercare ;

—scăderea curentului dat de fiecare generator sub 1 kA.

Ultima verificare permite constatarea defectelor sistemului de excitaţie la unul dintre generatoare sau neatingerea stării de funcţionare sincronă (de exemplu, la rămînerea în poziţii de echilibru nestabil a rotoarelor generatoarelor). Neîndeplinirea condiţiei poate fi semnalizată sonor, iar după un interval de timp (30—60 s) în care personalul de exploatare poate constata natura defectului se comandă decuplarea generatoarelor de la bare şi dezexcitarea lor.

În cazul îndeplinirii condiţiilor verificate se comandă trecerea la încercările propriu-zise (închiderea generatoarelor pe sarcină ş.a.m.d.).

După terminarea încercării se comandă dezexcitarea generatoarelor sincrone şi decuplarea lor de la barele de încercare. Dezexcitarea se face prin tensiunea de consemn $U_c = 0$.

4. CONSIDERAŢII ASUPRA FUNCŢIONĂRII ÎN PARALEL A TURBOGENERATOARELOR ÎN TIMPUL SCURTCIRCUITULUI BRUSC

În regimul tranzitoriu care urmează scurtcircuitului trifazat brusc, asupra rotorului turbogeneratorului se exercită cupluri importante.

Cuplul mediu (pe o perioadă) care se exercită asupra rotorului, în unităţi relative, este

$$m_k = r_1 i_t^2 + (r_2 - r_1)_{50}\, i_a^2, \tag{3}$$

unde i_t este valoarea efectivă a componentei simetrice a curentului de regim tranzitoriu în valori relative, i_a componenta asimetrică a curentului în valori relative, r_1 rezistenţa înfăşurării statorice, iar $(r_2 - r_1)_{50}$ componenta rotorică a rezistenţei inverse a turbogeneratorului la frecvenţa de 50 Hz [5]. Ţinînd seama de expresia curentului de scurtcircuit brusc, rezultă

$$m_k = r_1[(i_d'' - i_d')\, e^{-\frac{t}{T_d''}} + (i_d' - i_d)\, e^{-\frac{t}{T_d''}} + i_d]^2 + \\ + (r_2 - r_1)_{50}\, (i_d''\sqrt{2})^2\, e^{-2\frac{t}{T_a}}, \tag{4}$$

unde $i_d'' = \frac{u_0}{x_d''}$; $i_d' = \frac{u_0}{x_d'}$, $i_d = \frac{u}{x_d}$, u_0 fiind tensiunea în gol înaintea producerii scurtcircuitului în valori relative, iar x_d'', x_d' şi x_d reactanţa longitudinală subtranzitorie, tranzitorie şi sincronă a turbogeneratorului. Cu T_d'', T_d', şi T_a s-au notat constantele de timp ale fenomenului subtranzitoriu, tranzitoriu şi a componentei asimetrice.

La turbogeneratorul examinat, în situaţia cea mai grea $u_0 = 1{,}2$, iar parametrii au valorile: $x_d'' = 0{,}045$; $x_d' = 0{,}07$; $x_d = 1{,}24$; $T_d'' = 0{,}028$ s ; $T_d' = 1$ s ; $T_a = 0{,}1$ s ; $r_1 = 0{,}001$.

Rezistenţa rotorică inversă $(r_2 - r_1)_{50}$ depinde de pînza de curent a maşinii. În regimul nominal, pînza de curent a maşinii analizate este de

apoximativ 1 110 A/cm. La scurtcircuit, pînza de curent creşte de $\frac{u_0}{x''_d}$ ori, deci de 1,2/0,045 = 26,7 ori.

Cu valorile rezistenţelor amortizoarelor rotorice ale turbogeneratorului TI—100—2, indicate în ([5, p. 820/821], recalculate pentru pînza d e curent mărită, rezultă

$$r_{kd} = 0{,}0056 \times \frac{3{,}5}{1{,}2\sqrt{2}} = 0{,}0115,$$

$$r_{kq} = 0{,}0075 \times \frac{3{,}5}{1{,}2\sqrt{2}} = 0{,}0154,$$

$$r_{kd\,\mathrm{Fe}} = r_{kq\mathrm{Fe}} = \frac{0{,}0502}{\sqrt{26{,}7}} = 0{,}0097,$$

$$r_{k\,\mathrm{Fe}\,50} = \frac{0{,}0148}{\sqrt{26{,}7}} = 0{,}00286.$$

Deci rezistenţa inversă rotorică va fi

$$(r_2 - r_1)_{50} = 0{,}00286 + 0{,}5 \left(\frac{0{,}0115 \times 0{,}0097}{0{,}0115 + 0{,}0097} + \right.$$

$$\left. + \frac{0{,}0154 \times 0{,}0097}{0{,}0154 + 0{,}0097} \right) \approx 0{,}0085.$$

Cu aceste valori, cuplul relativ de scurtcircuit are expresia

$$m_k = (0{,}303\ \mathrm{e}^{-35{,}7t} + 0{,}511\ \mathrm{e}^{-t} + 0{,}31)^2 + 12{,}1\ \mathrm{e}^{-20t}. \tag{5}$$

Neglijînd cuplul exterior (de frecări şi de antrenare), viteza unghiulară a rotorului va fi dată de ecuaţia

$$T_M \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = -\omega_n m_k \tag{6}$$

sau

$$\frac{\omega - \omega_n}{\omega_n} = -\frac{1}{T_M} \int_0^{t_1} m_k \, \mathrm{d}t, \tag{7}$$

considerînd la momentul iniţial $t = 0$: $\omega = \omega_n$.

Variaţia unghiului rotorului $\Delta\delta$ faţă de un rotor de referinţă care se învîrteşte cu viteza constantă ω_n va fi

$$\Delta\delta = \int_0^t (\omega_n - \omega)dt_1 = \frac{\omega_n}{T_M}\int_0^t \left(\int_0^{t_1} m_k\,dt\right) dt_1 . \tag{8}$$

Efectuînd calculele numerice corespunzătoare, se pot trasa curbele turaţiei relative $n/n_n = \omega/\omega_n$ şi a unghiului $\Delta\delta$, exprimat în grade nonagesimale (multiplicator $360/2\pi$), pentru frecvenţa nominală (iniţială) de 49,5 Hz şi constanta de timp electromecanică $T'_M = 5{,}4$ s. Se obţin curbele reprezentate în figura 4.1.

Conform cu restricţiile prescrise pentru regimul de lucru al turbogeneratorului de şoc TI — 100—2, durata normală a unei încercări nu depăşeşte 0,15 s. În acest interval de timp, în cele mai dificile condiţii ($U_0 = 12$ kV), rotorul îşi poate micşora turaţia cu 11,5% şi rămîne în urmă cu un unghi de 220°.

Din analiza relaţiilor stabilite anterior rezultă că frînarea cea mai puternică a rotorului este dată de componenta asimetrică a curenţilor (în proporţie mai mare de 94%). În cazul scurtcircuitului bifazat, componenta asimetrică are valoarea iniţială

$$i_{a2} = \frac{2u_0\sqrt{2}}{x''_d + x_2}, \tag{9}$$

care este mai mică decît valoarea corespunzătoare de la scurtcircuitul trifazat:

$$i_{a3} = \frac{u_0\sqrt{2}}{x''_d}, \tag{10}$$

întrucît $x_2 = 0{,}055$, $x''_d = 0{,}045$. Rezultă că la scurtcircuitul bifazat frînarea rotorului generatorului va fi mai mică.

★

Din interpretarea rezultatelor calculelor efectuate mai sus se desprind două concluzii.

În timpul scurtcircuitului, rotorul generatorului îşi poate micşora turaţia cu pînă la 10—12%. În aceste condiţii, alunecarea motorului de antrenare (asincron) va creşte în aceeaşi măsură. Deci în timpul scurtcircuitului este necesară aducerea reostatului rotoric al motoarelor (reostatul de pornire) pe o treaptă intermediară, care introduce o rezistenţă pe fază de 10—15 ori cît rezistenţa înfăşurării rotorice. Nu se recomandă deconectarea motorului de la reţea, fiindcă el va trebui repornit apoi pentru a asigura răcirea generatorului prin autoventilaţie (funcţionare în gol).

Dacă la încercare se folosesc două sau trei generatoare de şoc conectate în paralel, va trebui verificat dacă aceste generatoare au rezistenţe rotorice de succesiune inversă $(r_2 - r_1)_{50}$ egale la frecvenţa de 50Hz. Deter-

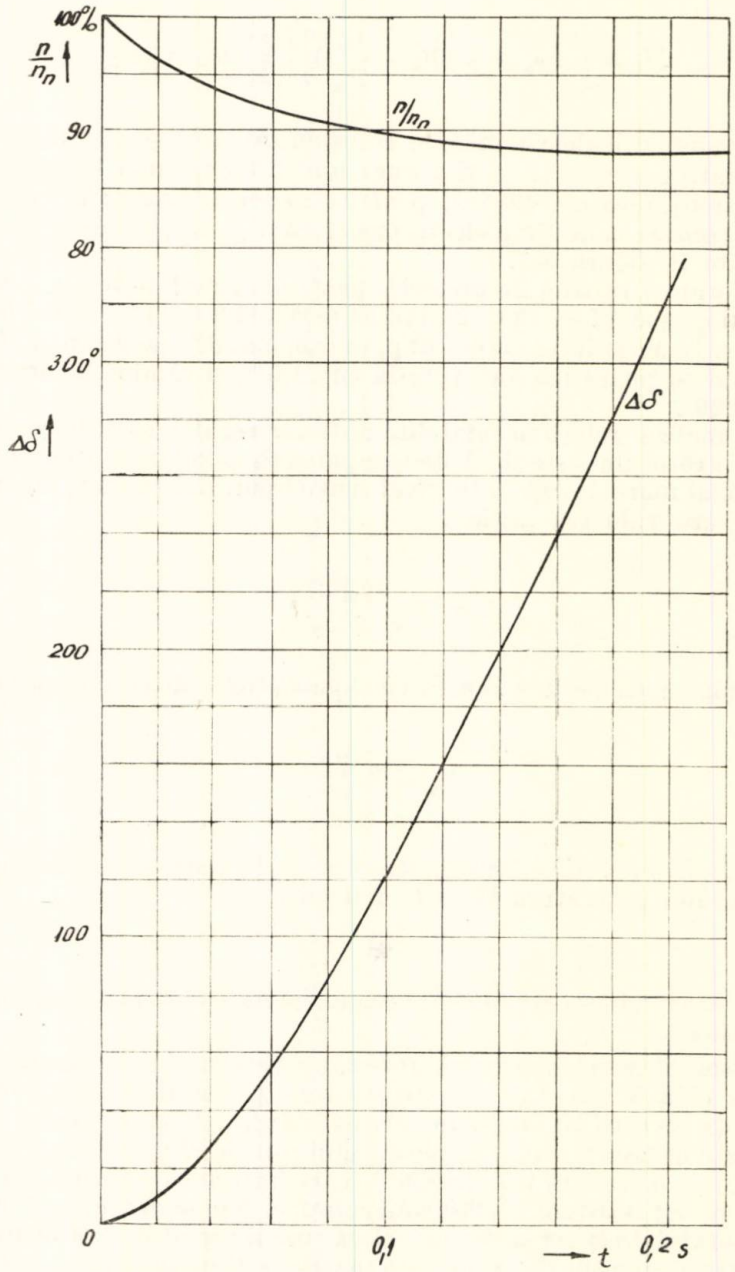


Fig. 4.1. — Curba turației relative și a unghiului de întîrziere a rotorului la scurtcircuit trifazat brusc pentru U_0=12 kV, f_0 = 49,5 Hz, T_M = 5,4s.

minarea corectă a acestei mărimi se poate face numai la încercările de recepţie, din oscilograma variaţiei în timp a unghiului de întîrziere al rotorului generatorului de şoc la scurtcircuit trifazat brusc. Se admite o diferenţă de cel mult 20% între valorile rezistenţelor rotorice inverse la 50 Hz ale diferitelor generatoare care urmează a funcţiona în paralel. Valorile trebuie determinate în aceleaşi condiţii de încercare. Astfel, în situaţia cea mai dificilă analizată ($U_0 = 12$ kV), decalarea relativă a rotoarelor nu va depăşi 45° în timpul unei încercări cu durata de 0,15 s.

Pentru generatoarele destinate a fi conectate în paralel se impune şi egalitatea reactanţelor subtranzitorii x_d'', respectiv egalitatea reactanţelor inverse, incluzînd reactanţele legăturilor şi a barelor individuale. Notînd cu x_b reactanţa legăturilor şi a barelor individuale în unităţi relative, mărimile criteriale, proporţionale cu valoarea iniţială a cuplului la scurtcircuitul brusc trifazat, respectiv bifazat:

$$c_3 = \frac{(r_2 - r_1)_{50}}{(x_d'' + x_b)^2} \text{ şi } c_2 = \frac{4(r_2 - r_1)_{50}}{(x_d'' + x_2 + 2x_b)^2}, \tag{11}$$

vor trebui să aibă valori care să nu difere de la un generator la altul cu mai mult de 20%. Astfel se asigură funcţionarea în cele mai dificile condiţii cu un decalaj relativ al rotoarelor mai mic de 45°.

Capacitatea generatoarelor de a funcţiona în paralel în timpul scurtcircuitului brusc se poate stabili şi direct, prin compararea curbelor variaţiei unghiului $\Delta\delta$ în timpul scurtcircuitului brusc. Aceste curbe se pot determina experimental.

5. CONCLUZII

Studiul efectuat a pus în evidenţă faptul că, pentru sincronizarea relativă a generatoarelor de şoc în vederea funcţionării lor în paralel, cea mai avantajoasă este schema de autosincronizare. Această schemă se aplică cel mai simplu, implică cele mai mici investiţii şi determină cele mai mici solicitări dinamice, iar intervalul de timp necesar sincronizării relative este cuprins în intervalul de excitare a maşinii pînă la valoarea tensiunii de încercare.

Pentru ca în timpul scurtcircuitului de şoc generatoarele cuplate în paralel să-şi menţină sincronismul relativ este necesar ca rezistenţele lor inverse să nu difere cu mai mult de 20% unele de altele sau ca valorile criteriilor (11) să nu difere cu mai mult de 20% de la un generator la altul.

În timpul scurtcircuitului brusc, viteza rotoarelor generatoarelor de şoc poate scădea cu pînă la 11%, ceea ce implică repornirea motoarelor asincrone de antrenare, care pe durata încercării sînt deconectate, sau, mai bine, cu rotoarele închise pe reostatul de pornire adus la rezistenţă maximă.

Anexă

Datele nominale şi parametrii generatoarelor sincrone de şoc tip TI-100-2

Puterea model	100 MVA
Tensiunea nominală/tensiune obţinută prin forţare	10/12 kV
Puterea simetrică maximă de scurtcircuit, obţinută cu tensiunea forţată pe o rezistenţă de 0,01 ohmi/fază	2500 MVA
Turaţia nominală	3 000 rot/min
Frecvenţa nominală	50 Hz
Reactanţa subtranzitorie X_d'' ohmi/fază, saturată/nesaturată	0,045/0,053
Reactanţa tranzitorie X_d' ohmi/fază, saturată/nesaturată	0,070/0,080
Reactanţa sincronă X_d ohmi/fază	1,24
Rezistenţa înfăşurării statorului R ohmi/fază	0,001
Reactanţa inversă X_2 ohmi/fază	0,055
Constanta de timp subtranzitorie T_{d3}'' la scurtcircuit trifazat	0,028 s
Constanta de timp tranzitorie T_{d3}' la scurtcircuit trifazat	0,6—1 s
Constanta de timp aperiodică T_a	0,045—0,1 s
Constanta de timp T_{J0} (a înfăşurării de excitaţie)	13,5 s
Constanta de timp electromecanică T_M	5,4 s
Curentul de excitaţie la 10/12 kV	700—1200 A
Regimuri admisibile pentru funcţionare de scurtă durată:	
a) funcţionare în gol în stare excitată la 10 kV	1,5 min.
interval între două ridicări ale tensiunii, cu rotorul dezexcitat, la turaţia nominală	15 min
b) funcţionare în gol în stare excitată la 12 kV	1 min
interval între două ridicări ale tensiunii, cu rotorul dezexcitat, la turaţia nominală	30 min
c) durata scurtcircuitului	0,15 s

BIBLIOGRAFIE

1. J. L. Thouvenin, *Les laboratoires d'essais de puissance*, RGE, **81**, *10*, 649—660 (1972).
2. L. F. Bukreev, I. V. Silin, *Osnovnie harakteristiki i parametri udarnih generatorov tipa TI—100—2*, Elektrotehnika, *2*, 17—21 (1968).
3. I. V. Silin, *Naucino-issledovatelskii ţentri po ispitanii visokvoltnoi apparaturi*, Electricestvo, *9*, 1—10 (1967)
4. V. Stanciu, *Der Synchrongenerator als Prüfquelle im Hochleistungsversuchs- und Prüffeld*, Lucrările ICPE, *22*, 57—70 (1969).
5. V.V. Titov, *Turbogeneratori*, Leningrad, „Energhia", 1967, p. 820—821.

ALGORITM PENTRU DETERMINAREA FORMEI CANONICE DE REGLARE

VL. IONESCU

62.501.32

Lucrarea prezintă un algoritm de aducere a unei perechi complet controlabile (A, B) la forma canonică de reglare. Algoritmul are la bază o singură rutină, şi anume cea de eşalon redus, uşor de folosit prin simplicitatea ei. Se ilustrează printr-un exemplu procedura aplicată.

1. CONSIDERAŢII PRELIMINARE

În [1], [2], [3] se expun formele canonice tipice ale *perechilor complet controlabile* (A, B), A $n \times n$-matrice, B $n \times r$-matrice, forme care permit facilităţi remarcabile de calcul, în special din punctul de vedere al sintezei legii de reglare, sau, dual, al legii de estimaţie. În general se poate afirma că pentru clase de probleme reprezentative din teoria sistemelor liniare se impun forme canonice corespunzătoare, care simplifică considerabil problema propusă, „vizualizînd-o". În sprijinul acestei afirmaţii se poate cita lucrarea [3], care evidenţiază importanţa considerării pentru un tip de problemă dată a unei forme canonice adecvate. La baza determinării formelor canonice, sub aspectul formal, stă structura de $K[z]$-modul indusă de endomorfismul exprimat prin matricea A pe spaţiul stărilor X şi în special proprietatea de *complet torsionare* a modulului în cazul spaţiilor de dimensiune finită [4], [5], [6]. În [5] se dă o tratare din acest punct de vedere a aşa-numitei *forme canonice de reglare*, stabilindu-se prin instrumentul teoriei $K[z]$-modulelor următorul rezultat, cunoscut dealtfel din primele două lucrări menţionate la început, şi anume: *dîndu-se perechea complet controlabilă* (A, B), *există o bază corespunzătoare în* X *pentru care se obţine perechea izomorfă* (A, B)

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 4, p. 1009–1023, 1973

de următoarea formă :

$$\hat{A} = \begin{array}{c} \\ p_1 \\ \\ p_2 \\ p_s \end{array} \left(\begin{array}{c|c|c|c} C^T_{\mu_1} & \begin{matrix} ? \\ ? & 0 \\ ? \end{matrix} & \vdots & \begin{matrix} ? \\ ? & 0 \\ ? \end{matrix} \\ \hline 0 & C^T_{\mu_2} & \vdots & \begin{matrix} ? \\ ? & 0 \\ ? \end{matrix} \\ \hline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hline 0 & 0 & \vdots & C^T_{\mu_s} \end{array} \right) ; \quad \hat{B} = \left(\begin{array}{c|c|c|c|c|c} 0 & ? & 0 & ? & 0 & ? \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \\ 1 & & & & & \\ \hline & 0 & & ? & & ? \\ \hline & & 1 & & & \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & ? \end{array} \right),$$

unde $C^T_{\mu_1}, C^T_{\mu_2}, \ldots, C^T_{\mu_s}$ *sint companioane matriceale transpuse, avînd deasupra lor matrice cu cel mult o coloană diferită de zero, iar în* $\hat{B}$ *numărul de unităţi evidenţiate este egal cu cel al companioanelor, ocupînd poziţia corespunzătoare ultimei linii a companionului respectiv.*

Baza în care apare această formă *este alcătuită din s-seturi de vectori liniar independenţi*, de forma

$$e^j_{l_j} = b_{i_j},$$

$$e^j_{l_j-1} = \beta^j_{l_j-1} b_{i_j} + A b_{i_j},$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$e^j_1 = \beta^j_1 b_{i_j} + \beta^j_2 A b_{i_j} + \ldots + \beta^j_{l_j-1} A^{l_j-2} b_{i_j} + A^{l_j-1} b_{i_j}, \; j = 1, 2, \ldots s,$$

unde

$$\mu^{E_j}_{b_{i_j}} = \beta^j_0 + \beta^j_1 z + \ldots + \beta^j_{l_j-1} z^{l_j-1} + z^{l_j}, j = 1, 2, \ldots s,$$

sînt *anualatoarele minimale faţă de seturile de vectori liniari independenţi*,

$$E_j = [b_1, \ldots A^{l_1-1} b_1, \ldots, b_{i_{j-1}}, \ldots, A^{l_j-1} b_{i_{j-1}}], \; j = 1, 2, \ldots, s,$$

ale vectorilor $b_1 = b_{i_1}, \ldots, b_{i_s}$ cu $q_1 = l_1 = q_{i_1}, l_2 \leqslant q_{i_2}, \ldots l_s \leqslant q_{i_s}$,

$q_{i_1}, \ldots, q_{i_s}$ fiind gradele *anulatoarelor minimale propriu-zise* ale vectorilor $b_{i_1}, \ldots b_{i_s}$; $\mu_{b_{i_1}}, \ldots, \mu_{b_{i_s}}$ şi, în consecinţă, $b_{i_1}, \ldots, A^{l_1-1} b_{i_1}, \ldots, b_{i_s}, \ldots$ $\ldots, A^{l_s-1} b_{i_s}$ fiind *o bază* (auxiliară) în X.

În lucrarea de faţă se propune un algoritm care să permită construcţia bazei $e_1 \ldots, e_n$ şi, în consecinţă, a transformării $\hat{x} = Sx$, unde, evident,

$S^{-1} = [e_1, \ldots, e_n]$, în care se obţine forma (A, B). De menţionat că la baza algoritmului stă în exclusivitate apelarea unei singure rutine, şi anume cea de obţinere a *formei de eşalon* redus [7].

2. FORMA DE EŞALON REDUS A UNEI MATRICE

O matrice R se numeşte de tip *eşalon redus* dacă:

a) primul element nenul din fiecare linie este „1", iar coloana care o determină este nulă, cu excepţia unităţii respective;

b) dacă col $(0, \ldots, 0, \overset{i}{1}, 0, \ldots, 0)$ este o coloană de tipul menţionat, următoarea coloană de acelaşi tip (de la stînga la dreapta) are unitatea plasată cu o linie mai jos: col $(0, \ldots, 0, \overset{i+1}{1}, 0, \ldots, 0)$.

Structura eşalonului redus este deci

$$R = \begin{pmatrix} 0 \cdots 0\ 1\ ?\ 0\ ?\ ?\ 0\ 0\ ?\ ? \\ 0 \cdots 0\ 0\ 0\ 1\ ?\ ?\ 0\ 0\ ?\ ? \\ 0 \cdots 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ ?\ ? \\ 0 \cdots 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ ?\ ?\ ? \\ \vdots \quad \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots \\ \vdots \quad \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots \\ \vdots \quad \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots \\ 0 \cdots 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \end{pmatrix},$$

unde este de remarcat că:

1) coloanele care conţin unitatea în exclusivitate sînt *liniar independente*, numărul lor fiind egal cu *rangul matricei*;

2) coloanele „?" sînt *combinaţii liniare* ale „coloanelor unitare", plasate la stînga acestora, coeficienţii combinaţiei fiind chiar elementele coloanei respective.

Se arată că orice matrice P se poate aduce la forma de eşalon redus [7], algoritmul fiind dat în *anexă*, bazîndu-se pe operaţia de substracţie numai pe linii faţă de pivoţii de coloană.

Cu alte cuvinte, dacă P este o $p \times q$-matrice, există o matrice diagonalizantă la stînga nesingulară $M(p \times p)$ astfel încît $R = MP$, unde R este forma de eşalon redus. Vom folosi rutina de eşalon redus pentru un scop bine definit.

Fie P o $n \times p$-matrice $(p < n)$, avînd *rangul maximal*. Atunci eşalonul redus este de tipul

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & & 0 \\ & 1 & & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & 0 & & 1 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & & 0 \end{pmatrix} \triangleq [\hat{C}_1\ \hat{C}_2 \cdots \hat{C}_p],\ P \triangleq [C_1 C_2 \cdots C_p].$$

Adăugînd o coloană C_{p+1} în P astfel încît noua matrice P' să aibă același rang cu P, rezultă

$$R' = \begin{pmatrix} 1 & & & 0 & -\alpha \\ & \ddots & & \vdots & \vdots \\ & & 1 & 1 & -\alpha_{p-1} \\ 0 & & & 0 & 0 \end{pmatrix} \triangleq [\hat{C}_1 \dots \hat{C}_p \, C_{p+1}], \; \hat{P} \triangleq [C_1 \dots C_p \, C_{p+1}]$$

Evident,

$$\alpha_0 \hat{C}_1 + \dots + \alpha_{p-1} \hat{C}_p + \hat{C}_{p+1} = 0$$

sau

$$\alpha_0 MC_1 + \dots + \alpha_{p-1} MC_p + MC_{p+1} = M(\alpha C_1 + \dots + \alpha_{p-1} C_p + C_{p+1}) = 0$$

și, datorită nesingularității diagonalizantului M, se obține

$$\alpha_0 C_1 + \dots + \alpha_{p-1} C_p + C_{p+1} = 0. \qquad (*)$$

Cu alte cuvinte, prin forma de eșalon redus se determină, față de ipoteza făcută mai sus, *dependența liniară a unei coloane suplimentare care nu face să crească rangul* într-o $n \times p$ matrice P cu $p < n$.

Relația (*) obținută va fi folosită pentru :

— determinarea anulatorului minimal al nui vector dat b ;

— determinarea anulatorului minimal al unui vector b față de un set liniar independent E, simultan cu o operație de *selecție* a coloanelor matricei B impusă de gradul anulatorului minimal.

În primul caz se inițializează matricea $E = b$ și se ciclează $E = [E, A^i b]$, $i = 1, 2, \dots$, simultan cu testarea rangului lui E prin rutina de eșalon redus. n momentul cînd, introducînd, de exemplu, coloana $A^p b$, rangul numai crește, procedura se întrerupe și se citește ultima coloană a eșalonului redus cu semn schimbat, adică

$$E = [b \; Ab \dots A^p b] \xrightarrow[\text{redus}]{\text{eșalon}} \begin{pmatrix} 1 & & & 0 & \alpha_0 \\ & \ddots & & \vdots & \vdots \\ & & 1 & 1 & \alpha_{p-1} \\ 0 & & & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{matrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ 1 & & & p & p+1 \end{matrix}$$

care implică

$$\mu_b = \alpha_0 + \alpha_1 z + \ldots + \alpha_{p-1} z^{p-1} + z^p.$$

Observaţie : p este egal cel mult cu n, aşa că, dacă operaţiile sînt corecte, numărul lor este *finit.*

Exemplu. Fie

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Atunci

$$[bAb] = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad [b\,Ab\,A^2b] = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & -3 \\ 1 & -3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

şi rezultă

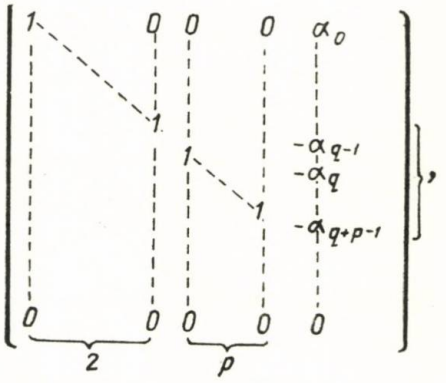
$$\mu_b = 3 + 4z + z^2.$$

În cel de-al doilea caz se procedează analog, diferenţa constînd în modul de citire al ultimei coloane din eşalonul redus.

Fie, aşadar, $E = [e_1 \ldots e_q]$ un set de vectori liniar independenţi, cu $q < n$ şi b un vector arbitrar. Se ciclează analog $E = [E, A^i b]$, cu $i = 0,1,\ldots$ $\ldots$, simultan cu testarea rangului lui E.

În momentul cînd rangul nu mai creşte, rutina de eşalon redus fur-

$$E = [e_1 \cdots e_2 b \cdots A^p b] \xrightarrow[\text{redus}]{\text{eşalon}}$$



nizează ceea ce implică *anulatorul minimal al lui b în raport cu setul* (iniţial) E :

$$\mu_b^E = \beta_0 + \beta_1 z + \ldots + \beta_{p-1} z^{p-1} + z^p,$$

unde

$$\beta_0 = \alpha_q, \ldots, \beta_{p-1} = \alpha_{q+p-1}.$$

Observații : 1) $p \leqslant p_0$ simultan cu $p + q - 1 \leqslant n$, unde p_0 este gradul anulatorului minimal propriu-zis μ_b;

2) dacă $p = 0$, atunci b este o combinație liniară a vectorilor din E.

Rezultă, în consecință, în figura 1 algoritmul general corespunzător celor două tipuri de anulatori minimali.

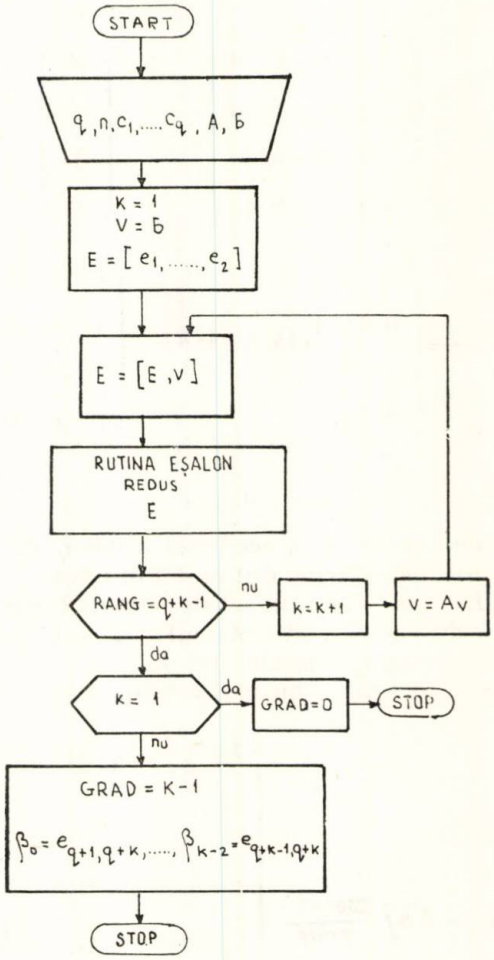


Fig. 1.

Se vede că pentru $q = 0$ rezultă anulatorul minimal propriu-zis.

3. ALGORITMUL DE CALCUL

Se parcurg următoarele etape :

1. Se calculează anulatorii minimali ai coloanelor b_i, $i = 1, 2, \ldots, r$:

$$\mu_{b_i} = \alpha_0^i + \alpha_1^i z + \ldots + \alpha_{q_i-1} z^{q_i-1} + z^{q_i}, \; i = 1, 2, \ldots, r.$$

Pot apărea două variante:

a) dacă se întîlneşte un $q_i = n$ pentru $i \geqslant 1$, procesul se întrerupe, deoarece $X = K[z]b_i$, iar forma canonică corespunzătoare este

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \\ -\alpha_0^i & -\alpha_1^i & & \cdots & -\alpha_{n-1}^i \end{bmatrix}; \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} & 0 & \\ ? & 0 & ? \\ ? & \vdots & ? \\ ? & \vdots & ? \\ & 1 & \end{bmatrix},$$

iar $S^{-1} = [v_n v_{n-1} \ldots v_2 v_1]$ se determină prin algoritmul Tuel-Rane [8], [9], conform cu

$$v_1 = b_i,$$
$$v_{j+1} = \alpha_{n-j}^i b_i + Av_j, \quad j = 1, \ldots, n-1;$$

b) dacă $q_{b_i} < n$, $i = 1, \ldots, r$, atunci se trece la o operaţie de *selecţie* a coloanelor b_i ale matricei B, simultan cu determinarea anulatorilor minimali faţă de un set de vectori liniar independenţi.

Observaţie. Procedura care se va descrie se poate aplica şi în cazul cînd $q_i = n$, $i \geqslant 2$, şi, aşa cum se va vedea, ea se întrerupe în mod natural dacă $q_1 = n$, ceea ce echivalează cu varianta a).

2. Se consideră b_1 şi μ_{b_1} cu $q_1 < n$. Se iniţializează $E = [b_1 \ldots A^{q_1-1} b_1]$ şi se consideră ca prim vector selectat $b_{i_1} = b_1$ împreună cu anulatorul său minimal. Să presupunem că am făcut operaţia de selecţie pînă la b_{i_j} inclusiv. Aceasta înseamnă că:

$$\text{a) } b_{i_1} \ldots, A^{l_1-1} b_1 \ldots, b_{i_j} \ldots A^{l_j-1} b_{i_j}$$

sînt vectori liniari independenţi, nefiind încă o bază a spaţiului X,

b) $l_1 \ldots l_k \ldots l_j \geqslant 1$ sînt gradele anulatorilor minimali faţă de seturile de vectori liniar independenţi:

$$E^k = [b_{i_1} \ldots A^{l_1-1} b_{i_1} \ldots b_{i_{k-1}} \ldots A^{l_{k-1}-1} b_{i_{k-1}}], \quad k = 1, 2, \ldots j,$$

şi unde

$$E^1 = \emptyset, \text{ adică } i_1 = 1, \quad l_1 = q_1.$$

Atunci vectorul selectat $b_{i_{j+1}}$ este primul vector din coloanele b_k, $k > i_j$ pentru care

$$E = [E^j \; b_{i_{j+1}}]$$

este de rang maximal, adică E ciclat prezintă o creștere a rangului cu o unitate. Odată selectat $b_{i_{j+1}}$, acesta introduce vectorii liniar independenți $b_{i_{j+1}}, \ldots, A^{l_j-1} b_{i_{j+1}}$, unde l_{j+1} este gradul anulatorului minimal a lui $b_{i_{j+1}}$ față de $E^{j+1} = [b_{i_1}, \ldots A^{l_1-1} b_{i_1}, \ldots b_{i_j}, \ldots, A^{l_j-1} b_{i_j}]$.

Procedura este încheiată cînd numărul vectorilor liniar independenți a ajuns maximal:

$$b_{i_1}, \ldots, A^{l_1-1} b_{i_1}, \ldots, b_{i_s}, \ldots, A^{l_s-1} b_{i_s}, l_1 + \ldots + l_s = n.$$

3. Baza corespunzătoare formei canonice de reglare, adică coloanele lui S^{-1}, este dată de

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= b_{i_j} = \mathrm{COL}_{l_1+\ldots+l_j}(S^{-1}) \\ v_{k+1} &= \beta^{i_j}_{l_j-k} b_{i_j} + A v_k \\ \mathrm{COL}_{l_1+\ldots+l_j-k}(S^{-1}) &= v_{k+1} \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} &k = 1, \ldots, l_{j-1} \\ &l_j \geqslant 2 \end{aligned}\right\}, j = 1, \ldots, s.$$

Observații : a) în calculul de mai sus nu intră $\beta^{i_j}_0$;

b) dacă $l_j = 1$, atunci este valabilă numai prima relație din cele de mai sus.

Rezultă astfel algoritmul din figura 2.

În algoritm, prin $J(l)$ s-au notat indicii i_j ai coloanelor selectate, iar prin $I(l)$ gradul anulatorilor minimali.

De asemenea, în construcția propriu-zisă a lui S^{-1} nu s-au explicitat cazurile $I(l) = 1$, care impun neluarea în considerație a coeficienților $\beta^{J(l)}$, coloana $b_{J(l)}$ contribuind numai ea singură cu o singură coloană ocupată în matricea S^{-1}. Aceasta poate corespunde cazului cînd $b_{J(l)}$ este un vector propriu al lui A.

Exemplu. Fie perechea complet controlabilă

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & -6 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. Se determină anulatorii minimali :

$$[b_1 \; A b_1 \; A^2 b_1] = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{redus}]{\text{eșalon}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

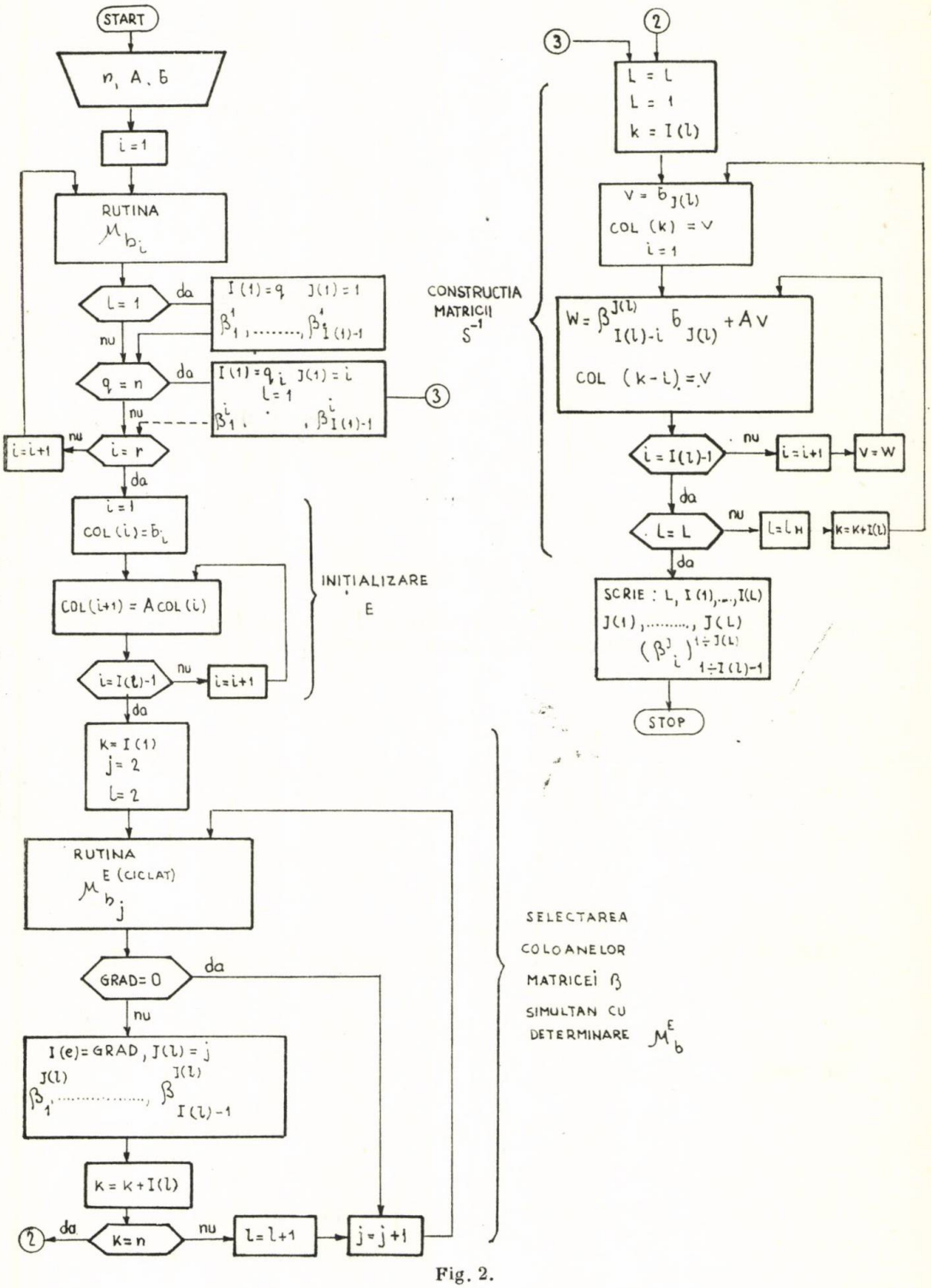

START
n, A, b
i = 1
RUTINA
μ_{b_i}
l = 1
da
nu
I (1) = q J(1) = 1
$\beta^1_1, \ldots, \beta^1_{I(1)-1}$
q = n
I (1) = q_i J(1) = i
l = 1
$\beta^i_1, \ldots, \beta^i_{I(1)-1}$
3
i = r
i = i+1
i = 1
COL (i) = b_i
COL (i+1) = A COL (i)
i = I(l)-1
i = i+1
INITIALIZARE
E
K = I (1)
j = 2
l = 2
RUTINA
$\mu^{E\ (CICLAT)}_{b_j}$
GRAD = 0
I (e) = GRAD, J(l) = j
$\beta^{J(l)}_1, \ldots, \beta^{J(l)}_{I(l)-1}$
K = K + I(l)
K = n
l = l+1
j = j+1
2
SELECTAREA
COLOANELOR
MATRICEI β
SIMULTAN CU
DETERMINARE μ^E_b
CONSTRUCTIA
MATRICII
S^{-1}
L = L
L = 1
k = I (l)
V = $b_{J(l)}$
COL (k) = V
i = 1
$W = \beta^{J(l)}_{I(l)-i}\, b_{J(l)} + AV$
COL (k - i) = V
i = I(l)-1
i = i+1
V = W
L = L
L = L_H
K = K+I(l)
SCRIE : L, I (1), ..., I(L)
J(1), ..., J(L)
$(\beta^J_i)^{1 \div J(L)}_{1 \div I(l)-1}$
STOP

Fig. 2.

$$\mu_{b_1} = -1 - 2z + z^2 \equiv \alpha_1^1 + \alpha_1^1 z + z^2,$$

$$[b_2\ Ab_2\ A^2b_2] = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -1 & -3 & -7 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{redus}]{\text{eşalon}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mu_{b_2} = -1 - 2z + z^2 \equiv \alpha_0^2 + \alpha_1^2 z + z^2,$$

$$[b\ Ab\ A^2b\ A^3b\ A^4b] = \begin{pmatrix} 0 & 1-2 & 1-4 & & \\ 2-4 & 5-2 & 9 & & \\ 1-2 & 2-2 & 2 & & \\ 1-2 & 1-1 & 1 & & \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{redus}]{\text{eşalon}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\mu_{b_3} = -z - 3z^2 - z^3 + z^4 = \alpha_0^3 + \alpha_1^3 z + \alpha_2^3 z^2 + \alpha_3^3 z^3 + z^4.$$

Deoarece gradul lui μ_{b_3} este maximal, A este ciclică şi deci $X = K[z]b_3$
Aplicînd algoritmul Tuel-Rane, rezultă S^{-1}, avînd coloanele

$$\mathrm{COL}_4 = b_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix};\ \mathrm{COL}_3 = \alpha_3^3 b_3 + A\mathrm{COL}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix},$$

$$\mathrm{COL}_2 = \alpha_2^3 b_3 + A\mathrm{COL}_3 = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix};\ \mathrm{COL}_1 = \alpha_1^3 b_3 + A\mathrm{COL}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

de unde

$$S^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 3-6 & 2 & \\ 1 & 1-3 & 1 & \\ 0 & -1-2 & 1 & \end{pmatrix} \text{ şi } S = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}5 & -0{,}5 & -0{,}5 \\ -0{,}5 & 0{,}5 & -1{,}5 & 0{,}5 \\ -0{,}5 & 1{,}5 & -4{,}5 & 1{,}5 \\ -1{,}5 & 3{,}5 & 10{,}5 & 4{,}5 \end{pmatrix}.$$

Matricea A se poate scrie direct în forma de companion transpus, cunoscîndu-se anulatorul minimal. Ca verificare se aplică transformarea S :

$$\hat{A}=SAS^{-1}=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&3&1\end{pmatrix};\ \hat{B}=SB=\begin{pmatrix}-0{,}5&0&0\\-0{,}5&-1&0\\-1{,}5&-2&0\\-3{,}5&-5&1\end{pmatrix}. \tag{I}$$

Avînd în vedere că $l_i = 4$, $i = 3 > 1$, se aplică şi varianta b) din prima etapă algoritmului, ceea ce corespunde liniei punctate din organigramă, adică procedura de selecţie, simultan cu anulatorii minimali relativi la un set liniar independent.

2. Iniţializarea lui E :

$$E = [b_1\ Ab_1] = \begin{pmatrix}0&1\\-1&-2\\0&0\\0&0\end{pmatrix};$$

— testarea lui b_2 :

$$E = [b_1\ Ab_1\ b_2] = \begin{pmatrix}0&1&1\\-1&-2&-1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix} \xrightarrow[\text{redus}]{\text{eşalon}} \begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix},$$

adică grad $\mu_{b_2}^E = 0$, deci b_2 este eliminat;

—testarea lui b_3:

$$E = [b_1\ Ab_1\ b_3\ Ab_3\ A^2b_3] = \begin{pmatrix}0&1&0&1&-2\\-1&-2&2&-4&5\\0&0&1&-2&2\\0&0&1&-1&1\end{pmatrix} \xrightarrow[\text{redus}]{\text{eşalon}} \begin{pmatrix}1&0&0&0&1\\0&1&0&0&-1\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&-1\end{pmatrix},$$

adică b_3 este selectat, iar

$$\mu_{b_3}^E = z + z^2 \equiv \beta_0^3 + \beta_1^3 z + z^2.$$

Aşadar, vectorii liniari independenţi sînt

$$b_1\ Ab_1\ b_3\ Ab_3$$

și de asemenea

$$i_1 = 1,\ i_2 = 3;\quad l_1 = 2,\quad l_2 = 2,;\ \beta_0^1 = -1,\ \beta_1^1 = -2,\quad \beta_0^3 = 0,$$

$$\beta_1^3 = 1.$$

3. Coloanele matricei S^{-1} sînt

$$\mathrm{COL}_2 = b_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};\ \mathrm{COL}_1 = \beta_1^1 b_1 + A\mathrm{COL}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathrm{COL}_4 = b_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix};\ \mathrm{COL}_3 = \beta_1^3 b_3 + A\mathrm{COL}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

de unde, în definitiv,

$$S^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ și } S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Atunci

$$\hat{A} = SAS^{-1} = \left(\begin{array}{cc|cc} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right);\ \hat{B} = SB = \left(\begin{array}{c|c|c} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \text{(II)}$$

Formele I și II permit sinteza imediată a legii de reglare $u = -Kx$, și anume :

— pentru I,

$$\hat{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{K}_1 & \hat{K}_2 & \hat{K}_3 & \hat{K}_4 \end{bmatrix},$$

de unde

$$K=\hat{K}S_I=\left|\begin{array}{cc|cc} 0 & & 0 & \\ 0 & & 0 & \\ 0{,}5\hat{K}_1-0{,}5\hat{K}_2- & 0{,}5\hat{K}_3-1{,}5\hat{K}_4 & 0{,}5\hat{K}_1+0{,}5\hat{K}_2 & +1{,}5\hat{K}_3+ \\ 0 & & 0 & \\ 0 & & 0 & \\ +3{,}5\hat{K}_4 & -0{,}5\hat{K}_1-1{,}5\hat{K}_2-4{,}5\hat{K}_3-10{,}5\hat{K}_4 & -0{,}5\hat{K}_1+0{,}5\hat{K}_2+ & \\ & & +1{,}5\hat{K}_3+4{,}5\hat{K}_4 & \end{array}\right|;$$

— pentru II,

$$\hat{K}=\begin{pmatrix} \hat{K}_1 & \hat{K}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{K}_3 & \hat{K}_4 \end{pmatrix},$$

de unde

$$K=\hat{K}S_{II}=\begin{pmatrix} \hat{K}_1 & \hat{K}_2 & \hat{K}_1-2\hat{K}_2 & -\hat{K}_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\hat{K}_3 & \hat{K}_3+\hat{K}_4 \end{pmatrix}.$$

Coeficienţii k_i se determină imediat în funcţie de repartiţia dorită a zerourilor polinoamelor caracteristice de tipul χ_{A-BK} [4], [6].

4. CONCLUZII

1. Tot algoritmul are la bază o singură rutină, şi anume cea de aducere la forma de eşalon redus a unei matrice, cu detectarea momentului cînd aceasta pierde rangul maximal.

2. Ordinea coloanelor în B este esenţială pentru aspectul formei canonice de reglare, impunîndu-se o anumită neunicitate dictată de existenţa unei coloane, diferită de prima, în matricea B, pentru care $X = K[z]\, b_i$ $(i > 1)$.

3. Dacă coloanele lui B implică suma directă $X = \overset{r}{\underset{i=1}{\oplus}} K[z]b_i$, atunci sistemul este *complet decuplat* din punctul de vedere al comenzilor.

Evident, $\Sigma = (A, B, C)$-canonic este complet decuplat dacă perechile (A, B) şi (A, C) sînt complet decuplate din punctul de vedere al comenzilor.

4. Forma canonică de reglare poate fi folosită şi în problemele de optimizare liniară cu criteriu pătratic în vederea construcţiei formei-etalon.

Anexă

Algoritmul de aducere la forma de eşalon redus este algoritmul simplificat de diagonalizare canonică cu un singur diagonalizant la stînga şi fără reţinerea acestuia (fig. 3).

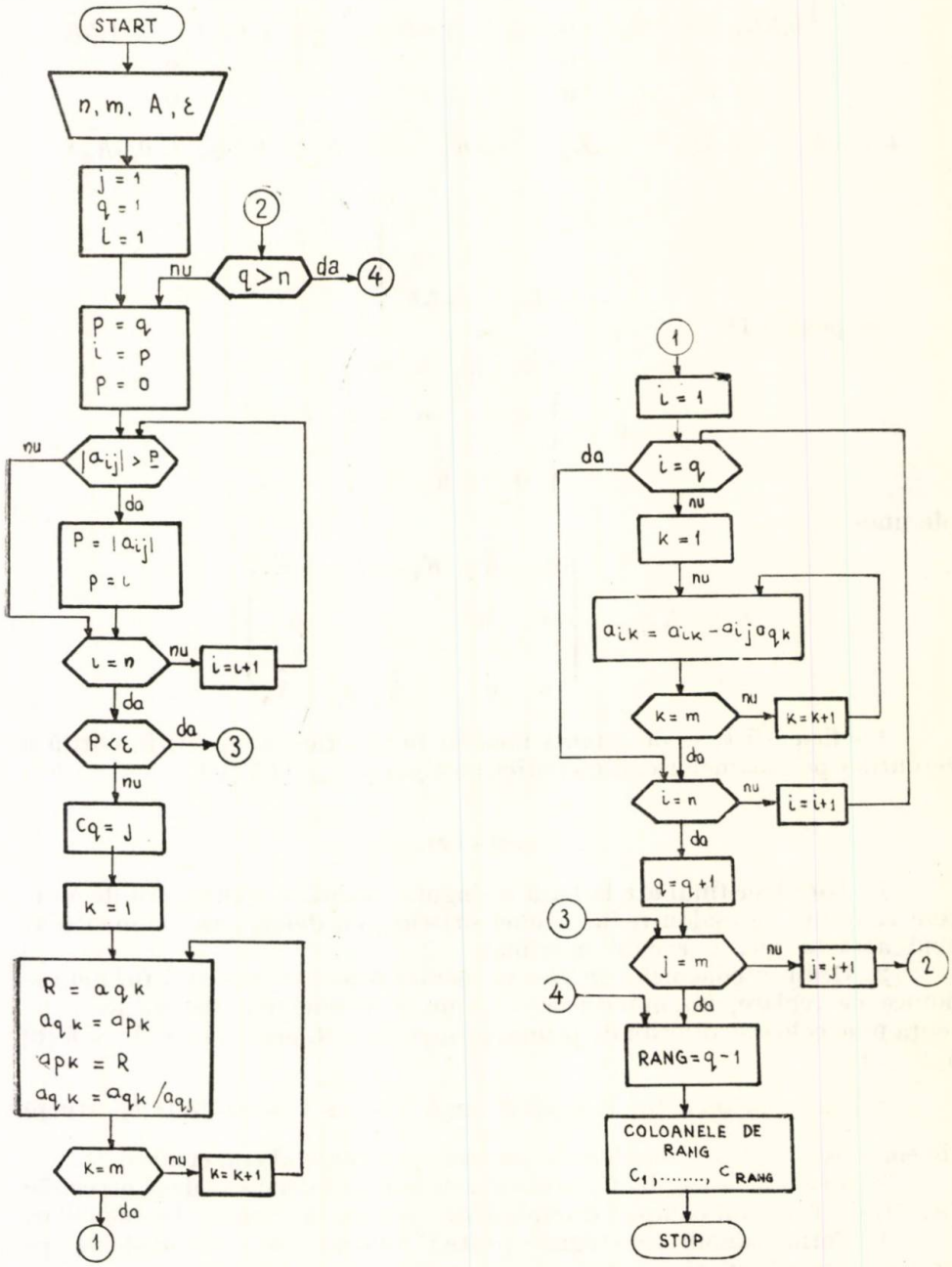


Fig. 3.

BIBLIOGRAFIE

1. V. M. Popov, *Hiperstabilitatea sistemelor automate*, Edit. Academiei, 1966.
2. D. G. Luenberger, *Canonical Forms for Linear Multivariable Systems*, IEEE Trans. on A. C., *2* (1967).
3. W. G. Tuel Jr., *Canonical Forms for Linear Systems*, I.B.M. San Jose Research Laboratory, California, 1968.
4. R. Kalman et al., *Topics in Mathematical System Theory*, McGraw-Hill, 1969.
5. V. Ionescu, *On the Algebric Concept of the Control Law*, Rev. Roum. El. et Energ., **17**, *4* (1972).
6. V. Ionescu, *Sisteme lineare*, Edit. Academiei, 1973.
7. W. B. Rubin, *A General Method for Transforming a Matrix into Jordan Cannonical Form*, E. E. Depart. Syracuse Univ., TR—68—5, May 1968.
8. W. G. Tuel Jr., *On the Transformation to State-Variable Canonical Form*, IEEE Trans. on A. C., *3* (1966).
9. D. S. Rane, *A Simplified Ttransformation to State-Variable Canonical Form*, Trans. on A. C., *3* (1966).

SISTEM OPTIMAL-ADAPTIV CU REGULATOR *PI*

N. N. TĂTARU

621.929. 52

Prin modelare pe un calculator analogic a fost studiată funcţionarea unui sistem optimal-adaptiv, construit cu un nou tip de regulator *PI*, propus de autor, cuplat cu modelul simplificat al unui reactor nuclear.

1. INTRODUCERE

Sistemele automate clasice au reuşit ca în anumite procese tehnice să elibereze pe om nu numai de munca manuală, ci şi de eforturile intelectuale necesare supravegherii, conducerii şi reglării proceselor respective. În instalaţiile automatizate s-au putut realiza performanţe cu mult mai ridicate în comparaţie cu instalaţiile conduse manual.

Instalaţiile automatizate s-au impus şi datorită faptului că tehnica modernă a pus la dispoziţia omului energii şi puteri foarte mari, care se desfăşoară în procese rapide ce nu pot fi stăpînite prin intervenţia directă a omului. În plus, anumite procese, în special cele din industria chimică, se desfăşoară într-o atmosferă nocivă, în care omul nu poate să execute munca de supraveghere, conducere şi reglaj. În toate aceste cazuri, sistemele automate clasice au permis realizarea proceselor tehnice respective fără intervenţia directă a unui operator uman.

Situaţia s-a mai complicat în momentul în care au apărut procese ale căror caracteristici dinamice se schimbă rapid, în limite largi şi în mod imprevizibil (de ex. reactoare nucleare, avioane moderne de viteză supersonică, rachete şi nave cosmice etc).

Aceste procese noi, mult mai complexe, nu mai puteau fi tratate în baza teoriei sistemelor automate clasice. În această situaţie s-a recurs la soluţia de a introduce în compunerea sistemelor respective unele dispozitive de calcul care să efectueze în mod automat calculele necesare supravegherii, conducerii şi reglării sistemelor respective. Aşa au apărut sistemele automate adaptive, care imită într-o anumită măsură proprietatea pe care o au fiinţele biologice de a se adapta la condiţiile variabe ale mediului exterior [1] — [5].

St. cerc. energ. electr., tom. 23, nr. 4, p. 1025—1036, 1973

În sens larg, prin sistem adaptiv se înţelege un sistem automat în care parametrii blocului de reglare sau semnalele emise de acesta sînt modificate în mod automat, pentru a se asigura o funcţionare optimă (caracterizată de un anumit indice de performanţă), în condiţiile unor variaţii neprevăzute, fie ale procesului tehnologic, fie ale unor semnale externe (semnale de intrare sau perturbaţii). Spre deosebire de sistemele optimale, care asigură o funcţionare optimă în prezenţa unor informaţii apriorice complete, sistemele adaptive realizează optimizarea în situaţia în care există un anumit grad de incertitudine, fie asupra caracteristicilor procesului tehnologic, fie asupra semnalelor externe, incertitudine ce trebuie înlăturată prin identificare [6]—[10].

Rezultă că în structura unui sistem adaptiv trebuie introdus un dispozitiv care să calculeze un anumit indice de performanţă, plecînd de la semnalele de intrare şi de ieşire din sistem, şi în baza acestui calcul dispozitivul de adaptare să modifice anumiţi parametri ajustabili sau să introducă un semnal suplimentar de comandă după o anumită strategie, în scopul de a menţine indicele de performanţă într-o plajă dată.

O definiţie mai apropiată de obiect ar putea fi următoarea : reglajul automat adaptiv este acţiunea efectuată de un dispozitiv fizic A asupra unui proces P în scopul de a asigura funcţionarea automată a acestuia după un criteriu prestabilit, fără intervenţia unui operator uman, în condiţiile în care variază rapid, în limite largi şi în mod imprevizibil, mărimea de intrare, perturbaţiile exterioare şi caracteristicile dinamice ale procesului.

Într-un sistem adaptiv există două canale de transmitere a informaţiilor. Un canal principal, format din elementul de comparaţie, regulatorul propriu-zis, elementul de execuţie, procesul automatizat şi legătura de reacţie. Acesta lucrează ca un sistem automat cu reacţie obişnuit, care primeşte la intrare mărimea de referinţă şi reglează mărimea de ieşire din sistem. Al doilea canal este denumit circuit de adaptare şi prin el se transmit informaţiile necesare reajustării perametrilor sistemului. Acest canal are o structură ce diferă de la un caz la altul, în funcţie de indicele de performanţă prestabilit şi de metoda de adaptare preconizată. Circuitul de adaptare poate fi privit el însuşi ca un sistem automat. Reajustarea parametrilor poate fi făcută fie în baza unor măsurători făcute asupra situaţiilor variabile în care lucrează sistemul, fie în baza măsurătorilor efectuate asupra indicilor de performanţă prestabiliţi ai sistemului.

Se menţionează că circuitul de adaptare acţionează numai asupra dispozitivului de automatizare şi nu asupra procesului. Aceasta deoarece în sinteza sistemelor automate se consideră că numai dispozitivul de automatizare are o structură ce poate fi variată cu ajutorul unor reţele de compensaţie, pe cînd procesul se presupune dat, el avînd o funcţie de transfer asupra căreia nu putem acţiona. Modificînd însă funcţia de transfer a dispozitivului de automatizare, se modifică în acelaşi timp şi funcţia de transfer a sistemului automat luat în ansamblu.

În mod obişnuit sînt supuşi adaptării următorii parametri ai sistemului: factorul global de amplificare, banda de trecere a sistemului, anumite constante de timp ale regulatorului sau ale circuitelor de corecţie etc.

În cîteva lucrări de cercetare anterioare [11] — [12] au fost elaborate și testate pe calculator schemele de principiu pentru adaptarea factorului global de amplificare și a unei constante de timp a circuitului de corecție al regulatorului în baza unui indice de performanță de tip integral. Schemele elaborate necesitau aplicarea la intrarea sistemului a unor semnale de test formate dintr-o succesiune de impulsuri dreptunghiulare, a căror durată era astfel aleasă, încît să permită stingerea procesului tranzitoriu din sistem în intervalul dintre două salturi succesive.

Într-o altă lucrare [14] s-a studiat influența scurtării duratei impulsului dreptunghiular, aplicat ca semnal de test, asupra preciziei optimizării și adaptării parametrilor luați în considerare.

În lucrarea prezentă se urmărește elaborarea unui nou regulator optimal-adaptiv de tip *PI*.

2. SCHEMA-BLOC A UNUI SISTEM OPTIMAL-ADAPTIV CU REGULATOR *PI*

În schemele practice de automatizare se folosesc deseori regulatoare *PI*. Acestea au următoarea funcție de transfer :

$$Y_r(s) = K\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right). \tag{1}$$

Pentru a transforma un astfel de regulator *PI* într-un regulator *PI* adaptiv, trebuie conceput un dispozitiv de adaptare, care să reajusteze atît factorul de amplificare (K), cît și constanta de integrare (T_i), în baza măsurătorilor efectuate asupra indicelui de performanță. În scopul ușurării acestui proces de adaptare, s-a procedat la separarea fiecărui parametru (K și T_i) în cîte doi factori : unul constant (notat cu indicele c), iar al doilea variabil (notat cu indicele v).

Funcția de transfer a regulatorului adaptiv devine

$$Y_{ra}(s) = K_c \cdot K_v\left(1 + \frac{1}{T_{ic} T_{iv} \cdot s}\right). \tag{2}$$

Schema-bloc a unui sistem optimal-adaptiv care realizează pentru regulator funcția de transfer (2) este arătată în figura 1.

În structura regulatorului propriu-zis au fost introduse două multiplicatoare, care primesc pe intrările nr.2 ale lor, din dispozitivul de adaptare, comenzile necesare în vederea adaptării. Dispozitivul de adaptare este format din generatorul de tact (GT), blocul logic (BL), generatorul semnalului de test (GS), elementul de calcul al indicelui de performanță (IP), elementul de memorare temporară a indicelui de performanță (MT) și elementul de comandă al parametrilor supuși adaptării (CP).

3. STRUCTURA REGULATORULUI OPTIMAL-ADAPTIV

Regulatorul optimal-adaptiv lucrează pe principiul expus în lucrările [12] și [13].

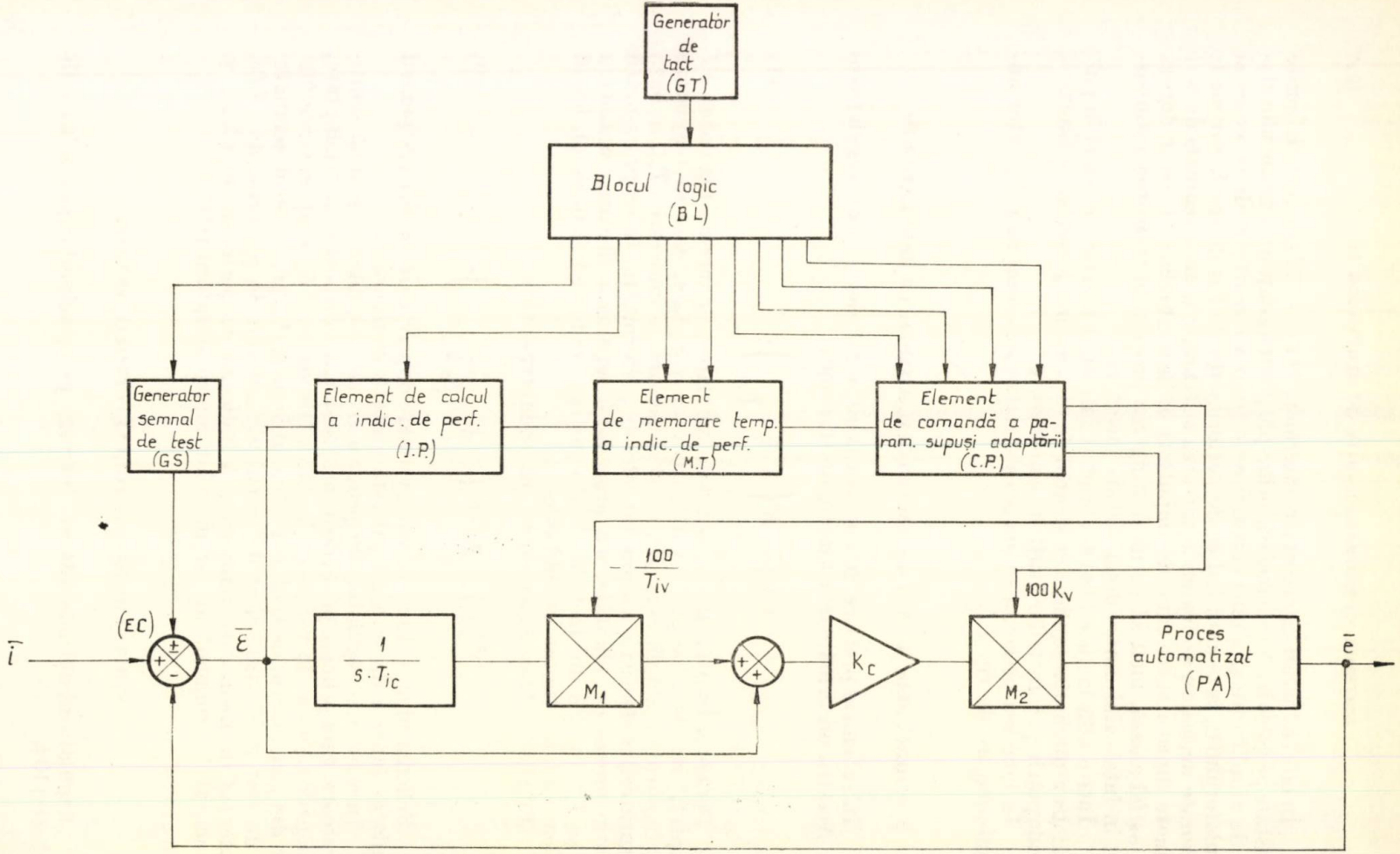


Fig. 1. — Schema-bloc a unui sistem optimal-adaptiv cu regulator *PI*.

În rezumat, aplicarea acestui principiu necesită :

— generarea unui semnal de test de forma unor impulsuri dreptunghiulare, care să se aplice la intrarea sistemului, suprapus semnalului normal de intrare ;

— generarea unei tensiuni tot de forma unor impulsuri dreptunghiulare, cu o perioadă dublă în comparaţie cu semnalul de test, care să comande variaţia periodică cu ΔP a parametrului supus adaptării ;

— măsurarea şi memorarea temperorară a indicelui de performanţă prestabilit corespunzător alternanţelor impare, respectiv pare ale lui ΔP ;

— reajustarea în trepte a elementului reglabil din compunerea regulatorului, în scopul atingerii şi menţinerii punctului optim de funcţionare.

Structura regulatorului optimal-adaptiv de tipul *PI* a fost astfel concepută, încît aceasta să poată îndeplini toate funcţiile enumerate mai sus. În figura 2 se poate urmări schema de principiu a regulatorului.

Elementul de comparaţie a fost modelat cu amplificatorul operaţional *1*, la intrarea căruia se aplică mărimea de referinţă $\bar{i}$, mărimea de reacţie $\bar{e}$, precum şi semnalul de test produs de un generator special. Eroarea de reglaj $\bar{\varepsilon}$ de la ieşirea elementului de comparaţie se aplică atît la intrarea în regulatorul propriu-zis, cît şi la intrarea în dispozitivul de adaptare.

Regulatorul propriu-zis a fost modelat cu integratorul *2*, sumatorul *3* şi două multiplicatoare M_1 şi M_2. Generatorul semnalului de test (*GS*) a fost modelat cu amplificatorul *4*, la intrarea căruia se aplică alternativ, prin intermediul contactelor unui releu polarizat P_1, fie tensiunea zero, fie o tensiune de −10 V. La ieşirea din amplificator rezultă o succesiune de impulsuri dreptunghiulare, cu amplitudinea fie 0, fie + 10V, avînd o perioadă egală cu perioada semnalelor date de generatorul de tact (*GT*).

În lucrarea [14] au fost prezentate posibilităţile de scurtare a duratei procesului de optimizare şi de adaptare, prin utilizarea numai a unei porţiuni din răspunsul tranzitoriu al sistemului, la semnalele de probă aplicate la intrare. Din experimentările făcute în laborator s-a ajuns la concluzia că indicele de perfomanţă, care permite o scurtare importantă a duratei de optimizare şi adaptare (3,6 ori faţă de durata teoretică), este cel dat de expresia

$$I_p = \int_{T_k}^{T_k+\tau} t\,|\varepsilon_k(t)|\,\mathrm{d}t, \text{ pentru } k = 1, 2, \ldots, n. \tag{3}$$

Structura elementului de calcul *IP* a fost elaborată pentru indicele de performanţă dat de (3) şi ea cuprinde amplificatoarele *5*, *6*, *7*, *8*, diodele D_1, D_2 şi multiplicatorul M_3. Cu ajutorul amplificatoarelor *5*, *6* şi a diodelor D_1 şi D_2 se calculează modul erorii de reglaj $\varepsilon_k(t)$. Cu ajutorul integratorului *7* se generează o tensiune proporţională cu timpul, iar multiplicatorul M_3 realizează produsul $t.\,|\varepsilon_k(t)$. Integratorul *8* calculează integrala asupra produsului respectiv, ceea ce reprezintă valoarea indicelui de performanţă prestabilit.

Elementul de memorare temporară a indicelui de performanţă (*MT*) este modelat cu amplificatoarele *9*, *10*, *11*, *12*, iar modul lui de funcţionare a fost expus în detaliu în lucrarea [13].

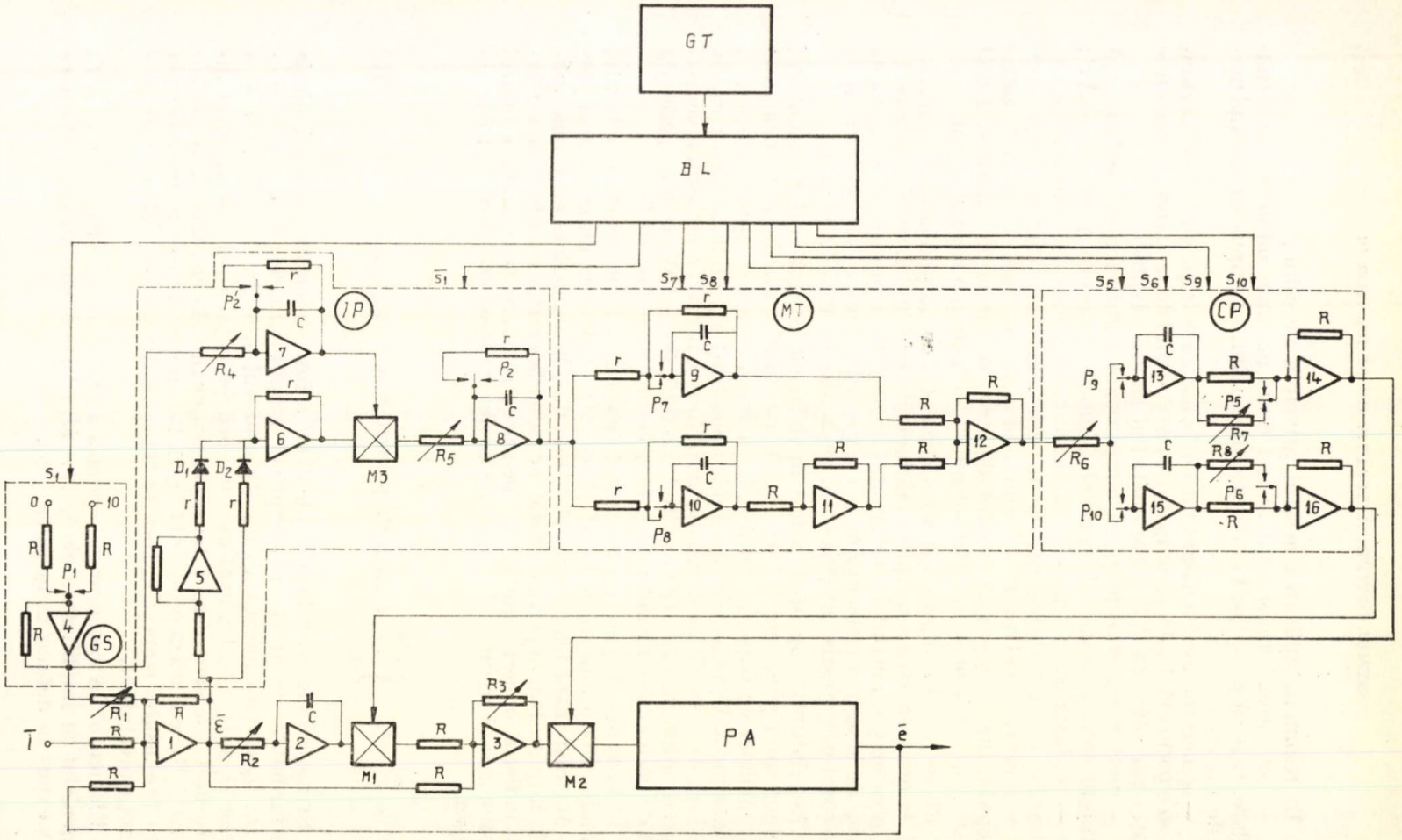


Fig. 2. — Schema de principiu a regulatorului optimal-adaptiv de tipul *PI*.

Elementul de comandă a parametrilor supuși adaptării (*CP*) cuprinde două canale distincte : unul pentru comanda factorului de amplificare (modelat cu amplificatoarele *13*,*14*), iar al doilea pentru comanda constantei de integrare (modelat cu amplificatoarele *15* și *16*). Acest element comandă atît variația periodică a celor doi parametri supuși adaptării, cît și reajustarea lor discretă pînă în momentul atingerii valorii optime.

În structura regulatorului optimal-adaptiv intră și generatorul de tact și blocul logic. Schema de modelare a acestora este prezentată în capitolul cinci.

4. ANSAMBLUL DE SEMNALE LOGICE NECESARE PENTRU FUNCȚIONAREA REGULATORULUI

Blocul logic primește semnalul s_1 de la generatorul de tact și la rîndul său generează, cu ajutorul unor circuite logice, întreaga serie de semnale $s_2 - s_{10}$, prezentate în figura 3, care sînt necesare pentru funcționarea regulatorului optimal-adaptiv de tipul *PI*.

Unele dintre aceste semnale, cum sînt s_2, s_3 și s_4, au un rol ajutător și de aceea ele nu figurează pe schema de principiu din figura 2. Așa după cum se poate observa în diagramele din figura 3, aceste trei semnale ajutătoare se caracterizează prin următoarele elemente :

— semnalul s_2 are o perioadă dublă în comparație cu s_1 ;

— semnalul s_3 are aceeași perioadă cu s_2, dar este întîrziat cu σ față de acesta ;

— semnalul s_4 are o perioadă dublă în comparație cu s_3.

Plecînd de la semnalele ajutătoare, blocul logic generează celelalte semnale : s_5, s_6, s_7, s_8 s_9 și s_{10}. Aceste semnale de comandă, trebuind să acționeze o serie de relee polarizate, vor avea amplitudinea alternanțelor pozitive de +10V, iar a celor negative de −10 V. Dacă se atribuie valoarea 1 pentru tensiunea de +10V și valoarea 0 pentru tensiunea de −10 V, atunci semnalele $s_5 - s_{10}$ se obțin aplicînd regulile algebrei logice, și anume : produsul logic dintre $\bar{s}_3$ și s_4 ne dă semnalul s_5, care va comanda variația periodică a factorului de corecție al amplificării (Kv). Produsul logic dintre $\bar{s}_3$ și $\bar{s}_4$ ne dă semnalul s_6 ; acesta va comanda variația periodică a inversului constantei de timp de integrare $\left(\frac{1}{T_{iv}}\right)$. Produsul logic dintre s_1 și s_2 ne dă semnalul s_7, care va comanda elementul de memorare temporară a indicelui de performanță impar (I_{pi}). Produsul logic dintre s_1 și $\bar{s}_2$ ne dă semnalul s_7 ; acesta va comanda elementul de memorare temporară a indicelui de performanță par (I_{pp}).

Semnalele s_5 și s_6, pe lîngă rolul arătat mai sus, sînt folosite și drept semnale ajutătoare pentru formarea lui s_9 și s_{10}. Produsul logic dintre s_2 și s_5 ne dă semnalul s_9, care va comanda elementul de calcul al corecției pentru factorul de amplificare (Kv). În sfîrșit produsul logic dintre s_2 și s_6 ne dă semnalul s_{10} ; acesta va comanda elementul de calcul al corecției pentru inversul constantei de timp de integrare $\left(\frac{1}{T_{iv}}\right)$.

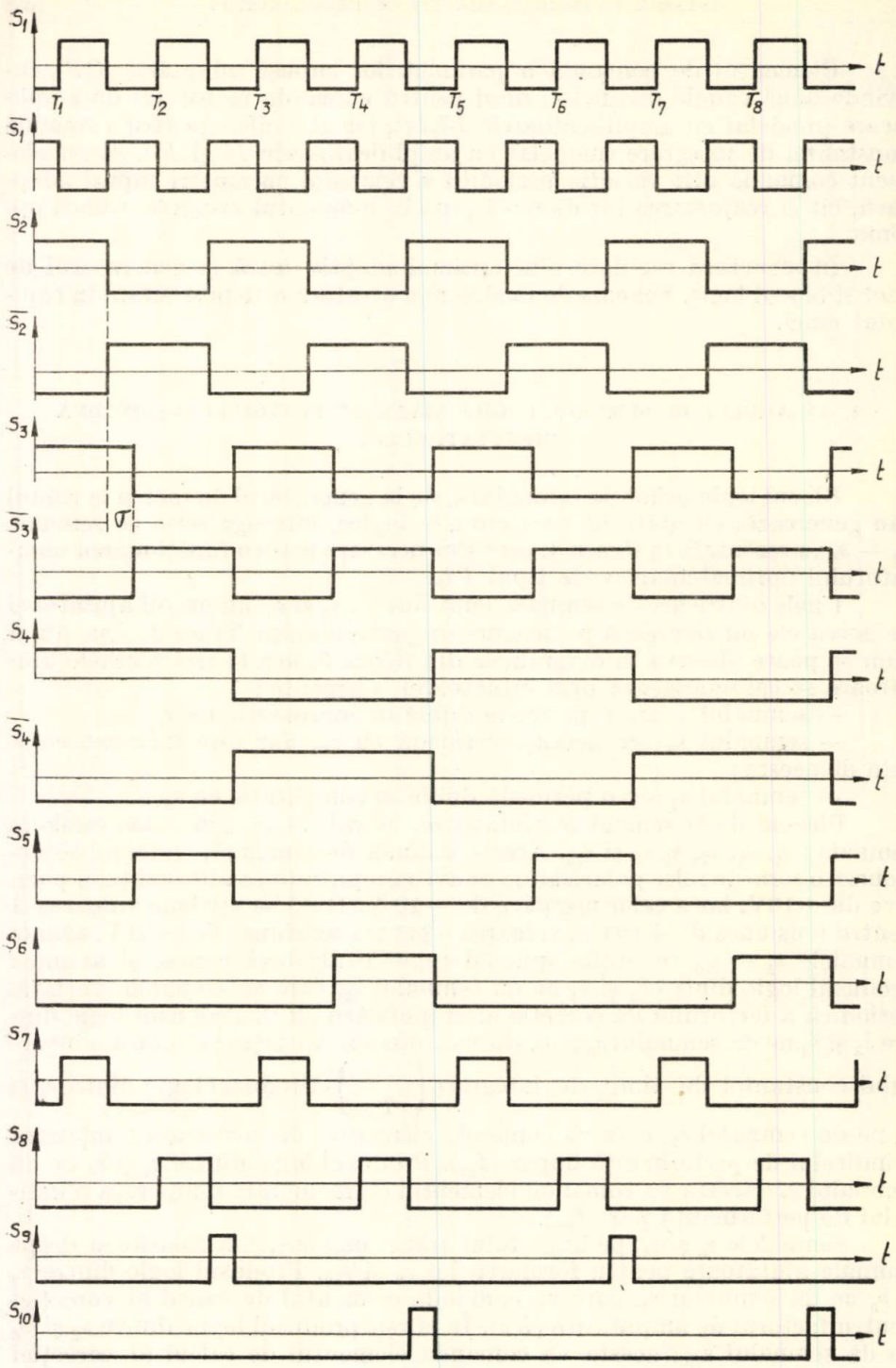


Fig. 3. — Ansamblul de semnale logice care asigură adaptarea celor doi parametri ai regulatorului *PI*.

5. SCHEMA DE PRINCIPIU A GENERATORULUI DE TACT ŞI A BLOCULUI LOGIC

În figura 4 se poate urmări schema de principiu a generatorului de tact (GT) şi a blocului logic.

Generatorul de tact a fost modelat cu ajutorul a trei amplificatoare operaţionale, şi anume un comutator electronic (CE_1), un integrator (*1*) şi un sumator (*2*). În circuitul de intrare al integratorului a fost montată o rezistenţă variabilă R_1, care permite modificarea comodă a frecvenţei semnalului de tact s_1.

Blocul logic primeşte de la generatorul de tact semnalul s_1, iar la rîndul său furnizează toate tensiunile necesare pentru acţionarea celor zece relee polarizate din compunerea blocului. Releul P_1 este acţionat chiar de tensiunea s_1. Contactele p_1 ale releului sînt introduse în schema generatorului semnalului de test.

Semnalul s_1, după ce este inversat în amplificatorul *3*, comandă releul P_2. Contactele p_2 ale acestui releu sînt introduse în schema elementului de calcul al indicelui de performanţă şi au rolul de a descărca periodic integratorul prin conectarea rezistenţei r în paralel cu capacitatea C (integratorul *7* din figura 2).

Semnalul s_2 se obţine din semnalul s_1 cu ajutorul amplificatoarelor *4*, *5*, *6*, *7*, al diodei D_1 şi al comutatorului electronic CE_2. Contactele releului P_3 de la intrarea în comutatorul CE_2 trebuie să fie acţionate cu o mică întîrziere în raport cu momentele trecerii prin zero a semnalului s_2. Aceasta se realizează cu ajutorul unui element de întîrziere modelat cu amplificatorul *8* şi cu comutatorul electronic CE_3, care furnizează tensiunea s_3, decalată cu σ faţă de $\bar{s}_2$.

Semnalul s_4, care are o perioadă dublă în comparaţie cu s_3, se obţine din s_3 cu ajutorul amplificatoarelor *10*, *11*, *12*, *13*, al diodei D_2 şi al comparatorului electronic CE_4. Plecînd de la semnalul s_4, cu ajutorul circuitului de întîrziere montat cu amplificatorul *14* şi cu ajutorul comutatorului CE_5 se obţine semnalul $\tilde{s}_4$, care acţionează releul $\tilde{P}_4$. Datorită circuitului de întîrziere, contactele $\tilde{p}_4$ ale acestui releu vor fi comutate de pe o poziţie pe alta cu o mică întîrziere în raport cu momentele de trecere prin zero ale semnalului s_3. Întîrzierea este necesară pentru procesul de demultiplicare a frecvenţei semnalului s_3.

Celelalte semnale logice necesare pentru funcţionarea dispozitivului de adaptare sînt formate astfel:

— semnalul s_5, ca produs logic al semnalelor $\bar{s}_3$ şi s_4, este generat de amplificatoarele *15*, *16* şi dioda D_3; contactele p_5 ale releului acţionat de s_5 sînt introduse în schema elementului de variaţie periodică a factorului de corecţie al amplificării;

— semnalul s_6, ca produs logic al semnalelor $\bar{s}_3$ şi $\bar{s}_4$, este generat de amplificatoarele *17*, *18* şi dioda D_4; contactele p_6 ale releului acţionat de s_6 sînt introduse în schema elementului, care variază periodic inversul constantei de timp de integrare;

— semnalul s_7, ca produs logic al semnalelor s_1 şi s_2, este generat de amplificatoarele *19*, *20* şi dioda D_5; contactele p_7 ale releului acţionat de

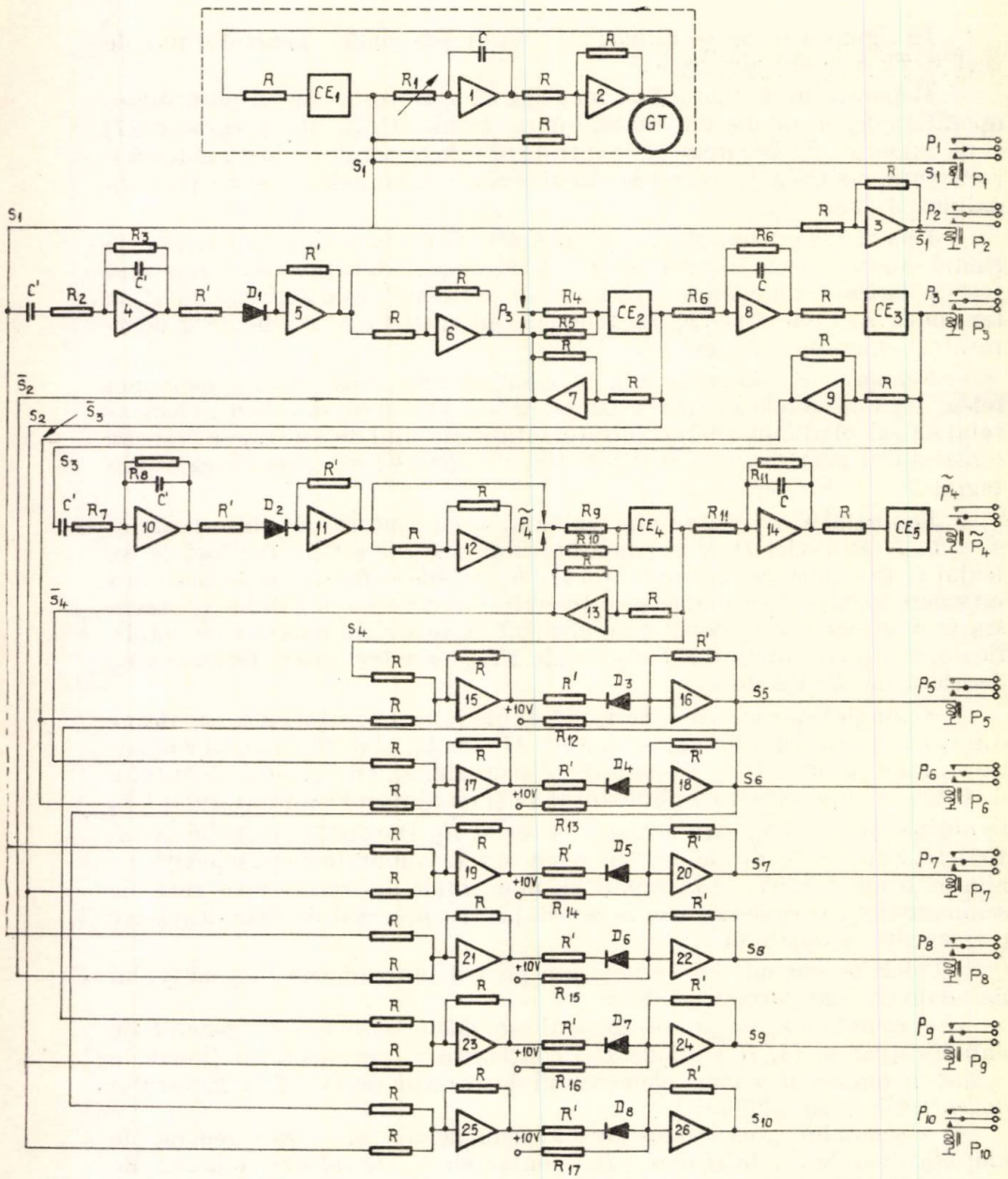


Fig. 4. — Schema de principiu a generatorului de tact și a blocului logic.

s_7 sînt introduse în schema elementului de memorare temporară a indicelui de performanţă impar;

— semnalul s_8, ca produs logic al semnalelor s_1 şi $\bar{s}_2$, este generat de amplificatoarele *21*, *22* şi dioda D_6; contactele p_8 ale releului acţionat de s_8 sînt introduse în schema elementului de memorare temporară a indicelui de performanţă par;

— semnalul s_9, ca produs logic al semnalelor s_2 şi s_5, este generat de amplificatoarele *23*, *24* şi dioda D_7; contactele p_9 ale releului acţionat de s_9 sînt introduse în schema elementului de calcul al corecţiei pentru factorul de amplificare;

—semnalul s_{10}, ca produs logic al semnalelor s_2 şi s_6, este generat de amplificatoarele *25*, *26* şi dioda D_8; contactele p_{10} ale releului acţionat de s_{10} sînt introduse în schema elementului de calcul al corecţiei pentru inversul constantei de timp de integrare.

Pentru ilustrarea modului de formare a produselor logice cu ajutorul unor amplificatoare operaţionale, vom urmări pe schema din figura 4, modul de generare a semnalului s_5. În amplificatorul *15* se calculează suma algebrică, cu semn schimbat, dintre $\bar{s}_3$ şi s_4. Cu ajutorul diodei D_3 se selectează numai alternanţele negative ale acestei sume, care apoi sînt inversate şi decalate în amplitudine în amplificatorul 16, rezultînd la ieşirea acestuia semnalul s_5.

În mod analog se generează şi celelalte semnale s_6 — s_{10}, plecînd însă de la semnalele componente corespunzătoare.

6. CONCLUZII

Regulatorul optimal-adaptiv de tip *PI*, propus în această lucrare, permite atît optimizarea automată a factorului de amplificare şi a constantei de integrare, cît şi adaptarea automată a acestor parametri la variaţiile imprevizibile ale caracteristicilor dinamice ale procesului.

Verificarea funcţionării regulatorului s-a făcut, în condiţii de laborator, pe modelul analogic al unui reactor nuclear. Rezultatele obţinute au confirmat atît proprietatea de optimizare, cît şi pe aceea de adaptare, conducînd la minimizarea indicelui de performanţă ales.

În principiu, schema de regulator optimal-adaptiv propusă în lucrare poate fi folosită în două etape distincte. Prima etapă este cea de proiectare a unui sistem automat complex, descris de ecuaţii diferenţiale de ordin superior, la care cu greu se pot determina pe cale analitică valorile optime ale parametrilor. Modelînd însă pe un calculator analogic atît procesul, cît şi regulatorul optimal-adaptiv din figura 2, se pot determina valorile optime pentru K şi T_i, alegînd în prealabil un indice de performanţă şi un criteriu de optim.

Pentru anumite tipuri de procese automatizate care au caracteristici dinamice ce variază în timp în limite largi şi într-un mod imprevizibil, schema de regulator propusă în lucrare poate fi utilizată atît în etapa de optimizare a parametrilor înainte de punerea în funcţiune, cît şi în conducerea procesului, asigurînd o adaptare a factorului de amplificare şi a constantei de integrare la variaţiile imprevizibile ce apar în timpul funcţionării.

BIBLIOGRAFIE

1. D. GRAHAM, R. C. LATHROP, *The synthesis of Optimum Transient Response, Criteria and standard Forms*, AIEE Trans. (Appl. and Ind.), **39**, *11* (1953).
2. A. A. FELDBAUM, *K voprosu o sinteze optimalnîh sistem avtomaticeskovo regulirovania*, Moskva, Izd. Akad. Nauk SSSR, 1953.
3. G. W. ANDERSON ş.a., *A self-adjusting System for Optimum Dynamic Performance*, IRE Nat. Conv. Rec., **42**, *4* (1958).
4. A. A. FELDBAUM, *O primenenii vîcislitelinîh ustroistv v avtomaticeskih sistemah*, Avtomatika i telemehanika, **17**, *11* (1956).
5. S. CĂLIN, C. BELEA, *Sisteme automate adaptive şi optimale*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1971.
6. S.S.L. CHANG, *Synthesis of Optimum Control Systems*, New York, McGraw-Hill Book Company, 1961.
7. I. FLÜGGE-LOTZ, H. A. TITUS, *Optimum and Quasi-optimum Control of Third and Fourth-Order Systems*, Lucrările Congresului al II-lea IFAC, Basel, Elveţia, 1963.
8. R.C.K. LEE, *Optimal Estimation, Identification and Control*, Cambridge, M.I.T. Press, 1964.
9. D. M. DETCHMENDY, R. SRIDHAR, *On the Experimental Determination of the Dynamical Characteristics of Physical Systems*, Chicago, Proc. Nat. Electronics Conference, 1965.
10. I. C. Ho, R. C. K. LEE, *Identification of Linear Dynamic Systems*, Information and Control, **8**, *1* (1965).
11. N. N. TĂTARU, *Analyse eines Systems mit automatischer Optimierung mittels eines Analogmodells*, Rev. Roum. Sci. Techn., **12**, *1* (1967).
12. N. N. TĂTARU, P. VAN REMOORTERE, *Système auto-adaptatif pour le réglage d'un réacteur nucléaire*, Revue, A, **XI**, *3* (1969).
13. N.N. TĂTARU, *Metodă de optimizare automată şi reglare adaptivă a parametrilor unui sistem automat*, teză de doctorat, 1969.
14. N. N. TĂTARU, *Consideraţii asupra scurtării duratei de identificare a parametrilor funcţionali în sistemele optimal-adaptative*, memoriu intern, I.C.P.E.T., 1970.

F 1736

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

1973

INDEX ALFABETIC

Economie energetică

CARACUDOVICI VICTOR, ZENI MARINESCU, Asupra folosirii indicatorilor valorici ai producţiei industriale în exprimarea normelor de consum specific de energie 3 583
COMŞA MARIN (v. LICIU N.) 3 567
LICIU NICULAE, SORA MANEA, M. COMŞA, Aspecte ale evoluţiei consumului de energie în cadrul prognozării dezvoltării energeticii în R. S. România 3 567
MANEA SORA, (v. LICIU N.) 3 567
MARINESCU ZENI (v. CARACUDOVICI V.) 3 583

Termoenergetică şi termotehnică

ADAMEŞTEANU JANINA (v. HAIDUC C.) 3 591
ADAMEŞTEANU JANINA (v. DĂNILĂ N.) 4 901
ALEXE FLORIN, Studiul pentru alegerea unghiurilor optime ale profilelor de palete mobile din turbinele energetice cu abur şi gaze 4 875
ANDREESCU DAN, Contribuţii la studiul utilizării aburului extras din etanşările terminale ale turbinelor de mare putere 1 23
APOSTOLESCU NICULAE (v. GRÜNWALD B.) 2 363
APOSTOLESCU NICULAE (v. DĂNESCU AL.) 3 649
BARCA FRUMUZACHE (v. NISTOR I.) 4 901
BĂDICĂ ILEANA (v. GRECOV D.) 4 851
BĂRAN NICULAE (v. PIMSNER V.) 4 869
BĂRĂNESCU ANCA RODICA, GH. ZĂTREANU, Asupra curgerii gazelor prin segmenţi la motorul cu ardere internă 4 943
BERCOVICI DAN (v. HAIDUC C.) 3 591
BIDULESCU ANCA (v. NISTOR I.) 4 911
BUCULEI C. ION MIHAI, Contribuţii la studiul transmisiei căldurii prin bare compuse 4 891
CAZACU CONSTANTIN (v. GRECOV D.) 4 851
CÂRPEANU NICULAE (v. POPA B.) 2 313

CERNICA ELENA (v. NISTOR I.) 4 911
COROIU CORNEL, Procese de oxidare lentă la arderea particulelor de combustibili solizi 4 919
CRĂCIUNEANU CONSTANTIN, P. PITULICE, Propunerea unui criteriu pentru alegerea sistemului de măcinare adecvat unui combustibil solid 1 3
CRĂCIUNEANU CONSTANTIN (v. PĂNOIU N.) 4 833
DĂNESCU ALEXANDRU (v. GRÜNWALD B.) 2 363
DĂNESCU ALEXANDRU, N. APOSTOLESCU, B. GRÜNWALD, Determinarea diagramei indicate a unui motor diesel supraalimentat în condițiile limitării solicitărilor mecanice și a temperaturii gazelor arse la evacuare 3 649
DĂNILĂ NICOLAE, ELENA LICSANDRU-ISBĂȘESCU, JANINA ADAMEȘTEANU, Asupra regimului hidrodinamic al circuitului de răcire al unui reactor de tip PWR 4 901
GHEORGHIU ȘTEFAN, Calculul temperaturilor în cazanele de abur la funcționarea cu sarcini parțiale 1 9
GHIA V. VICTOR, A. PĂLTÎNEA, Influența caracteristicilor combustibilului asupra căldurii recuperate la cuptoare pentru preîncălzirea aerului de ardere 3 617
GRECOV DAMIAN, C. CAZACU, ILEANA BĂDICĂ, Modelarea izotermă la focarele cazanelor energetice pentru arderea șisturilor bituminoase 4 851
GRÜNWALD BERTHOLD, AL. DĂNESCU, N. APOSTOLESCU, Schimbarea gazelor la un motor diesel supraalimentat în condițiile limitării temperaturii gazelor arse la turbină 2 363
GRÜNWALD BERTHOLD (v. DĂNESCU AL.) 3 649
HAIDUC CONSTANTIN, V. VINITCHI, P. VIDICAN, ELENA LICSANDRU-ISBĂȘESCU, D. BERCOVICI, JANINA ADAMEȘTEANU, Cercetări experimentale asupra procesului de convecție forțată a apei în modele de casete de reactor nuclear energetic 3 591
JIANU CONSTANTIN, N. LEMNEANU, M. PETCU, Studiul arderii unui jet de combustibil lichid în cîmp ultrasonor 2 385
LEMNEANU NICULAE (v. JIANU, C.) 2 385
LICSANDRU-ISBĂȘESCU ELENA (v. HAIDUC C.) 3 591
LICSANDRU-ISBĂȘESCU ELENA (v. DĂNILĂ N.) 4 901
NEAGA CONSTANTIN, Corelație între gradul de recirculare și diametrul particulei în procesul de ardere a cărbunelui pulverizat 3 599
NISTOR IOAN, F. BARCA, ANCA BIDULESCU, ELENA CERNICA, Studiul comportării termice a unor șisturi bituminoase 4 911
PĂLTINEA ANTON, (v. GHIA V.V.) 3 617
PĂNOIU NICULAE, Asupra funcționării morilor-ventilator la măcinarea huilei . . 3 635
PĂNOIU NICULAE, C. CRĂCIUNEANU, Influența conținutului de cenușă a combustibililor solizi asupra construcției cazanelor de abur de debite mari 4 833
PETCU MIRCEA (v. JIANU C.) 2 385
PETRESCU STOIAN, Studiul interacțiunii de viteză finită în cazul proceselor cu curgere 2 299
PIMSNER VICTOR, N. BĂRAN, Mărirea preciziei de determinare a distribuției vitezelor în rețeaua de palete a turbinei prin metoda canalului 4 869
PITULICE PETRE (v. CRĂCIUNEANU C.) 1 3
POPA BAZIL, N. CÂRPEANU, Contribuții la dimensionarea optimă a țevilor cu aripioare. Indice de eficacitate volumetrică 2 313
POPA TRAIAN, Considerații privind oportunitatea funcționării cu presiune alunecătoare a blocurilor energetice 2 291

STOICA NICOLAE, Analiza desfășurării procesului de ardere prin prelucrarea diagramelor indicate, considerînd neuniformitatea termică 2 351
ȘOVA VASILE, Metodă și experiment pentru investigarea cîmpului hidrodinamic termic și de difuzie în stratul limită 4 859
TURCOIU TITI, (v. VASILESCU C.A.) 2 327
VASILESCU CĂLIN ADRIAN, T. TURCOIU, Studiul condițiilor de adaptare ale grupului turbocompresor la creșterea presiunii de supraalimentare 2 327
VIDICAN PETRE (v. HAIDUC C.) 3 591
VINIȚCHI VICTOR (v. HAIDUC C.) 3 591
VINIȚCHI VICTOR, Asupra unor efecte termoelectrice în solide cu geometrie sau dimensiune neuniformă supuse unui gradient de temperatură 3 669
ZĂTREANU GHEORGHE (v. BĂRĂNESCU ANCA RODICA) 4 943

Electroenergetică și electrotehnică

ALBERT HERMINA, Comanda operativă ierarhizată a sistemului energetic 3 693
APETREI CONSTANTIN, Caracteristici ale turbogeneratoarelor sincrone tetrapolare 1 127
ARIE ECATERINA, M. POMÂRLEANU, LIA BEJUSCU, M. BOTGROS, Determinarea rezervei de stabilitate statică a sistemelor electroenergetice complexe . . 3 709
BĂLĂ CONSTANTIN (v. MORARU A.) 4 987
BEJUSCU LIA (v. ARIE ECATERINA) 3 709
BOGDAN ADRIANA (v. IONESCU S.). 3 729
BOTGROS MIHAI (v. ARIE ECATERINA) 3 709
CĂLUȘIȚĂ ALECU MIOARA, Scrierea sistemului de ecuații diferențiale după schema bloc 2 503
CÎMPEANU AUREL, Contribuții la studiul unui regim de recuperare al mașinii sincrone 4 971
CÎRSTEA DUMITRU (v. RĂDUCANU I.) 3 769
CONSTANTINESCU JEAN, Metodă de analiză a sistemelor electrice prin descompunere în subrețele 3 675
CRAINIC D. EMANUEL (v. UNGUREANU B.) 1 99
CRISTOVICI ANDREI (v. STEIN M.) 1 219
CRISTOVICI ANDREI (v. DRĂGAN G.) 1 233
CRISTOVICI ANDREI (v. IONESCU S.) 3 729
DAKHAKHNY-AL FATHY, G. DRĂGAN, Determinarea analitică a supratensiunilor la conectarea liniilor în gol reprezentate prin parametri concentrați 3 759
DĂNILĂ MARK (v. STEIN M.) 1 219
DOBOȘ ȘTEFAN (v. MARINESCU M.). 2 471
DOROBANȚU ILEANA (v. PREDA M.) 2 513
DRĂGAN GLEB, D. S. NECȘULESCU, A. CRISTOVICI, Influența parametrilor rășnetului asupra mărimii și formei tensiunilor care solicită izolația liniilor electrice aeriene de înaltă tensiune 1 233
DRĂGAN GLEB (v. DAKHAKHNY-AL. F.) 3 759
EREMIA MIRCEA (v. POTOLEA E.) 1 111
FLUERAȘU CEZAR, Cîmpul electromagnetic armonic al unei bobine circulare în prezența unui ecran plan 1 35
FLUERAȘU CEZAR, Cîmpul electromagnetic armonic al unui conductor situat în vecinătatea unui ecran conductor plan 2 451

GALAN NICULAE, Studiul cîmpului electromagnetic în mașinile electrice cu aplicație la motorul cu histerezis 1 157
GAVRILĂ HORIA, Studiul păturilor și tolelor feromagnetice cu anizotropie magnetic uniaxială în cîmpuri magnetice alternative de mică intensitate. II. Cîmpul magnetic mediu și calculul pierderilor 1 59
GOLOVANOV CARMEN (v. GOLOVANOV NICULAE) 1 201
GOLOVANOV NICULAE, CARMEN GOLOVANOV, Transpunerea pe modelul de regimuri tranzitorii a liniilor electrice aeriene trifazate 1 201
IONESCU SEBASTIAN (v. UNGUREANU B.) 1 99
IONESCU SEBASTIAN, A. CRISTOVICI, ADRIANA BOGDAN, Regimuri admisibile de funcționare și scheme echivalente ale autotransformatoarelor de400/231kV 3 729
MANEA FLORIN, M. PREDA, Transferul puterii maxime în rețelele electrice complexe 4 953
MARINESCU MATEI, ȘT. DOBOȘ, Realizări în domeniul pilei de combustie 2 471
MOCANU I. CONSTANTIN, Circuite magnetice liniare cu pierderi prin curenți turbionari în regim tranzitoriu 1 77
MOCANU I. CONSTANTIN, Scheme magnetice echivalente în regimuri cvasistaționare permanente și tranzitorii ale armăturilor și miezurilor lamelate ale bobinelor 3 783
MORARU AUGUSTIN, Ç. BĂLĂ, Cuplarea și funcționarea în paralel a generatoarelor de șoc 4 987
NECȘULESCU DAN SORIN (v. DRĂGAN G.) 1 233
NICOLAU EDMOND, Radiația electromagnetică în medii anizotope 1 47
NICOLAU EDMOND, Soluțiile complexe ale ecuațiilor lui Maxwell 2 435
PANAITESCU AUREL (v. TIMOTIN AL.) 2 415
PASCALE DOINA, I. PUFLEA, Studiul unui motor asincron liniar 1 177
POMÂRLEANU MARIUS (v. ARIE ECATERINA) 3 709
POP LIVIU (v. UNGUREANU B.) 1 99
POTOLEA EUGEN, MARIA TUDOSE, M. EREMIA, Utilizarea gradientului proiectat la calculul regimurilor optime ale sistemelor electrice 1 111
PREDA MARIUS, IOANA DOROBANȚU, Formule topologice generale și unitare pentru transmitanțele circuitelor multiport cu surse comandate 2 513
PREDA MARIUS (v. MANEA F.) 4 953
PUFLEA IOAN (v. PASCALE DOINA) 1 177
RĂDUCANU IOAN, D. CÎRSTEA, Determinarea forțelor electrodinamice la scurtcircuit brusc în transformatoare de putere utilizînd calculatorul cifric 3 769
RULEA GHEORGHE, Propagarea cîmpului electromagnetic în galeria de mină . . 3 797
SIMIONESCU GHEORGHE, Modelarea electrică a transmiterii căldurii prin conducție și convecție 2 483
STAADECKER MIHAI (v. UNGUREANU B.) 1 99
STEIN MANFRED, A. CRISTOVICI, M. DĂNILĂ, Scheme de conexiuni și de manevre ce trebuie evitate în vederea reducerii probabilității apariției de supratensiuni interne 1 219
TIMOTIN ALEXANDRU, A. PANAITESCU, Asupra cîmpului electromagnetic progresiv și forțelor din fluide conductoare în mișcare rectilinie și uniformă . . . 2 415
TUDOSE MARIA (v. POTOLEA E.) 1 111
UNGUREANU BOGDAN, S. IONESCU, E. D. CRAINIC, M. I. STAADECKER, L. POP, Algoritm și program pentru calculul regimului staționar de funcționare a unui sistem electroenergetic prin metoda Newton 1 99

VASILIU MIHAI, Factorii de majorare a rezistenței și de micșorare a inductivității la bobinajele mașinii de curent continuu. Demonstrarea formulei Dreyfus pentru comutare infinit rapidă 1 141

Sisteme automate în energetică

IONESCU VLAD, Asupra conceptelor de stare și de realizare a sistemelor liniare . . 1 245
IONESCU VLAD, Asupra conceptelor de lege de reglare și de estimație în teoria sistemelor liniare 2 527
IONESCU VLAD, Algoritm pentru determinarea formei canonice de reglare 4 1009
LUPAȘ LAURENȚIU, O metodă pentru compararea performanțelor sistemelor suboptimale 1 265
LUPAȘ LAURENȚIU, Asupra construcției comenzilor suboptimale liniare 2 553
MIHOC DAN, LUCIA PANTELIMON, Considerații privind studiul parametric al influenței regulatorului automat de viteză asupra reglajului frecvență-putere activă 3 817
NITU VASILE, Metodă de identificare pentru sisteme automate cu regulatoare numerice 1 271
PANTELIMON LUCIA (v. MIHOC D.) 3 817
TĂTARU NICULAE, Sistemul optimal-adaptiv cu regulator PI 4 1025

N. PĂNOIU, C. CRĂCIUNEANU 621.181: 662.933

INFLUENCE DU CONTENU DE LA CENDRE DES COMBUSTIBLES SOLIDES SUR LA CONSTRUCTION DES CHAUDIÈRES À VAPEUR À DÉBIT ÉLEVÉ

On présente l'influence du contenu de la cendre sur le type, les performances et l'usage des broyeurs, de même que sur la construction des brûleurs.

On analyse l'influence du contenu de la cendre sur le gabarit et les performances du foyer, de même que sur l'usage des surfaces de convection d'échange de chaleur.

St. cerc. energ. electr., tom 23, nr. 4, p. 833—849, 1973

D. GRECOV, C. CAZACU, ILEANA BĂDICĂ 621.181.001.57

LE MODELAGE ISOTHERME POUR LES FOYERS DES CHAUDIÈRES ÉNERGÉTIQUES POUR LA COMBUSTION DES SCHISTES BITUMINEUX

À l'aide des expérimentations concernant la combustion des schistes bitumineux et du lignite de Rovinari dans les chaudières de 100 t/h de CET Doiceşti, et du modelage de l'écoulement sur un modèle hydraulique tridimensionnel, on présente une méthode de déterminer les caractéristiques de la combustion et de la température dans la section de la sortie du foyer dans les conditions réelles d'écoulement.

St. cerc. energ. electr., tom 23, nr. 4, p. 851—858, 1973

V. ŞOVA 621.365: 536.242.08: 536.25

INVESTIGATIONS IN THE HYDRODYNAMIC, THERMAL AND DIFFUSION FIELD OF THE BOUNDARY LAYER, METHOD AND EXPERIMENT

This article deals with the method and the constructive description of the device and experimental equipment used by the author in simultaneous or successive measuring of the boundary layer, velocity, temperature and vapour concentration diffusing from the free plane surfaces in the gas current. Through the method used and the construction of devices one can investigate the distribution of the three fields in stationary or unstationary conditions.

St. cerc. energ. electr., tom 23, nr. 4, p. 859—867, 1973

В. ПИМСНЕР, Н. БЭРАН 621.135

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТЕЙ В РЕШЕТКЕ ЛОПАТОК ТУРБИНЫ ПУТЕМ „МЕТОДА КАНАЛА“

Настоящая работа анализирует пути повышения точности при определении распределения скоростей в решетке лопаток турбины и уточняет метод расчета, обеспечивающий удовлетворяющую точность при различных рабочих режимах.

Полученные результаты сравниваются с экспериментальными данными, обращая особое внимание на оптимальное решение режима и на анализированные конструктивные принципы.

St. cerc. energ. electr., tom 23, nr. 4, p. 869—874, 1973

FL. ALEXE 621.438

ÉTUDE POUR LA DÉTERMINATION DES ANGLES OPTIMAUX D'ENTRÉE ET DE SORTIE DES AUBES MOBILES DES TURBINES ÉNERGÉTIQUES À VAPEURS ET À GAZ

On propose une méthode pour le choix des angles d'entrée et de sortie des aubes mobiles des turbines énergétiques pour obtenir un rendement util maximal. On élabore un modèle mathématique de détermination des angles optimaux en résolvant les équations pour différentes valeurs concrètes, en comparant les résultats théoriques aux valeurs limite.

St. cerc. energ. electr., tom 23, nr. 4, p. 875—890, 1973

M. BUCULEI 539.4 : 536.7

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DE LA TRANSMISSION DE LA CHALEUR DANS LES BARRES COMPOSÉES

On détermine le champ de températures à l'intérieur des barres cylindriques qui ont la même section et les mêmes caractéristiques thermophysiques. L'une des barres se trouve dans un courant de fluide et l'autre transmet la chaleur à l'extérieur. Pour le calcul du champ de températures on utilise des transformations intégrales adéquates.

St. cerc. energ. electr., tom 23, nr. 4, p. 891—899, 1973

N. DĂNILĂ, EL. LICSANDRU-ISBĂȘESCU, J. ADAMEȘTEANU 621.039.534

LE RÉGIME HYDRODYNAMIQUE DU CIRCUIT DE REFROIDISSEMENT D'UN RÉACTEUR DE TYPE PWR

On présente une relation générale de calcul de la perte totale de pression du circuit primaire d'une centrale nucléaire électrique de type PWR.

Les données sont obtenues à l'aide d'une calculatrice et se présentent sous forme d'un nomogramme.

St. cerc. energ. electr., tom 23, nr. 4, p. 901—909, 1973

I. NISTOR, F. BARCA, ELENA CERNICA, ANCA BIDULESCU 662.6 : 662.61

RESEARCH ON THERMAL BEHAVIOUR OF OIL SHALES

For the characterization of the thermal behaviour of the organic and inorganic mass of oil shales research works were carried out with the aid of a derivatograph on the material itself and on the residuum resulting from the extractions with pyridine and quinoline in oxidizing, reducing and inert medium.

The exothermal and endothermal zones as well as the resulting weight losses were determind.

The correlation of the experimental data shows that the oil shale burning takes place in a relatively low temperature domain.

St. cerc. energ. electr., tom 23, nr. 4, p. 911—917, 1973

C. COROIU 662.661

PROCESSUS D'OXYDATION LENTE PENDANT LA COMBUSTION DES PARTICULES DE COMBUSTIBLES SOLIDES

On étudie les processus d'oxydation lente des particules de combustibles solides pendant la période de retard de l'allumage, dans les conditions de la participation de celles-ci aux processus d'allumage, en tenant compte de l'entière complexité de ce problème, non traité jusqu'à présent dans la littérature de spécialité. A partir de certaines méthodes expérimentales et d'interprétation adéquates, on a réussi à faire la séparation entre les processus d'oxydation lente et les processus simultans de séchage et de pyrolyse, ce qui a permis, à partir des considérations théoriques, à établir les lois de déroulement de ces processus complexes qui englobent les processus de diffusion, d'adsorption physique, de chémosorption, de désorption et de réaction chimique.

St. cerc. energ. electr., tom 23, nr. 4, p. 919—942, 1973

ANCA-RODICA BĂRĂNESCU, GH. ZĂTREANU 621.43.01

ON THE GAS FLOW BETWEEN PISTON RINGS IN INTERNAL COMBUSTION ENGINES

The sufficiently accurate analytical investigation of the flow of gases between piston rings requires the consideration of the compartments into which the spaces occupied by the gases between consecutive rings are divided. The conditions of existence of all distinct cases of flow through these compartments are discussed in this paper.

St. cerc. energ. electr., tom 23, nr. 4, p. 943—952, 1973

F. MANEA, M. PREDA 621.372.6

MAXIMUM POWER TRANSFER IN COMPLEX ELECTRIC NETWORKS

The voltage and current system corresponding to the maximum power transfer at the terminals of a linear multipole, with non-sinusoidal periodical sources with constant or changeable phase differences is determined.

For solving the local extreme problem, Lagrange's multiplier method is used and for determining the network regime the "resolvent networks" are employed.

St. cerc. energ. electr., tom 23, nr. 4. p 953—969, 1973

A. CÎMPEANU 621.313

CONTRIBUTION AUX ÉTUDES D'UN RÉGIME DE RÉCUPÉRATION D'UNE MACHINE SYNCHRONE

On étudie le fonctionnement au synchronisme en parallèle à un réseau, de deux machines synchrones couplées mécaniquement d'une manière rigide. On établit les équations qui définissent ce régime de fonctionnement et sur lesquelles on s'appuie pour révéler les aspects qui n'ont pas encore été étudiés dans la littérature de spécialité, et leurs conséquences pratiques.

On épuise l'étude du problème concernant les machines à pôles lisses, dans le cas général où l'on tient compte de toutes les pertes et l'on traite finalement des particularités qui interviennent dans le cas des machines à pôles saillants.

St. cerc. energ electr., tom 23, nr. 4, p. 971—986, 1973

A. MORARU, C. BĂLĂ 621.313.322 : 621.3.016.32 : 621.3.014.3

COUPLAGE ET MARCHE EN PARALLÈLE DES ALTERNATEURS DE CHOC

On examine les schémas à coupler en parallèle les alternateurs de choc dans les laboratoires d'essais de puissance. Le schéma d'autosynchronisation est le plus avantageux, parce qui'il détermine le temps de synchronisation le plus court et les moindres contraintes électrodynamiques et thermiques. On présente les courbes calculées du processus transitoire mécanique et électrique lors de cette synchronisation relative des alternateurs de choc.

Ensuite on étudie le freinage du rotor de l'alternateur de choc pendant le court circuit et on indique les tolérances admises des paramètres-critères pour maintenir le synchronisme relatif.

St. cerc. energ. electr., tom 23, nr. 4, p. 987—1008, 1973

VL. IONESCU 62.501.32

AN ALGORITHM FOR TRANSFORMING INTO CONTROL CANONICAL FORM

An algorithm for transforming a controllable pair (A, B) into the control canonical form is presented. The procedure is based upon a simple method of obtaining the so-called echelon form of a given matrix.

St. cerc. energ. electr., tom 23, nr. 4, p. 1009—1023, 1973

N. N. TĂTARU 621.929.52

SYSTÈME OPTIMAL-ADAPTATIF À RÉGULATEUR PI

A l'aide d'un modèle analogique a été étudié le fonctionnement d'un système optimal-adaptatif construit avec un nouveau type de régulateur PI, proposé par l'auteur, couplé avec le modèle simplifié d'un réacteur nucléaire.

St. cerc. energ. electr., tom 23, nr. 4, p. 1025—1036, 1973

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: enrgetică generală, electroenergetică şi electrotehnică, termoenergetică şi termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde şi rubricile: discuţii, recenzii, informaţii şi altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizării ştiinţifice şi tehnice.

1. *Structura lucrării*

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoştinţelor actuale, va desemna obiectivele şi indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărţită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate şi va discuta rezultatele, erorile, posibilităţile şi comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obţinute, limita lor de valabilitate şi aplicaţiile posibile.

2. *Forma lucrării*

a) Lucrările se predau în 3 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenţii.

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare; desenele pe calc şi tuş, însoţite de cîte două copii şi o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, şase rînduri în limba română, şi la alegere în una din limbile engleză, franceză, germană sau rusă.

La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internaţională.

d) Volumul lucrării să nu depăşească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacţie: Bucureşti, Şos. Vitan nr. 236, sectorul 2.

1974 JAN 19

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

CONSTANTIN HAIDUC, **Optimizarea parametrilor centralelor nucleare electrice**, 1970, 322 p., 17,50 lei.

M. GR. NĂSTASE, **Bazele defectoscopiei radiologice**, 1970, 258 p., 14 lei.

C. PENESCU, VL. IONESCU și E. ROSINGER, **Sisteme optimale**, 1970, 336 p., 12 lei.

EDMOND NICOLAU, **Sinteza sistemelor radiante**, 1971, 376 p., 22 lei.

C. I. PENESCU, **Sisteme de protecție de distanță**, 1971, 624 p., 41 lei.

MARIN ENE, **Metoda mărimilor determinante**, 1971, 228 p., 13 lei.

N. REUS, **Tratarea simbolică a schemelor de comutație**, 1971, 270 p., 11 lei.

B. POPA și V. KASSIAN, **Teoria și calculul injectoarelor mecanice cu cameră de turbionare**, 1971, 311 p., 21 lei.

EDMOND NICOLAU, **Cîmpuri și unde electromagnetice**, 1972, 360 p., 21,50 lei.

I. A. ADĂMUȚ, **Analiza propagării undelor electromagnetice pe linii în regim tranzitoriu**, 1972, 376 p., 25 lei.

V. I. NITU, **Fiabilitatea instalațiilor energetice**, 1973, 362 p., 28 lei.

N. DĂNILĂ, **Centrale nucleare electrice**, 1973, 776 p., 52 lei.

VLAD IONESCU, **Sisteme liniare**, 1973, 228 p., 10 lei.

I. P. Informația c. 3246

43 821

Lei 40.—